**Пояснение!!!** *Если в расчете встретите число, например* $25e8$ *то это* $25 \times 10^8$

$5.28e9$ *то это* $5.28 \times 10^9$

*т.е. буква* **e** *подразымевается как 10 в степени числа, следующего за этой буквой.*

*Если в расчете встретится такое изображение например* $e^{-12972.0t}$ *то так и записывай, это прото экспонента*

*Контрольная работа №5*

| E,B | L, мГн | C, мкФ | R1, Ом | R2, Ом | R3, Ом | R4, Ом |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 200 | 1 | 10 | 10 | 10 | 50 | 30 |

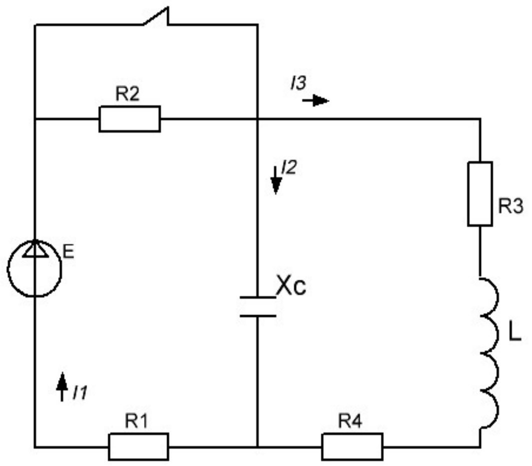



*Рисунок 1*

*1. Классический метод расчета*

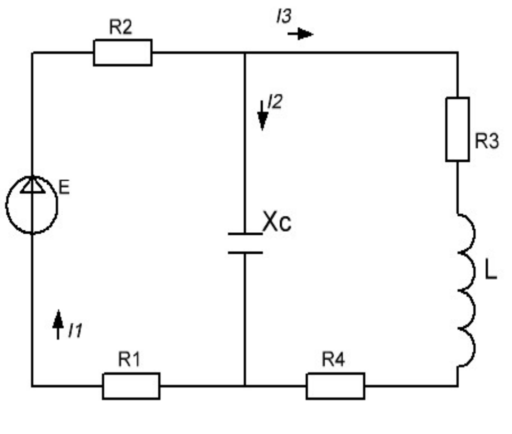



*Рисунок 2. Схема после коммутации*

*1.На рисунке 2 приведена схема электрической цепи после коммутации (размыкания ключа). Указав положительные направления токов в ветвях, составим для цепи уравнения по законам Кирхгофа в дифференциальной форме. В цепях с C и L лучше иметь уравнения без интегралов, поэтому напряжение на емкости считаем в этой цепи четвертой неизвестной. Для получения четвертого уравнения, необходимого для решения системы, возьмем соотношение между напряжением и током* *на емкости* $i = C\left(\frac{d}{dt}Uc\right)$

$$\begin{cases} i_2 + i_3 - i_1 = 0 & (1) \\ L\left(\frac{d}{dt}i_3\right) + i_3(R_3 + R_4) + i_1(R_1 + R_2) = E & (2) \\ u_c + i_1(R_1 + R_2) = E & (3) \\ i_2 = C\left(\frac{d}{dt}u_c\right) & (4) \end{cases}$$

*2. Решаем систему уравнений относительно неизвестного напряжения на емкости. Исключив токи ветвей из уравнений, получим*

$$i_3 = i_1 - i_2 \qquad i_1 = \frac{E - u_c}{R_1 + R_2}$$

$$C\left(\frac{d}{dt}u_c\right) + i_3 - \frac{E - u_c}{R_1 + R_2} = 0 \qquad i_3 = \frac{E - u_c}{R_1 + R_2} - C\left(\frac{d}{dt}u_c\right)$$

$$L\left[\frac{d}{dt}\left[\frac{E - u_c}{R_1 + R_2} - C\left(\frac{d}{dt}u_c\right)\right]\right] + \left[\frac{E - u_c}{R_1 + R_2} - C\left(\frac{d}{dt}u_c\right)\right](R_3 + R_4) + \frac{E - u_c}{R_1 + R_2}(R_1 + R_2) = E$$

$$L\,C\frac{d^2}{dt^2}u_c + \frac{u_c}{R_1 + R_2}(R_3 + R_4) + C\left(\frac{d}{dt}u_c\right)(R_3 + R_4) + u_c = E\,\frac{(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2}$$

