

1. Написать программу, которая проверяет, делится ли заданное натуральное число на 19, используя следующий признак делимости: число делится на 19 тогда и только тогда, когда число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, делится на 19.
2. Дано целое число a и натуральное число n . Написать программу вычисления $P = a^n$.
 - a) как произведение числа a ;
 - b) используя алгоритм быстрого возведения в степень:

Повторять пока $n \neq 0$

$$\begin{cases} n = n \operatorname{div} 2; & a = a \cdot a, & \text{если } n - \text{четное} \\ n = n - 1; & P = P \cdot a, & \text{если } n - \text{нечетное} \end{cases}$$

3. Написать программу умножения двух натуральных чисел (алгоритм аль-Хорезми):
 - a) Первое число делится нацело пополам;
 - b) Второе число умножается в 2 раза;
 - c) Если первый сомножитель – число четное, то соответствующая строка вычеркивается.
 - d) Если первый сомножитель = 1, то вычисляется результат как сумма значений второго сомножителя в оставшихся строках.

A	B
12	25
6	50
3	100
1	200
Результат	300

4. Написать программу нахождения всех трехзначных чисел, равных сумме факториалов своих цифр.
5. Написать программу, которая находит наименьшее трехзначное число кратное 3 так, чтобы первая цифра его была 6, и все цифры были бы различны.
6. Написать программу, которая находит все числа, состоящее из трех различных цифр, каждое из которых делится на квадрат суммы своих цифр. (Ответ: 162, 243, 324, 392, 45, 512, 65, 648, 810, 972).
7. **Обращенным числом** называется число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Например, 3805, обращенное - 5083. **Палиндромическим числом** называется число, равное обращенному. Например, 121, 5995 - палиндромические числа. Написать программу нахождения нескольких палиндромических чисел меньших 10001.
8. Натуральное число называют **совершенным**, если оно равно сумме всех своих делителей, не считая его самого (например, $6 = 1 + 2 + 3$ - совершенное число). Написать программу, проверяющую, является ли заданное число совершенным.
9. Написать программу, возвращающую значение **N**, если **N** - простое число, и "ничего не делающую" в противном случае (**N**-нечетное). Число называется **простым**, если оно не имеет других делителей, кроме 1 и самого себя.
10. Написать программу, реализующую следующий алгоритм (Решето Эратосфена). Постарайтесь оптимизировать число шагов.

Запишем натуральные числа, начиная от 2 до N (например, 19) в ряд:

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

Первое простое число в списке – 2. Зачеркнем все числа кратные 2:

2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ 9 ~~10~~ 11 ~~12~~ 13 ~~14~~ 15 ~~16~~ 17 ~~18~~ 19

Следующее простое число – 3. . Зачеркнем все числа кратные 3:

2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ 11 ~~12~~ 13 ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~ 17 ~~18~~ 19

Следующее простое число – 5. Зачеркнем все числа кратные 3:

2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ 11 ~~12~~ 13 ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~ 17 ~~18~~ 19.

11. **Гольдбахом** было высказано предположение, что каждое четное число, большее или равное 4, представимо в виде суммы двух простых. Это предположение до сих пор не доказано и не опровергнуто. Написать программу проверки этой гипотезы для данного четного числа **N**. Результатом выполнения программы должен быть вывод самого числа, если не удалось найти пару простых слагаемых, и вывод пары соответствующих простых чисел, если таковая пара найдена.
12. Написать программу поиска среди чисел **n, n+1, ..., 2n** так называемых **близнецов**, т.е. двух простых чисел, разность которых равна 2.
13. Написать программу нахождения наименьшего натурального числа, большее 2, являющегося одновременно суммой двух квадратов натуральных чисел и суммой двух кубов натуральных чисел. (Ответ: $65=8^2+1^2=4^3+1^3$)
14. Некоторые натуральные числа могут быть представлены в виде суммы кубов целых неотрицательных чисел: например $9=2^3+1^3$, $27=3^3+0^3$. Составить алгоритм, отыскивающий наименьшее натуральное число, имеющее два разных таких представления. (Представления $9=2^3+1^3$ и $9=1^3+2^3$ считаются одинаковыми).
15. Написать программу, которая определяет, сколько среди чисел от 1 до 1000 таких, которые делятся на 4, но не имеют цифры 4 в своей записи? (Ответ: 162)
16. Написать программу нахождения по данному целому числу **n > 7** пары целых неотрицательных чисел **a** и **b** таких, что **n=3a+5b**.
17. Написать программу, которая определяет, является ли заданное натуральное число степенью пятерки.
18. Написать программу, которая находит наименьшее натуральное число, большее 2, являющееся одновременно суммой двух квадратов натуральных чисел и суммой двух кубов натуральных чисел. (Ответ: $65=8^2+1^2=4^3+1^3$)
19. Написать программу, в результате выполнения которой определяется номер члена последовательности Фибоначчи с наперед заданным собственным делителем. (Никакой формулы, позволяющей непосредственно вычислять номера членов с наперед заданным собственным делителем **p**, пока не известно!)
20. Дан фрагмент программы. Предложите вариант оптимизации циклов (сокращение количество вычислительных операций в цикле).

```
For i = 1 to 20
  For j = 1 to 20
    B[j] = B[j] + A[i] / D^3
  Next j
Next i
```

21. Дан фрагмент программы. Предложите вариант оптимизации циклов (сокращение количество вычислительных операций в цикле).

```
Min = Max_int
For i = 1 to n
  If A[i] < Min Then Min = A[i]
Next i
```

22. Дан фрагмент программы. Предложите вариант оптимизации циклов (сокращение количество вычислительных операций в цикле).

```
k = 0  
For i = 1 to n  
  If A[ i ] = Min Then k = k + 1  
Next i  
For i = 1 to N  
  If i < C then A [ i ] = B [ i ]  
Next i
```