

## ЛЕКЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА»

Преподаватель – Нечаев В.В.

Специальность – «Эксплуатация железных дорог/Подвижной состав железных дорог/Строительство железных дорог»

2 курс

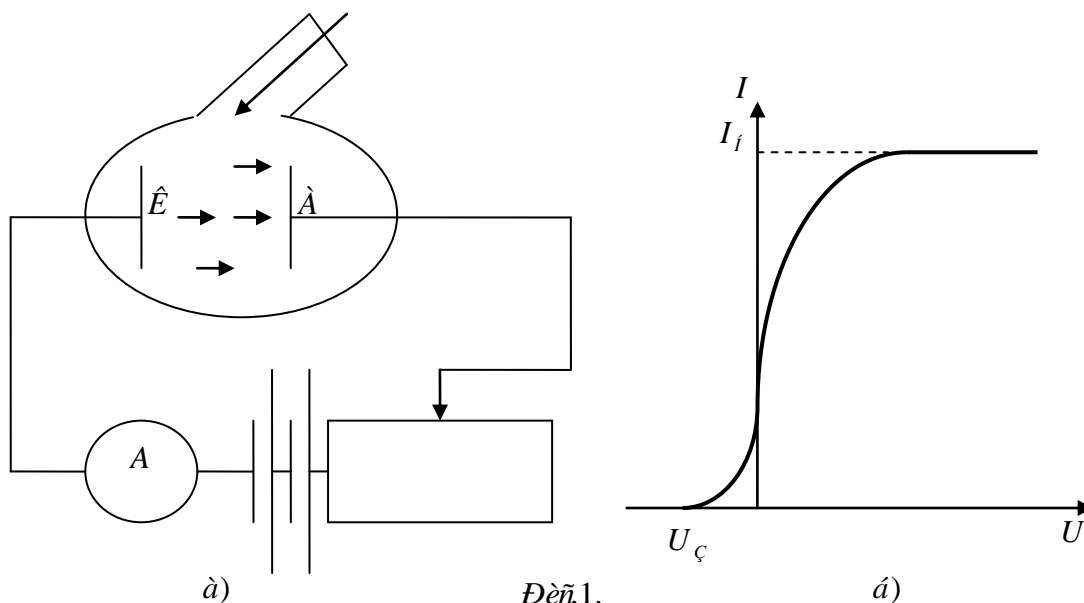
2018-2019 уч. год

### ЛЕКЦИЯ 1

#### КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА. МОДЕЛЬ АТОМА БОРА

*Фотоэффект. Опыты Столетова. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Эффект Комптона. Корпускулярно-волновой дуализм. Интерпретация волны-частицы. Волновой пакет. Волна вероятности. Спектр испускания и поглощения водорода. Спектральный анализ как важнейший метод химического анализа. Эксперименты Резерфорда. Теория атома водорода по Бору.*

Фотоэлектрическим эффектом или фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием света.



Фотоэффект был исследован русским физиком Столетовым А.Г. в 1888 г. Позднее Ленард усовершенствовал прибор Столетова и поместил электроды в evacuated ball. Свет проникает через кварцевое окошко и освещает катод  $K$  (кварц пропускает ультрафиолетовые лучи) (рис.1.а), изготовленный из исследуемого мате-

риала. Электроны, испущенные вследствие фотоэффекта, перемещаются под действием электрического поля к аноду  $A$ . В результате, в цепи прибора течет фототок, измеряемый амперметром. Напряжение между катодом и анодом можно изменять с помощью реостата.

Полученная на таком приборе вольт-амперная характеристика изображена на (рис.1.б). Из этой кривой видно, что при некотором напряжении фототок достигает насыщения  $I_f$  - все электроны, испущенные катодом, попадают на анод. Следовательно, сила *тока насыщения*  $I_H$  определяется количеством электронов, испускаемых катодом в единицу времени под действием света.

Из (рис.1.б) видно, что для обращения силы тока в нуль нужно приложить *задерживающее напряжение*  $U_C$ . При таком напряжении ни одному из электронов, даже обладающему при вылете из катода наибольшим значением скорости  $v_m$ , не удастся преодолеть задерживающее поле и достигнуть анода. Поэтому:

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_C. \quad (1)$$

Максимальная скорость  $v_m$  фотоэлектронов не зависит от интенсивности света, а зависит только от его частоты – увеличение частоты приводит к возрастанию скорости. Установленные зависимости не укладываются в рамки классических представлений.

