

#### Тәжірибелік сабақ № 4

##### Бұралған біліктерді беріктік пен қатандыққа есептеу.

Мақсаты: Ішкі күштік факторлардың эпюраларын салуды және беріктікке есептеуді үйрету.

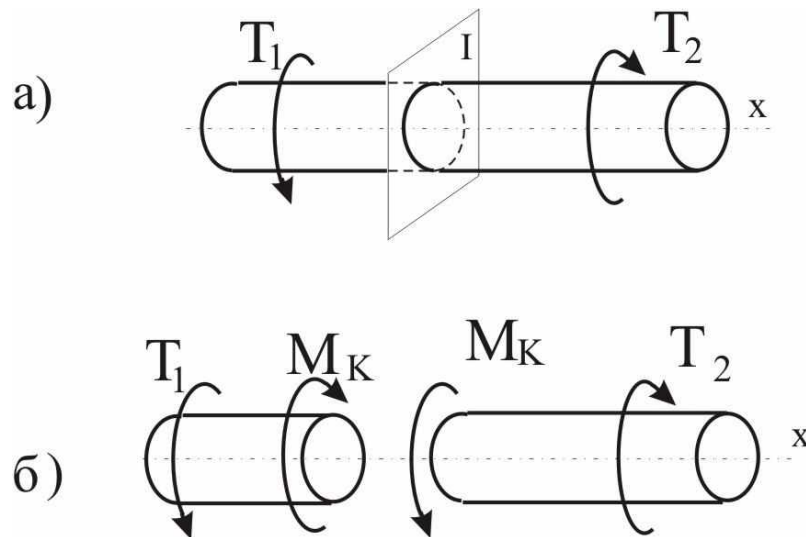
Брустың көлденең қимасында ішкі күштік факторлардан тек қана бұралу моменті  $M_b$  пайда болатын деформация түрін бұралу деп айтамыз.

Егер тік брус жылжымайтын немесе бір қалыпты айналыста болса, онда сыртқы бұраушы моменттердің алгебралық қосындысы нольге тең.

Ішкі бұралу моменттері қима тәсілімен сыртқы бұраушы моменттер арқылы табылады (4.1а-сурет).

Білік қимасындағы бұралу моменті қиманың бір жағындағы (4.1б-сурет) бұраушы моменттердің қосындысына тең.

Егер кесілген қимаға тік қарағанда ішкі бұралу момент сағат тілімен бағыттас болғанда ол оң таңбалы деп саналады. (4.1б-сурет).



4.1-сурет. Қима тәсілі.

Брус бойымен өзгерісін көрсететін графикті бұралу моменттердің эпюрі деп айтады.

Брустың сыртқы момент әсер еткен орында эпюр ординаты секіріс түрде өзгереді және секіру моментінің мәніне тең.

Қимасы дөңгелек немесе сақиналы брустар бұралуында келесі болжамдар қолданылады :

1. Деформацияға дейін брустың жазық көлденең қималары бойлық оське нормальді және деформацияланған кезінде де жазық және нормальді болып қала береді.
1. Көлденең қиманың радиустері қисаймайды және ұзындықтарын сақтайды.
2. Қималар арасындағы қашықтықтар өзгермейді.

Бұралу есептерінде ығысудағы Гук заңын қолдануға болады

$$\tau = G \cdot \gamma, \quad (4.1)$$

мұнда  $\tau$  - жанама кернеу (МПа);  
 $G$  - ығысудағы серпімділік модуль (МПа);  
 $\gamma$  - салыстырмалы бұралу бұрышы.

Егер аралық бойында бұралу момент тұрақты және брустың көлденең қимасы өзгермейтін болса, онда бұралу бұрышын анықтайтын өрнек:

$$\varphi = \frac{M_K \cdot l}{G \cdot J_P}, \quad (4.2)$$

мұнда  $l$  - білік ұзындығы (м);  
 $J_P$  - қиманың полярлық инерция моменті (м<sup>4</sup>).

