

2.2. Задачи

2.2.1. Вычисление абсолютных, относительных и приведенных погрешностей средств измерения

Цель занятия: получить практические навыки решения задач на вычисление абсолютных, относительных, приведенных погрешностей и вариации показаний приборов.

Пример решения задачи.

Задача 1. Вольтметром со шкалой (0...100) В, имеющим абсолютную погрешность $\Delta U = 1$ В, измерены значения напряжения 0; 10; 20; 40; 50; 60; 80; 100 В. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведенной погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы.

Решение.

Для записи результатов формируем таблицу (табл. 2.1), в столбцы которой будем записывать измеренные значения U , абсолютные ΔU , относительные δU и приведенные γU погрешности.

В первый столбец записываем заданные в условии задачи измеренные значения напряжения: 0; 10; 20; 40; 50; 60; 80; 100 В.

Значение абсолютной погрешности известно из условий задачи ($\Delta U = 1$ В) и считается одинаковым для всех измеренных значений напряжения; это значение заносим во все ячейки второго столбца.

Значения относительной погрешности будем рассчитывать по формуле

$$\delta U = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100\%.$$

При $U = 0$ В $\delta U \rightarrow \infty$.

При $U = 10$ В получаем $\delta U = 10\%$.

Значения относительной погрешности для остальных измеренных значений напряжения рассчитываются аналогично.

Полученные таким образом значения относительной погрешности заносим в третий столбец.

Для расчета значений приведенной погрешности будем использовать формулу

$$\gamma U = \frac{\Delta U}{U_N} \cdot 100\%.$$

Предварительно определим нормирующее значение U_N . Так как диапазон измерений вольтметра – (0...100) В, то шкала вольтметра содержит нулевую отметку, следовательно, за нормирующее значение принимаем размах шкалы прибора, т. е. $U_N = 100 \text{ В} - 0 \text{ В} = 100 \text{ В}$.

Так как величины ΔU и U_N постоянны при любых измеренных значениях напряжения, то величина приведенной погрешности так же постоянна и составляет $\gamma U = 1\%$. Это значение заносим во все ячейки четвертого столбца.

Таблица 2.1

Результаты расчета значений погрешностей

| U | ΔU | δU | γU |
|-----|------------|------------|------------|
| 0 | 1 | ∞ | 1,00 |
| 10 | 1 | 10,00 | 1,00 |
| 20 | 1 | 5,00 | 1,00 |
| 40 | 1 | 2,50 | 1,00 |
| 50 | 1 | 2,00 | 1,00 |
| 60 | 1 | 1,67 | 1,00 |
| 80 | 1 | 1,25 | 1,00 |
| 100 | 1 | 1,00 | 1,00 |

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2. Омметром со шкалой (0...1000) Ом измерены значения 0; 100+n (n – номер варианта); 200; 400+n; 500; 600+n; 800; 1000 Ом. Определить значения абсолютной и относительной погрешностей, если приведенная погрешность равна 0,5. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

Задача 3. Амперметром со шкалой (0...50+n) А, имеющим относительную погрешность, равную 2%, измерены значения силы тока 0; 5; 10; 20; 25+n; 30; 40; 50; 50+n А. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведенной погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

Задача 4. Вольтметром со шкалой (0...50) В, имеющим приведенную погрешность 2 %, измерены значения напряжения 10; 20; 40; 50–n; 50 В. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведенной погрешностей от результата измерений.

Задача 5. Кислородомером со шкалой (0...25) % измерены следующие значения концентрации кислорода: 0; 5; 10; 12,5; 15; 20; 25 %. Определить

значения абсолютной и относительной погрешностей, если приведенная погрешность равна $(2+0,05n)$ %. Результаты представить в виде таблицы.

Задача 6. Расходомером со шкалой $(0...150)$ м³/ч, имеющим относительную погрешность $(2+0,2n)$ %, измерены значения расхода 0,6n; 15; 30; 45; 60; 75; 90; 110; 120; 150 м³/ч. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведенной погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде графиков.

Задача 7. Уровнемером со шкалой $(5...10+0,1n)$ м, имеющим приведенную погрешность 1%, измерены значения уровня 5; 6; 7; 8; 9; 10 м. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведенной погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

Задача 8. Манометром со шкалой $(0...0,25)$ МПа измерены значения избыточного давления 0,001n; 0,02; 0,06; 0,08; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25 МПа. Определить значения абсолютной и относительной погрешностей, если приведенная погрешность манометра равна 1,5%. Результаты представить в виде таблицы и графиков.

