3. Из колоды в 52 карты наудачу извлекаются 3 карты. Найти вероятность того, что среди извлеченных карт одна дама и две картинки.

Решение:

Имеем неупорядоченную выборку без повторений. По классическому определению вероятности искомая вероятность равна отношению числа благоприятных исходов к общему числу исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где n – общее число элементарных исходов, m – число элементарных исходов, благоприятствующих событию A.

$n = C_{52}^{3}$– число способов из 52 карт выбрать 3.

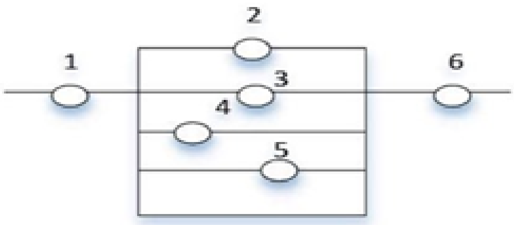
$m = C_{4}^{1} \cdot C_{12}^{2}$– число способов выбрать одну даму и две картинки.

$$P(A) = \frac{C_4^1 \cdot C_{12}^2}{C_{52}^3} = \frac{\frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} \cdot \frac{12!}{2! \cdot (12-2)!}}{\frac{52!}{3! \cdot (52-3)!}} =$$

$$= \frac{\frac{4!}{1! \cdot 3!} \cdot \frac{12!}{2! \cdot 10!}}{\frac{52!}{3! \cdot 49!}} = \frac{4 \cdot 66}{222100} = 0{,}012$$

Ответ: P=0,012

4. Вероятность отказа каждого элемента в течение времени T равна $\frac{1}{3}$. элементы работают независимо и включены в цепь по приведенной схеме. Найти верояность отказа цепи за время T.



Решение:

Элементы 1,6 соединены последовательно, группа элементов 2,3,4,5 соединены параллельно.

Выпишем событие X – безотказная работа цепи.

$$X = A_1 \cdot (A_2 + A_3 + A_4 + A_5) \cdot A_6$$

Найходим вероятность данного события:

$$P(X) = P(A_1 \cdot (A_2 + A_3 + A_4 + A_5) \cdot A_6) =$$

$$= P(A_1) \cdot \left(1 - P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) \cdot P(\overline{A_4}) \cdot P(\overline{A_5})\right) \cdot P(A_6)$$

Вероятность отказа равна $\frac{1}{3}$, вероятность работы равна $\frac{2}{3}$.

$$P(X) = P(A_1) \cdot \left(1 - P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) \cdot P(\overline{A_4}) \cdot P(\overline{A_5})\right) \cdot P(A_6) =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} = 0{,}44$$

Но в задаче требовалось найти вероятность обрыва цепи, это противоположное событие:

$$P(\bar{X}) = 1 - P(X) = 1 - 0{,}44 = 0{,}56$$

<u>Ответ</u>: P=0,56

5. В первой урне 4 белых и 4 черных шарика, во второй – 1 белый и 3 черных шарика. Из первой урны во вторую наугад перекладывают два шарика, после этого из второй урны извлекают наудачу два шарика. Найти вероятность того, что оба извлеченных шарика белые.

<u>Решение</u>:

переложили два белых ⇒ во второй корзине стало 3 белых и 3 черных.

p=3/6– вероятность вынуть белый шар

2) переложили два черных ⇒ во второй корзине стало 1 белых и 5 черных.

p=1/6– вероятность вынуть белый шар

3) переложили один белый и один черный ⇒во второй корзине стало 2 белых и 4 черных.

p=2/6– вероятность вынуть белый шар

Поэтому вводят события – гипотезы:

H1–«переложили два белых»

H2–«переложили два черных»

H3–«переложили черный, белый»

