

**МАТЕМАТИКА
(ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЧАСТЬ I)**

**Л.М. Мешкова, кандидат педагогических наук,
доцент**

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Методические рекомендации по выполнению контрольных работ.....	5
Содержание дисциплины.....	6
Контрольная работа № 1.....	7
Рекомендуемая литература.....	23

Введение

«В природе существует внутренне присущая ей скрытая гармония, отражающаяся в наших умах в виде простых математических законов. Именно этим объясняется, почему природные явления удается предсказывать с помощью комбинации наблюдений и математического анализа». Г. Вейль

Общий курс математики, изучаемый студентами очного отделения и слушателями-заочниками инженерно-технических специальностей, состоит из аналитической геометрии с элементами линейной алгебры, математического анализа, специальных глав и элементов теории вероятностей и математической статистики.

Готовность выпускника вуза к профессиональной деятельности подразумевает его готовность к различным видам деятельности, перечень которых обозначен в образовательном стандарте. Готовность к деятельности определяется сформированностью соответствующих компетенций. Проанализировав перечень общепрофессиональных компетенций, представленных в образовательных стандартах, выделили компетенции, которые должны быть сформированы у студентов в процессе изучения математики:

- способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний (ОПК-8).

Индикаторы достижения:

- Владеет методами осуществления педагогической деятельности (ОПК-8.2)

В практической деятельности часто приходится сталкиваться со случайными событиями, т.е. с такими событиями, которые могут произойти или не произойти по причинам, не поддающимся непосредственному учету в данных условиях. Нельзя заранее предсказать, сколько выпускников средней школы подаст в определенный год заявления в тот или другой институт, сколько дождливых дней будет в году и т.д. Данный курс ставит своей задачей сообщить слушателю сведения по высшей математике о методах, позволяющих находить вероятности различных событий без предварительного проведения соответствующих опытов. Настоящее методическое указание имеют целью помочь слушателю очной и заочной форм обучения в самостоятельной работе над учебным материалом.

В заключении хочется выразить слова благодарности профессору кафедры высшей математики Тюменского государственного нефтегазового университета Марте Андреевне Скалкиной за доброе участие и помощь в издании данных методических указаний.

Методические рекомендации по выполнению контрольных работ

Написание контрольной работы является составной частью самостоятельной работы слушателя-заочника. Ее выполнение предполагает демонстрацию слушателем сведений и знаний, полученных из учебной и методической литературы. При подготовке контрольной работы необходимо показать глубокое знание теоретического материала и грамотное применение его для решения практических задач. Кроме этого, следует стремиться к выработке навыков грамотного выбора и использования учебной и методической литературы.

Прежде чем приступать к выполнению контрольных заданий, необходимо внимательно изучить теоретический материал.

Студент выполняет контрольные работы № 1 строго в соответствии со своим вариантом. Номер варианта определяется по индивидуальному шифру. Произвольный выбор варианта контрольных работ не допускается.

Контрольная работа № 1 включает в себя задания по основным формулам комбинаторики, задачам на использования формул классической и геометрической вероятностей, формулам полной вероятности и формулам Байеса.

При выполнении контрольных работ необходимо строго придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Контрольная работа №1 должна быть выполнена в отдельной тетради в клетку чернилами синего или черного цвета. Необходимо соблюдать поля для замечаний рецензента.

2. В заголовке работы на обложке тетради следует указать название учебного заведения, дисциплины, а также полно и ясно написать Ф.И.О. студента.

3. В работу необходимо включить все задачи, указанные в задании, строго по положенному варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи задания, а также задачи не своего варианта, не зачитываются.

4. Решение задач надо располагать в порядке возрастания их номеров, сохраняя номера задач.

5. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи. Чертежи должны быть выполнены в прямоугольной системе координат в полном соответствии с данными условиями задач и теми результатами, которые получены.

7. После получения контрольной работы, как не зачтенной, студент должен исправить все отмеченные преподавателем ошибки и недочеты и выполнить все его рекомендации.

Студенты, не получившие зачета по контрольной работе к экзамену (или зачету) не допускаются.

Содержание дисциплины

Раздел 1. Теория вероятностей

- Тема 1. Основные формулы комбинаторики.
(перестановки, размещения, сочетания, правила суммы и произведения)
- Тема 2. Классическое определение вероятности.
(определение, формула)
- Тема 3. Геометрическая вероятность.
(определение, формула)
- Тема 4. Формула полной вероятности.
(определение, формула)
- Тема 5. Формула проверки гипотезы (формула Байеса).
(определение, формула)

Контрольная работа № 1

Вариант № 1

1. Сколько различных хорд определяют пять точек, лежащих на окружности?
2. В урне 6 белых и 7 черных шаров. Из урны наугад вынимают два шара. Найти вероятность того, что один из этих шаров – белый, а другой – черный.
3. На шести карточках написаны буквы А, А, Л, К, Е, Д, Н, Б, Р. Наудачу вынимают одну карточку за другой и кладут в том порядке, в каком они были вынуты. Какова вероятность того, что получится слово «КАЛЕНДАРЬ»?
4. Два студента договорились встретиться в определенном месте между 9 и 10 часами, и что пришедший первым ждет другого в течение 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность их встречи, если приход каждого в течение часа может произойти в любой момент времени, а моменты прихода независимы.
5. Определить вероятность того, что номер первой встретившейся автомашины не содержит одинаковых цифр, если все номера четырехзначные, начинающиеся с 0001, неповторяющиеся и равновозможные.
6. В кошельке лежит 3 монеты достоинством по 10 рублей и 7 монет пятирублевых. Наудачу вынимаются две монеты. Какова вероятность того, что обе монеты будут одинакового достоинства?