Задача 9. По сигналам точного времени имеем 12 ч 00 мин, часы показывают $(12 \text{ ч } 00+0,05n)$ мин. Найти абсолютную и относительную погрешность.

Задача 10. Определить верхний предел измерения и основную приведенную погрешность датчика для измерения тяги газотурбинного двигателя $P = (1,6 \pm 0,02n)$ кН.

2.2.2. Вычисление погрешностей с учетом класса точности средств измерения

Цель занятия: получить практические навыки решения задач на вычисление погрешностей при различных способах задания классов точности приборов.

Пример решения задачи.

Задача 1. Амперметром класса точности 2.0 со шкалой $(0...50)$ А измерены значения тока 5; 10; 20; 25; 30; 40; 50 А. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведенной основных погрешностей от результата измерений.

Решение.

Класс точности амперметра задан числом, следовательно, приведенная погрешность, выраженная в процентах, во всех точках шкалы не должна превышать по модулю класса точности, т.е. $|\gamma I| \leq 2\%$.

При решении задачи рассмотрим худший случай $|\gamma I| = 2\%$, когда приведенная погрешность принимает максимальное по абсолютной величине значение.

Рассчитаем значения абсолютной погрешности.

Из формулы $\gamma I = \frac{\Delta I}{I_N} \cdot 100\%$ определяем значение абсолютной погрешности

$$\Delta I = \frac{\gamma \cdot I_N}{100}.$$

За нормирующее значение I_N принимаем размах шкалы, т. к. шкала амперметра содержит нулевую отметку, т.е. $I_N = |50 \text{ А} - 0 \text{ А}| = 50 \text{ А}$.

Абсолютная погрешность равна

$$\Delta I = \frac{2 \cdot 50}{100} = 1 \text{ А во всех точках шкалы прибора.}$$

Значения относительной погрешности будем рассчитывать по формуле

$$\delta I = \frac{\Delta I}{I} \cdot 100\%.$$

$$\delta I = \frac{1}{50} \cdot 100\% = 2\% \text{ в конце шкалы, } \delta I = 20\% \text{ в начале шкалы.}$$

Значения относительной погрешности для остальных измеренных значений тока рассчитываются аналогично.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2. Вольтметром класса точности 2 со шкалой $(0 \dots 100 + 3n)$ В измерены значения напряжения 20; 40; 60; 80; 100; $100+n$; $100+2n$; $100+3n$ В. Рассчитать зависимости абсолютной и относительной погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде графика зависимости погрешностей от результата измерений, учитывая, что погрешности могут быть как положительными, так и отрицательными.

Задача 3. Определить цену деления измерительных приборов:

1. Амперметра, имеющего на шкале делений 150, и предел измерений $I_N = (3 + 0,5n)$ А.
2. Вольтметра, имеющего на шкале делений $100 + n$, и предел измерений $U_N = 150$ В.
3. Ваттметра, имеющего $30 + 2n$ делений шкалы, и пределы измерений по току $I_N = 2,5$ А и напряжению $U_N = 150$ В.

Задача 4. Цифровым омметром класса точности 1.0/0.5 со шкалой (0...1000) Ом измерены значения сопротивления 0; 100; 200; 400; 500; 600; 800; $900 + n$; 1000 Ом. Рассчитать зависимости абсолютной и относительной основных погрешностей от результата измерений. Результаты представить в виде таблицы.

Задача 5. Микроамперметр на $100 + 5n$ мкА имеет шкалу в 200 делений. Определите цену деления и возможную погрешность в делениях шкалы, если на шкале прибора имеется обозначение класса точности 1,0.

Задача 6. Поправка к показанию прибора в середине его шкалы $C = + 1$ ед. Определите абсолютную погрешность и возможный класс точности прибора, если его шкала имеет $50 + 2n$ делений = 100 ед.

Задача 7. Сопротивление магнитоэлектрического амперметра без шунта $R_0 = 1$ Ом. Прибор имеет $100 + 5n$ делений, цена деления 0,001 А/дел. Определите предел измерения прибора при подключении шунта с сопротивлением $R = 52,6 \times 10^{-3}$ Ом и цену деления.