*Получили неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.*

$$L\,C\frac{(R_1 + R_2)}{R_3 + R_4}\frac{d^2}{dt^2}u_c + C\left(\frac{d}{dt}u_c\right)(R_1 + R_2) + u_c\left(\frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} + 1\right) = E \qquad (5)$$

*3. Решение найдем в виде суммы двух составляющих*

$$U_c = U_{c'} + U_{c''}$$

***Принужденная составляющая Uc`*** *определяется источником и представляет собой величину, к которой стремится значение напряжения на емкости по окончанию переходного процесса , рассчитывается для установившегося режима после переходного процесса в цепи. Это частное решение дифференциального уравнения.*

***Uc`` - свободная составляющая****, определяется энергетическим состоянием цепи.*

*Принужденная составляющая определяется как напряжение на емкости в цепи по окончанию переходного процесса, то есть в установившемся режиме.*

*Для постоянного тока XL = 0, Xc = т. е., для установившегося режима после коммутации схема примет вид, показанный на рис. 3.*

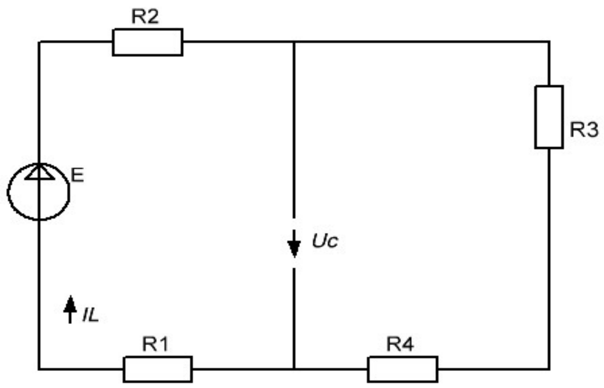



*Рисунок 3. - Схема после коммутации для установившегося режима*

*По закону Ома* $i_L = \dfrac{E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \dfrac{200}{10 + 10 + 50 + 30} = 2.0$

$$u'_c = i_L(R_3 + R_4) = 2.0(50 + 30) = 160.0$$

*Свободная составляющая U``c определяется как решение соответствующего уравнению (5) однородного дифференциального уравнения:*

$$L\,C\frac{(R_1 + R_2)}{R_3 + R_4}\frac{d^2}{dt^2}u_c + C\left(\frac{d}{dt}u_c\right)(R_1 + R_2) + u_c\left(\frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} + 1\right) = 0$$

*получим характеристическое уравнение*

$$L\,C\frac{(R_1 + R_2)}{R_3 + R_4}p^2 + p\,C(R_1 + R_2) + \left(\frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} + 1\right) = 0$$

$$a = L\,C\frac{(R_1 + R_2)}{R_3 + R_4} = 10^{-3}10 \times 10^{-6}\frac{10 + 10}{50 + 30} = 2.5e\text{-}9 = 2.5 \times 10^{-9}$$

$$b = C(R_1 + R_2) = 10 \times 10^{-6}(10 + 10) = 0.0002 = 2 \times 10^{-4}$$

$$c = \frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} + 1 = \frac{10 + 10}{50 + 30} + 1 = 1.25$$

$$= 2.5E\text{-}09p^2 + 0.0002p + 1.25 = 0$$

*Дискриминант* $D = b^2 - 4a\,c = 0.0002^2 - 4 \times 2.5E\text{-}09 \times 1.25 = 2.75e\text{-}8 = 2.75 \times 10^{-8}$

*корни уравнения* $p_1 = \dfrac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \dfrac{-0.0002 + \sqrt{2.75E\text{-}08}}{2 \times 2.5E\text{-}09} = -6833.0$

$$p_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0.0002 - \sqrt{2.75E\text{-}08}}{2 \times 2.5E\text{-}09} = -73166.0 = -7.317 \times 10^4$$

*общее решение уравнения 5 имеет вид*

$$u''_c(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

*Для определения двух* ***постоянных интегрирования А1 и А2*** *составим второе необходимое для этого уравнение, которое содержало бы эти же символы , преобразовав выражение для* ***Uc***
*Для этого находим производную от выражения напряжения для емкости. Определив значение принужденной составляющей и общее выражение для свободной составляющей, запишем полное выражение для реального значения напряжения*

$$u'_c = i_L(R_3 + R_4)$$

$$\frac{d}{dt}u''_c = \frac{d}{dt}\left[i_L(R_3 + R_4)\right] + A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t} = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t}$$

