

Модуль «Развитие компетенции по построению математических моделей и обоснованного выбора математического аппарата для решения реальных проблем»

Система заданий на построение математических моделей и обоснованный выбор математического аппарата для решения реальных проблем

Сергеева Т.Ф.,
доктор педагогических наук, профессор



1. Использование заданий PISA в процессе обучения математическому моделированию.

2. Система заданий на построение математических моделей и обоснованный выбор математического аппарата для решения реальных проблем:

- математизация данных;
- построение математической модели;
- интерпретация результатов решения математической задачи.



Пример задания PISA

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 1.

Комплексное задание «Олимпийские медали» (2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Олимпийские медали

Как известно, олимпийские медали бывают разного достоинства: золотые, серебряные и бронзовые. На XXII Олимпийских зимних играх, которые прошли в 2014 году в Сочи, было вручено рекордное число серебряных медалей: 97 наград.



Серебряные олимпийские медали, врученные в Сочи, имеют диаметр 100 мм, толщину 10 мм и массу 525 граммов. Изготовлены эти медали из серебра 925 пробы.

Справочные сведения

1. Проба указывает на содержание драгоценного металла (его массу или его долю) в используемом сплаве: серебро 925 пробы представляет собой сплав, состоящий из 92,5% серебра и 7,5% меди.
2. Формула для вычисления объема цилиндра:

$$V_{\text{цилиндра}} = S_{\text{основания}} \cdot h.$$

1. А) Какова масса 97 серебряных медалей? Ответ дайте в кг. Результат округлите до целого.

Ответ: _____

- Б) Какова примерная масса серебра, израсходованного на изготовление одной серебряной медали XXII Зимних Олимпийских игр?

Результат округлите до целого.

Ответ: _____

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 1.

2. Можно ли уложить эти 97 серебряные олимпийские медали во взломостойком сейфе, характеристики которого даны в таблице?

Характеристики сейфа

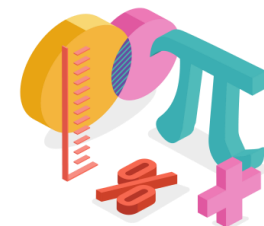
Огнестойкость	60Б
Взломостойкость	1 класс
Размеры внешние, мм: высота × ширина × глубина	785 × 540 × 490
Размеры внутренние, мм: высота × ширина × глубина	600 × 390 × 300
Вес, кг	155
Объем, л	70,2

Ответ: _____

Решение: _____

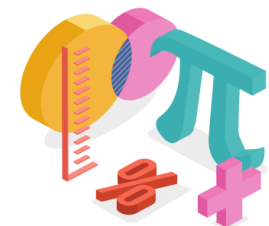
Вопросы к заданию «Олимпийские медали»

- 1) С помощью каких величин можно охарактеризовать олимпийскую медаль? Какие из этих величин участвуют в условии задания?
- 2) Какие единицы измерения величин используются в задании?
- 3) Какими зависимостями связаны между собой эти величины? Как меняются значения одной величины в зависимости от значения других? Опишите формулой зависимости между величинами, содержащимися в условии задания.



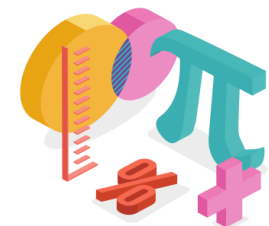
Вопросы к заданию «Олимпийские медали»

- 4) Как можно оценить возможность размещения всех медалей в сейфе? Что для этого нужно знать?
- 5) Достаточно ли данных для определения возможности размещения олимпийских медалей в сейфе?
- 6) Какие данные в условии являются избыточными для ответа на предыдущий вопрос?