7. В урне 30 шаров, из них 9 черных и остальные белые. Вынимаются один за другим 3 шара подряд. Какова вероятность того, что будет вынуто 2 черных и один белый шар?

8. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта равна 0,7. Найти вероятность того, что из трех проверенных изделий будет ровно 2 изделия высшего сорта.

9. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,45; для второго – 0,52 и для третьего – 0,71. Найти вероятность того, что в результате однократного выстрела всех стрелков по мишени в ней будет ровно одна пробоина.

10. На спартакиаду прибыло 20 лыжников, 15 гимнастов и 5 шахматистов. Вероятность выполнить квалифицированную норму такова: для лыжников – 0,85; для гимнастов – 0,6; для шахматистов – 0,8. Случайно вызванный спортсмен выполнил норму. Какова вероятность, что он лыжник?

Вариант №2

1. Сколько диагоналей можно провести в выпуклом четырехугольнике?

2. Бросаются три игральных кубика (можно один кубик три раза). Какова вероятность того, что сумма выпавших очков на верхних гранях больше 4?

3. Из колоды в 52 карты вынимаются наугад 3 карты. Найти вероятность того, что вынуты тройка, семерка, туз.

4. Два действительных числа x и y выбирают наугад независимо друг от друга так, что сумма их квадратов меньше 64. Какова вероятность того, что сумма положительных x и y окажется меньше восьми?

5. Найти вероятность того, что наудачу выбранное целое положительное число делится на два или на три.

6. В партии из 10 изделий 6 бракованных. Определить вероятность того, что среди выбранных наудачу для проверки 4 изделий ровно два окажутся бракованными.

7. Вероятности попадания при стрельбе из трех орудий соответственно равны: $p_1=0,9$; $p_2=0,75$; $p_3=0,8$. Найти вероятность хотя бы одного попадания в цель при одном залпе из всех орудий.

8. В урне 40 шаров, из них 10 черных, остальные белые. Вынимаются один за другим три шара подряд. Какова вероятность того, что будет вынуто два белых и один черный шар?

9. Два охотника одновременно увидели лису и одновременно выстрелили в нее. Каждый из этих охотников на таком расстоянии обычно в одном случае из трех попадает в лису и убивает ее. Какова вероятность того, что лиса будет убита?

10. На склад поступает продукция с двух фабрик, причем продукция первой фабрики составляет 60%, а второй – 40%. Известно, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 2%, для второй – 4%. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие произведено на первой фабрике, если оно оказалось нестандартным.

Вариант №3

1. Сколько можно получить различных четырехзначных чисел, вставляя пропущенные цифры в число 1..7?

2. Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 52. Какова вероятность того, что вытянутый студентом билет, содержащий два вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов?

2. На каждой из десяти одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: Т, Я, Н, М, Е, К, Е, Л, Ъ, Д. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на семи вынутых по одной и расположенных в «одну линию» карточках можно прочесть слово «ДЕЯТЕЛЬ».

3. Два действительных числа x и y выбирают наугад независимо друг от друга так, что $|x| < 3$, $|y| < 5$. Найти вероятность того, что эти числа окажутся неотрицательными.

4. В ящике имеется 7 деталей, изготовленных заводом №1, и 11 деталей, изготовленных заводом №2. Сборщик последовательно вынимает из ящика детали одну за другой. Найти вероятность того, что второй будет извлечена деталь, изготовленная заводом №2.

5. Круговая мишень состоит из пяти зон. Вероятность попадания в первую зону – 0,15; во вторую – 0,25; в третью – 0,3. Найти вероятность промаха.

6. Для некоторой местности среднее число дождливых дней в августе равно 15. Чему равна вероятность того, что в первые два дня августа не будет ни одного дождливого дня?

7. Четыре стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,45, для второго – 0,5, для третьего – 0,55, для четвертого – 0,6. Найти вероятность того, что в результате однократного выстрела всех четырех стрелков по мишени будет хотя бы одна пробоина.

8. На двух автоматах изготавливаются одинаковые детали. Производительность первого автомата в два раза больше, чем второго. Вероятность изготовления детали высшего качества на первом автомате – 0,95, а на втором – 0,97. Детали обоих автоматов поступают вместе на склад. Определить вероятность того, что наудачу взятая деталь со склада окажется высшего качества.

9. Литые в болванках поступает из двух заготовительных цехов: 70% из первого и 30% - из второго. При этом материал первого цеха имеет

10% брака, а второго – 15%. Найти вероятность того, что взятая наугад болванка изготовлена первым цехом, если она оказалась без дефектов.

Вариант №4

1. Сколькими способами можно составить флаг, состоящий из трех горизонтальных полос различных цветов, если имеется материал пяти различных цветов?

2. Среди 19 студентов группы, из которых 8 девушек, разыгрывается 7 билетов. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 4 девушки?

3. Абонент забыл три последние цифры номера телефона и потому набирает их наугад. Какова вероятность того, что он верно наберет нужный ему номер (забытые цифры различны)?

