Контрольная работа №2

Вариант 3

Задача 1. Тема: «Нормальное распределение».

**Вариант 3**

Вес тропического грейпфрута, выращенного в Краснодарском крае, нормально распределенная случайная величина с неизвестным математическим ожиданием и дисперсией, равной 0.04. Агрономы знают, что 65% фруктов весят меньше, чем 0.5 кг. Найдите ожидаемый вес случайно выбранного грейпфрута.

Решение

Ожидаемый вес случайно выбранного грейпфрута - это есть математическое ожидание, найти которое можно из формулы попадания нормально распределенной случайной величины в интервал .

По условию задачи

А также известно, что

поэтому

По таблице Лапласа можно найти, что

Отсюда получаем 0,5-a=0,077, а=0,5-0,077=0,423.

**Ответ**: ожидаемый вес случайно выбранного грейпфрута равен 0,423г.

**Задача 2. Тема: «Интервальные оценки».**

**Вариант 3**

Для изучения различных демографических характеристик населения выборочно обследовалось 300 семей города. Оказалось, что среди обследованных семей 15% состоят из двух человек. В каких пределах находится в генеральной совокупности доля семей, состоящих из двух человек, если принять доверительную вероятность равной 0.95?

Решение.

В данной задаче требуется построить доверительный интервал для генеральной доли. Определим выборочную долю р.

Из 300 семей 15% состоит из 2-х человек

семей состоит из 2-х человек.

Значит, выборочная доля таких семей составляет

Поскольку объем выборки n=300>30, найдем из таблиц Лапласа с учетом доверительной вероятности :

Предельная ошибка выборки равна

Таким образом, доверительный интервал для генеральной доли по выборочным данным равна

(0,15-0,04;0,15+0,04) или (0,11; 0,19)

Доля семей, состоящая из 2-х человек, с вероятностью 0,95 находится в пределах от 11% до 19%.

Задача **3. Тема: «Проверка статистических гипотез»**

**Вариант 3**

Поступление страховых полисов в 130 филиалах страховых компаний в регионе А составилое., в регионе В на 100 филиалов пришлось у.е. Дисперсия величины страховых взносов в регионе А равна , в регионе В —(у.е.) . На уровне значимости α = 0.05 определите, существенно ли различается средняя величина поступления страховых взносов в регионах А и В из расчета на один филиал.

Решение

По условию нам известны следующие данные

Для региона А:

Для региона B:

Для того чтобы при заданном уровне значимости проверить нулевую гипотезу

о равенстве математических ожиданий двух нормально распределенных совокупностей, надо выявить наблюдаемое значение критерия

По табличной функции Лапласа найдем критическую точку из равенства

Ф(

Если |- нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Если |- отвергают нулевую гипотезу

Вычислим

Для этого сначала определим .

Тогда

Из равенства Ф(=

Используя таблицу Лапласа определим критическую точку :

0,027<1,96 |

Значит, нет оснований отвергать гипотезу о равенстве математических ожиданий данных распределений.

Гипотезу принимаем.

Значит, различие средних величин поступления страховых взносов в регионах А и В из расчета на 1 филиал не существенны.

**Задача 4. Тема: «Критерий согласия Пирсона».**

С помощью критерия согласия Пирсона на уровне значимости α = 0,05 выяснить, можно ли считать случайную величину X, заданную в виде сгруппированного статистического ряда, нормально распределенной с параметрами x ϖ и s, рассчитанными по выборке.

Вариант 3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | [2.3;2.5] | [2.5;2.7] | [2.7;2.9] | [2.9;3.1] | [3.1;3.3] | [3.3;3.5] |
|  | 3 | 6 | 9 | 8 | 5 | 2 |

Для каждого из интервалов определим середину. Имеем

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| группы | середина интервала | nj | xj\*nj | x-x ̅ | (x-x ̅)^2) | ((x-x ̅)^2)\*nj |
| 2.3-2.5 | 2,4 | 3 | 7,2 | -0,47 | 0,22 | 0,67 |
| 2.5-2.7 | 2,6 | 6 | 15,6 | -0,27 | 0,07 | 0,45 |
| 2.7-2.9 | 2,8 | 9 | 25,2 | -0,07 | 0,01 | 0,05 |
| 2.9-3.1 | 3 | 8 | 24 | 0,13 | 0,02 | 0,13 |
| 3.1-3.3 | 3,2 | 5 | 16 | 0,33 | 0,11 | 0,54 |
| 3.3-3.5 | 3,4 | 2 | 6,8 | 0,53 | 0,28 | 0,56 |
| итого |  |  | **94,8** | **0,16** | **0,70** | **2,39** |

=

Вычислим дисперсию

Нулевую гипотезу сформулируем как утверждение, что случайная величина Х имеет нормальное распределение с указанными выше параметрами .

