ПЛАНИМЕТРИЯ БЕЗ ФИГУР | ЧЕК-ЛИСТ

▫ Два угла называются смежными, если у них одна сторона общая, а две другие с то роны этих углов являются дополнительными полупрямыми.

▫ Сумма смежных углов равна 180°.

Два угла называются вертикальными, если стороны одного угла являются допо лнительными полупрямыми сторон другого.

▫ Вертикальные углы равны.

Угол, равный 90°, называется прямым углом. Прямые, пересекающиеся под прям ым углом, называются перпендикулярными.

▫ Через каждую точку прямой можно провести и притом только одну, перпендикулярную прямую.

▫ Угол, меньший 90°, называется острым. Угол больший 90°, называется тупым.

▫ Признаки равенства треугольников.

- по двум сторонам и углу между ними;
- по стороне и двум прилегающим к ней углам;
- по трем сторонам.

▫ Треугольник называют равнобедренным, если у него две стороны равны.

▫ Медианой треугольника называют отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

▫ Биссектрисой треугольника называют отрезок прямой, заключенной между вер ш иной и точкой ее пересечения с противоположной стороной, которая делит угол поп олам.

▫ Высота треугольника – это отрезок перпендикуляра, опущенного из вершины т ре угольника на противоположную сторону, или на ее продолжение.

Треугольник называется прямоугольным, если у него есть прямой угол. В прямоугольном треугольнике сторона, противоположная прямому углу, называется гипотенузой. Остальные две стороны, называются катетами.

▫ Свойства сторон и углов прямоугольного треугольника:

- углы, противолежащие катетам – острые;
- гипотенуза больше любого из катетов;
- сумма катетов больше гипотенузы.

▫ Признаки равенства прямоугольных треугольников:

- по катету и острому углу;
- по двум катетам;
- по гипотенузе и катету;
- по гипотенузе и острому углу.

▫ Свойства равнобедренного треугольника:

- в равнобедренном треугольнике углы при основании равны;
- если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный;
- в равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является би ссектрисой и высотой;
- если в треугольнике медиана и биссектриса (или высота и биссектриса, или медиана и высота), проведенная из какой-либо вершины, совпадают, то такой тре угольник равнобедренный.

▫ В треугольнике против большей стороны лежит больший угол, против большего угла лежит большая сторона.

▫ (Неравенство треугольника). У каждого треугольника сумма двух сторон больше третьей стороны.

▫ Внешним углом треугольника АВС при вершине А называется угол, смежный у глу треугольника при вершине А.

- Сумма внутренних углов треугольника:

– сумма любых двух углов треугольника меньше 180°;
– в каждом треугольнике два угла острые;
– внешний угол треугольника больше любого внутреннего угла, не смежного с ним;
– сумма углов треугольника равна 180°;
– внешний угол треугольника равен сумме двух других углов, не смежных с ним. – сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.

- Отрезок, соединяющий середины боковых сторон треугольника называется средней линией треугольника.
- Средняя линия треугольника обладает свойством — она параллельна основанию треугольника и равна ее половине.
- Длина ломаной не меньше длины отрезка, соединяющей ее концы.
- Свойства серединного перпендикуляра отрезка:

– точка лежащая на серединном перпендикуляре одинаково удалена от концов отрезка;
– любая точка, одинаково удаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре.

- Свойства биссектрисы угла:

– любая точка, лежащая на биссектрисе угла, одинаково удалена от сторон угла; – любая точка, одинаково удаленная от сторон угла, лежит на биссектрисе угла.

- Существование окружности, описанной около треугольника:

– все три серединные перпендикуляры треугольника пересекаются в одной точке и эта точка является центром описанной окружности. Описанная около треугольника окружность всегда существует и она единственна;
– центром описанной окружности прямоугольного треугольника является середина гипотенузы.

- Существование вписанной в треугольник окружности:

– все три биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке и эта точка является центром вписанной окружности. Вписанная в треугольник окружность всегда существует и она единственна.

- Признаки параллельности прямых.
- Теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых:

– две прямые, параллельные третьей – параллельны;
– если при пересечении двух прямых третьей, внутренние (внешние) накрест лежащие углы равны, или внутренние (внешние) односторонние углы в сумме равны 180°, то эти прямые параллельны;
– если параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние и внешние накрест лежащие углы равны, и внутренние и внешние односторонние углы в сумме равны 180°;
– две прямые, перпендикулярные одной и той же прямой — параллельны;
– прямая, перпендикулярная одной из двух параллельных прямых, перпендикулярна и второй.

- Окружность — множество всех точек плоскости, равноудаленных от одной точки.
- Хорда — отрезок, соединяющий две точки окружности.
- Диаметр — хорда, проходящая через центр.
- Касательная — прямая, имеющая с окружностью одну общую точку.
- Центральный угол — угол с вершиной в центре окружности.
- Вписанный угол — угол с вершиной на окружности, стороны которого пересекают окружность.