4. В квадрат с вершинами в точках $O(0, 0)$, $A(0, 1)$, $B(1, 1)$, $C(1, 0)$ наудачу брошена точка. Какова вероятность того, что ее координаты x и y будут удовлетворять неравенство $y < 2x$?

5. В ОТК фабрики модельной обуви просматривается 200 пар, из них 60% пар фасона «А» и 40% пар фасона «В». Определить вероятность того, что первые две просмотренные пары – разных фасонов. Выборка бесповторная.

6. Изготовление деталей состоит из двух технологических операций. При первой операции получается 2% брака, при второй – 6% брака. Операции независимы. Найти вероятность того, что после этих двух операций деталь будет годной.

7. Из десяти билетов лотереи выигрышными являются два. Определить вероятность того, что среди наудачу взятых пяти билетов хотя бы один выигрышный.

8. Два охотника одновременно стреляют в цель. Вероятность попадания первого охотника – 0,2, у второго – 0,6. В результате одного залпа оказалось одно попадание в цель. Чему равна вероятность того, что промахнулся первый охотник?

9. Стрельба производится по мишеням типа А, В, С, число которых соответственно относится, как 5: 3: 2. Вероятность попадания в мишень типа А равна 0,4; типа В – 0,1; типа С – 0,15. Найти вероятность поражения мишени при одном выстреле, если неизвестно в мишень какого типа он будет сделан.

10. На склад поступает продукция трех фабрик. Причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй – 40%, третьей – 40%. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй – 2% и для третьей – 1%. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие произведено на первой фабрике, если оно оказалось нестандартным.

Вариант №5

1. В азбуке Морзе буквы представляются последовательностями точек и тире. Сколько символов потребуется, чтобы закодировать буквы русского алфавита?

2. Собрание, на котором присутствует 25 человек, в том числе 5 женщин, выбирает делегацию из 3 человек. Считая, что каждый из присутствующих с одинаковой вероятностью может быть избран, найти вероятность того, что в делегацию войдут две женщины и один мужчина.

3. В лотерее 1000 билетов, из которых половина выигрышные. Куплено два. Какова вероятность того, что оба билета выигрышные?

4. Электрический провод, соединяющий пункты А и В, порвался в неизвестном месте. Чему равна вероятность того, что разрыв произошел не далее 500 метров от пункта А, если расстояние между пунктами равно 2 км?

5. В студии телевидения 4 телекамеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент равна 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.

6. Возле остановки «Восход» останавливаются автобусы маршрутов № 16, 15, 11, 21, 9. Для рабочего попутным являются маршруты № 15, 21. Найти вероятность того, что к остановке первым подойдет автобус маршрута попутного для рабочего, если известно, что на линиях по маршрутам №16, 15, 11, 21, 9 курсируют в этот день соответственно 15, 10, 8, 5, 12 автобусов.

7. Вероятность того, что стрелок при стрельбе по мишени выбьет 10 очков равна 0,15; 9 очков – 0,3; 7 очков – 0,35. Найти вероятность того, что стрелок выбьет 7 очков.

8. На десяти одинаковых карточках написаны буквы, составляющие слово «математика». Карточки тщательно перемешивают и вынимают 4, раскладывая их в ряд одну за другой. Какова вероятность, что появится слово «мама»?

9. У сборщика имеется 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1, 4 – изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь завода №1 стандартна равна 0,7, а для завода №2 – 0,9. Наудачу извлечена деталь. Найти вероятность того, что вынутая деталь стандартна.

10. Имеется три одинаковых по виду ящика. В первом ящике 20 белых шаров, во втором – 10 белых и 10 черных шаров, в третьем – 20 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынули белый шар. Найти вероятность того, что шар вынут из первого ящика.

Вариант №6

1. Сколько можно составить четырехзначных чисел, кратных 5?

2. В мастерскую для ремонта поступила 15 телевизоров. Известно, что 6 штук из них нуждаются в общей регулировке. Мастер берет пер-

вые, попавшиеся 5 телевизоров. Какова вероятность того, что два из них нуждаются в общей регулировке?

3. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули 2 шара (выборка бесповторная). Найти вероятность, что оба шара белые.

4. Шар радиуса $r=2$ см наудачу бросают в круг радиуса $R=25$ см, в котором вырезано квадратное отверстие со стороной $a=14$ см. Какова вероятность того, что шар пройдет через это отверстие, не задев его края, если он непременно попадет в круг? Центры квадрата и круга совпадают.

5. В мешочке имеется 7 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика одна из следующих букв: *о, п, р, с, т, о, м*. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных «в одну линию» кубиках можно будет перечесать слово «спорт», «вопрос».

6. Вероятность попадания в цель при стрельбе из первого орудия равна 0,8, при стрельбе из второго орудия – 0,7. Найти вероятность поражения цели при одновременном выстреле обоих орудий. **Замечание:** поражение – хотя бы одно попадание из какого-либо орудия.

7. На предприятии при массовом изготовлении некоторого изделия брак составляет в среднем 1,5% общего числа всех изделий. 96% числа годных изделий составляют изделия первосортные. Найти вероятность того, что наугад взятое изделие окажется первосортным.

8. Три стрелка независимо друг от друга производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель равны соответственно: 0,6; 0,7; 0,9. Определить вероятность двух промахов.