Вычислим теоретические частоты, учитывая n=33,   
, h=0,2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| группы | Ui | φ(ui) | ni |
| 2.3-2.5 | -1,76 | 0,0863 | 2,12 |
| 2.5-2.7 | -1,01 | 0,242 | 5,94 |
| 2.7-2.9 | -0,27 | 0,3857 | 9,47 |
| 2.9-3.1 | 0,47 | 0,3565 | 8,75 |
| 3.1-3.3 | 1,22 | 0,1872 | 4,59 |
| 3.3-3.5 | 1,96 | 0,0573 | 1,41 |
| итого | 0,61 | 1,315 | 32,27 |

Сравним эмпирические и теоретические частоты. Составим расчетную таблицу, из которой найдем наблюдаемое значение критерия.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 3 | 2.1 | 0.9 | 0.81 | 0.39 |
| 6 | 5.9 | 0.1 | 0.01 | 0.002 |
| 9 | 9.5 | 0.5 | 0.25 | 0.03 |
| 8 | 8.7 | 0.7 | 0.49 | 0.06 |
| 5 | 4.6 | 0.4 | 0.16 | 0.03 |
| 2 | 1.4 | 0.6 | 0.36 | 0.26 |

По таблице критических точек распределения по уровню значимости и числу степеней свободы к=6-1-2=3 находим критическую точку правосторонней критической области

Так как то гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности не отклоняется. Случайная величина Х имеет нормальное распределение с указанными параметрами.

**Задача 5. Тема: «Ранговая корреляция».**

По заданной таблице рангов найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена и проверить значимость полученного результата при α = 0.05.

Вариант 3. На конкурсе красоты 12 участниц проранжированы по двум признакам: X — артистизм, Y — красота.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ранг 1 | 11 | 4 | 10 | 1 | 8 | 9 | 2 | 12 | 6 | 7 | 5 |
| Ранг2 | 11 | 1 | 12 | 6 | 2 | 10 | 5 | 9 | 7 | 8 | 3 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | dx | dy | (dx-dy)^2 |
| 3 | 4 | 3 | 4 | 1 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 0 |
| 4 | 1 | 4 | 1 | 9 |
| 10 | 12 | 10 | 12 | 4 |
| 1 | 6 | 1 | 6 | 25 |
| 8 | 2 | 8 | 2 | 36 |
| 9 | 10 | 9 | 10 | 1 |
| 2 | 5 | 2 | 5 | 9 |
| 12 | 9 | 12 | 9 | 9 |
| 6 | 7 | 6 | 7 | 1 |
| 7 | 8 | 7 | 8 | 1 |
| 5 | 3 | 5 | 3 | 4 |

100

Связь между признаком X и Y сильная и прямая.

Значимость коэффициента ранговой корреляции Спирмена

=2,7

По таблице Стьюдента

Поскольку то принимаем гмипотезу о равентсве коэффициента корреляции, т.е. коэффициент ранговой корреляции Спирмена статистически значим

**Задача 6. Тема: «Линейная корреляция и регрессия».**

Для приведенных исходных данных постройте диаграмму рассеяния и определите по ней характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент корреляции Пирсона, проверьте его значимость при α = 0.05. Запишите уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

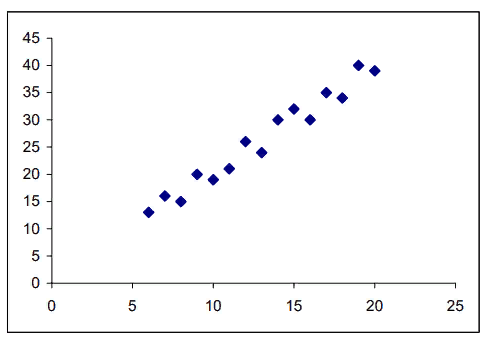
Вариант 3

Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобиля (X) и стоимостью ежемесячного технического обслуживания (Y). Для выяснения характера этой зависимости было отобрано 15 автомобилей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
| **Y** | **3** | **16** | **15** | **20** | **19** | **21** | **26** | **24** | **30** | **32** | **30** | **35** | **34** | **40** | **39** |

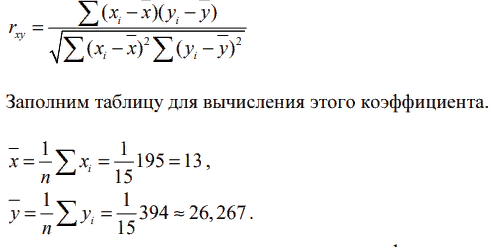
РЕШЕНИЕ:

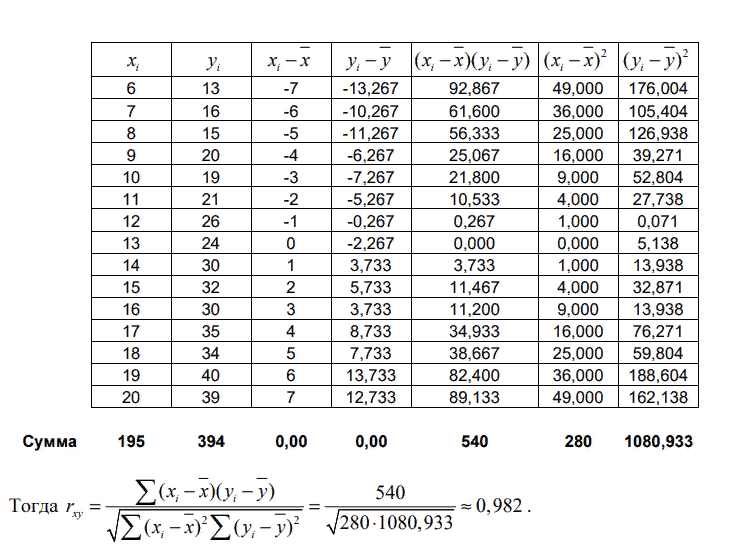
Построим график исходных данных

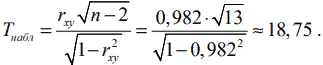


По графику видно, что зависимость прямая, линейная.

Выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона найдем по формуле:

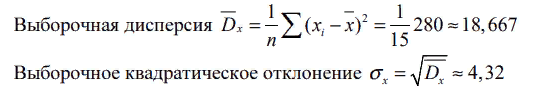


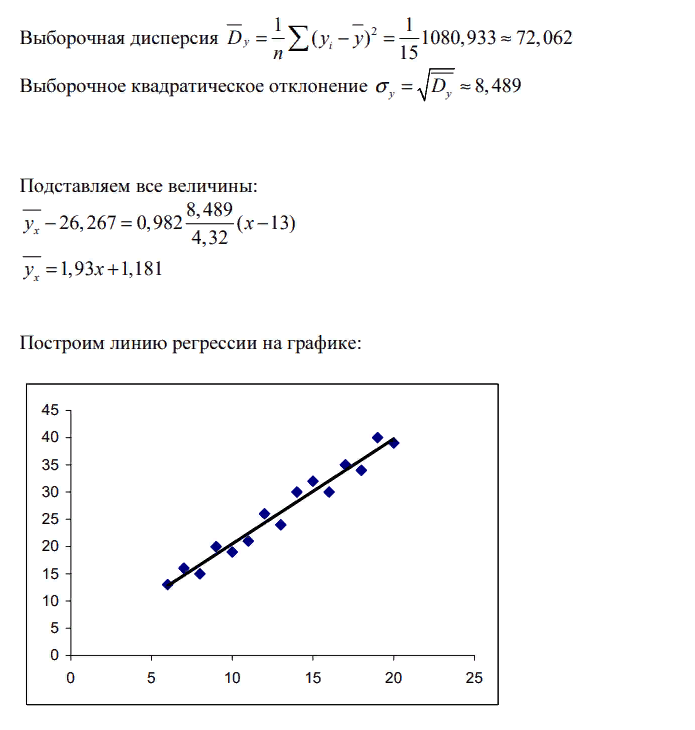


Введем нулевую гипотезу H0 :r =0 . Проверим эту гипотезу об отсутствии корреляционной зависимости (о незначимости коэффициента корреляции). Вычислим значение критерия 

Найдем критическую точку по уровню значимости α = 0,05 и числу степеней свободы k =n − 2 =13, получаем tкр. = 2,16. Так как C:\Users\User\Downloads\Screenshot (25).png, , следует отвергнуть нулевую гипотезу H0 :r 0 = , то есть корреляционная зависимость есть (существенна), коэффициент корреляции статистически значим.

Уравнение регрессии Y на X имеет видC:\Users\User\Downloads\Screenshot (26).png . Найдем средние квадратические отклонения.





Таким образом, наблюдается очень тесная прямая связь между величиной пробега автомобиля и стоимостью ежемесячного технического обслуживания, которая выражается уравнением регрессии C:\Users\User\Downloads\Screenshot (29).png . Через каждый год пробега стоимость обслуживания возрастает в среднем на 1,93.