А. Эйнштейн показал, что все закономерности фотоэффекта можно объяснить тем, что свет поглощается отдельными порциями квантами  $\hbar\omega$ . Часть этой энергии, равная работе выхода  $A_{\text{вых}}$ , затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело. Остаток энергии образует кинетическую энергию  $E_e$  электрона, покинувшего вещество. Соотношение

$$\hbar\omega = A_{\text{вых}} + \frac{1}{2}mv_m^2, \quad (2)$$

называют *уравнением Эйнштейна*.

Из (2) следует, что для возникновения фотоэффекта необходимо выполнение условия  $\omega \geq \omega_0 = A/\hbar$ . Аналогичное условие для длины волны:

$$\lambda \leq \lambda_0 = \frac{2\pi\hbar c}{A}. \quad (3)$$

Частота  $\omega_0$  или длина волны  $\lambda_0$  называется *красной границей фотоэффекта*.

Число высвобождаемых вследствие фотоэффекта электронов должно быть пропорционально числу падающих на поверхность квантов света. Световой поток  $\Phi$  определяется количеством квантов света, падающих на поверхность в единицу времени. Таким образом, ток насыщения  $I_H$  должен быть пропорционален падающему световому потоку:

$$I_H \propto \Phi. \quad (4)$$

Эта зависимость подтверждается экспериментально.

Из (2) и (1) следует, что

$$U_C = \frac{\hbar\omega}{e} - \frac{A_{\text{вых}}}{e}, \quad (5)$$

т.е.  $U_C$  растет с ростом частоты излучения, падающего на катод. Результаты эксперимента находятся в полном согласии с (5).

Особенно отчетливо проявляются корпускулярные свойства света в явлении, которое получило название *эффекта Комптона*. А. Комптон, исследуя рассеяние

рентгеновских лучей различными веществами, обнаружил, что в рассеянных лучах наряду с излучением первоначальной длины волны  $\lambda$  содержатся также лучи большей длины волны  $\lambda'$ . Разность  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  оказалась зависящей только от угла  $\theta$ , образуемого направлением рассеянного излучения с направлением первичного пучка. От длины волны  $\lambda$  и от природы рассеивающего вещества  $\Delta\lambda$  не зависит. Вычисления дают:

$$\Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta), \lambda_c \equiv \frac{2\pi\hbar}{mc}. \quad (6)$$

Величина  $\lambda_c$  называется *комптоновской длиной волны электрона*.

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить, рассматривая рассеяние как процесс упругого столкновения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Свободными можно считать слабее всего связанные с атомами электроны, энергия связи которых значительно меньше той энергии, которую фотон может передать электрону при соударении. В экспериментах обычно используются вещества с малыми атомными номерами (*Li, Be, B*). По мере увеличения атомного номера все большая часть излучения рассеивается без изменения длины волны.

Законы сохранения энергии и импульса при рассеянии:

$$\hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m^2c^2}, \quad (7)$$

$$\hbar\vec{k} = \vec{p} + \hbar\vec{k}'. \quad (8)$$

Здесь  $\hbar\omega$  и  $\hbar\vec{k}$  – энергия и импульс падающего фотона,  $mc^2$  – первоначальная энергия электрона,  $\vec{p}$  – импульс электрона после столкновения,  $\hbar\omega'$  и  $\hbar\vec{k}'$  – энергия и импульс рассеянного фотона,  $c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$  – энергия электрона после столкновения.

Квантовая механика, как и всякая физическая теория, возникла в тесной связи с развитием новой области экспериментальных исследований. Эти исследования, начавшиеся с изучения свойств излучения черного тела, в начале нашего века быстро распространились на явления фотоэффекта, а затем на атомные системы. Мы не можем в рамках наших лекций последовательно осветить всю историю развития новых представлений о характере атомных процессов, имевшую своим итогом создание современной квантовой механики. Укажем лишь, что это были мучительные поиски, потребовавшие огромных усилий крупнейших физиков нашего века. Трудности, стоявшие на пути развития квантовой механики, были связаны с тем, что свойства частиц, из которых построены атомные системы, кардинальным образом отличаются от свойств макроскопических тел. Законы классической механики и электродинамики оказались непригодными для описания поведения отдельных молекул и атомов, а также элементарных частиц – электронов, протонов, нейтронов и т.д. В дальнейшем элементарные частицы, а иногда отдельные атомы и молекулы мы будем объединять термином *микрочастицы*. Как мы увидим, отличительной особенностью микрочастиц является то, что их движение не подчиняется законам классической механики. Так, было установлено, что основная величина, характеризующая состояние отдельных атомов и молекул – их энергия, пробегает дискретный ряд значений.

Прямое доказательство дискретности состояния атомных систем было получено в *опытах Герца и Франка* (1913г.). С помощью установки, изображенной на рис. 2, Франк и Герц бомбардировали пары различных элементов электронами известной энергии.