9. Имеются три одинаковые на вид урны: в первой – 3 белых и 4 черных шара, во второй – 2 белых и 2 черных, в третьей – 3 белых и 1 черный. Некто выбирает наугад одну из урн и вынимает из нее шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар оказался белым.

10. Станок обрабатывает 3 вида деталей, причем все его время распределяется между ними в отношении 1: 5: 4. При обработке детали первого вида он работает с максимальной для него нагрузкой в течение 70% времени, при обработке детали второго вида – в течение 50% и третьего – 20% времени. В случайно выбранный момент станок работал с максимальной нагрузкой. Определить вероятность того, что он в это время обрабатывал деталь второго вида.

Вариант №7

1. Сколько можно составить четырехзначных чисел, кратных 2?

2. В партии, состоящей из 20 женских пальто, находится 8 изделий местного производства. Товаровед наудачу отбирает три изделия. Какова вероятность того, что все отобранные изделия местного производства?

3. В ящике содержится 90 годных и 10 дефектных деталей. Контролер наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что среди этих трех деталей нет дефектных.

4. В круг радиуса r вписан правильный шестиугольник. Какова вероятность того, что наудачу выбранная внутри круга точка окажется внутри шестиугольника?

5. В лотерее 1000 билетов. Из них на один билет попадает выигрыш 500 руб., на 10 билетов – выигрыш по 100 руб., на 50 билетов – выигрыши по 20 рублей, остальные билеты невыигрышные. Куплен один билет. Найти вероятность выиграть не менее 20 рублей.

6. В ОТК фабрики модельной обуви просматривается 300 пар обуви, из них 60 пар фасона «А» и остальные фасона «В». Определить вероятность того, что первые две просмотренные пары одинакового фасона (выборка бесповторная).

7. Из десяти билетов лотереи выигрышными являются два. Определить вероятность того, что среди наудачу взятых пяти билетов два выигрышных.

8. На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, м, и, м, р, р. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на трех вынутых по одной и расположенных в одну линию карточках можно будет прочесть слово «мир».

9. 90 % всходов были признаны здоровыми. Вероятность того, что здоровое растение дает семена, равна 0,8. Вероятность того, что больное растение дает семена, равна 0,2. Какова вероятность того, что растение, выбранное наугад, дает семена?

10. У сборщика имеется 3 коробки деталей, изготовленных заводом №1, 4 – изготовленных заводом №2. Вероятность того, что деталь завода №1 стандартна равна 0,7, а для завода №2 – 0,9. Наудачу извлеченная деталь, из наугад взятой коробки, оказалась стандартной. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена заводом №1.

Вариант №8

1. Сколькими способами можно расставить на 32 черных полях шахматной доски 12 белых и 12 черных фигур?

2. Четырехтомное сочинение расположено на полке в случайном порядке. Найти вероятность того, что тома стоят в должном порядке справа налево или слева направо.

3. Из десяти билетов лотереи выигрышными являются два. Определить вероятность того, что среди наудачу взятых пяти билетов один выигрышный.

4. В трапеции $\angle BAD = \angle CDA = 45^\circ$, меньшая сторона, основания «а», высоты ВК и СН длины «h». Наудачу в трапеции выбирается точка М. Какова вероятность того, что она окажется в одном из треугольников?

5. Какова вероятность того, что последняя цифра случайно набранного телефонного номера равна пяти или кратна трем?

6. Из колоды в 36 карт наугад вынимают три карты. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы один валет.

7. В ящике находится 30 деталей, из них 25 первого сорта, остальные второго сорта. Вынимаются последовательно наудачу три детали. Какова вероятность того, что две первые детали окажутся первого сорта, а третья – второго сорта?

8. Четыре стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,45; для второго – 0,5; для третьего – 0,6; для четвертого – 0,7. Найти вероятность того, что в результате однократного выстрела всех четырех стрелков по мишени будет хотя бы одна пробоина.

9. В первой коробке 20 деталей, из них 16 стандартных, во второй коробке – 15 деталей, из них 12 стандартных. Из второй коробки наудачу взята деталь и переложена в первую. Найти вероятность вынуть стандартную деталь из первой коробки.

10. Прибор может работать в двух режимах: нормальном и ненормальном. Нормальный режим наблюдается в 80% случаев работы прибора, ненормальный – в 20%. Вероятность выхода прибора из строя за время t в нормальном режиме равна 0,1; в ненормальном – 0,7. Прибор вышел из строя за время t . Какова вероятность, что он работал в нормальном режиме?

Вариант №9

1. Сколько можно составить различных пятизначных телефонных номеров, начинающихся с 4?

2. Группа из 10 мужчин и 10 женщин делится случайно на две равные части. Найти вероятность того, что в каждой части мужчин и женщин одинаково.

3. Найти вероятность того, что среди четырех выбранных наугад цифр все одинаковые.

4. Имеется два круга, ограниченные концентрическими окружностями. Радиус большей окружности 10 см, меньшей – 5 см. Производится выстрел. Какова вероятность попадания в малый круг, если попадание в большой круг обязательно?

5. Пусть вероятность того, что стрелок при стрельбе по мишени выбьет 10 очков равна 0,15; 9 очков – 0,2; 8 очков – 0,3; 7 очков или менее равна 0,35. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет более 8 очков.

6. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают 3 карты. Найти вероятность того, что среди этих карт окажется хотя бы один валет.

