

5 ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕС

В данном разделе необходимо выполнить расчеты по проектированию эвольвентной зубчатой передачи внешнего (внутреннего) зацепления, колеса которой нарезаны стандартной рейкой.

Принимаем, что зубчатые колеса изготовлены без смещения исходного контура ($X_1 = X_2 = 0$). Тогда угол зацепления равен углу профиля инструмента ($\alpha_w = \alpha = 20^\circ$), делительные окружности являются одновременно начальными окружностями зацепления ($r_{w1} = r_1$ и $r_{w2} = r_2$).

Рассчитываемая зубчатая передача имеет следующие параметры:

$$z_1 = 18; \quad z_2 = 20; \quad m = 10 \text{ мм.}$$

Определим величины параметров, необходимых для построения эвольвентного зацепления.

Радиусы начальных и делительных окружностей зубчатых колес определяются по следующей зависимости:

$$r_w = r = \frac{mz}{2}, \quad (5.1)$$

где m, z – соответственно модуль и число зубьев зубчатого колеса.

Подставляя численные значения, получим:

– для первого колеса

$$r_{w1} = r_1 = \frac{mz_1}{2} = \frac{10 \cdot 18}{2} = 90 \text{ мм};$$

– для второго колеса

$$r_{w2} = r_2 = \frac{mz_2}{2} = \frac{10 \cdot 20}{2} = 100 \text{ мм.}$$

Радиусы основных окружностей зубчатых колес

$$r_b = r \cos \alpha. \quad (5.2)$$

Тогда для зубчатых колес радиусы основных окружностей будут составлять:

					02.38.075.00.000 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		55

– для первого колеса

$$r_{b_1} = r_1 \cos \alpha = 90 \cdot 0,94 = 84,6 \text{ мм};$$

– для второго колеса

$$r_{b_2} = r_2 \cos \alpha = 100 \cdot 0,94 = 94 \text{ мм}.$$

Радиусы окружностей вершин зубьев определяются как

$$r_a = r + h_a = r + h_a^* m, \quad (5.3)$$

где $h_a = h_a^* m$ – высота головки зуба (расстояние, измеренное по радиусу между делительной окружностью и окружностью вершин), мм;

h_a^* – коэффициент высоты головки зуба (для колес с нормальной высотой головки зуба $h_a^* = 1$, а с укороченной – $h_a^* = 0,8$).

Подставляя численные значения, получим:

– для первого колеса

$$r_{a_1} = r_1 + h_a^* m = 90 + 1 \cdot 10 = 100 \text{ мм};$$

– для второго колеса

$$r_{a_2} = r_2 + h_a^* m = 100 + 1 \cdot 10 = 110 \text{ мм}.$$

Радиусы окружностей впадин зубчатых колес определяются по следующей зависимости:

$$r_f = r - h_f = r - (h_a + c) = r - (h_a^* + c^*) m, \quad (5.4)$$

где $h_f = h_a + c$ – высота ножки зуба, мм;

$c = c^* m$ – радиальный зазор, мм;

$c^* = 0,25$ – коэффициент радиального зазора.

Подставляя численные значения, получим:

– для первого колеса

$$r_{f_1} = r_1 - (h_a^* + c^*) m = 90 - (1 + 0,25) \cdot 10 = 77,5 \text{ мм}.$$

									Лист
									56
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	02.38.075.00.000 ПЗ				

– для второго колеса

$$r_{f_2} = r_2 - (h_a^* + c^*)m = 100 - (1 + 0,25) \cdot 10 = 87,5 \text{ мм.}$$

Высота зуба определяется как

$$h = h_a + h_f = h_a^*m + (h_a^* + c^*)m. \quad (5.5a)$$

При $h_a^* = 1$ и $c^* = 0,25$

$$h = 2,25m. \quad (5.5b)$$

Подставив численные значения, получим:

$$h = 1 \cdot 10 + (1 + 0,25) \cdot 10 = 22,5 \text{ мм.}$$

Шаг по делительной окружности определяется по формуле:

$$p = \pi m. \quad (5.6)$$

В нашем случае шаг по делительной окружности

$$p = 3,14 \cdot 10 = 31,4 \text{ мм.}$$

Окружная толщина зуба по делительной окружности

$$S = \frac{\pi m}{2}. \quad (5.7)$$

Подставив численные значения, получим:

$$S = \frac{3,14 \cdot 10}{2} = 15,7 \text{ мм.}$$

Межосевое расстояние определяется как

$$a_w = a = r_{w_1} + r_{w_2}, \quad (5.8)$$

где $a = r_1 + r_2$ – делительное межосевое расстояние, мм.