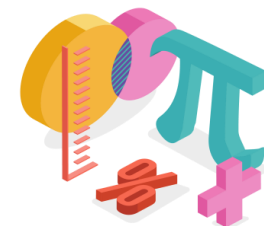
Примеры заданий на математизацию данных

- 1) Выбрать величины, которые участвуют в условии задания из предложенного списка или, наоборот, указать те, которых нет.
- 2) Соотнести перечень величин, используемых в задании и единиц их измерения.
- 3) Выделить из предложенного списка величины, которые потребуются (не потребуются) для получения ответа на вопрос задания.



Примеры заданий на математизацию данных

- 4) Задать формулой зависимость между величинами, содержащимися в условии задания.
- 5) Из предложенных формул выбрать ту, которая отражает зависимость между определенными величинами.



Пример задания PISA

На турбазе

Успех работы в коллективе зависит от сложившихся внутри отношений. Сотрудники организации должны стать одной командой, которую объединяют общие ценности, традиции, приоритеты. Тогда цель, которую ставит руководитель, будет достигнута совместными усилиями.

На майские праздники было решено организовать двухдневный выезд сотрудников на туристическую базу. Из 19 сотрудников предложение поехать приняли 17. На туристической базе есть одноместные, двухместные и трехместные номера по цене соответственно 1900, 2700 и 2200 рублей. Для мужчин было решено забронировать трехместные, а для женщин двухместные номера. Сколько в организации мужчин и женщин, если за двое суток проживания организация заплатила за сотрудников 34800 рублей.

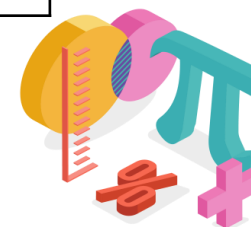
Решение:

$$\begin{cases} x + y = 19 - 2 \\ 2 \left(\frac{x}{3} \cdot 2200 + \frac{y}{2} \cdot 2700 \right) = 34800 \end{cases}$$

Вопросы к заданию «На турбазе»

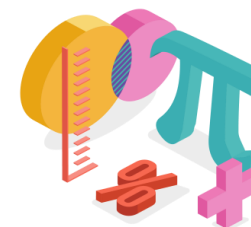
1) Фирме выписали счет на оплату проживания сотрудников. Заполните счет известными данными, вместо неизвестных данных поставьте буквы.

№ п/п	Тип номера	Количество номеров	Цена (сутки проживания)	Стоимость
				Итого:



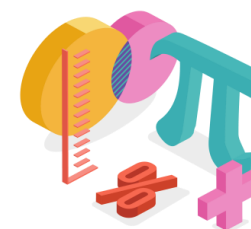
Вопросы к заданию «На турбазе»

- 2) Составьте выражения для нахождения стоимости каждой категории номеров.
- 3) Как связано количество номеров и количество сотрудников? Выразите количество номеров через количество сотрудников, введя дополнительные переменные.
- 4) Найдите в тексте задания информацию о количестве сотрудников и составьте равенство, связывающее количество женщин, мужчин, общее количество сотрудников и количество сотрудников, поезавших на туристическую базу.



Вопросы к заданию «На турбазе»

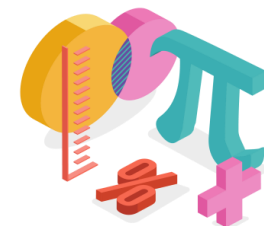
- 5) Запишите равенство, отражающее количество средств, потраченных фирмой за двухдневное пребывание сотрудников на туристической базе.
- 6) Какая информация является избыточной в задании?
- 7) Обоснуйте построенную математическую модель.



Примеры заданий на построение математических моделей

1) Определите, какая из приведенных математических моделей соответствует заданию, ответ обоснуйте. В качестве ошибок могут быть:

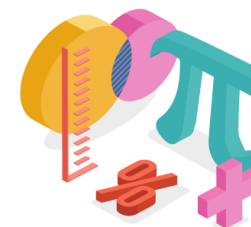
- неверное отражение зависимостей между величинами;
- неверный выбор математической структуры, например, замена неравенства уравнением или ошибки в действиях, используемых в математической модели;
- несоответствие единиц измерения или шкал;
- - и др.