Тұтас дөңгелек қиманың кез келген нүктедегі жанама кернеуі мына өрнекпен анықталады:

$$\tau = \frac{M_K}{J_P} \cdot r, \quad (4.3)$$

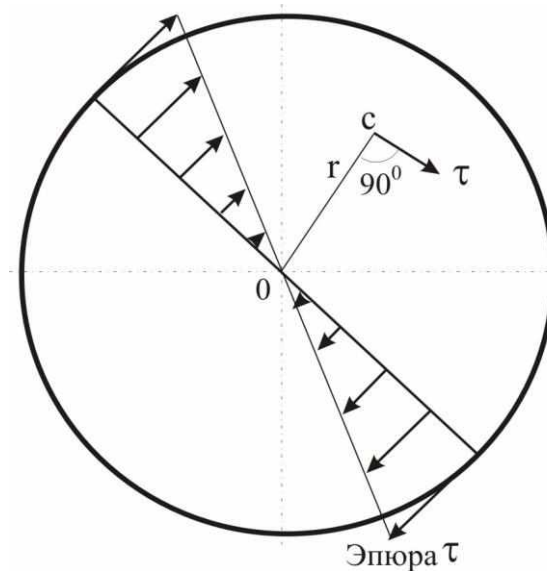
мұнда  $r$  - брус осінен нүктеге дейінгі ара қашықтық (м);  
 $J_P$  - қиманың полярлық инерция моменті (м<sup>4</sup>).

Қима ортасында ( $r = 0$ ) жанама кернеу нольге тең. Ең үлкен жанама кернеу қиманың шеткі нүктелерінде болып, мына формула бойынша анықталады:

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_P}, \quad (4.4)$$

мұнда  $W_P$  - полярлық кедергі моменті (м<sup>3</sup>):

$$W_P = \frac{J_P}{r_{\max}} = \frac{2 \cdot J_P}{D}. \quad (4.5)$$



4.2-сурет. Жанама кернеулер эпюрі.

Тұтас дөңгелек қима үшін:

$$J_P = \frac{\pi \cdot D^4}{32} \approx 0,1 \cdot D^4; \quad (4.6)$$

$$W_P = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \approx 0,2 \cdot D^3. \quad (4.7)$$

Сақиналы қима үшін:

$$J_P = \frac{\pi \cdot D^4 \cdot (1 - \beta^4)}{32} \approx 0,1 \cdot D^4 \cdot (1 - \beta^4); \quad (4.8)$$

$$W_P = \frac{\pi \cdot D^3 (1 - \beta^4)}{16} \approx 0,2 \cdot D^3 \cdot (1 - \beta^4), \quad (4.9)$$

мұнда  $\beta = d / D$ ;  $d$  -сақинаның ішкі диаметрі.

Салыстырмалы бұралу бұрышын анықтайтын өрнек:

$$\theta = \frac{M_K}{G \cdot J_P}, \quad (4.10)$$

мұнда  $G \cdot J_P$  – бұралудағы қатаңдық.

Бұралу кезіндегі қатаңдық шарты:

$$\theta_{\max} = \frac{M_{K \max}}{G \cdot J_P} \leq [\theta], \quad (4.11)$$

мұнда  $[\theta]$  - мүмкіндік бұралу бұрышы.

Бұралу кезіндегі беріктік шарты:

$$\tau_{\max} \frac{M_{K \max}}{W_P} \leq [\tau], \quad (4.12)$$

мұнда  $[\tau]$  – мүмкіндік жанама кернеу.

Қима диаметрін таңдау екі шарт бойынша есептеледі.