Между сеткой и собирающим анодом поддерживалась небольшая разность потенциалов  $V_0$ , при этом ток  $i$  через гальванометр создавался только теми электронами, энергия которых была больше определенного минимального значения.

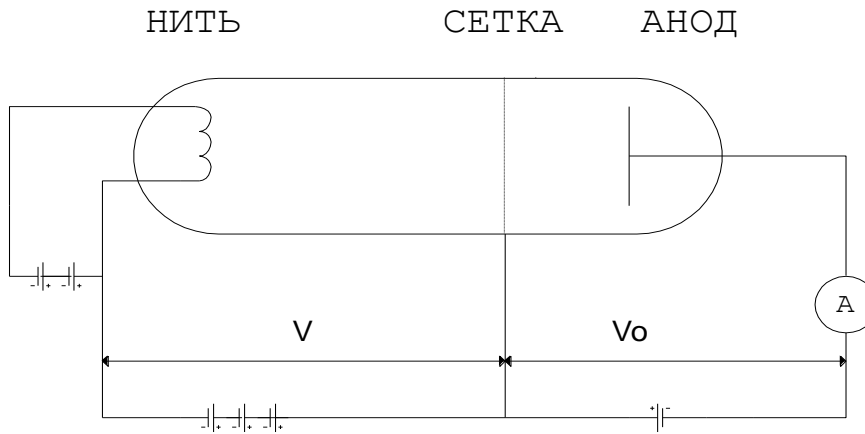


Рис. 2. Прибор для опыта Франка – Герца.

По мере роста ускоряющего потенциала  $V$  увеличивалось число электронов, достигающих анода, и возрастал ток  $i$  (рис. 3.). Если при столкновении электрона с одним из атомов элемента, находящегося в парообразном состоянии, кинетическая энергия электрона сохраняется, то после столкновения электрон просто меняет своё начальное направление. Так как атом намного тяжелее электрона, то при столкновении кинетическая энергия электрона практически не изменяется. Однако как только энергия электрона достигнет некоторой критической величины, анодный ток резко уменьшается. Этот эффект можно объяснить тем, что при столкновении с атомом электрон отдаёт часть или всю свою кинетическую энергию атому, в результате чего атом возбуждается и переходит из основного состояния в одно из возбуждённых энергетических состояний. Такое столкновение называется *неупругим* в противоположность *упругому* столкновению, при котором кинетическая энергия сохраняется. Критическая энергия электрона соответствует энергии возбуждения атома. При дальнейшем росте ускоряющего потенциала  $V$  анодный ток снова увеличивается, так как теперь электроны, испытавшие неупругие столкновения, имеют энергию, достаточную для того, чтобы достичь анода. Далее наблюдается следующее резкое уменьшение анодного тока  $i$ , которое можно связать с возбуждением более высокого энергетического уровня. Таким образом, получается последовательность критических потенциалов (см. рис.3.)

Чтобы убедиться в том, что критические потенциалы связаны с уровнями в атомах, Франк и Герц наблюдали спектры испускания паров при бомбардировке их электронами. В случае паров ртути они обнаружили, например, что для возбуждения спектральной линии ртути, отвечающей длине волны  $2536 \text{ \AA}$ , необходимы электроны с минимальной энергией  $4,9 \text{ эВ}$ , а фотон света длиной волны  $2536 \text{ \AA}$  имеет энергию, в точности равную  $4,9 \text{ эВ}$ . опыты Франка – Герца были выполнены после того, как Бор создал свою теорию атома водорода, и явились независимым подтверждением его основных идей.

Таким образом, атом извне может получать только определенные порции энергии. Это означает, что энергия атома принимает только дискретный ряд значений.