Подставив численные значения, получим:

$$a_w = a = 90 + 100 = 190 \text{ мм.}$$

						Лист
					02.38.075.00.000 ПЗ	57
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Для построения картины зацепления зубчатых колес выбираем масштаб 2:1, значит, на чертеже все полученные значения величин увеличатся в 2 раза.

Построение картины эвольвентного зацепления проводим в следующем порядке (приложения Н, С, Т):

1) откладываем межосевое расстояние a_w ;

2) радиусами r_{w1} и r_{w2} проводим начальные окружности зубчатых колес. Точка P их касания является полюсом зацепления;

3) проводим основные окружности колес (радиусами r_{b1} и r_{b2}), окружности вершин зубьев (радиусами r_{a1} и r_{a2}) и окружности впадин (радиусами r_{f1} и r_{f2});

4) через полюс зацепления P проводим общую касательную $t-t$ к начальным окружностям зубчатых колес и линию зацепления $n-n$, касающуюся в точках A и B основных окружностей. Положение точек касания A и B определим, если из центров O_1 и O_2 опустим перпендикуляры на прямую $n-n$. Часть (ab) линии $n-n$, заключенная между окружностями вершин зубьев, называется *активной линией зацепления*, т.е. геометрическим местом действительного касания профилей зубьев; линия AB называется *теоретической линией зацепления*;

5) строим эвольвенты профилей зубьев, соприкасающихся в полюсе зацепления P . Профили зубьев получают, обкатывая линию зацепления как по одной, так и по другой основным окружностям. При обкатывании точка P линии зацепления описывает эвольвенты, которые являются искомыми профилями. Для построения эвольвентного профиля зуба первого колеса отрезок AP делим на равные части (в нашем случае – на 4) и получаем точки 1, 2, 3. Такие же отрезки откладываем от точки A влево и получаем точки 5, 6, 7. На основной окружности первого зубчатого колеса с помощью измерителя вправо и влево от точки A откладываем дуги, длины которых равны этим отрезкам, получаем точки 1', 2', 3', 4', 5', 6' и 7'. Через эти точки проводим касательные к основным окружностям радиусом r_{b1} (перпендикуляры к соответствующим радиусам). На касательной, проведенной через точку 1', отложим $\frac{1}{4}$ отрезка (AP), т.е. длину $1P$. На касательной, проведенной через точку 2', отложим $\frac{2}{4}$ отрезка (AP), т.е. длину $2P$. На касательной, проведенной через точку 3', отложим $\frac{3}{4}$ отрезка (AP), т.е. длину $3P$, и т.д. Проведя аналогичные построения на каждой из касательных, получим ряд точек 1", 2", 3", 4", 5", 6" и 7". Плавная кривая, проведенная через полученные точки, является эвольвентным профилем правой части зуба первого колеса. Таким же способом строится эвольвентный профиль второго колеса (для этого используется отрезок (BP));

						Лист
					02.38.075.00.000 ПЗ	58
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

б) профиль ножки зуба, лежащий внутри основной окружности, очерчивается по радиальной прямой, соединяющей начало эвольвенты с центром колеса, и сопрягается с окружностью впадин закруглением радиусом $\rho = 0,4m$.

7) по начальной окружности в масштабе откладываем половину толщины зуба $\frac{S_w}{2}$, проводим ось симметрии зуба (радиальную прямую) и по законам симметрии строим левый профиль зуба;

8) на каждом колесе справа и слева от построенного по точкам зуба с помощью лекал или шаблонов строим еще два зуба.

При вращении первого колеса (допустим, в направлении вращения часовой стрелки) ножка зуба войдет в зацепление в точке a с головкой зуба второго колеса. В точке b головка зуба первого колеса выйдет из зацепления с ножкой зуба второго колеса. Таким образом, точка зацепления (соприкосновения зубьев) перемещается по профилю зуба первого колеса от его основания к вершине, а по профилю зуба второго – наоборот, от вершины к основанию.

Участки профилей зубьев, которые в процессе передачи вращения входят в соприкосновение друг с другом, называют *активными профилями*. Определим эти участки. Точку f_1 на профиле зуба первого колеса получим, если из центра O_1 описать дугу радиусом O_1a . Точно так же находим точку f_2 , описав дугу радиусом O_2b из центра O_2 .

В точке a встретятся точки f_1 и e_2 , а в точке b выйдут из зацепления точки f_2 и e_1 . Активными профилями являются части эвольвент e_1f_1 и e_2f_2 .

