

Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

Л.В. Лабунец

**ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ОПТИЧЕСКИХ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕЛЕЙ
В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ**

*Допущено Учебно-методическим объединением вузов
по университетскому политехническому образованию
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных
заведений, обучающихся по направлению подготовки
220400 «Управление в технических системах»*

Москва
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
2013

УДК 621.376.3(075.8)

ББК 32.95

Л12

Рецензенты: *А.С. Крюковский, И.И. Пахомов*

Лабунец Л. В.

Л12 Цифровое моделирование оптических отражательных характеристик целей в режиме реального времени : учеб. пособие / Л. В. Лабунец. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. — 211, [1] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-3736-8

В пособии представлен программный комплекс цифрового моделирования в режиме реального времени характеристик заметности целей в лазерных и инфракрасных локационных системах. Рассмотрены статистические, структурные и алгебраические методы, методики и алгоритмы формирования цифровых моделей отражательных и излучательных характеристик 3D-объектов в системах оптической локации. На основе современных методов интеллектуального анализа данных предложено решение важных практических задач сжатия информации, полученной в результате имитационного цифрового моделирования, а также формирования информативных признаков для распознавания и классификации целей. Комплекс гарантирует требуемую адекватность получаемых данных и позволяет заменить дорогостоящие полигонные измерения универсальным и гибким вычислительным экспериментом.

Для студентов старших курсов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 220400 «Управление в технических системах», а также для аспирантов и научных работников.

УДК 621.376.3(075.8)

ББК 32.95

ISBN 978-5-7038-3736-8

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013

ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии представлен программный комплекс цифрового моделирования в режиме реального времени отражательных характеристик объектов локации и входных сигналов в лазерных локационных системах и инфракрасных (ИК) координаторах целей. Комплекс гарантирует:

- сжатие информации и компактное хранение в базе данных результатов имитационного цифрового моделирования для характеристик заметности объектов локации;
- реконструкцию временного профиля импульсной эффективной площади рассеяния (ЭПР) цели и расчет ее структурных составляющих;
- синтез тепловизионного изображения 3D-объекта с заданного ракурса по относительно небольшому набору его снимков;
- статистическое моделирование отражательных характеристик целей;
- возможность формирования признакового пространства, содержащего информацию об энергетических свойствах объекта локации, его размерах и форме.

Необходимость решения перечисленных выше задач возникает, как правило, в процессе проектирования поверочных комплексов полунатурного моделирования систем оптической локации, а также модулей поддержки принятия решений в лазерно-телевизионных системах различного назначения.

Первая глава учебного пособия посвящена краткому описанию основных понятий, определений и методик имитационного цифрового моделирования характеристик заметности целей в оптическом диапазоне спектра электромагнитных волн [1]. Приведены основные формулы расчета переходной характеристики (ПХ), а также ЭПР и интегрального коэффициента яркости (ИКЯ) объекта в импульсных системах лазерной локации. Проанализированы структурные составляющие ПХ в виде ее непрерывной и разрывной составляющих. Рассмотрен интегральный метод анализа отраженных

импульсов и соответствующие ему обобщенные отражательные характеристики целей. В заключение представлена параметрическая модель направленной спектральной степени черноты образца покрытия.

Во второй главе учебного пособия изложены новые методы статистического анализа для характеристик заметности объектов локации. Представлена унифицированная статистическая модель отражательных характеристик целей в локационных системах. Ее основой является процедура нелинейного преобразования формирующего бета-распределения. Рассмотрена методика оптимизации параметров модели на основе статистической обработки результатов имитационного цифрового моделирования ЭПР объекта в однопозиционной системе лазерной локации. Проиллюстрирована универсальность и гибкость предложенной системы распределений на примерах статистических моделей реального времени интегральных параметров импульсных ЭПР аэродинамических целей.

В рамках метода кумулянтного описания вероятностных распределений А.Н. Малахова получено ковариационное приближение многомерных плотностей и интегралов вероятностей в виде степенного ряда по элементам ковариационной матрицы случайных величин и производным их одномерных интегральных функций распределения. Исследованы необходимые и достаточные условия, при которых характеристическая функция ковариационного приближения положительно определена. Показано, что эти условия рационально формулировать в терминах поиска области допустимых значений для параметров сужения одномерных плотностей распределения вероятностей.

Представлена практическая методика кумулянтного описания негауссовских распределений. Ее информационной основой являются выборочные оценки одномерных плотностей вероятностей и ковариационной матрицы исходных данных. Такая модель естественным образом согласуется с непараметрическими, параметрическими и полупараметрическими оценками многомерных распределений. Кроме того, ковариационное представление позволяет минимизировать вычислительные затраты при решении задач статистического моделирования входных сигналов локационных систем.

Универсальность и гибкость предложенных методов описания вероятностных распределений проиллюстрирована на примере ста-

тистической модели реального времени интегральных параметров импульсной ЭПР аэрокосмического корабля Space Shuttle. В частности, получены нелинейные регрессионные зависимости основных статистик интегральных параметров временного профиля ЭПР объекта локации от длительности зондирующего импульса. Эти результаты позволили, в конечном итоге, реализовать статистическую модель реального времени в виде ковариационного приближения двумерной функции распределения обобщенной амплитуды импульсной ЭПР и ее значения для стационарных условий облучения цели.

В заключение представлен альтернативный пример статистической модели реального времени в виде унифицированного вероятностного распределения амплитуды импульсного ИКЯ объекта локации в двухпозиционной лазерной системе наведения.