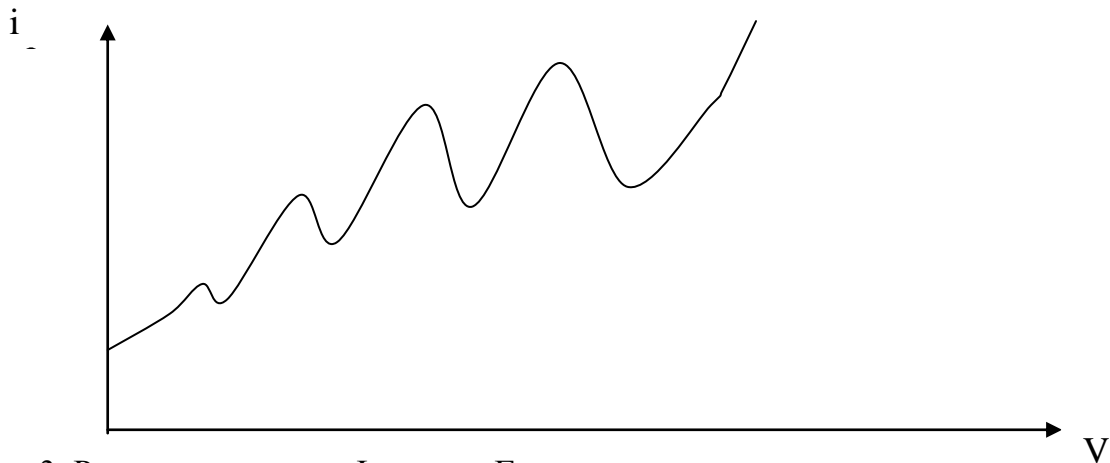


Рис.3. Результаты опыта Франка – Герца, демонстрирующие существование критических потенциалов.

Энергия атома - не единственная величина, которая может принимать дискретные, или, как говорят, квантованные значения. В *опытах Штерна и Герлаха* было показано, что таким же свойством обладает и механический момент атома. В этих опытах пучок атомов проходит через неоднородное магнитное поле  $H$ , постоянное по направлению. Выбирая это направление за ось  $z$ , можно написать для силы, действующей на атом, выражение  $m_z \frac{\partial H_z}{\partial z}$ , где  $m_z$  - проекция магнитного момента на направление поля. Опыт Штерна и Герлаха показал, что пучок атомов отклоняется в магнитном поле, разбиваясь на ряд отдельных пучков. Это означает, что проекция механического момента, который пропорционален магнитному, на направление поля может принимать лишь дискретный ряд значений. Таким образом, каждый из возникших пучков содержит атомы с данным значением  $L_z$ , где  $L_z$  - проекция механического момента на ось  $z$ .

Дискретный характер допустимых значений основных величин, характеризующих состояние атомных систем, глубоко противоречит всей совокупности представлений классической механики. Трудность понимания свойств микрочастиц усугубляется еще тем, что наряду со свойствами дискретности некоторых величин, характеризующих состояние частиц, в ряде опытов проявлялась ясно выраженная непрерывность этих же величин.

Оказалось, что микрочастицы удивительным образом сочетают в себе свойства обычных частиц - корпускул и свойства волн. Это основное свойство микрочастиц носит название *корпускулярно - волнового дуализма*.

Основной особенностью корпускул, изучаемых в классической механике, является наличие у них определенной пространственной протяженности. Идеализацией корпускулы служит материальная точка, не имеющая размеров и двигающаяся по определенной траектории.

Свойства волновых процессов в классической физике до известной степени являются обратными свойствам корпускулярных объектов. Монохроматическая волна прежде всего обладает бесконечной протяженностью в пространстве. Не имеет также смысла говорить о ее траектории. Таким образом, в классической физике локализованные корпускулы и делокализованные в пространстве волновые процессы являются в известном смысле антиподами.

Оказалось, что у микрочастиц имеет место сочетание корпускулярных и волновых свойств, необъяснимое с точки зрения обычных наглядных представлений классической физики. В некоторых условиях микрочастицы ведут себя как корпускулы, а в других условиях те же микрочастицы обнаруживают чисто волновые свойства. Наконец, в некоторых опытах одновременно проявляются и корпускулярные, и волновые свойства.

Корпускулярно-волновой дуализм свойств микрочастиц был первоначально обнаружен в опытах со световыми квантами. Что касается корпускулярных свойств электромагнитного поля, то они особенно наглядно проявляются в эффекте Комптона и в фотоэффекте. Волновая теория света, успешно применявшаяся при рассмотрении явлений интерференции, дифракции и т.п., оказалась совершенно непригодной для объяснения ряда процессов, в которых проявлялась корпускулярная природа света. Свет иногда ведет себя как поток корпускул, фотонов.

Совокупность экспериментальных данных показала, что каждому фотону следует приписать энергию  $E$  и импульс  $p$ , равные соответственно

$$E = \hbar\omega, \quad (9)$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}. \quad (10)$$

Здесь  $h$ - постоянная Планка, равная  $h=6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж с, а  $\hbar = h/2\pi$ . Соотношения (9) и (10), таким образом, связывают корпускулярные и волновые свойства фотонов.

Корпускулярные свойства микрочастиц обнаружены сравнительно давно. Обнаружению волновых свойств электронов, протонов и других микрочастиц предшествовало развитие системы представлений квантовой механики, в которой существование волновых свойств микрочастиц было предсказано теоретически.