Задача 8. Определите абсолютную погрешность измерения постоянного тока амперметром, если он в цепи с образцовым сопротивлением 5 Ом показал ток 5 А, а при замене прибора образцовым амперметром для получения тех же показаний пришлось уменьшить напряжение на 1 В.

Задача 9. Для измерения тока $I = 0,1 - 0,005n$ мА необходимо определить класс точности магнитоэлектрического миллиамперметра с конечным значением шкалы $I_N = 0,5$ мА, чтобы относительная погрешность измерения тока не превышала 1%.

Задача 10. Для определения мощности в цепи постоянного тока были измерены напряжение сети $U = 200 + n$ В вольтметром класса точности 1,0 с пределом измерений $U_N = 300$ В, ток $I = 25 + 0,2n$ А амперметром класса точности 1,0 с пределом измерений $I_N = 30$ А. Определить мощность,

потребляемую приемником, а также относительную и абсолютные погрешности ее определения.

Задача 11. Необходимо измерить ток $I = 4 + 0,01A$. Имеются два амперметра: один класса точности 0,5 имеет верхний предел измерения $I = 25$ А, другой класса точности 1,5 имеет верхний предел измерения $I = 5$ А. Определите, у какого прибора меньше предел допускаемой основной относительной погрешности, а также, какой прибор лучше использовать для указанного тока.

Задача 12. Определите относительную погрешность измерения в начале шкалы (для $30+n$ делений) для прибора класса 0,5, имеющего шкалу 100 делений. Насколько эта погрешность больше погрешности на последнем — сотом делении шкалы прибора?

2.2.3. Определение среднеквадратического отклонения и доверительного интервала

Цель занятия: получить практические навыки решения задач на вычисление математического ожидания и среднеквадратического отклонения.

Задача 1. Проведено пять независимых наблюдений одного и того же напряжения $U_1 = 1944$ В, $U_2 = 1961$ В, $U_3 = 1951$ В, $U_4 = 1955$ В, $U_5 = 1967$ В. Найти результат измерения, его среднеквадратическое отклонение и доверительный интервал при вероятности $P=0,95$. Систематической погрешностью можно пренебречь.

В задаче требуется найти результат измерения. Для этого можно воспользоваться формулой

$$U = U_{cp},$$

где U_{cp} – среднее арифметическое значение для пяти измерений.

$$U_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i}{n} = 1955,6 \text{ В.}$$

Определим среднеквадратическое отклонение U от U_{cp} :

$$\sigma_{\bar{U}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2}{n(n-1)}} = 3,97 \text{ мВ.}$$

Таблица 2.2

Значения квантиля распределения Стьюдента

| Число степеней свободы | Уровень | | | | | |
|------------------------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,002 | 0,001 |
| 1 | 6,314 | 12,71 | 31,82 | 63,66 | 318,3 | 636,6 |
| 2 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 22,33 | 31,60 |
| 3 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 10,21 | 12,92 |
| 4 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 7,173 | 8,610 |
| 5 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 5,893 | 6,869 |
| 6 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 5,208 | 5,959 |
| 7 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 4,785 | 5,408 |
| 8 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 4,501 | 5,041 |
| 9 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 4,297 | 4,781 |
| 10 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 | 4,144 | 4,587 |
| 11 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 4,025 | 4,437 |
| 12 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 3,930 | 4,318 |
| 13 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 3,852 | 4,221 |
| 14 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 3,787 | 4,140 |
| 15 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 3,733 | 4,073 |
| 16 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 3,686 | 4,015 |
| 17 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,646 | 3,965 |
| 18 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,610 | 3,922 |
| 19 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,579 | 3,883 |
| 20 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,552 | 3,850 |
| 21 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,527 | 3,819 |
| 22 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,505 | 3,792 |
| 23 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,485 | 3,767 |
| 24 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,467 | 3,745 |
| 25 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,450 | 3,725 |

По таблице 2.2 находим значение критерия Стьюдента t_p при доверительной вероятности $P = 0,95$ (уровне 0,05) и $n - 1 = 4$. Значение $t_p = 2,776$.

