

# Индивидуальное задание №3

## Вариант №16

Механическая система, состоящая из абсолютно твердых тел, под действием сил тяжести приходит в движение из состояния покоя с недеформированной невесомой пружиной; начальное положение системы показано на рисунке 1. Учитывая упругую силу и момент сопротивления качению, определить скорость  $v_1$  тела 1 в тот момент, когда пройденный им путь станет равным  $S_1$ . Другими силами сопротивления пренебречь.

Неподвижный блок 2 считать состоящим из двух, жестко соединённых между собой тонких однородных дисков одинаковой толщины и плотности. Подвижный блок 3 считать однородным тонким диском с отверстиями, конфигурация которых приведена на рисунке 2.

Нити, соединяющие элементы механической системы, считать нерастяжимыми, невесомыми и параллельными соответствующим плоскостям.

Исходные данные для выполнения задачи приведены в таблицах 1 и 2.

В задании приняты следующие обозначения:  $m_1, m_2, m_3$  – массы тел 1, 2 и 3, соответственно;  $\alpha$  – угол наклона плоскости к горизонту;  $\delta$  – коэффициент трения качения;  $c$  – коэффициент упругости пружины;  $R_2$  и  $r_2$  – радиусы большого и малого дисков неподвижного блока 2.  $R_3$  – радиус подвижного блока 3;  $r_3$  – радиус, на котором по концентрической сетке расположены геометрические центры квадратных отверстий;  $a$  – длина стороны отверстия;  $n$  – число отверстий;

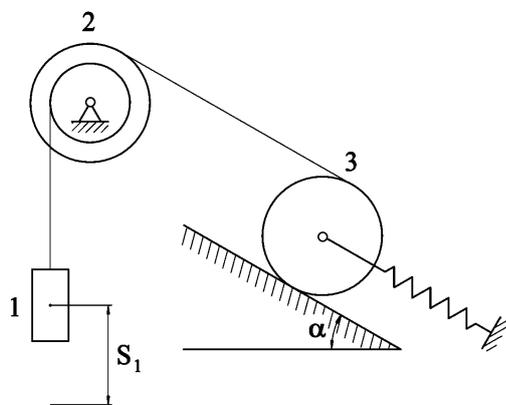


Рис.1

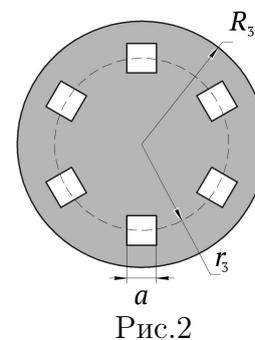


Рис.2

Таблица 1

$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$m_3$ , кг	$\alpha$ , ...°	$\delta$ , м	$c$ , Н/м	$S_1$ , м
22,5	30,5	27,0	70	0,6	35	9,5

Таблица 2

$R_2$ , м	$r_2$ , м	$R_3$ , м	$r_3$ , м	$a$ , м	$n$
9,5	8,5	8,0	3,0	3,0	3

1. Определим кинетическую энергию.

$$T = T_1 + T_2 + T_3$$

$$a) T_1 = \frac{m_1 u_1^2}{2} = \frac{22,5 \cdot u_1^2}{2} = 11,25 \cdot u_1^2$$

$$b) T_2 = \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$$

$$J_2 = J_{21} + J_{22}$$

$$J_{21} = \frac{m_{21} J_2^2}{2} \quad J_{22} = \frac{m_{22} R_2^2}{2}$$

$$m_2 = m_{21} + m_{22}$$

$$\begin{cases} m_{21} = \rho h \pi r_2^2 \\ m_{22} = \rho h \pi R_2^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{m_{21}}{m_{22}} = \frac{r_2^2}{R_2^2}$$

$$\begin{cases} m_{21} + m_{22} = m_2 = 30,5 \\ \frac{m_{21}}{m_{22}} = \frac{8,5^2}{9,5^2} = 0,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,8 m_{22} + m_{22} = 30,5 \\ m_{21} = 0,8 m_{22} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_{22} = 16,9 \text{ (кг)} \\ m_{21} = 13,56 \text{ (кг)} \end{cases}$$

$$J_2 = \frac{m_{21} \cdot r_2^2}{2} + \frac{m_{22} R_2^2}{2} = \frac{13,5 \cdot 8,5^2}{2} + \frac{16,9 \cdot 9,5^2}{2} = 1250,3 \text{ (кг} \cdot \text{м}^2)$$

$$\begin{cases} \omega_2 = \frac{u_1}{r_2} \\ u_1 = u_1 \end{cases} \Rightarrow \omega_2 = \frac{u_1}{8,5}$$

$$T_2 = \frac{J_2 \omega_2^2}{2} = \frac{1250,3 \cdot \left(\frac{u_1}{8,5}\right)^2}{2} = 8,6 u_1^2$$

$$V_3 = \frac{m_3 v_3^2}{2} + \frac{J_3 \omega_3^2}{2}$$

$$J_3 = J_0 - 3J_\Delta$$

$$J_0 = \frac{m_0 R_3^2}{2} \quad ; \quad J_\Delta = \frac{m_\Delta a^2}{6} + m_\Delta r_3^2$$