7. В урне 20 шаров: 6 белых и остальные черные. Из нее вынимают 2 шара подряд наугад. Какова вероятность того, что один шар черный, а другой белый?

8. Стрелок производит 2 выстрела по мишени. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность поражения цели хотя бы одним выстрелом.

9. На сборку поступили 3000 деталей с одного автомата и 2000 – со второго автомата. Первый автомат дает 0,2% брака, а второй – 0,3% брака. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали.

10. Вероятность попадания снаряда в башню танка при одном выстреле 0,2; в корпус – 0,6 и в гусеницу – 0,1. При попадании снаряда в башню танк поражается с вероятностью 0,3; в корпус – с вероятностью 0,1 и в гусеницу – с вероятностью 0,4. Одним выстрелом танк был поражен. Определить вероятность того, что снаряд попал в башню.

Вариант №10

1. Сколько трехзначных чисел, меньших 500, можно составить из цифр от 0 до 6, если их можно повторять?

2. Лифт в пятиэтажном доме отправляется с тремя пассажирами. Найти вероятность того, что на каждом этаже выйдет не более одного пассажира, предполагая, что все возможные способы распределения пассажиров по этажам равновероятны.

3. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают две карты. Найти вероятность того, что среди этих карт окажется один туз и один валет.

4. В эллипс $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ вписан прямоугольник. Основания его параллельны большей оси и равны $2c$. Какова вероятность того, что наугад брошенная в эллипс точка окажется внутри прямоугольника? **Замечания:** 1. c - полуфокусное расстояние; 2. площадь эллипса πab .

5. Бросаются одновременно две монеты. Какова вероятность появления герба на обеих монетах?

6. В лотерее всего 100 билетов, среди них один выигрыш в 300 рублей, три по 150 рублей, пять выигрышей – по 100 руб., 10 – по 50 руб., и 20 – по 25 руб.. Найти вероятность выиграть 150 руб., имея 3 билета.

7. Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок остановится, равна 0,3; второй – 0,4; третий – 0,7; четвертый – 0,4. Найти вероятность того, что в течение часа хотя бы один станок будет работать без остановки.

8. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в мишень равна 0,9. Стрелок произвел три выстрела. Найти вероятность того, что все 3 выстрела дали попадание.

9. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна – 0,6; а для второго – 0,84. Взята наудачу

деталь из наугад взятого набора. Найти вероятность того, что эта деталь стандартна.

10. Одинаковые детали поступают на сборку с четырех автоматов, производительности которых относятся как 4: 3: 2: 1 соответственно. При этом первый автомат дает брака 0,1%, второй – 0,2%, третий – 0,25%, четвертый – 0,5%. Взятая наугад деталь оказалась небракованной. Какова вероятность того, что эта деталь изготовлена на первом автомате?

Вариант №11

1. Сколько трехзначных чисел, меньших 500, можно составить из цифр от 0 до 6, если их нельзя повторять?

2. В партии из 100 бурильные трубы содержится 5 % бракованных. Какова вероятность, что среди выбранных наудачу 10 труб окажется 2 бракованных?

3. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 50. Найти вероятность того, что номер первого, наудачу извлеченного жетона, не содержит цифры 4.

4. На плоскость, разграфленную параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии 5 см, наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечет ни одной из прямых. Предполагается, вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

5. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают 4 карты. Найти вероятность того, что среди этих карт окажется хотя бы 2 туза.

6. Вероятность выполнить месячный план торговой точкой равна 0,95. Вероятность перевыполнения плана точкой, из числа выполнивших план, равна 0,8. Какова вероятность перевыполнения плана любой торговой точкой из их общего числа?

7. В урне 30 шаров. Из них 5 черных, а остальные белые. Вынимаются один за другим три шара подряд. Какова вероятность того, что будет вынуто 2 белых и 1 черный шар (выборка бесповторная).

8. Производится по одному выстрелу из трех орудий. Вероятности попадания в цель для первого орудия – $1/4$, для второго – $3/5$, для третьего – $1/3$. Найти вероятность попадания в цель ровно двумя орудиями.

9. Одинаковые детали поступают на сборку с четырех автоматов, производительности которых относятся как 4: 3: 2: 1: соответственно. При этом первый автомат дает брака – 0,4%, второй – 0,2%, третий – 0,25%, четвертый – 0,5%. Найти вероятность того, что деталь, поступившая на сборку, будет годной.

10. Счетчик регистрирует частицы трех типов – А, В и С. Вероятность появления этих частиц $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,3$; $P(C) = 0,5$. Частицы каждого из этих: типов счетчик угадывает с вероятностями $P_1 = 0,8$; $P_2 =$

0,2; $P_3 = 0,4$. Счетчик отметил частицу. Определить вероятность того, что это была частица типа В.

Вариант №12

1. Собрание, где присутствует 20 человек, избирает в президиум председателя и секретаря. Каким числом способов это можно сделать?

2. В лифт семиэтажного дома сели 3 пассажира. Каждый независимо от других с одинаковой вероятностью может выйти на любом (начиная со второго) этаже. Определить вероятность того, что все вышли на разных этажах.

3. В урне 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Вынули 2 шара подряд. Какова вероятность того, что оба шара белые?

4. Какова вероятность того, что сумма двух взятых наугад положительных чисел, каждое из которых не больше трех, будет не больше двух?

5. В партии из 300 деталей имеется 15 бракованных. Найти вероятность того, что из трех, наудачу взятых одна за другой деталей, две бракованные и одна годная?