Доверительные границы истинного значения напряжения с вероятностью $P = 0,95$ рассчитываются по формуле

$$\bar{U} \pm t_p \cdot \sigma_{\bar{U}}$$

$1955,6 - 2,776 \cdot 3,97 < U < 1955,6 + 2,776 \cdot 3,97$; или
 $1944,6 \text{ В} < U < 1966,6 \text{ В}$ при $P=0,95$; или $1955,6 \pm 11,0 \text{ В}$ при $P=0,95$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2. При многократном изменении температуры t в производственном помещении получены значения в градусах Цельсия: 20,4; 20,2; 20,0; 20,5; 19,7; 20,3; 20,4; 20,1. Определить опытное среднеквадратическое отклонение.

Задача 3. Определить доверительный интервал и записать результат измерения напряжения $37,186 + 0,02n$ В при среднеквадратическом отклонении погрешности измерения 0,249 В, если проведено 5 измерений, а доверительная вероятность 0,95.

Задача 4. При многократном измерении силы F получены значения в ньютонах (Н): 403; 408; 410; 405; 406; 398; 496; 404. Укажите доверительные границы истинного значения силы с вероятностью $P = 0,95$ (0,9, 0,8).

Задача 5. При многократном измерении силы электрического тока получены значения в амперах (А): $0,8 + 0,001n$; 0,85; 0,8; 0,79; 0,82; $0,78 + 0,001n$; 0,79; 0,8; 0,84. Укажите доверительные границы истинного значения силы тока с вероятностью $P = 0,95$.

Задача 6. При многократном измерении температуры объекта получены значения в градусах Цельсия ($^{\circ}\text{C}$): 40,4; 41,0; 40,2; $40,0 + 0,005n$; 43,5; 42,7; 40,3; 40,4; 40,8 $^{\circ}\text{C}$. Укажите доверительные границы истинного значения температуры с вероятностью $P = 0,99$.

Задача 7. При многократном измерении уровня жидкости L в технологическом резервуаре получены значения в метрах (м): 64; 64,25; 64,3; 64,4; 65; 64,5; 64,9; 63,7; 64,8. Укажите доверительные границы истинного значения уровня с вероятностью $P = 0,99$.

Задача 8. При многократном измерении диаметра детали d получены следующие значения в микрометрах (мкм): 9990,3; 9990; 9989,8; 9989,9; 9990,4; 9990; 9990,3; 9989,1; 9990,5; 9990,4; 9990. Укажите доверительные границы истинного значения диаметра с вероятностью $P = 0,95$.

Задача 9. Определить доверительный интервал и записать результат измерения мощности $87,35 + 0,05n$ Вт при среднеквадратическом отклонении 0,164 Вт, если число измерений равно 7, а доверительная вероятность 0,95.

2.2.4. Обнаружение грубых погрешностей

Цель занятия: получить практические навыки обработки результатов измерений по обнаружению грубых погрешностей с использованием критериев 3σ , Романовского или Шовене.

Пример решения задачи.

Задача 1. При диагностировании топливной системы автомобиля результаты пяти измерений расхода топлива составили: 22, 24, 26, 28, 30 л на 100 км. Последний результат вызывает сомнение. Проверить по критерию Романовского при уровне значимости 0,01, не является ли этот результат промахом.

Решение.

Найдем среднее арифметическое значение расхода топлива и его СКО без учета последнего результата, т. е. для четырех измерений. Они соответственно равны 25 и 2,6 л на 100 км.

Поскольку $n < 20$, то по критерию Романовского при уровне значимости 0,01 и $n = 4$ табличный коэффициент (таблица 2.3) $\beta_T = 1,73$. Вычисленное значение для последнего, пятого измерения $\beta = |(25-30)|/2,6 = 1,92 > 1,73$.

Таблица 2.3

Значения критерия Романовского

| q | n=4 | n=6 | n=8 | n=10 | n=12 | n=15 | n=20 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0,01 | 1,73 | 2,16 | 2,43 | 2,62 | 2,75 | 2,90 | 3,08 |
| 0,02 | 1,72 | 2,13 | 2,37 | 2,54 | 2,66 | 2,80 | 2,96 |
| 0,05 | 1,71 | 2,10 | 2,27 | 2,41 | 2,52 | 2,64 | 2,78 |
| 0,10 | 1,69 | 2,00 | 2,17 | 2,29 | 2,39 | 2,49 | 2,62 |

Критерий Романовского свидетельствует о необходимости отбрасывания последнего результата измерения.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2. Есть значения, равные 0,376; 0,398; 0,371; 0,366; 0,372 и 0,379. Определить по критерию Шовене, содержит ли эта серия грубые ошибки (промахи)?