Тұтас дөңгелек қима үшін:

$$D = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{K \max}}{\pi \cdot [\tau]}}. \quad (4.13)$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 32 \cdot M_{K \max}}{\pi^2 \cdot G \cdot [\theta]}}. \quad (4.14)$$

Сақиналы қима үшін:

$$D = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{K \max}}{\pi \cdot [\tau] \cdot (1 - \beta^4)}}, \quad (4.15)$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 32 \cdot M_{K \max}}{\pi^2 \cdot G \cdot [\theta] \cdot (1 - \beta^4)}}. \quad (4.16)$$

Соңғы жауап ретінде үлкен диаметр алынады.

#### 4.2 Мысал. Бұралу есебі.

Көлденең қимасы дөңгелек болат білік сыртқы бұраушы моменттермен жүктелген (4.3-сурет). Білік диаметрін анықтау және ішкі бұраушы моменттер, ең үлкен жанама кернеулер, көлденең қималардың абсолюттік және салыстырмалық бұралу бұрыштар эпюрлерін құру керек.

$[\tau] = 130$  МПа.

Берілгендері:

$$\begin{aligned} T_1 &= 30 \text{ кН м}; & T_2 &= 18 \text{ кН м}; & T_3 &= 12 \text{ кН м}. \\ [\theta] &= 2 \text{ гр/м}; & G &= 8 \cdot 10^4 \text{ МПа} \\ [\tau] &= 130 \text{ МПа}; & a &= 1,5 \text{ м}; & b &= 1 \text{ м}; & c &= 1,2 \text{ м}. \end{aligned}$$

Шешімі.

Тепе-теңдік шартынан бекіністегі реактивті моментті табамыз.

$$\sum T_i = 0, \quad T_0 - T_1 + T_2 - T_3 = 0.$$

$$\text{Бұдан} \quad T_0 = T_1 - T_2 + T_3 = 24 \text{ кН} \cdot \text{ м}.$$

Қима тәсілін қолданып көлденең қималардағы ішкі бұраушы моменттерді есептейміз.

Аралық 1:  $0 \leq x \leq 1,5\text{м}$   $M_{K1} = T_0 = 24 \text{ кН}\cdot\text{м}.$

Аралық 2:  $1,5 \leq x \leq 2,5$   $M_{K2} = T_0 - T_1 = -6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$

Аралық 3:  $2,5 \leq x \leq 3,7\text{м}$   $M_{K3} = T_0 - T_1 + T_2 = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}.$

Бұнда шеткі  $x = a + b + c = 3,7 \text{ м}$  болғанда  $M_K = T_0 - T_1 + T_2 - T_3 = 0$ .  
Бұраушы моменттер эпюрі 4.4-суретте көрсетілген.

Беріктік және қатаңдық шарттарынан білік диаметрін анықтаймыз.

$$D = \sqrt[3]{\frac{16M_{k \max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 24 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 130 \cdot 10^6}} = 0,098\text{м} = 98\text{мм};$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 32M_{k \max}}{\pi^2 G[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{180 \cdot 32 \cdot 24 \cdot 10^3}{3,14^2 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 2}} = 0,0967\text{м} = 96,7\text{мм}.$$

Стандартты сандар қатарын қолданып және есептелген мәндерден асырып диаметрді  $D = 100 \text{ мм}$  тағайындаймыз.

Осыған сәйкес полярлық инерция және кедергі моменттері:

$$J_p = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 10^4}{32} = 981,25\text{см}^4 = 981,25 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} = \frac{3,14 \cdot 10^3}{16} = 196,25\text{см}^3 = 196,25 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Біліктің жеке аралықтардағы ең үлкен жанама кернеулер мәндерін есептейміз.