Примеры заданий на построение математических моделей

2) Трансформация одного вида модели в другой. Например, графика функции в формулу, таблицу в диаграмму или наоборот. Анализ и обоснование целесообразности перевода.

3) Из нескольких заданий выбрать соответствующее приведенной математической модели. Учащимся предлагается математическая структура и несколько заданий с одинаковым сюжетом, но разными вопросами.



ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности. Часть 3.

Комплексное задание «Частота пульса при физической нагрузке»
(2 задания).

Прочитайте текст и выполните задания 1-2.

Частота пульса при физической нагрузке

Специалисты в области спортивной медицины рекомендуют следить за пульсом при физических нагрузках и ориентироваться на существующие нормы. Если пульс при тренировке превышает норму, нагрузка считается чрезмерной, если не дотягивает до нормы, то недостаточной.

Частота пульса измеряется в количестве ударов в минуту.

Бабушка попросила Ваню помочь ей рассчитать её персональную норму пульса при ходьбе. Ваня выяснил, что значение нормы зависит от возраста человека, поэтому используется формула максимального пульса: 220 минус количество полных лет.



1. Запишите формулу максимального пульса, используя следующие обозначения:

M – максимальный пульс;

N – количество полных лет.

Ответ: $M =$ _____

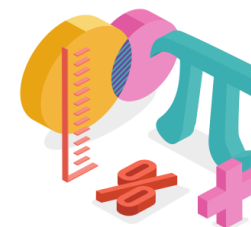
2. При ходьбе норма пульса составляет от 50% до 60% от максимального пульса конкретного человека.

Запишите значения нормы пульса, которые Ваня должен сообщить бабушке, если недавно ей исполнилось 60 лет.

Ответ: норма пульса при ходьбе для Ваниной бабушки составляет
от _____ до _____ ударов в минуту.

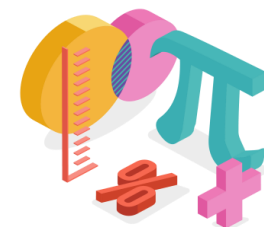
Вопросы к заданию «Частота пульса при физической нагрузке»

- 1) Установите соответствие между возрастом и значениями максимального пульса (даны две совокупности значений: возраст и максимальный пульс).
- 2) Как изменяется с возрастом значение максимального пульса?
- 3) На сколько процентов отличается нижняя граница от верхней границы нормального пульса при ходьбе?



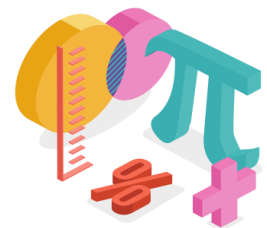
Вопросы к заданию «Частота пульса при физической нагрузке»

- 4) Выразите десятичными дробями границы нормального пульса при ходьбе.
- 5) Определите возможное значение возраста человека, если нижняя граница его нормального пульса при ходьбе равна 90.



Примеры заданий на интерпретацию результатов решения математической задачи

- 1) Определить ответ на вопрос задания, в котором результатом решения математической задачи является число, несоответствующее реальной ситуации. Такой вариант может встречаться в заданиях, где речь идет о неделимом количестве объектов, например, автобусов или банок с краской, и необходимо выполнить округление.
- 2) Используя различные формы визуализации условия, описать возможные реальные ситуации. Например, поведение движущегося объекта в разные промежутки времени.



Примеры заданий на интерпретацию результатов решения математической задачи

- 3) Из представленных графиков (диаграмм, схем, рисунков) выбрать тот, который соответствует реальной ситуации, описываемой в задании.
- 4) Оценить границы возможных значений. Для этого можно переформулировать условия, указав вместо конкретных значений их границы. Например, минимальную и максимальную цену покупки.
- 5) Сделать выбор на основе различного набора условий и заданных требований. Например, необходимо выбрать товар с заданными характеристиками, каждой из которых соответствует рейтинговое значение. При этом определены наиболее значимые для совершения данной покупки характеристики.