В 1924 году Луи де Бройль, исходя из предположения, что природа симметрична, высказал идею о том, что *материя обладает как волновыми, так и корпускулярными свойствами*. Импульс частицы с массой  $m$  и скоростью  $v$  равен  $p=mv$ , а следовательно, ее дебройлевская длина волны есть:

$$\lambda = h/mv. \quad (11)$$

Чем больше импульс частицы, тем меньше соответствующая ей длина волны. В уравнении (11)  $m$ - релятивистская масса:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (12)$$

### **Спектр атома водорода. Теория Бора**

Спектры атомов подразделяют на спектры *испускания* и спектры *поглощения*. Для получения спектра испускания водорода его необходимо разогреть до высокой температуры и излучение пропустить через оптическую систему, состоящую из коллиматора и призмы. При этом на экране, размещенном за призмой, можно наблюдать тонкие цветные линии, образующие спектральную серию, называемую серией Бальмера. Частоты  $\omega$  спектральных линий серии Бальмера определяются из формулы:

$$\omega = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 3, 4, 5, \dots), \quad (1)$$

где  $R = 2.07 \cdot 10^{16} \text{ c}^{-1}$  - постоянная Ридберга. Кроме одной спектральной серии, расположенной в видимой части спектра, у водорода имеется одна спектральная серия в ультрафиолете, называемая серией Лаймана:

$$\omega = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 2, 3, 4, \dots), \quad (2)$$

а также спектральные серии в инфракрасной части спектра:

$$\omega = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 4, 5, 6, \dots), \quad (\text{серия Пашена}), \quad (3)$$

$$\omega = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 5, 6, 7, \dots), \quad (\text{серия Брэкета}), \quad (4)$$

$$\omega = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (n = 6, 7, 8, \dots), \quad (\text{серия Пфунда}). \quad (5)$$

В низкочастотной области спектр атома водорода простирается вплоть до радиодиапазона. В настоящее время в спектре межзвездного водорода обнаружены спектральные линии, соответствующие длинам волн  $\lambda \sim 10 \text{ м}$ . Если обратить внимание на структуру соотношений (1)-(5), то видно, что все они могут быть представлены в общем виде:

$$\omega = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (6)$$

где  $k$  и  $n$  целые числа, причем  $n > k$ . Соотношение (6.6) называют обобщенной формулой Бальмера.

Спектр поглощения водорода можно получить при пропускании через него электромагнитного излучения с непрерывным спектром. Тогда после прохождения через коллиматор и призму излучение на экране разворачивается в спектр, представляющий собой радуго на фоне которой заметны тонкие черные полосы. Черным полоскам соответствуют частоты, определяемые формулой (6). Таким образом, спектр излучения и спектр поглощения водорода взаимно дополняют друг друга до радуги.

Атом каждого химического элемента обладает своим уникальным спектром. Поэтому на анализе спектрального состава излучения основан важнейший *метод химического анализа*. Наличие в смеси того или иного химического элемента может быть установлено по присутствию в спектре излучения его характерных спектральных линий. Оказывается, что из анализа спектральных линий может быть получена и другая важная информация. Так по ширине и интенсивности спектральных линий можно судить о температуре и концентрации вещества в смеси. *Спектральный анализ* особенно широко применяется в астрофизике поскольку вещество удаленных космических объектов недоступно для других методов химического анализа. В настоящее время исследование спектров излучения позволило установить химический состав звезд, межзвездной среды и целого ряда других космических объектов.

Изучение атомных спектров послужило ключом к пониманию строения атома. Оказалось, что все попытки объяснения особенностей атомных спектров в рамках классической физики не увенчались успехом. Удовлетворительная теория атома водорода, основанная на положениях, выходящих за рамки классических представлений, была создана в 1913 году датским физиком *Нильсом Бором*. Данная теория основана на следующих *постулатах*:

1.Электрон в атоме может находиться лишь на некоторых орбитах, называемых стационарными. Находясь на стационарной орбите электрон не излучает и не поглощает электромагнитную энергию.

2.При переходе с одной стационарной орбиты на другую электрон излучает или поглощает квант электромагнитной энергии равный разности энергий соответствующих стационарных состояний:

$$\hbar\omega = E_n - E_k, \quad (7)$$

$\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34}$  Дж·с - постоянная Планка.

Из всех орбит электрона в атоме водорода оказываются возможными только те, на которых момент импульса электрона принимает значения целые кратные постоянной Планка:

$$M = rmv = n\hbar, \quad (n = 1,2,3...). \quad (8)$$

Определим радиусы  $r$  стационарных орбит. Для электрона, движущегося по круговой орбите вокруг протона, запишем второй закон Ньютона:

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}, \quad (9)$$

$m = 0,911 \cdot 10^{-30}$  кг -масса электрона,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл -заряд электрона,  $v$  -скорость электрона,  $r$  -радиус орбиты.

