

# РЕАЛЬНЫЙ ГАЗ. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

## Реальный газ. Физика твердого тела

- 1 Давление  $p$  кислорода равно 8 МПа, его плотность  $\rho = 100 \text{ кг/м}^3$ . Определить температуру газа, если: 1) газ идеальный ( $T_1$ ); 2) газ реальный ( $T_2$ ). Поправки Ван-дер-Ваальса  $a = 0,136 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$  и  $b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$ . В случае реального газа определить внутреннее давление и собственный объем молекул, приходящийся на  $1 \text{ м}^3$  при данной температуре.

$$p = 8 \text{ МПа} = 8 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\rho = 100 \text{ кг/м}^3$$

$$a = 0,136 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$$

$$b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$T_1, T_2, p', v/v' - ?$$

1. Идеальный газ

$$pV = \nu R T_1 \quad (1) \text{ — ур. Кл-М}$$

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{\rho V}{M} \text{ подставим в (1):}$$

$$p = \frac{\rho}{M} R T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{pM}{\rho R}$$

2. Реальный газ

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu R T_2 \quad (2) \text{ — ур. Ван-дер-Ваальса}$$

$$\nu = \frac{\rho V}{M} \text{ подставим в (2): } \left(p + \frac{\rho^2 a}{M^2}\right)\left(1 - \frac{\rho b}{M}\right) = \frac{\rho R}{M} T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{1}{\rho R} \left(p + \frac{\rho^2 a}{M^2}\right)(M - \rho b)$$

$$p' = \frac{\rho^2 a}{M^2} = \frac{\rho^2 a}{M^2}$$

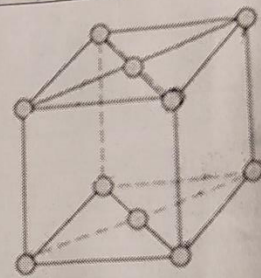
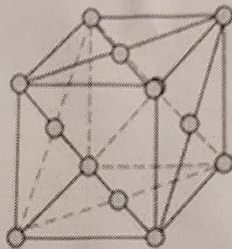
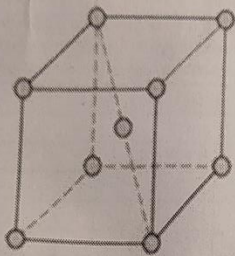
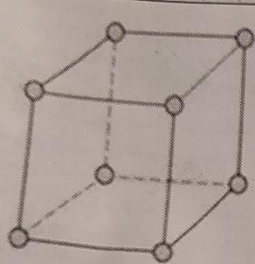
— внутреннее давление

$$4V' = \nu b = \frac{\rho V b}{M} \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{\rho b}{4M}$$

— удельный собственный объем молекул газа

2. Определить число  $N$  атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку, первое координационное число  $n_1$  (число ближайших атомов), второе координационное число  $n_2$  (число атомов, следующих за ближайшими) и радиус  $r_1$  первой координационной сферы (расстояние между ближайшими атомами) и соответственно радиус  $r_2$  второй координационной сферы для решеток со структурами ПК, ОЦК, ГЦК, БЦК.

Определить коэффициент упаковки  $f$  для решеток со структурами 1) ПК; 2) ОЦК; 3) ГЦК, 4) БЦК.