Аралық 1:

$$\tau_1 = \frac{M_{k1}}{W_p} = \frac{24 \cdot 10^3}{196,25 \cdot 10^{-6}} = 122,3 \cdot 10^6 \text{ Па} = 122,3\text{МПа}.$$

Аралық 2:

$$\tau_2 = \frac{M_{k2}}{W_p} = \frac{-6 \cdot 10^3}{196,25 \cdot 10^{-6}} = -30,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = -30,6\text{МПа}.$$

Аралық 3:

$$\tau_3 = \frac{M_{k3}}{W_p} = \frac{12 \cdot 10^3}{196,25 \cdot 10^{-6}} = 61,15 \cdot 10^6 \text{ Па} = 61,15\text{МПа}.$$

Ең үлкен жанама кернеулер эпюрі 4.4 суретінде көрсетілген. Көлденең қиманың бұралудағы қатандығын есептеп, әр аралықтағы бұралу бұрыштарын табамыз:

$$G \cdot J_p = 8 \cdot 10^{10} \cdot 981,25 \cdot 10^{-8} = 785 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

Аралықтардағы бұралу бұрыштары.

$$\text{Аралық 1: } \varphi_1 = \frac{M_{K1}a}{GJ_p} = \frac{24 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{785 \cdot 10^3} = 0,0458 \text{ рад} = 2,63^\circ.$$

$$\text{Аралық 2: } \varphi_2 = \frac{M_{K2}b}{GJ_p} = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 1}{785 \cdot 10^3} = 0,00764 \text{ рад} = -0,458^\circ.$$

$$\text{Аралық 3: } \varphi_3 = \frac{M_{K3}c}{GJ_p} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{785 \cdot 10^3} = 0,0183 \text{ рад} = 1,0515^\circ.$$

Аралықтардағы бұралу бұрыштары арқылы қималардың бұралу бұрыштарын анықтаймыз.

В қимасының бұралу бұрышы:  $\varphi_B = \varphi_1 = 2,63^\circ$ .

С қимасының бұралу бұрышы:  $\varphi_C = \varphi_B + \varphi_2 = 2,192^\circ$ .

Д қимасының бұралу бұрышы:  $\varphi_D = \varphi_C + \varphi_3 = 3,2435^\circ$ .

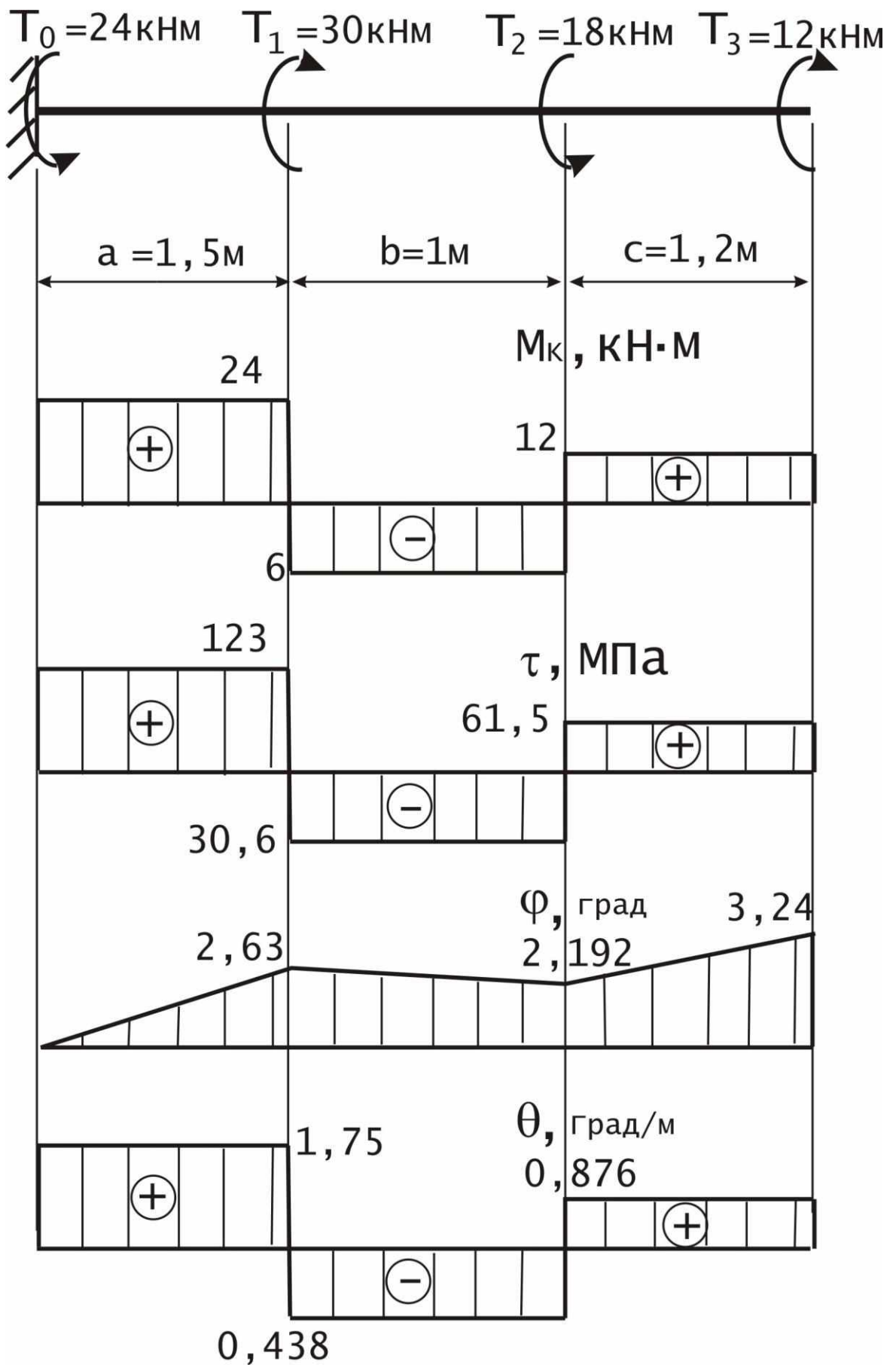
Аралықтардағы салыстырмалы бұралу бұрыштары.