6. На складе имеется 15 кинескопов, причем 10 из них изготовлены Кировским заводом. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых пяти кинескопов – 3 Кировского завода.

7. Имеется колода карт (36 штук). Вынимаются две карты подряд. Какова вероятность того, что обе карты будут одинаковой масти?

8. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель первого стрелка равна 0,75; вторым – 0,8; третьим – 0,9. Определить вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.

9. В первой коробке 20 радиоламп, из них 18 стандартных. Во второй – 10 ламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу взятая из первой коробки (после перекладывания), стандартная.

10. Одинаковые детали поступают на сборку с трех автоматов, производительности которых относятся как 3: 2: 1 соответственно. Причем первый автомат дает брака 0,1%, второй – 0,2%, третий – 0,5%. Взятая наудачу деталь оказалась небракованной. Какова вероятность того, что эта деталь изготовлена на третьем автомате.

Вариант №13

1. В розыгрыше первенства страны по футболу участвуют 16 команд. Сколькими способами могут быть распределены золотая, серебряная и бронзовая медали?

2. В группе из 30 студентов на контрольной работе получили: 6 студентов – оценку отлично, 10 студентов – хорошо, 9 студентов – оценку удовлетворительно. Какова вероятность того, что все три студента, вы-

званные к доске, имеют неудовлетворительные оценки по контрольной работе?

3. Ребенок играет пятью буквами разрезной азбуки *О, Л, К, Д, А*. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд получит слово «*лодка*».

4. Внутри прямоугольного параллелепипеда, измерения которого 2, 3, 5 см наудачу выбирается точка *М*. Какова вероятность того, что она окажется внутри куба с ребром 1 см (куб помещен в параллелепипед)?

5. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 сначала выбирается одна, а затем из оставшихся четырех – вторая цифра. Найти вероятность того, что будет выбрана нечетная цифра: а) первый раз; б) во второй раз.

6. На восьми одинаковых карточках написаны соответственно числа 2,4,6,7,8,11,12,13. Наугад берутся две карточки. Определить вероятность того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима.

7. В партии из 200 деталей имеется 15 бракованных. Найти вероятность того, что из трех взятых наудачу деталей одна бракованная и две годные.

8. Числитель и знаменатель рациональной дроби написаны наудачу. Какова вероятность того, что эта дробь не сократима на 5?

9. Для участия в студенческих отборочных соревнованиях выделено из первой группы курса – 4, из второй – 6 и из третьей - 5 студентов. Вероятность того, что студент первой, второй и третьей группы попадет в сборную института соответственно равны 0,9; 0,8; 0,7. Найти вероятность того, что наудачу выбранный студент попадет в сборную.

10. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: 70% из первого и 30% из второго. При этом материал первого цеха имеет 10% брака, а второго – 20%. Одна взятая наугад болванка оказалась без дефектов. Найти вероятность того, что она изготовлена во втором цехе.

Вариант №14

1. В классе изучается 10 предметов. В понедельник 6 уроков, причем, все уроки разные. Сколькими способами можно составить расписание на понедельник?

2. Наудачу взятый телефонный номер состоит из пяти цифр. Какова вероятность того, что в нем:

а) все цифры различные;

б) все цифры нечетные?

3. На шести карточках написаны буквы: *м, е, р, и, т, а*. Наудачу вынимают одну карточку за другой и кладут в том порядке, в каком она была вынута. Какова вероятность того, что получится слово «*мир*»?

4. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата «*а*» бросается наудачу монета радиуса *г*, причем $2r < a$. Найти вероятность того, что монета целиком попадает внутрь квадрата.

5. В колоде 36 карт. После извлечения и возвращения одной карты колода перемешивается и снова извлекается одна карта (выборка возвратная). Найти вероятность того, что обе извлеченные карты одной масти.

6. Круговая мишень состоит из трех непересекающихся зон. Вероятность попадания в первую зону – 0,2; во вторую – 0,34; в третью – 0,12. Найти вероятность промаха.

7. Из цифр 1,2,3,4, 5 сначала выбирается одна, а затем из оставшихся четырех – вторая. Найти вероятность того, что будет выбрана одна четная и одна нечетная цифра.

8. Производится по одному выстрелу из трех орудий. Вероятности попадания в цель для первого орудия $\frac{1}{4}$; для второго $\frac{3}{5}$; для третьего $\frac{1}{3}$. Найти вероятность попадания одним орудием.

9. На двух станках обрабатывают однотипные детали. Вероятность брака для первого станка – 0,03; для второго – 0,02. Обработанные детали поступают на склад, причем деталей с первого станка в два раза больше, чем со второго. Берется наудачу одна деталь со склада. Найти вероятность того, что она будет стандартна.

10. Сборщик получил три ящика радиоламп. В первом ящике – 40 ламп, из них 20 окрашенных; во втором – 50, из них 10 окрашенных; в третьем – 30, из них 15 окрашенных. Взятая наудачу лампа оказалась окрашенной. Какова вероятность, что она взята из второго ящика?

Вариант №15

1. Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и наоборот?

2. Для проведения экзамена по курсу подготовлено 25 билетов, содержащих по 2 вопроса, которые не повторяются. Студент знает только ответы на 45 вопросов. Какова вероятность того, что вытянутый им на экзамене билет состоит из подготовленных им вопросов?