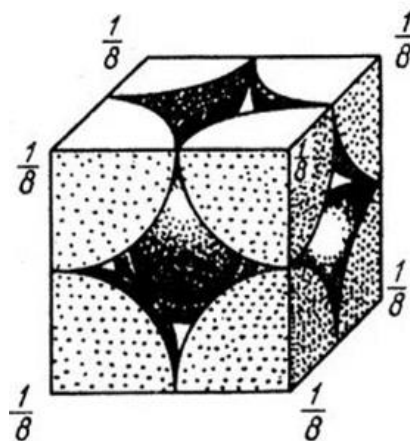
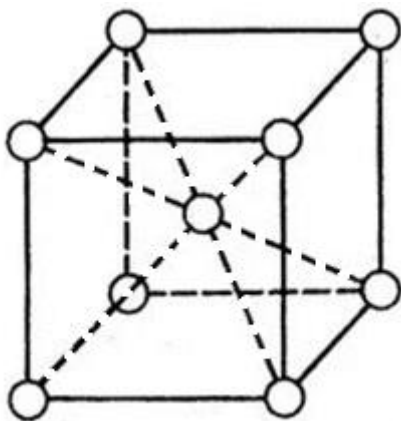
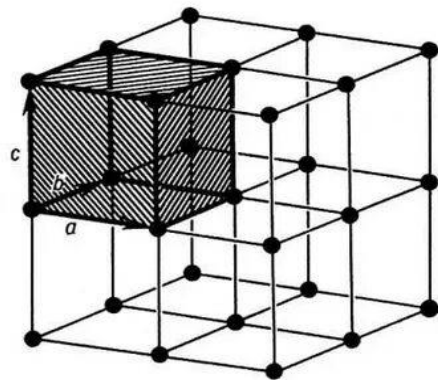
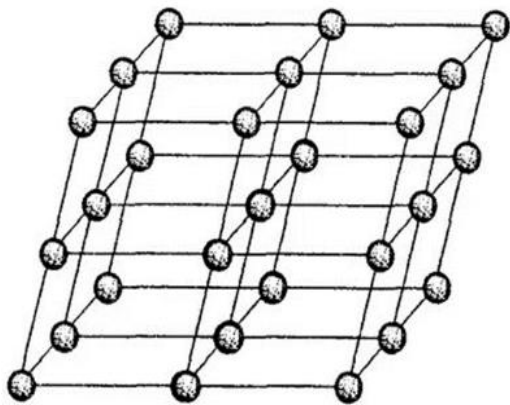
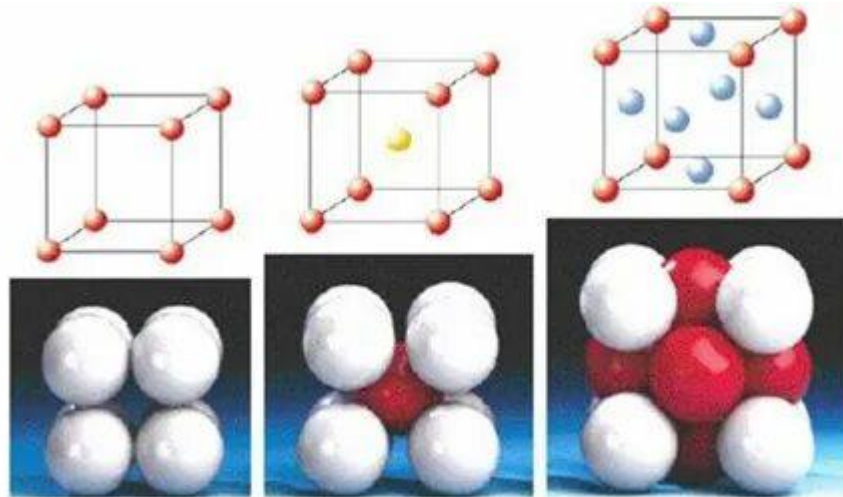
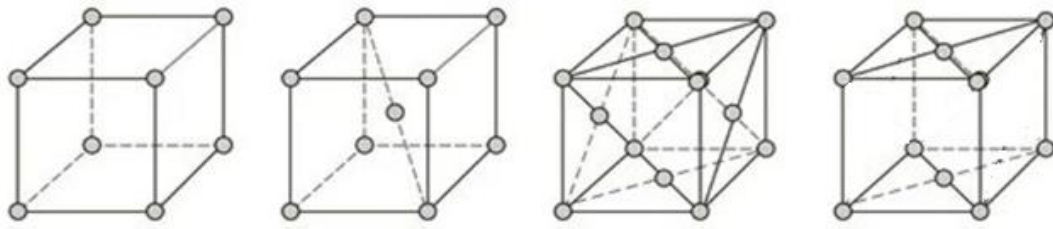
Тип решетки	Число атомов в эл. ячейке	Число ближайших атомов	1-е координационное число	Число атомов, следующих за ближайшими	2-е координационное число	Коэффициент упаковки
	$N$	$n_1$	$r_1$	$n_2$	$r_2$	$f$
ПК						
ОЦК						
ГЦК						
БЦК						