$$\theta_1 = \frac{\varphi_1}{l_1} = \frac{2,63^\circ}{1,5} = 1,75 \text{ град} / \text{м};$$

$$\theta_2 = \frac{\varphi_2}{l_2} = \frac{-0,438^\circ}{1} = -0,438 \text{ град} / \text{м};$$

$$\theta_3 = \frac{\varphi_3}{l_3} = \frac{1,0515^\circ}{1,2} = 0,876 \text{ град} / \text{м}.$$

Бұралу бұрыштарының және салыстырмалы бұралу бұрыштарының эпюрлерін есептелген мәндерімен саламыз (4.4 сурет).



4.4-сурет. Бұралу.  
4 ЕГЖ берілгендерінің мәндері.

вар. №	T <sub>1</sub> , кН·м	T <sub>2</sub> , кН·м	T <sub>3</sub> , кН·м	a, м	b, м	c, м	[θ] гр/м
1	40	15	35	1,5	2,3	1,3	3
2	30	15	45	1,4	1,5	2,2	4
3	45	20	15	1,5	1,4	2,3	5
4	35	10	35	1,2	2,3	1,5	3
5	15	30	45	2,3	1,6	1,4	5
6	45	20	35	1,5	2,3	1,8	3
7	15	20	25	1,4	1,5	2,2	2
8	35	20	25	2,3	1,4	1,8	5
9	15	25	30	1,7	2,0	1,5	3
10	30	25	15	1,9	2,3	1,4	4
11	20	15	35	2,3	1,4	1,8	5
12	30	25	15	1,9	2,3	1,5	2
13	45	20	25	2,3	1,5	1,7	5
14	35	20	35	1,5	2,4	1,8	3
15	25	30	45	1,7	1,5	2,2	4
16	45	20	35	1,5	2,3	1,9	3
17	25	30	25	2,3	1,6	2,1	2
18	35	40	15	2,2	2,2	1,5	5
19	15	35	30	2,3	2,0	1,4	3
20	30	25	25	2,0	1,5	1,8	2