Чтобы построить дугу зацепления на первом зубчатом колесе, профиль зуба этого колеса повернем вокруг точки O_1 и совместим последовательно с началом и концом активной линии зацепления, т. е. с точками a и b . На начальной окружности первого колеса получим дугу $c'd'$. Если повернем профиль второго колеса вокруг точки O_2 и совместим с точками a и b , то на начальной окружности второго колеса получим дугу $c''d''$. Дуги $c'd'$ и $c''d''$ являются *дугами зацепления по начальным окружностям*, дуги ab' и $a'b$ – *дугами зацепления по основным окружностям*.

Длина дуги зацепления по основной окружности колеса равна длине g_α активной линии зацепления ab .

Углы φ_{α_1} и φ_{α_2} называются *углами перекрытия*. Отношение угла перекрытия зубчатого колеса к его угловому шагу $\tau = \frac{2\pi}{z}$ называется *коэффициентом перекрытия*, т. е.

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_{\alpha_1}}{\tau_1} = \frac{\varphi_{\alpha_2}}{\tau_2} = \frac{g_\alpha z}{2\pi r_b}. \quad (5.9)$$

						Лист
					02.38.075.00.000 ПЗ	59
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Вычислим коэффициент перекрытия проектируемой передачи. Из чертежа длина активной линии зацепления равна 91 мм, что соответствует действительному значению $g_\alpha = (ab) = 45,5$ мм. Тогда коэффициент перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_{\alpha 1}}{\tau_1} = \frac{g_\alpha z_1}{2\pi r_{b1}} = \frac{45,5 \cdot 18}{2 \cdot 3,14 \cdot 84,6} = 1,54.$$

Коэффициент перекрытия определяется и как отношение длины активной линии зацепления к шагу по основной окружности:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{(ab)}{P_b} = \frac{(ab)}{\pi m \cos \alpha}. \quad (5.10)$$

Подставив численные значения, получим:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{45,5}{3,14 \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ} = \frac{45,5}{3,14 \cdot 10 \cdot 0,9397} = 1,54.$$

Коэффициент перекрытия можно вычислить также аналитически по формуле:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_w \sin \alpha}{P \cos \alpha}. \quad (5.11)$$

Подставив численные значения, получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{\sqrt{100^2 - 84,6^2} + \sqrt{110^2 - 94^2} - 190 \cdot \sin 20^\circ}{31,4 \cos 20^\circ} = \\ &= \frac{\sqrt{100^2 - 84,6^2} + \sqrt{110^2 - 94^2} - 190 \cdot 0,342}{31,4 \cdot 0,9397} = 1,541. \end{aligned}$$

Коэффициент перекрытия показывает среднее число пар зубьев, одновременно находящихся в зацеплении. Если $\varepsilon_\alpha = 1,54$, то 54 % от общего времени работы в зацеплении участвуют две пары зубьев, а 46 % времени – одна пара.

Удельное скольжение профилей зубьев (v_1 и v_2) является характеристикой скольжения одного профиля зуба по второму, т. е. характеризует износ профилей, вызванный силой трения.

						02.38.075.00.000 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			60

Удельное скольжение можно определить по следующим формулам:

$$v_1 = 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} U_{21}; \quad (5.12)$$

$$v_2 = 1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} U_{12},$$

где ρ_1, ρ_2 – соответственно радиусы кривизны эвольвент первого и второго колес в точке зацепления, мм;

U_{12}, U_{21} – передаточное отношение ступени.

Передаточное отношение для внешнего зацепления определяется как

$$U_{12} = -\frac{z_2}{z_1},$$

$$U_{21} = -\frac{z_1}{z_2}. \quad (5.13)$$

Подставив численные значения, получим:

$$U_{12} = -\frac{20}{18} = -1,111,$$

$$U_{21} = -\frac{18}{20} = -0,9.$$

Вычислим удельное скольжение в нескольких точках зацепления и построим диаграммы удельного скольжения. Ось абсцисс диаграмм проведем параллельно линии зацепления, а ось ординат – перпендикулярно к ней через точку A . Спроектируем на ось абсцисс точки A, a, P, b и B . Тогда

$$\rho_1 = X;$$

$$\rho_2 = (AB) - X, \quad (5.14)$$

где (AB) – длина теоретической линии зацепления (в нашем случае – $(AB) = 130$ мм в масштабе 1:2).