Задача 3. По критерию 3 сигма определить промах в ряду погрешностей: 8,07; 8,05; 8,10; 8,16; 8,18; 8,14; 8,06; 8,10; 8,22; 8,11; 8,15; 8,09; 8,14; 8,12; 8,13; 8,18; 8,20; 8,17; 8,06; 8,04; 8,11; 8,09; 8,14; 8,16; 8,50.

Задача 4. Результаты измерения выборки деталей, обработанных на шлифовальном станке, образуют следующий ряд отклонений от номинала (мкм):

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 24 | 32 | 50 | 38 | 27 | 26 | 34 | 30 | 33 | 28 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

Проверить данные на наличие грубой погрешности, применив все возможные критерии. Сделать вывод о достоинствах и недостатках критериев. Объяснить, какой критерий является предпочтительным в данном случае.

Задача 5. Для приведенного ряда измерений провести проверку на наличие промахов, используя все возможные критерии:

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 25 | 25 | 23 | 22 | 25 | 25 | 23 | 24 | 26 | 24 |
| 23 | 26 | 25 | 25 | 23 | 25 | 28 | 25 | 23 | 24 |
| 25 | 23 | 23 | 25 | 24 | 24 | 25 | 24 | 23 | 24 |

Объяснить, какой критерий является предпочтительным в данном случае.

Задача 6. Штангенциркулем были проведены измерения длины металлического бруска. Было проведено 10 замеров и получены следующие значения (мм):

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 31,0 | 31,1 | 31,2 | 31,3 | 31,0 | 31,0 | 31,1 | 31,0 | 31,0 | 31,1 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|

Цена деления штангенциркуля 0,1 мм. Определить длину бруска с учетом абсолютной и относительной погрешности измерений.

Задача 7. Оценить результаты измерений (правильная или неправильная запись): $17,0 \pm 0,2$; $17 \pm 0,2$; $17,00 \pm 0,2$; $12,13 \pm 0,2$; $12,13 \pm 0,17$; $12,1 \pm 0,17$; $46,402 \pm 0,15$; $46,4 \pm 0,15$; $46,40 \pm 0,15$. Округлить: (до сотых) $0,7439 \pm 0,0791$; (до десятых) $2,7849 \pm 0,98$; (до десятков) 789 ± 32 .

2.2.5. Нахождение погрешностей косвенных измерений

Цель занятия: получить практические навыки нахождения погрешностей косвенных измерений.

Задача 1. Необходимо определить мощность электрического тока на некотором сопротивлении. При этом с помощью прямых измерений получены значения напряжения и сопротивления:

$$U = (150 \pm 10) \text{ В}; \delta U = 7 \%;$$

$$R = (18 \pm 1) \text{ Ом}; \delta R = 6 \%.$$

Решение.

Мощность электрического тока определяется по формуле: $P = \frac{U^2}{R}$.

Вычислим среднее значение мощности электрического тока:

$$P_{cp} = \frac{150^2}{18} = 1250 \text{ Вт} \approx 1,3 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

Здесь при округлении учтено, что наименьшее число значащих цифр в результатах измерения равно двум. Это цифры, которыми определено сопротивление.

Теперь определим абсолютную погрешность этого косвенного измерения. Это можно сделать тремя способами.

Первый способ определения абсолютной погрешности косвенного измерения состоит в том, что сначала определяют значения частных производных. Затем вычисляются погрешности от каждого аргумента, и, наконец, определяется полная абсолютная погрешность, а затем и относительная погрешность. Применим эти рассуждения к нашему примеру.