- Теоремы, относящиеся к окружности:

– радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной;

– диаметр, проходящий через середину хорды, перпендикулярен ей;

– квадрат длины касательной равен произведению длины секущей на ее внешнюю часть;

– центральный угол измеряется градусной мерой дуги, на которую он опирается; – вп исанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается, или дополняет его половину до 180 ;

– касательные, проведенные к окружности из одной точки, равны;

– произведение секущей на ее внешнюю часть – величина постоянная;

Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные сто роны попарно параллельны.

- Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма:

– противоположные стороны равны;

– противоположные углы равны;

– диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам;

– сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов всех его сторон;

– если в выпуклом четырехугольнике противоположные стороны равны, то такой четырехугольник – параллелограмм;

– если в выпуклом четырехугольнике противоположные углы равны, то такой четырехугольник – параллелограмм;

– если в выпуклом четырехугольнике диагонали делятся точкой пересечения пополам, то такой четырехугольник – параллелограмм;

– середины сторон любого четырехугольника являются вершинами параллелограмма.

Параллелограмм, все стороны которого равны, называется ромбом.

- Дополнительные свойства и признаки ромба:

– диагонали ромба взаимно перпендикулярны;

– диагонали ромба являются биссектрисами его внутренних углов;

– если диагонали параллелограмма взаимно перпендикулярны, или являются биссектрисами соответствующих углов, то этот параллелограмм – ромб.

- Параллелограмм, все углы которого прямые, называется прямоугольником.
- Дополнительные свойства и признаки прямоугольника:

– диагонали прямоугольника равны;

– если диагонали параллелограмма равны, то такой параллелограмм – прямоугольник;

– середины сторон прямоугольника – вершины ромба;

– середины сторон ромба – вершины прямоугольника.

- Прямоугольник, у которого все стороны равны, называется квадратом.
- Дополнительные свойства и признаки квадрата:

– диагонали квадрата равны и перпендикулярны;

– если диагонали четырехугольника равны и перпендикулярны, то такой четырехугольник – квадрат.

- Четырехугольник, две стороны которого параллельны, называется трапецией. От резок, соединяющий середины боковых сторон трапеции называется средней линией трапеции.
- Свойства трапеции:

– в равнобокой трапеции углы при основании равны;

– отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности оснований трапеции.

- Средняя линия трапеции обладает свойством – она параллельна основаниям тр апеции и равна их полусумме.
- Признаки подобия треугольников:

– по двум углам;

– по двум пропорциональным сторонам и углу между ними;

– по трем пропорциональным сторонам.

- Признаки подобия прямоугольных треугольников:

– по острому углу;
– по пропорциональным катетам;
– по пропорциональным катету и гипотенузе.

- Соотношения в многоугольниках:

– все правильные многоугольники подобны друг другу;
– сумма углов любого выпуклого многоугольника равна 180 (n−2);
– сумма внешних углов любого выпуклого многоугольника, взятых по одному у каждой вершины, равна 360.
– периметры подобных многоугольников относятся, как их сходственные стороны, и это отношение равно коэффициенту подобия;
– площади подобных многоугольников относятся, как квадраты их сходственных сторон, и это отношение равно квадрату коэффициента подобия; Важнейшие теоремы планиметрии:

- Теорема Фалеса. Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной стороне равные отрезки, то эти прямые отсекают на другой стороне также равные отрезки.
- Теорема Пифагора. В прямоугольном треугольнике, квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов: $c^2 = a^2 + b^2$.
- Теорема косинусов. В любом треугольнике, квадрат стороны равен сумме квадратов двух других сторон без их удвоенного произведения на косинус угла между ними: $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$.
- Теорема синусов. Стороны треугольника пропорциональны синусам противоположных углов: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2 \cdot R$, где R – радиус окружности, описанной около этого треугольника.
- Три медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины треугольника.
- Три прямые, содержащие высоты треугольника, пересекаются в одной точке.
- Площадь параллелограмма равна произведению одной из его сторон на высоту, опущенную на эту сторону (или произведению сторон на синус угла между ними).
- Площадь треугольника равна половине произведения стороны на высоту, опущенную на эту сторону (или половине произведения сторон на синус угла между ними).
- Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту. 37. Площадь ромба равна половине произведения диагоналей.
- Площадь любого четырехугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.
- Биссектриса делит сторону треугольника на отрезки, пропорциональные двум другим его сторонам.
- В прямоугольном треугольнике, медиана, проведенная к гипотенузе, делит треугольник на два равновеликих треугольника.
- Площадь равнобедренной трапеции, диагонали которой взаимно перпендикулярны, равна квадрату ее высоты: $S = h^2$.
- Сумма противоположных углов четырехугольника, вписанного в окружность, равна 180.
- Четырехугольник можно описать вокруг окружности, если суммы длин противоположных сторон равны.