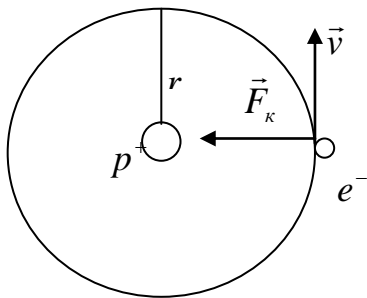


Рис.1.Атом водорода.

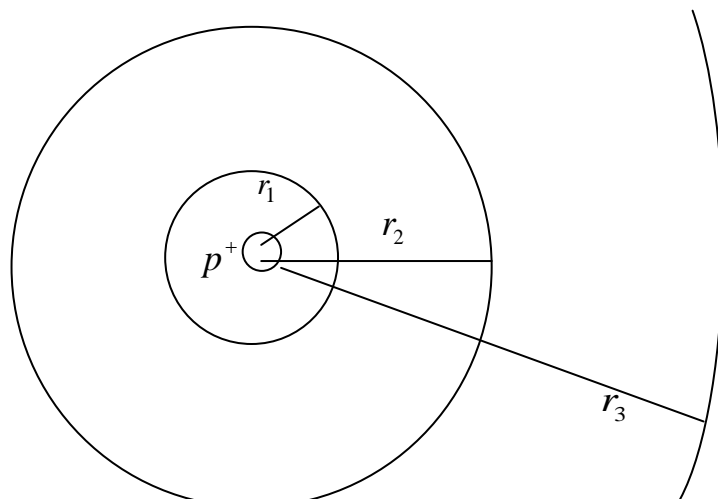


Рис.2.Боровские орбиты электрона.

Используя боровское условие квантования (8), и исключая из (9)  $v$ , находим:

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} n^2, \quad n = (1,2,3,...). \quad (10)$$

Энергия электрона, находящегося на орбите с номером  $n$ , определяется соотношением:



$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n}, \quad (11)$$

где первое слагаемое в правой части представляет собой кинетическую, а второе – потенциальную энергию взаимодействия электрона с ядром. Из (11) с использованием (10) и (8) находим:

$$E_n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2}. \quad (12)$$

Используя второй постулат Бора, находим:

$$\omega = \frac{1}{2} \cdot \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^3} \cdot \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (13)$$

Сравнивая (13) с (6) находим, что множитель, стоящий перед скобками в правой части (13), представляет собой постоянную Ридберга. Таким образом:

$$R = \frac{1}{2} \cdot \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^3}. \quad (14)$$

Теоретическое и экспериментальное значения  $R$  совпадают с высокой степенью точности, что свидетельствует о справедливости основных положений теории Бора.

Становится очевидной также природа спектральных серий атома водорода. На рис.3 схематически представлены энергетические уровни атома водорода. Серия Лаймана (2) образована в результате излучения квантов электромагнитной энергии при переходе с более высоко лежащих энергетических уровней на уровень с  $n = 1$ , серия Бальмера (1) - при переходе на уровень с  $n = 2$ , серия Пашена (3) – при переходе на уровень с  $n = 3$  и т. д.

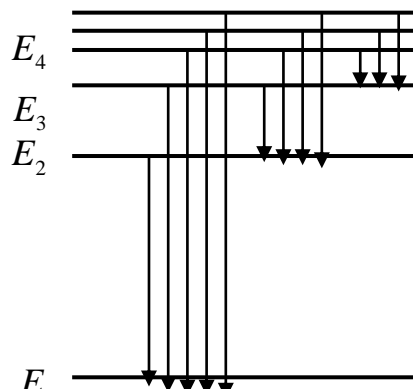


Рис.3!Энергетические уровни атома водорода.

Спектр поглощения образуется при переходах электронов в атомах водорода снизу вверх. При этом электрон поглощает квант электромагнитной энергии, и атом оказывается в возбужденном состоянии.

Объединенная формула Бальмера (6) позволяет по известной частоте (длине волны) спектральной линии определить постоянную Ридберга:

$$R = \omega \frac{k^2 n^2}{n^2 - k^2} = 2\pi \frac{c}{\lambda} \frac{k^2 n^2}{n^2 - k^2}. \quad (15)$$

В свою очередь соотношение (14) позволяет определить по известному значению постоянной Ридберга постоянную Планка:

$$\hbar = \sqrt[3]{\frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 R}}. \quad (16)$$

## ЛЕКЦИЯ 2

### ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*Тепловое излучение и его характеристики. Закон Кирхгофа для теплового излучения. Экспериментальные законы излучения абсолютно черного тела. Квантовый характер излучения. Формула Планка. Излучение реальных тел.*

Излучение, возникающее за счет внутренней энергии тел, называется *тепловым*. Все остальные виды свечения называются люминесценцией. Спектральный состав теплового излучения зависит от температуры тела. При невысоких температурах излучаются лишь инфракрасные электромагнитные волны. При повышении температуры максимум смещается в сторону более коротких волн: красных, оранжевых, желтых и т. д. Чем выше температура тела, тем больше частота, на которую приходится максимум излучения. Интенсивность излучения также растет с ростом температуры тела.