1. Находим частные производные и вычисляем их значения при средних значениях аргументов

$$\frac{\partial P}{\partial U} = \frac{2 \cdot U}{R} = \frac{2 \cdot 150}{18} = 16,7 \text{ Вт/В}.$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = -\frac{U^2}{R^2} = -\frac{150^2}{18^2} = -69,4 \text{ Вт/Ом}.$$

2. Вычисляем составляющие погрешности от каждого аргумента:

$$\Delta P_U = \left| \frac{\partial P}{\partial U} \right| \cdot \Delta U = 16,7 \cdot 10 = 167 \text{ Вт}.$$

$$\Delta P_R = \left| \frac{\partial P}{\partial R} \right| \cdot \Delta R = 69,4 \cdot 1 = 69,4 \text{ Вт}.$$

3. Вычисляем полную абсолютную погрешность:

$$\Delta P = \sqrt{(\Delta P)_U^2 + (\Delta P)_R^2} = \sqrt{167^2 + 69,4^2} = 180,85 \text{ Вт} \approx 200 \text{ Вт} \\ = 0,2 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

4. Вычисляем относительную погрешность:

$$\delta P = \frac{\Delta P}{P} \cdot 100\% = \frac{0,2 \cdot 10^3}{1,3 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 15\%.$$

5. Запишем результат данного косвенного измерения:

$$P = (1,3 \pm 0,2) \cdot 10^3 \text{ Вт}; \quad \delta P = 15\%.$$

Второй способ определения абсолютной погрешности косвенного измерения состоит в том, что сначала определяют приращения измеряемой величины по ее аргументам, а затем вычисляется полная

абсолютная погрешность и относительная погрешность. Применим этот способ к нашему примеру.

1. Найдем приращения функции по ее аргументам:

$$\Delta P_U = |P(U + \Delta U, R) - P(U, R)| = \left| \frac{(150 + 10)^2}{18} - 1250 \right| = 172,2 \text{ Вт};$$

$$\Delta P_R = |P(U, R + \Delta R) - P(U, R)| = \left| \frac{150^2}{19} - 1250 \right| = 65,8 \text{ Вт}.$$

2. Вычислим полную абсолютную погрешность:

$$\Delta P = \sqrt{(\Delta P)_U^2 + (\Delta P)_R^2} = \sqrt{172,2^2 + 65,8^2} = 184,3 \text{ Вт} \approx 0,2 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

3. Вычисляем относительную погрешность:

$$\delta P = \frac{\Delta P}{P} \cdot 100\% = \frac{0,2 \cdot 10^3}{1,3 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 15\%.$$

4. Записываем результат измерения:

$$P = (1,3 \pm 0,2) \cdot 10^3 \text{ Вт}; \quad \delta P = 15\%.$$

Третий способ состоит в том, что сначала можно определить относительную погрешность:

$$\delta P = \frac{\Delta P}{P} \approx \Delta \ln P.$$

1. Прологарифмируем выражение для мощности:

$$\ln P = 2 \ln U - \ln R.$$

2. Найдем приращение логарифма мощности:

$$\Delta \ln P = \frac{2 \cdot \Delta U}{U} + \frac{\Delta R}{R}.$$

Здесь вместо знака «минус» ставим знак «плюс», чтобы определить максимальную абсолютную погрешность, которая определяется положительной величиной.

3. Вычисляем относительную погрешность:

$$\delta P = \frac{2 \cdot 10}{150} + \frac{1}{18} = 0,19.$$

4. Выразим относительную погрешность в процентах: $\delta P = 19\%$.

5. По относительной погрешности найдем абсолютную погрешность:

$$\Delta P = \delta P \cdot \langle P \rangle = 0,19 \cdot 1250 = 236 \text{ Вт} \approx 0,2 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

6. Записываем окончательный результат:

$$P = (1,3 \pm 0,2) \cdot 10^3 \text{ Вт} \quad \delta P = 19\%.$$

При вычислении абсолютной и относительной погрешности косвенных измерений можно пользоваться любым методом, но наиболее обоснованными являются первые два метода. Поэтому они для нас будут предпочтительными. Кроме того, третий метод используется только в случае если формула, определяющая величину, представляет собой дробь или произведение некоторых величин.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2. Измерение мощности P в активной нагрузке сопротивлением 20 Ом определяется с помощью вольтметра класса точности 1,0 с пределом измерения $U_r=220$ В. Оценить измеренную мощность и погрешность, если прибор показал $U_n=100+3n$ В.