H4–«переложили белый, черный»

p(H1)=p(H2)=p(H3)=p(H4)=1/4

p(H1)+p(H2)+p(H3)+p(H4)=1

Событие А– «из второй корзины извлечены два белых шара»

p(A/H1)=$\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

p(A/H2)=$\frac{1}{6}\cdot\frac{0}{5}=0$

p(A/H3)=$\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

p(A/H4)=$\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

Тогда по формуле полной вероятности:

P(A) = 0,2*0,25 + 0*0,25 + 0,67*0,25 + 0,67*0,25 = 0,385

Ответ: P(A)=0,385

6. В первой урне 4 белых и 4 черных шарика, во второй – 1 белый и 3 черных шарика. Из первой урны во вторую наугад перекладывают два шарика, после этого из втрой урны извлекают наудачу два шарика. Найти вероятность того, что переложили два белых шарика.

<u>Решение</u>:

переложили два белых ⇒ во второй корзине стало 3 белых и 3 черных.

p=3/6– вероятность вынуть белый шар

2) переложили два черных ⇒ во второй корзине стало 1 белых и 5 черных.

p=1/6– вероятность вынуть белый шар

3) переложили один белый и один черный ⇒во второй корзине стало 2 белых и 4 черных.

p=2/6– вероятность вынуть белый шар

Поэтому вводят события – гипотезы:

H1–«переложили два белых»

H2–«переложили два черных»

H3–«переложили черный, белый»

H4–«переложили белый, черный»

p(H1)=p(H2)=p(H3)=p(H4)=1/4

p(H1)+p(H2)+p(H3)+p(H4)=1

Событие A– «из второй корзины извлечены два белых шара»

p(A/H1)=$\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

p(A/H2)=$\frac{1}{6}\cdot\frac{0}{5}=0$

p(A/H3)=$\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

p(A/H4)=$\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

По формулам Байеса вычисляем условные вероятности гипотез H_i:

Вероятность того, что переложили два белых шарика равна.

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1)P(H_1)}{P(A)} = \frac{0.2\cdot 0.25}{0.385} = 0.13$$