ПК:  $N = 8 \cdot \frac{1}{8} = 1$

ОЦК:  $N = 1 + 8 \cdot \frac{1}{8} = 2$

ГЦК:  $N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4$

БЦК:  $N = 8 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$



$$\text{Коэффициент упаковки } f = \frac{V_{\text{атом}}}{V_{\text{эл. ячейк}}} = \frac{4\pi R^3 N}{3a^3}$$

$$\text{ПК: } a = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2}; \quad N = 1$$

$$f = \frac{4\pi N}{3a^3} \cdot \frac{a^3}{8} = \frac{\pi}{6} = 0,52 = 52\%$$

$$\text{ОЦК: } \sqrt{3}a = 4R \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{4}; \quad N = 2$$

$$f = \frac{4\pi N}{3a^3} \cdot \frac{3\sqrt{3}a^3}{4^3} = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} = 0,68 = 68\%$$

$$\text{ГЦК: } a\sqrt{2} = 4R \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{a}{2\sqrt{2}}; \quad N = 4$$

$$f = \frac{4\pi N}{3a^3} \cdot \frac{a^3}{8 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{6} = 0,74 = 74\%$$

$$\text{БЦК: } a\sqrt{2} = 4R \Rightarrow R = \frac{a}{2\sqrt{2}}; \quad N = 2$$

$$f = \frac{4\pi N}{3a^3} \cdot \frac{a^3}{8 \cdot 2\sqrt{2}} = 0,37 = 37\%$$

Число атомов в эл. ячейке	Число ближайших атомов	1-е координационное число	Число атомов, следующих за ближайшими	2-е координационное число	Коэффициент упаковки
$N$	$n_1$	$r_1$	$n_2$	$r_2$	$f$
1	6	$a$	12	$a\sqrt{2}$	0,52
2	8	$a\sqrt{3}/2$	6	$a$	0,68
4	12	$a\sqrt{2}/2$	6	$a$	0,74
2	4	$a\sqrt{2}/2$	6	$a$	0,37

- 3 Аллотропная модификация  $\alpha$ -железа имеет структуру ОЦК с постоянной решетки  $a_1 = 2,86 \text{ \AA}$ ,  $\gamma$ -железа – структуру ГЦК с  $a_2 = 3,56 \text{ \AA}$ . Определить относительное изменение плотности железа при переходе его из  $\alpha$ - в  $\gamma$ -модификацию.

$$\alpha\text{-Fe: } a_1 = 2,86 \text{ \AA} = 2,86 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$(ОЦК) \quad N_1 = 2$$

$$\gamma\text{-Fe: } a_2 = 3,56 \text{ \AA} = 3,56 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$(ГЦК) \quad N_2 = 4$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_1} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = ?$$

$$\rho_1 = \rho_{\alpha} = \frac{N_1 M_{\text{Fe}}}{a_1^3}$$

$$\rho_2 = \rho_{\gamma} = \frac{N_2 M_{\text{Fe}}}{a_2^3}$$

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = \frac{\left(\frac{N_2}{a_2^3} - \frac{N_1}{a_1^3}\right) M_{\text{Fe}}}{\frac{N_1 M_{\text{Fe}}}{a_1^3}}$$

$$= 1 - \frac{N_2}{N_1} \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 = \frac{\Delta \rho}{\rho_1}$$

- 4 Найти плотность кристалла стронция, если известно, что его решетка гранецентрированная кубической сингонии, а расстояние  $d$  между ближайшими соседними атомами равно  $4,3 \text{ \AA}$ .

$$d = 4,3 \text{ \AA} = 4,3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\text{ГЦК, } N = 4$$

$$A = 87,62$$

$$M_{\text{Sr}} = \text{a.e.m.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$\rho = ?$

$$V_m = \frac{NA}{N}$$

$$a^3 = \frac{NA}{N} \Rightarrow V_m = \frac{a^3 NA}{N} \quad (3) \text{ подставим в (4):}$$

$$\text{1 условие: } \rho = \frac{N \cdot M_{\text{Sr}}}{V_{\text{кр. ед.}}} = \frac{NA \cdot M_{\text{Sr}}}{a^3}$$

$$a\sqrt{2} = d \Rightarrow a = \frac{2d}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}d \quad (1)$$

$$= \frac{NA M_{\text{Sr}}}{2\sqrt{2}d^3} = \rho \quad (2)$$

$$\text{2 условие: } \rho = \frac{M}{V_m} \xrightarrow{(4)} \frac{MN}{a^3 NA}$$

$$= \frac{4M}{2\sqrt{2}d^3 NA} = \frac{\sqrt{2}M}{d^3 NA} = \rho$$

5

Определить концентрацию свободных электронов в литии, имеющем структуру ОЦК с постоянной решетки  $a = 3,491 \text{ \AA}$ .