Задача 3. Требуется рассчитать энергию, потребленную нагрузкой, и среднюю квадратическую погрешность ее определения. Энергия определена косвенным методом по показаниям: амперметра $I = (20 \pm 0,25)$ А; омметра $R = (15 \pm 0,01)$ Ом; секундомера $t = (3600 \pm 0,5)$ с. Известно, что энергия W связана с измеренными физическими величинами соотношением $W = I^2 RT$.

Задача 4. Счетчик электроэнергии класса точности 1 показал за два часа потребляемую лампочкой и холодильником электроэнергию 0,140 кВт·ч. Жители квартиры измерили потребляемую мощность самостоятельно, используя вольтметр и амперметр с классами точности 0,5 и 0,6; пределами измерений 250 В и 2 А, результаты измерений 220 В и 55 А, соответственно.

Определите, необходимо ли заменить счетчик, если относительная погрешность измерения времени 0,5%?

2.3. Расчетно-графическая работа

Расчетно-графическая работа по курсу «Основы метрологии, стандартизации, сертификации и контроля качества» способствует закреплению теоретического материала по курсу, а также приобретению навыков работы с табличными данными.

Отчет по расчетно-графической работе должен содержать: титульный лист с названием работы, фамилией студента и номером варианта; задание; исходные данные; расчетную часть; вывод. Вариант выдается преподавателем.

Задача 1. Термометром с заданной шкалой, имеющим относительную погрешность δt , измерены значения температуры. Результаты измерений представлены в таблице 2.4. Рассчитать зависимости абсолютной, относительной и приведенной погрешностей от результата измерений.

Таблица 2.4

Исходные данные

| Номер варианта | Диапазон шкалы, °С | Значение погрешности, % | Результаты измерения t , °С |
|----------------|--------------------|-------------------------|-----------------------------------|
| 1 | -100...100 | 1,0 | -50; -25; 0; 25; 50; 75; 100 |
| 2 | -50...100 | 0,5 | -50; -20; -5; 15; 50; 87; 99 |
| 3 | -50...50 | 1,5 | -45; -25; -5; 5; 15; 35; 50 |
| 4 | 0...100 | 2,0 | 10; 20; 40; 50; 60; 80; 100 |
| 5 | 0...200 | 2,5 | 40; 80; 100; 120; 150; 180; 200 |
| 6 | -200...200 | 0,1 | -200; -150; -50; 0; 15; 100; 160 |
| 7 | 0...200 | 1,0 | 10; 40; 80; 120; 150; 170; 200 |
| 8 | -150...150 | 1,6 | -100; -80; -60; -40; -20; 10; 30 |
| 9 | -50...150 | 2,7 | 40; 65; 90; 120; 130; 140; 150 |
| 10 | 0...400 | 4,0 | 50; 100; 150; 200; 250; 300; 350 |
| 11 | 0...150 | 3,5 | 10; 30; 70; 110; 120; 140; 150 |
| 12 | 100...200 | 3,0 | 110; 130; 143; 150; 170; 190; 198 |
| 13 | -100...200 | 2,2 | -90; -40; 40; 80; 150; 170; 195 |
| 14 | 50...200 | 1,2 | 55; 70; 100; 120; 150; 180; 200 |
| 15 | 100...250 | 1,8 | 110; 130; 180; 200; 215; 240; 250 |
| 16 | 50...120 | 1,9 | 51; 60; 70; 91; 98; 110; 120 |
| 17 | -50...120 | 0,7 | -40; -38; -17; -5; 12; 25; 100 |
| 18 | 0...180 | 0,9 | 0; 25; 50; 57; 82; 90; 100 |
| 19 | 0...250 | 1,7 | 150; 180; 200; 210; 220; 240; 250 |
| 20 | -10...200 | 2,1 | 0; 28; 42; 60; 78; 95; 150 |

Результаты представить в виде таблицы и графиков.

Задача 2. При измерении мирового рекорда на спринтерской дистанции 100 м использовался электронный секундомер с относительной инструментальной погрешностью 0,2%. Время действующего мирового рекорда равно $(8,745 \pm 0,001)$ с. Можно ли уверенно утверждать, что время $8,70 \pm 0,002$ с является новым мировым рекордом? Ответ обоснуйте математическим неравенством.

Задача 3. На бензоколонке заливают бензин с абсолютной систематической погрешностью $\Delta = 0,1$ л при каждой заправке. Вычислите относительные погрешности, возникающие при покупке $12 \pm n$ л и 40 л