3. Библиотечка состоит из 10 различных книг, причем пять книг стоят по 400 рублей, 3 книги – по 100 рублей, 2 книги – по 200 рублей. Найти вероятность того, что взятые наугад 2 книги стоят 500 рублей.

4. В любые моменты промежутка времени T равновозможны поступления в приемник двух сигналов. Приемник будет «забит», если разность между моментами поступления сигналов будет меньше t . Определить вероятность того, что приемник будет «забит».

5. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов окажутся пять отличников.

6. Дается залп из двух орудий по мишени. Вероятность попадания первого орудия равна 0,85; из второго – 0,91. Найти вероятность поражения цели.

7. В первом ящике 2 белых и 10 черных шаров. Во втором ящике 8 белых и 4 черных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Определить вероятность того, что один из вынутых шаров – белый, а другой – черный.

8. Монета бросается до тех пор, пока два раза подряд она не выпадет одной и той же стороной. Найти вероятность того, что опыт закончится до шестого бросания.

9. В сборочный цех завода поступают детали с трех автоматов. Первый автомат дает 3% брака, второй – 1% и третий – 2%. Определять вероятность попадания на сборку небракованной детали, если с каждого автомата поступило соответственно 50, 25 и 25 деталей.

10. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% - с заболеванием – Z, 20% - с заболеванием М. Вероятность полного излечения болезни К равна 0,7; болезни Z – 0,8; болезни М – 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

Вариант №16

1. Сколько есть четных четырехзначных чисел, которые записываются с помощью цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5?

2. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре в среднем бывает 12 дождевых дней. Какова вероятность того, что из случайно взятых в этом месяце 8 дней три окажутся дождливыми?

3. На шести карточках написаны буквы, образующие слово «космос». После перемешивания извлекается последовательно 3 карточки и прикладывается справа одна к другой. Какова вероятность того, что будет составлено слово «СОМ».

4. Какова вероятность того, что сумма двух, наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше единицы, не превзойдет единицы, а их произведение будет больше $\frac{2}{9}$?

5. В партии из 300 деталей имеется 15 бракованных. Найти вероятность того, что из четырех взятых наудачу деталей – 2 годные и 2 бракованные.

6. Вероятность выполнить месячный план по заготовке молока у одного совхоза равна 0,95, а у другого – 0,97. Какова вероятность того, что месячный план будет выполнен обоими совхозами?

7. Бросаются две игральные кости. Вычислить вероятность вскрытия грани с тремя очками, по крайней мере, на одной из них.

8. Бросаются одновременно три монеты. Найти вероятность выпадения двух гербов.

9. На двух автоматах изготавливаются одинаковые детали. Производительность первого автомата в три раза меньше второго. Вероятность изготовления детали высшего качества на первом автомате – 0,97; на втором – 0,85. Детали обоих автоматов поступают вместе на склад. Определить вероятность того, что наудачу взятая со склада деталь окажется высшего качества.

10. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе, как 3:2. Вероятность того, что будет запраправляться грузовая машина равна 0,4; для легковой машины – 0,5. К бензоколонке подъехала для заправки машина. Найти вероятность того, что это грузовая машина.

Вариант №17

1. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 так, чтобы на четных местах стояли нечетные цифры, а на нечетных – четные и ни одна цифра не повторялась бы в числе дважды?

2. В партии товара, состоящей из 30 детских костюмов, находится 10 изделий местного производства. Наудачу отобраны три костюма. Какова вероятность того, что среди отобранных наудачу четырех костюмов, два окажутся местного производства.

3. Слово «ракета» составлено из букв разрезной азбуки. Затем буквы перемешивают и берут наугад 4 из них, раскладывая в ряд друг за другом в порядке появления. Какова вероятность получить при этом слово «река».

4. Самолет бомбит железнодорожный мост, длина которого 200м и ширина 15м. Какова вероятность попасть в мост, если бомбы располагаются равномерно на площади, равной 12000 кв.м?

5. Четыре стрелка стреляли по мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,4; для второго – 0,6; для третьего – 0,5 и для четвертого – 0,7. Найти вероятность того, что в результате однократного выстрела всех четырех стрелков по мишени, в ней будет хотя бы одна пробоина.

6. Из аэровокзала отправились два автобуса к трапу самолета. Вероятность прибытия каждого автобуса равна 0,95. Найти вероятность того, что а) оба автобуса придут вовремя; б) только один автобус придет во время.

7. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равна 0,8. Найти вероятность того, что из трех проверенных изделий будет только два изделия высшего сорта.

8. В группе 20 студентов, из них 15 юношей и 5 девушек. Группа должна выбрать трех студентов на профессиональную конференцию. Какова вероятность, что среди делегатов будет хотя бы один юноша?

9. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартной детали на первом автомате равна 0,06, а на втором – 0,09. Производительность второго автомата вдвое больше, чем первого. Найти вероятность того, что наугад взятая с конвейера деталь стандартна.

10. Прибор может собираться из деталей высшего качества и деталей первого сорта. Около 40% приборов собирается из деталей высшего качества. Если прибор собран из высококачественных деталей, его надежность (вероятность безотказной работы за время t) равна 0,95; если из деталей первого сорта – надежность прибора 0,7. Прибор испытывался в течение времени t и работал безотказно. Найти вероятность того, что он собран из деталей высшего качества.