Значения текущей координаты X возьмем с интервалом в 15 мм в пределах от $X = 0$ до $X = 130$ мм. Результаты расчета v_1 и v_2 сведем в таблицу 5.1 и по ним построим диаграммы удельных скольжений в масштабе $\mu_v = 0,1 \frac{1}{\text{мм}}$.

						02.38.075.00.000 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			61

Таблица 5.1 – Результаты расчета удельных скольжений профилей зубьев

$X = \rho_1$	0	15	30	45	60	75	90	105	120	130
$AB - X = \rho_2$	130	115	100	85	70	55	40	25	10	0
v_1	$-\infty$	-5,9	-2,0	-0,7	-0,05	0,34	0,6	0,78	0,92	1,0
v_2	1,0	0,854	0,67	0,41	0,05	-0,51	-1,5	-3,66	-12,3	$-\infty$

Так как зацепление профилей зубьев колес происходит только на активной линии зацепления, то для большей наглядности эти участки на диаграммах удельных скольжений заштрихованы.

Толщину зубьев колес по окружности вершин определим по формуле:

$$S_a = d_a \left(\frac{S_1}{d_1} + \text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_a \right), \quad (5.15)$$

где α – угол профиля эвольвенты на делительной окружности, $\alpha = 20^\circ$;

α_a – угол профиля эвольвенты на окружности вершин зубьев;

$\text{inv } \alpha$, $\text{inv } \alpha_a$ – эвольвентная функция углов α и α_a .

$$\cos \alpha_a = \frac{r_b}{r_a},$$

откуда

$$\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a}. \quad (5.16)$$

Подставив численные значения для первого колеса в (5.16), (5.15), получим:

$$\alpha_{\alpha_1} = \arccos \frac{84,6}{100} = 32,22^\circ.$$

По таблице инволют (приложение К) определяем для угла $\alpha_{\alpha_1} = 32,22^\circ$ значение $\text{inv } \alpha_{\alpha_1} = 0,068899$.

$$S_a = 200 \left(\frac{15,7}{180} + \text{inv}20^\circ - \text{inv}32,22^\circ \right) = 200 \left(\frac{15,7}{180} + 0,014904 - 0,068899 \right) = 6,64 \text{ мм.}$$

Для нормальной работы зубчатой передачи необходимо, чтобы соблюдались следующие условия:

- 1) $\varepsilon_\alpha \geq 1,1$;
- 2) $S_a \geq 0,3m$ (отсутствие заострения головки зуба у меньшего колеса).

Для заданной передачи $\varepsilon_\alpha = 1,54$ и $S_a = \frac{6,64}{10} = 0,664m$, т. е. условие нормальной работы соблюдается.

					02.38.075.00.000 ПЗ	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		63

Приложение К
(Справочное)

Таблица К.1 – Значения $\operatorname{inv}\alpha$

Градусы	Порядок	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'
18	0,0	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543
19	0,0	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713
20	0,0	14904	15098	15293	15490	15689	15890	16092	16296	16502	16710	16920	17132
21	0,0	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19617
22	0,0	20054	20292	20533	20775	21019	21266	21514	21766	22018	22272	22529	22788
23	0,0	23049	23312	23577	23845	24114	24386	24660	24936	25214	25495	25778	26062
24	0,0	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660
25	0,0	29975	30293	30613	30935	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602
26	0,0	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	36798	37166	37537	37910
27	0,0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40997	41395	41797	42201	42607
28	0,0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718
29	0,0	48164	48612	49064	49518	49976	50437	50901	51368	51838	52312	52788	53268
30	0,0	53751	54238	54728	55221	55718	56217	56720	57226	57736	58249	58765	59285
31	0,0	58809	60335	60856	61400	61937	62478	63022	63570	64122	64677	65236	65798
32	0,0	66364	66934	67507	68084	68665	69250	69836	70430	71026	71626	72230	72838
33	0,0	73449	74064	74684	75307	75934	76565	77200	77839	78483	79130	79781	80437
34	0,0	81097	81760	82428	83100	83777	84457	85142	85832	86525	87223	87925	88631
35	0,0	89342	90058	90777	91502	92230	92963	63701	94443	95190	95942	96898	97459
36	0,	09822	09899	09977	10055	10133	10212	10292	10371	10452	10533	10614	10696
37	0,	10778	10861	10944	11028	11113	11197	11283	11369	11455	11542	11630	11718
38	0,	11806	11895	11985	12075	12165	12257	12348	12441	12534	12627	12721	12815
39	0,	12911	13006	13102	13199	13297	13395	13493	13592	13692	13792	13893	13995
40	0,	14096	14200	14303	14407	14511	14316	14722	14829	14936	15043	15152	15261