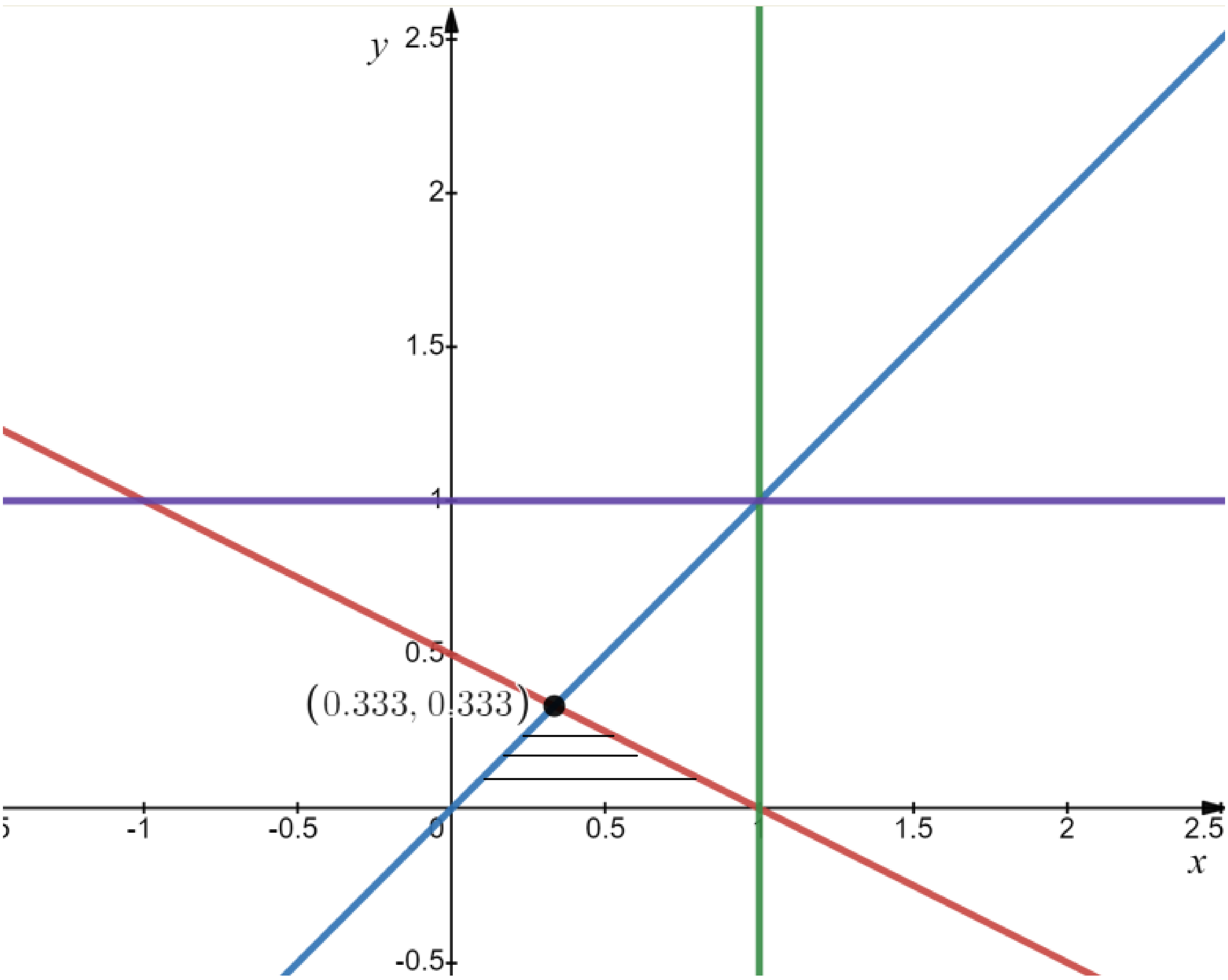
Ответ: P(A)=0,13

7. В квадрате с вершинами (0,0), (0,1), (1,0), (1,1) случайно выбирают точку M (x, y). Найти вероятность того, что координаты точки x и y удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} x + 2y \leq 1 \\ y \leq x \end{cases}$$

Решение:

Выполним чертеж



На рисунке заштриховано множество точек, координаты которых удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} x + 2y \leq 1 \\ y \leq x \end{cases}$$

Искомая вероятность равна отношению площади заштрихованной области к площади всего квадрата.

Площадь квадрата очевидно равна 1, а площадь заштрихованной области равна сумме площадей прямоугольных треугольников со сторонами $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$ то есть

$$P = \frac{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}\right)}{1} = \frac{1}{6}$$

Ответ:

$$P = \frac{1}{6}$$

8. Веротяность попадания стрелка в цель при одном выстреле равна $\frac{3}{7}$. Стрелок производит 8 выстрелов. Найти вероятности следующих событий:

а). стрелок попадет в цель 3 раза;

б). стрелок попадет в цель не менее одного раза.

Решение:

а). стрелок попадет в цель 3 раза;

Вероятности этих значений можно найти по формуле:

$P_n(m) = C^m{}_n p^m q^{n-m}$

где $C^m{}_n$ - число сочетаний из n по m.

$C^m{}_n = \frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$

$P_8(3) = \frac{8!}{3!\cdot(8-3)!}\cdot 0.43^3\cdot(1-0.43)^{8-3} = 0.268$

б). стрелок попадет в цель не менее одного раза.

Найдем вероятность противоположного события – попадет менее одного раза, значит 0.

$P_8(0) = (1\text{-}p)^n = (1\text{-}0.43)^8 = 0.0111$

Используя вероятность противоположного события получаем

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0{,}011 = 0{,}989$$

Ответ:

а). $P_8(3)=0{,}268$

б). $P(A) = 0{,}989$