*Основные характеристики излучения:*

1. *Энергетической светимостью тела*  $R$  называется поток энергии, испускаемый единицей его поверхности по всем направлениям.

2. *Испускательной способностью тела* называется поток энергии, испускаемый единицей поверхности тела в единичном интервале частот:

$$r_{\omega} = \frac{dR_{\omega}}{d\omega}. \quad (1)$$

Энергетическая светимость связана с испускательной способностью соотношением:

$$R = \int_0^{\infty} r_{\omega} d\omega. \quad (2)$$

Физические тела способны не только излучать, но и поглощать падающую на них электромагнитную энергию. *Поглощательной способностью тела* называется отношение поглощенного элементарной площадкой потока энергии  $d\Phi'_{\omega}$  к падающему потоку  $d\Phi_{\omega}$ :

$$a_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}}. \quad (3)$$

*Тело, поглощающее всю падающую на него электромагнитную энергию*  $a_{\omega,T} = 1$ , называется *абсолютно черным*. Абсолютно черных тел в природе не существует. Есть только тела, приближающиеся по своим свойствам к абсолютно черным. Одной из наиболее часто употребляемых моделей абсолютно черного тела является металлическая полость с небольшим отверстием (рис. 1).

Попадающее через отверстие внутрь полости электромагнитное излучение при многократных отражениях от стенок практически полностью поглощается, а вероятность того, что оно выйдет обратно через отверстие, крайне мала.

Между испускательной и поглощательной способностью тела имеется связь. Она устанавливается *законом Кирхгофа*, согласно которому *отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела и является для всех тел одной и той же универсальной функцией частоты и температуры*:

$$\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} = f(\omega,T). \quad (4)$$

Поскольку для абсолютно черного тела  $a_{\omega,T} = 1$ , то из (4) видно, что  $f(\omega,T)$  совпадает с излучательной способностью абсолютно черного тела.

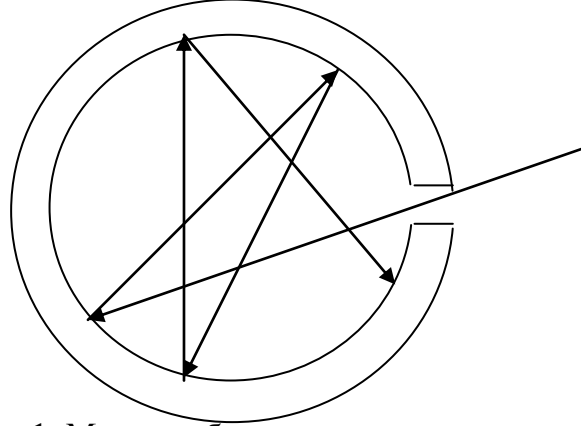


Рис.1. Модель абсолютно черного тела

Универсальная функция Кирхгофа связана с равновесной спектральной плотностью энергии теплового излучения простым соотношением:

$$f(\omega,T) = \frac{c}{4} u(\omega,T), \quad (5)$$

где  $u(\omega,T)$ -плотность энергии, приходящаяся на единичный интервал частот.

Все попытки получения в рамках классической физики функции  $u(\omega,T)$ , вид которой был бы в согласии с экспериментальными данными, не увенчались успехом. Предположим, что у нас имеется полость, заполненная равновесным излучением, представляющим собой совокупность стоячих волн. Расчеты показывают, что число стоячих волн, приходящихся на диапазон частот  $d\omega$ :

$$dn_{\omega} = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}. \quad (6)$$

Согласно классическому принципу равномерного распределения энергии по степеням свободы на каждую стоячую электромагнитную волну в полости должна приходиться энергия равная  $k_B T$  ( $k_B$ - постоянная Больцмана). Из нее  $k_B T/2$  приходится на электрическую энергию волны и  $k_B T/2$  на магнитную энергию. Тогда для плотности энергии, приходящейся на интервал частот  $d\omega$  можем записать:

$$u(\omega,T)d\omega = \langle \varepsilon \rangle dn_{\omega} = k_B T \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega. \quad (7)$$

Из (7) находим:

$$u(\omega,T) = \frac{k_B T \omega^2}{\pi^2 c^3}. \quad (8)$$

Для излучательной способности абсолютно черного тела из (8) с помощью (5) находим:

$$f(\omega,T) = \frac{k_B T \omega^2}{4\pi^2 c^2}. \quad (9)$$

Соотношение (9) называют формулой Рэля – Джинса. Выражение (9) хорошо согласуется с экспериментальными данными только в области малых частот. В области высоких частот, как показывает эксперимент,  $f(\omega, T)$  экспоненциально убывает.