*Теперь знаем два уравнения, решив которые определим А1 и А2. Для этого нужно знать левые части уравнения для частного режима, соответствующего началу переходного процесса, при t=0*

$$u''_c = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

$$\frac{d}{dt}u''_c = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t}$$

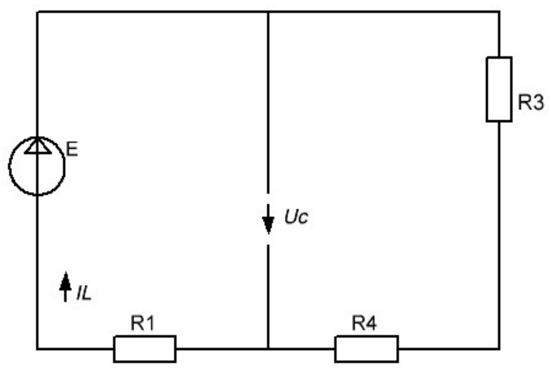



*Рисунок 4. схема до коммутации для установившегося режима*

$$i_{L(0-)} = \frac{E}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{200}{10 + 50 + 30} = 2.22 \quad A$$

$$u_{c(0-)} = i_{L(0-)}(R_3 + R_4) = 2.22(50 + 30) = 178.0 \quad B$$

*Таким образом по 1 и 2 закону коммутации в момент после коммутации* $t = 0+$

$$i_3(0+) = i_L(0+) = i_L(0-)$$

$i_{1(0+)} = 2.22\ A$ $\quad i_{L(0+)} = 2.22\ A$

$$i_{3(0+)} = i_{1(0+)} = 2.22$$

$$u_{c(0+)} = u_{c(0-)} = 178 \quad B$$

*Другие электрические величины на элементах цепи, к которым нельзя применить законы коммутации, определяются только по уравнениям, составленным для цепи по законам Кирхгофа в послекоммутационном состоянии. Эти* ***начальные условия называют зависимыми****.*

$$i_3 = \frac{E - u_c}{R_1 + R_2} - C\left(\frac{d}{dt}u_c\right) \qquad \left[\frac{d}{dt}u_{c(0+)}\right] = \frac{1}{C}\left(\frac{E - u_{c(0+)}}{R_3 + R_4} - i_{3(0+)}\right)$$

$$\left[\frac{d}{dt}u_{c(0+)}\right] = \frac{1}{C}\left(\frac{E - u_{c(0+)}}{R_3 + R_4} - i_{3(0+)}\right) = \frac{1}{10\times 10^{-6}}\left(\frac{200 - 178}{50 + 30} - 2.22\right) = -194500.0$$

*Определив, таким образом, начальные условия как величины, характеризующие переходный процесс в цепи в начальный момент после коммутации, то есть в самом начале переходного процесса, описанного дифференциальными уравнениями, можно определить теперь постоянные коэффициенты в выражении решения этих уравнений*

+

$$u_{c(0+)} - u'_c = A_1 + A_2$$

$$\left[\frac{d}{dt}u_{c(0+)}\right] = A_1 p_1 + A_2 p_2$$

*Отсюда находим числовые значения*

$$A_1 = 16.9$$

$$A_2 = 1.08$$

*получаем математическое выражение для закона*

*изменения напряжения в конденсаторе при переходном процессе*

$$u_{c.}(t) = u'_c + \left(A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}\right) = 16.9e^{-6833.0t} + 1.08e^{-73166t} + 160.0$$

*найдем закон изменения тока в катушке*

$$i_3(t) = \frac{E - u_{c.}(t)}{R_1 + R_2} - C\left(\frac{d}{dt}u_c\right)$$

$$\left[\frac{d}{dt}u_c\right] = \frac{d}{dt}u_{c.}(t) = -79019.28e^{-73166t} + -115477.7e^{-6833.0t}$$