Вариант №18

1. Сколько существует четырехзначных чисел, у которых две последние цифры четные?

2. Вероятность того, что в течение дня произойдет неполадка станка, равна 0,03. Какова вероятность того, что в течение четырех дней подряд не произойдет ни одной неполадки?

3. На карточках написаны буквы М, Р, И. Вынимают одну карточку за другой и кладут в том порядке, в котором карточка была вынута. Какова вероятность получить слово «мир»?

4. В круг радиуса $r = 5$ см вписан равносторонний треугольник. Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка попадет: а) внутрь треугольника; б) точку пересечения его медиан.

5. В партии из 8 изделий 3 бракованных. Какова вероятность того, что из четырех произвольно взятых изделий все окажутся годными?

6. Вероятность купить в магазине финики равна 0,9; вероятность купить грецкие орехи – 0,7. Какова вероятность того, что в магазине будет куплен хотя бы один из этих продуктов?

7. Бросаются две игральные кости. Вычислить вероятность вскрытия грани с четырьмя очками, по крайней мере, на одной из них?

8. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в первом, втором, третьем справочниках соответственно равны: 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что формула содержится только в одном справочнике.

9. Вероятность того, что во время работы цифровой электронной машины произойдет «стоп» в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах, относятся 3:2:5. Вероятность обнаружения «стоп» в арифметическом устройстве, в оперативной памяти и в

остальных устройствах соответственно равны 0,8; 0,9; 0,7. Найти вероятность того, что возникший в машине «стоп» будет обнаружен.

10. В ОТК поступили детали с двух автоматов. С первого – 300 деталей, из них 250 годных; со второго – 150- деталей, из них 120 годных. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь при проверке оказавшаяся годной изготовлена первым автоматом.

Вариант №19

1. Сколькими способами можно разместить 4 человека в четырехкомнатной каюте?

2. Студент идет на экзамен, подготовив только 15 вопросов из требуемых 18. Экзаменатор задает студенту 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент знает все три вопроса.

3. В ящике находится 15 одинаковых деталей, помеченных номерами от 1 до 15. Определить вероятность того, что: а) первая, взятая наугад деталь окажется с номером 5; б) номер первой взятой детали будет кратным 3 или 2.

4. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше двух, окажется больше единицы и не превзойдет двух.

5. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что произведение выпавших очков меньше 6?

6. Определить вероятность того, что выбранное наудачу изделие является первосортным, если известно, что 4% всей продукции составляет брак, а 75% доброкачественных изделий является первосортным.

7. Вероятность того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором, третьем ящиках, соответственно равны: 0,6; 0,7; 0,9. Найти вероятность того, что деталь содержится не более чем в двух ящиках.

8. Три стрелка независимо один от другого ведут стрельбу по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка – 0,8; для второго – 0,7; для третьего – 0,6. Найти вероятность того, что при одном выстреле хотя бы один стрелок попадет в цель.

9. Два станка – автомата производят одинаковые детали. Первый станок производит в среднем 92% деталей первого сорта, а второй 80%. На складе находятся детали, изготовленные на обоих станках, причем деталей с первого станка в 3 раза больше, чем со второго. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь будет первого сорта.

10. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому товароведу равна 0,6; ко второму – 0,4. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом, равна 0,9, а вторым – 0,95.

Стандартное изделие при проверке было признано стандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверил второй товаровед.

Основная литература

1. Задачник по высшей математике для вузов: учебное пособие. 2-е изд., стер. / под ред. А.С. Пospelова. СПб.: Изд-во «Лань», 2011. – 512 с.
2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006. – 573 с.
3. Курс высшей математики. Теория вероятностей. Лекции и практикум: учебное пособие / Под общ. ред. И.М. Петрушко. – СПб.: Изд-во «Лань», 2008. – 352 с.
4. Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей (типовые расчеты): учебное пособие. – СПб.: Изд-во «Лань», 2010. – 288 с.
5. Шипачев В.С. Курс высшей математики: Учебник. /Под ред. А.Н. Тихонова. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2004. –600 с.

Дополнительная литература

6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для студентов вузов. Изд. 4-е, стер. – М.: Высш. шк., 1998. – 400 с.
7. Лунгу К.Н. и др. Сборник задач по высшей математике. – М.: Айрис-пресс, 2004. – 592 с.
8. Методические указания к практическим занятиям по дисциплине высшая математика для студентов всех специальностей очной формы обучения. Случайные события. / Скалкина М.А. Тюменский государственный нефтегазовый университет. Тюмень, 1997. – 35 с.
9. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. В 2-х ч. – М.: Айрис-прес, 2003.
10. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. В 3-х частях. /Под общей ред. А.П. Рябушко. – Минск: Высшая школа, 1990.
11. Шипачев В.С. Задачи по высшей математике: Учебное пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2003. – 304 с.
12. Образовательный математический сайт Exponenta.ru. Материалы для студентов: задачи с решениями, справочник по математике, электронные консультации. – [электронный ресурс] – Режим доступа. – URL: www.exponenta.ru (дата обращения: 07.05.2013).
13. Вся математика в одном месте. – [электронный ресурс] – Режим доступа. – URL:<http://www.allmath.ru> (дата обращения: 07.05.2013).

Методическое издание

МАТЕМАТИКА (ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЧАСТЬ1)

Методические указания к практическим занятиям

Составитель:
МЕШКОВА Людмила Михайловна