Для нахождения плотности энергии равновесного излучения в полости необходимо проинтегрировать функцию  $u(\omega, T)$  по частоте от 0 до  $\infty$ :

$$u = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega = \frac{k_B T}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \omega^2 d\omega = \infty. \quad (10)$$

Легко видеть, что интегрирование в (10) приводит к бесконечной плотности энергии в полости, что конечно не согласуется с экспериментальными данными. Данный результат в физике получил название «ультрафиолетовой катастрофы», т.к. интеграл в (10) разошелся на верхнем пределе, т.е. в области высоких частот. Разрешить данное противоречие в рамках классической физики не удалось.

Для получения правильного вида  $f(\omega, T)$  немецкий физик Макс Планк в 1900 году сформулировал *квантовую гипотезу*, согласно которой электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии квантов, величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$\varepsilon = \hbar \omega. \quad (11)$$

Константа  $\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34}$  Дж · с называется постоянной Планка. Из гипотезы Планка может быть получено следующее выражение для средней энергии излучения с частотой  $\omega$ :

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\hbar \omega}{\exp(\hbar \omega / k_B T) - 1}, \quad (12)$$

что существенно отличается от  $\langle \varepsilon \rangle = k_B T$  в классической теории.

Используя (12), для универсальной функции Кирхгофа находим:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \cdot \frac{1}{\exp(\hbar \omega / k_B T) - 1}. \quad (13)$$

Соотношение (13) называют *формулой Планка*. В области низких частот  $\omega \ll k_B T / \hbar$  (13) переходит в формулу Рэля-Джинса (9). В области высоких частот  $\omega \gg k_B T / \hbar$  из (13) находим:

$$f(\omega, T) \approx \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \exp\left(-\frac{\hbar \omega}{k_B T}\right), \quad (14)$$

что хорошо согласуется с результатами эксперимента. Качественный вид функции  $f(\omega, T)$  представлен на рис.2.

С ростом температуры максимум функции  $f(\omega, T)$  смещается в область более высоких частот, на рис. 2,  $T_2 > T_1$ .

Для энергетической светимости абсолютно черного тела получается выражение:

$$R = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2} \int_0^{\infty} \frac{\omega^3 d\omega}{\exp(\hbar \omega / k_B T) - 1}. \quad (15)$$

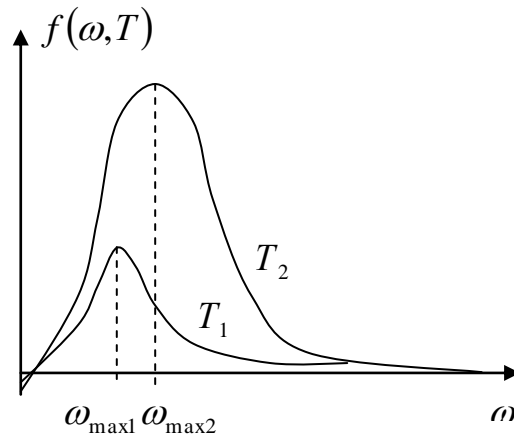


Рис.2. Планковская кривая при различных температурах ( $T_2 > T_1$ )

В (15) выполним замену переменной  $x = \hbar\omega/k_B T$  :

$$R = \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2} \left( \frac{k_B T}{\hbar} \right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2 k_B^4}{60 c^2 \hbar^3} T^4 = \sigma T^4 . \quad (16)$$

Константа  $\sigma = 5,6696 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$  называется постоянной Стефана-Больцмана, а соотношение  $R = \sigma T^4$  - законом Стефана-Больцмана.

Вычисляя производную  $\partial f(\omega, T)/\partial \omega$  и приравнявая ее нулю, находим, что максимум излучательной способности абсолютно черного тела приходится на длину волны:

$$\lambda_{\max} = \frac{2\pi\hbar\tilde{\nu}}{4,965k_A} \cdot \frac{1}{\tilde{\nu}} = \frac{b}{\tilde{\nu}} . \quad (17)$$

Из (17) видно, что с ростом температуры  $T$ , максимум излучательной способности смещается в сторону более коротких волн. Соотношение (17) называют законом смещения Вина.