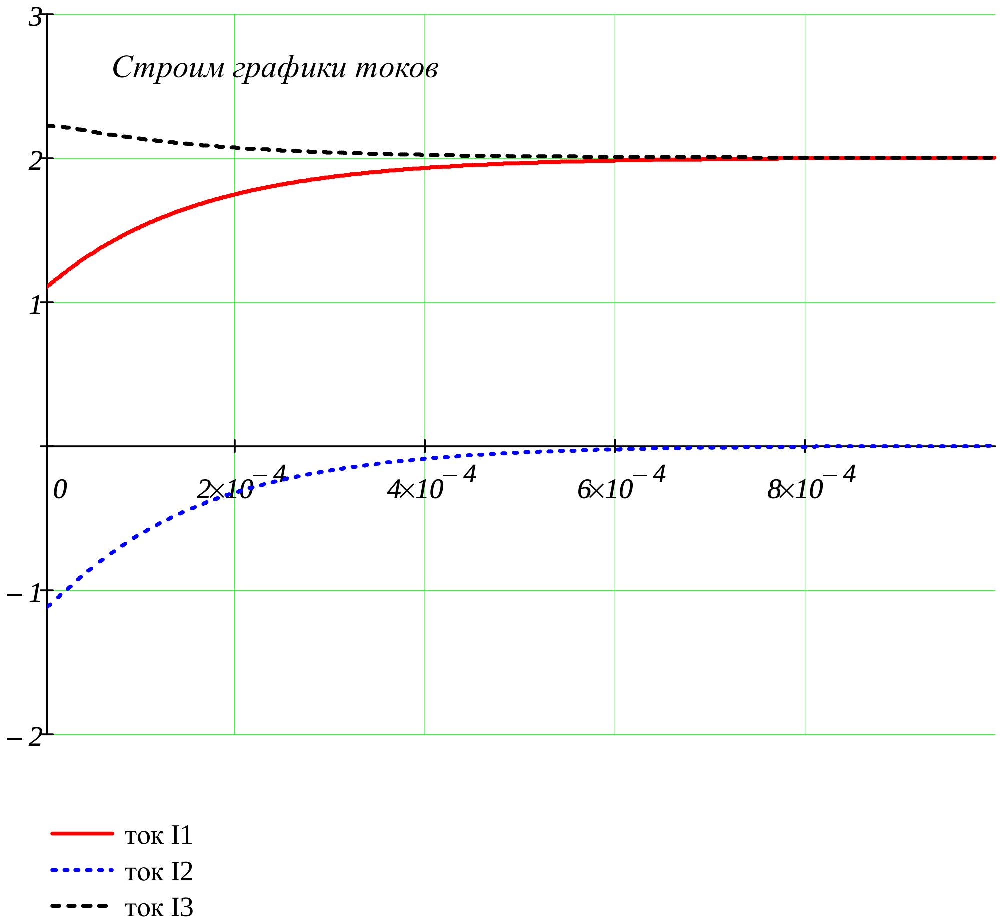
$$i_3(t) = \frac{E - u_{c.}(t)}{R_1 + R_2} - C\left[\frac{d}{dt}u_c\right] = 0.31e^{-6833.0t} + 0.736e^{-73166.0t} + 2.0$$

*напряжение на катушке*

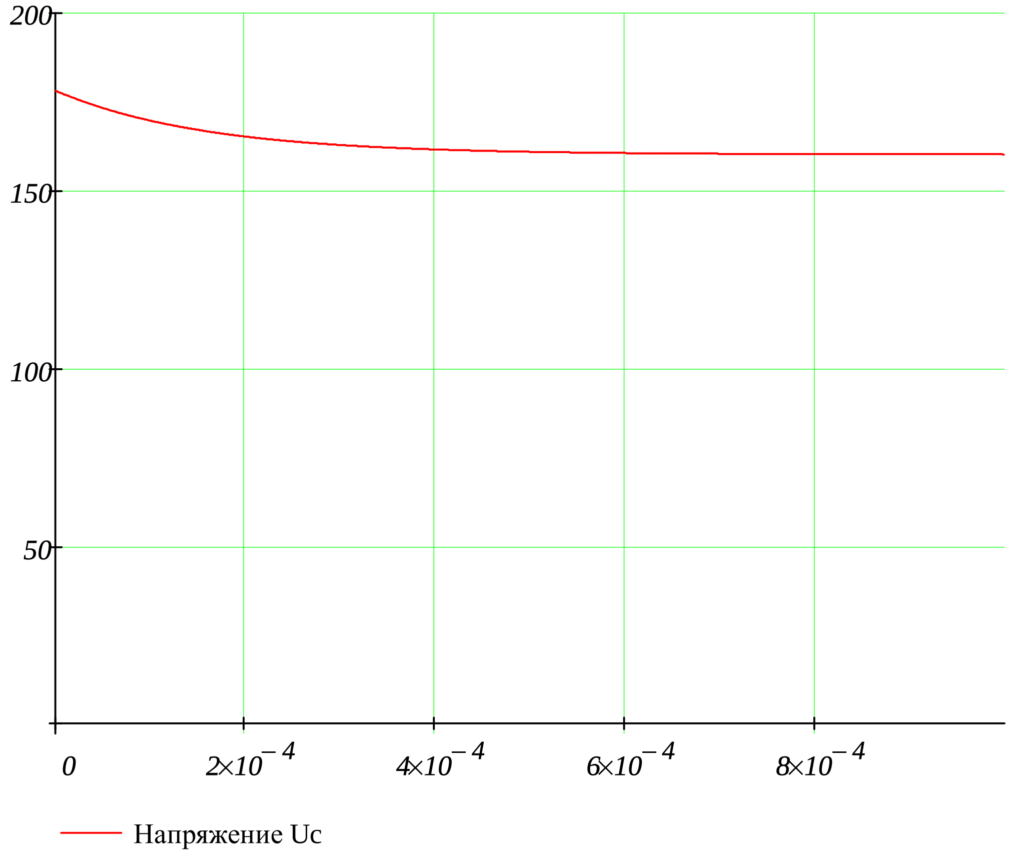
$$u_L(t) = L\left(\frac{d}{dt}i_3(t)\right) = -2.11823e^{-6833.0t} + -53.850176e^{-73166.0t}$$