$$m_3 = m_0 - 3m_\Delta$$

$$\begin{cases} m_0 = \rho h \pi R_3^2 \\ m_\Delta = \rho h \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{m_0}{m_\Delta} = \frac{4\sqrt{3} R_3^2}{3 a^2}$$

$$\begin{cases} m_3 = m_0 - 3m_\Delta \\ \frac{m_0}{m_\Delta} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8^2}{\sqrt{3} \cdot 3^2} = 51,56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 27 = m_0 - 3m_\Delta \\ \frac{m_0}{m_\Delta} = 51,56 \end{cases} \Rightarrow 51,56 m_\Delta - 3m_\Delta = 27 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_0 = 28,68 \text{ (kg)} \\ m_\Delta = 0,56 \text{ (kg)} \end{cases}$$

$$J_3 = J_0 - 3J_\Delta$$

$$J_3 = \frac{m_0 R_3^2}{2} - 3 \left( \frac{m_\Delta a^2}{12} + m_\Delta r_3^2 \right)$$

$$J_3 = \frac{28,68 \cdot 8^2}{2} - 3 \left( \frac{0,56 \cdot 3^2}{6} + 0,56 \cdot 3^2 \right) = 900,12 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)$$

$$\begin{cases} v_B = \omega_2 \cdot R_2 \\ \omega_2 = \frac{v_1}{8,5} \end{cases} \Rightarrow v_B = \frac{9,5 v_1}{8,5}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{9,5 v_1}{8,5}$$

$$\omega_3 = \frac{v_C}{CP} = \frac{v_B}{CP}$$

$$\omega_3 = \frac{v_0}{r_0} = 1,1 \text{ м/с} \cdot \frac{1}{16} = 0,068 \text{ м/с}$$

$$v_3 = \omega_3 \cdot R_3 = 0,068 \text{ м/с} \cdot 8 = 0,54 \text{ м/с}$$

$$V_3 = \frac{m_3 v_3^2}{2} + \frac{J_3 \omega_3^2}{2} = \frac{27 \cdot (0,54 \text{ м/с})^2}{2} + \frac{900,12 \cdot (0,068 \text{ м/с})^2}{2} = 6,01 \text{ Дж}$$

$$V_{\text{общ}} = V_1 + V_2 + V_3 = 11,25 \text{ Дж} + 8,6 \text{ Дж} + 6,01 \text{ Дж} = 25,86 \text{ Дж}$$

Определим суммарную работу  $\sum A_i^E$

$$\sum A_i^E = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_1 = A_G = m_1 g h_1 = m_1 g S_1$$

$$A_1 = 22,5 \cdot 9,8 \cdot 9,5 = 2094,75 \text{ Дж}$$

$A_2 = 0 \text{ Дж}$  - тк. тело 2 вращается вокруг неподвижной оси.

$$A_3 = A_{G_3} + A_{F_{\text{упр}}} + A_{M_{\text{тр}}}$$

$$\frac{dS_3}{dt} = 0,54 \frac{dS_1}{dt}$$

$$S_3 = 0,54 S_1 ; h_3 = S_3 \cdot \sin \alpha$$

$$A_{G_3} = -G_3 h_3 = -m_3 g h_3 = -m_3 g S_3 \cdot \sin \alpha = -0,54 \cdot m_3 \cdot g \cdot S_1 \cdot \sin \alpha$$

$$A_{F_{\text{упр}}} = -\frac{c \cdot S_3^2}{2} = -\frac{c \cdot (0,54 S_1)^2}{2}$$

Работа  $A_{\text{тр}}$ :

$$\begin{cases} A_{\text{тр}} = -M_{\text{тр}} \cdot \varphi_3 \\ M_{\text{тр}} = \sqrt{N} \end{cases} \Rightarrow A_{\text{тр}} = -\sqrt{N} \varphi_3$$

$$\frac{d\varphi_3}{dt} = 0,068 \frac{ds_1}{dt}$$

$$\varphi_3 = 0,068 S_1$$

$$A_{\text{тр}} = -\sqrt{N} \cdot 0,068 S_1 = -\sqrt{m_3 g \cos \alpha} \cdot 0,068 S_1$$

$$A_3 = -0,54 \cdot m_3 \cdot g \cdot S_1 \cdot \sin \alpha - \frac{c(0,54 S_1)^2}{2} - \sqrt{m_3 g \cos \alpha} \cdot 0,068 S_1$$

$$A_3 = -0,54 \cdot 27 \cdot 9,8 \cdot 9,5 \cdot 0,939 - \frac{35(0,54 \cdot 9,5)^2}{2} - 0,6 \cdot 27 \cdot 9,8 \cdot 0,342 \cdot 0,068 \cdot 9,5 = -1770,21 \text{ (Дж)}$$

$$\sum A_i^E = A_1 + A_2 + A_3 = 2094,75 - 1770,21 = 324,54 \text{ (Дж)}$$

$$T = \sum A_i^E = 86,47 \text{ м}^2 = 324,54$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{324,54}{25,86}} = 12,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Ответ:  $v_1 = 12,5 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$