$$a = 3,491 \text{ \AA} = 3,491 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

$$\text{ОЦК}; N = 2$$

$n_e = ?$

Li находится в 1-й группе элементов табл. Менделеева, выходящая из семейства щелочных металлов  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  при образовании кристалла Li каждый атом дает 1 свободный электрон,

поэтому концентрации атомов  $n_{\text{ат}}$  и электронов  $n_e$  одинаковы!

$$n_{\text{ат}} = \frac{N}{V_{\text{к.р.}}} = \frac{N}{a^3} = n_e$$

### Явления переноса. Реальный газ. Твердое тело

1	Определить среднюю длину $\langle \lambda \rangle$ и среднюю продолжительность свободного пробега молекул кислорода, находящегося при температуре $0^\circ\text{C}$ , если среднее число столкновений $\langle z \rangle$ , испытываемых молекулой в 1 с, равно $3,7 \cdot 10^9$ .
2	Определить массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку $50\text{ см}^2$ за 20 с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, равен $1\text{ кг/м}^4$ . Температура азота $290\text{ К}$ , а средняя длина свободного пробега его молекул равна $1\text{ мкм}$ .
3	Определить коэффициент теплопроводности $\kappa$ азота, находящегося в некотором объеме при температуре $280\text{ К}$ . Эффективный диаметр молекул азота принять равным $0,38\text{ нм}$ .
4	Определить коэффициент теплопроводности $\kappa$ азота, если коэффициент динамической вязкости $\eta$ для него при тех же условиях равен $10\text{ мкПа}\cdot\text{с}$ .
5	Давление разреженного газа в рентгеновской трубке при температуре $17^\circ\text{C}$ равно $130\text{ мкПа}$ . Можно ли вести разговор о высоком вакууме, если характерный размер $l$ (расстояние между катодом и анодом трубки) составляет $50\text{ мм}$ ? Эффективный диаметр молекул воздуха принять равным $0,27\text{ нм}$ .
6	Давление $p$ кислорода равно $8\text{ МПа}$ , его плотность $\rho = 100\text{ кг/м}^3$ . Определить температуру газа, если: 1) газ идеальный ( $T_1$ ); 2) газ реальный ( $T_2$ ). Поправки Ван-дер-Ваальса $a = 0,136\text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$ и $b = 3,17 \cdot 10^{-5}\text{ м}^3/\text{моль}$ .
7	Углекислый газ массой $10\text{ г}$ находится в сосуде вместимостью $1\text{ л}$ . Принимая поправки Ван-дер-Ваальса $a = 0,361\text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$ и $b = 4,28 \cdot 10^{-5}\text{ м}^3/\text{моль}$ , определить: 1) собственный объем $V'$ молекул газа; 2) внутреннее давление $p'$ газа.
8	Определить число $N$ атомов, приходящихся на одну элементарную ячейку, первое координационное число $n_1$ (число ближайших атомов), второе координационное число $n_2$ (число атомов, следующих за ближайшими) и радиус $r_1$ первой координационной сферы (расстояние между ближайшими атомами) и соответственно радиус $r_2$ второй координационной сферы для решеток со структурами ПК, ОЦК, ГЦК, БЦК.
9	Найти плотность кристалла стронция, если известно, что его решетка гранецентрированная кубической сингонии, а расстояние $d$ между ближайшими соседними атомами равно $4,3\text{ \AA}$ .
10	Определить коэффициент упаковки для решеток со структурами 1) ПК; 2) ОЦК; 3) ГЦК, 4) БЦК.
11	Аллотропная модификация $\alpha$ -железа имеет структуру ОЦК с постоянной решетки $a_1 = 2,86\text{ \AA}$ , $\gamma$ -железа – структуру ГЦК с $a_2 = 3,56\text{ \AA}$ . Определить относительное изменение плотности железа при переходе его из $\alpha$ - в $\gamma$ -модификацию.
12	Определить концентрацию свободных электронов в литии, имеющем структуру ОЦК с постоянной решетки $a = 3,491\text{ \AA}$ .