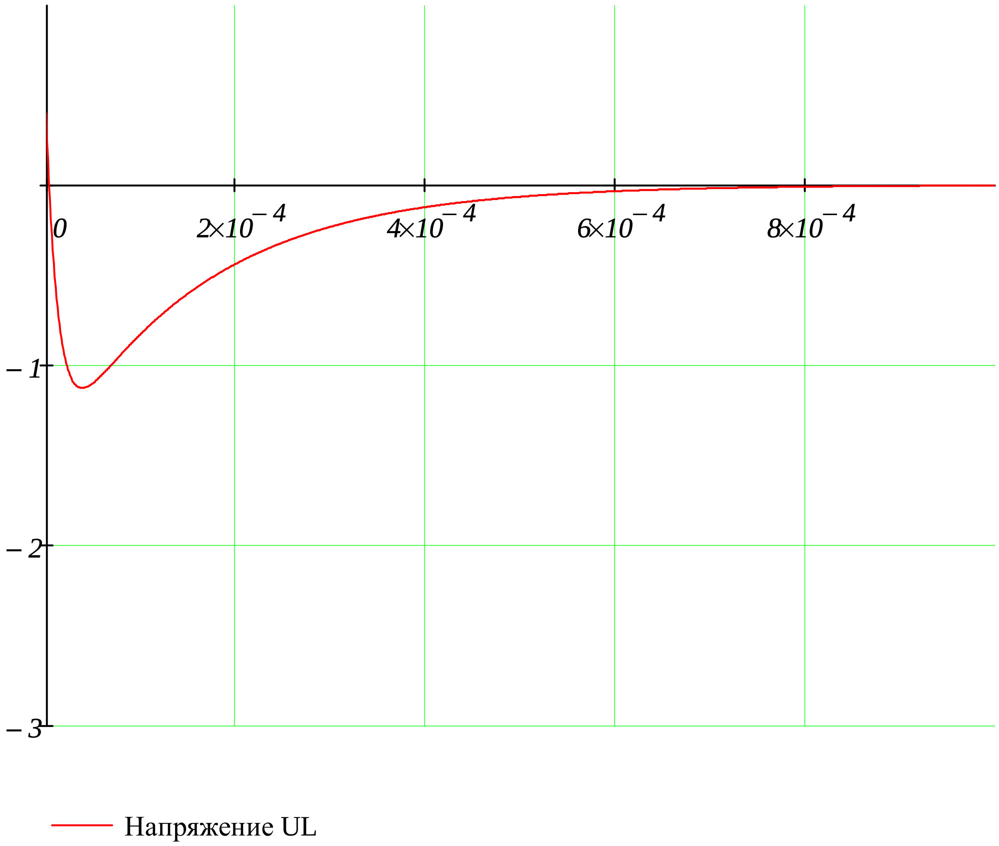
$$i_2(t) = C\left[\frac{d}{dt}u_c\right] = -0.7901928e^{-73166t} + -1.154777e^{-6833.0t}$$

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) = -0.844777e^{-6833.0t} + -0.7901928e^{-73166t} + 0.736e^{-73166.0t} + 2.0$$




*Строим графики напряжений*




0
2×10⁻⁴
4×10⁻⁴
6×10⁻⁴
8×10⁻⁴
− 1
− 2
− 3
Напряжение UL