В третьей главе учебного пособия исследованы структурные модели отражательных характеристик целей в однопозиционной лазерной локации. Введено понятие дальностного портрета 3D-объекта в виде диаграммы рассеяния в координатах глубина сцены — яркость дифференциально малого элемента поверхности цели. С помощью экспоненциально взвешенных оценок характеристик положения и масштаба, а также анализа гистограммы, сглаженной сдвигом, для выборки яркостей facets на поверхности 3D-объекта выделены непрерывная и разрывная компоненты временных профилей импульсной ЭПР. Получено эффективное решение задачи статистического моделирования в режиме реального времени профилей импульсов, отраженных объектами локации.

Представлена методика интеллектуального анализа отражательных характеристик 3D-объектов в однопозиционных системах оптической локации. Методом обращения свертки реализована коррекция профиля импульсной ЭПР цели. На основе оценок временного положения точек перегиба импульсной ЭПР выделены ее непрерывная и разрывная компоненты. С помощью EM-алгоритма идентифицированы параметры полигауссовской модели разрывной части переходной характеристики объекта локации. На основе сочетания метода главных компонент с релаксационными алгоритмами решения систем линейных неравенств предложено эффективное решение задач моделирования в режиме реального времени непрерывной компоненты ПХ, а также сжатия признаков и их компакт-

ного хранения в базе данных. Показано, что формирование информативного признакового пространства малой размерности для классификации целей рационально выполнять на основе кратно-масштабного анализа разрывной составляющей ПХ в базисе вейвлетов Хаара.

В четвертой главе учебного пособия рассмотрено решение задачи моделирования тепловизионных изображений целей в пассивных ИК-локационных системах. Математическая модель изображения 3D-объекта реализована в виде системы нелинейных уравнений энергетического баланса. Такой подход позволил учесть как собственную тепловую, так и отражаемую части оптического излучения элемента поверхности цели. Предложена методика линеаризации подобного рода системы уравнений. В рамках принципа реализуемости исследована эффективность алгебраических алгоритмов вычислительной томографии для реконструкции теплофизических параметров объекта локации. Это, в свою очередь, обеспечило возможность восстановления изображения цели по относительно малому набору экспериментально измеренных ракурсных снимков. Алгоритмы обеспечили разумный компромисс между относительно низкими вычислительными затратами цифрового моделирования входных сигналов ИК-координаторов цели и адекватность модели реального времени экспериментальным изображениям.

1. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАМЕТНОСТИ 3D-ОБЪЕКТОВ В СИСТЕМАХ ОПТИЧЕСКОЙ ЛОКАЦИИ

В однопозиционной лазерной локации для оценки отражательных свойств в дальней зоне, когда размеры поперечного сечения зондирующего пучка превышают размеры объекта, применяют понятие эффективной площади рассеяния (ЭПР) цели. Наряду с ЭПР объекта в лазерной локации для оценки отражающих свойств целей используют понятие переходной характеристики (ПХ) цели. Под переходной характеристикой обычно понимают сигнал, отраженный объектом при его облучении функцией включения (функцией Хевисайда). Указанная характеристика содержит информацию об энергетических свойствах цели, ее размерах и форме и поэтому весьма полезна для решения ряда задач заметности и классификации объектов.

Проведение натуральных измерений указанных характеристик заметности для отдельных целей даже при небольшом числе случаев их ориентации относительно направления визирования представляет собой дорогостоящую, а в ряде случаев технически нереализуемую задачу. В последнее время широкое распространение получили взаимодополняющие методы физического и математического моделирования отражательных свойств объектов.

Переходная характеристика является удобным инструментом для исследования отражающих свойств антропогенных объектов в двухпозиционных лазерных системах наведения. Дополнительной особенностью таких систем является наличие динамических ошибок слежения за объектом, в результате которых луч подсвета совершает случайные угловые колебания. При этом пучок захватывает различные участки цели и подстилающей поверхности (ПП). Пятно подсвета при скользящих углах падения растягивается по ПП до размеров, больших, чем пространственная протяженность зондирующих импульсов. Эти факторы приводят к искажению временного профиля принимаемого импульса относительно зондирующего импульса, которое трудно учесть при физическом моделировании.

Исследование излучательных характеристик объектов локации является одним из наиболее трудоемких этапов проектирования ИК-координаторов цели. Эффективное решение этой задачи основано на рациональном сочетании экспериментальных измерений и математического моделирования тепловизионных изображений 3D-объектов. Математические модели характеристик оптического излучения покрытиями конструкционных материалов позволяют создавать аппаратно-программные комплексы имитационного цифрового моделирования тепловизионных изображений целей и входных сигналов ИК-систем наведения. Основное требование, предъявляемое к таким комплексам, — это адекватное воспроизведение в вычислительном эксперименте физических закономерностей формирования объектами локации отраженного и собственного оптического излучения.

Имитационные цифровые модели изображений и характеристик заметности объектов локации приобретают ведущую роль при обосновании рациональной структуры и оптимизации параметров лазерно-телевизионных и ИК-систем различного назначения. Вычислительный эксперимент, адекватный полигонным измерениям, позволяет сформировать представительную базу данных отражательных и излучательных свойств целей.

1.1. ПЕРЕХОДНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И ИМПУЛЬСНАЯ ЭФФЕКТИВНАЯ ПЛОЩАДЬ РАССЕЯНИЯ ЦЕЛИ В ОДНОПОЗИЦИОННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

В оптическом диапазоне спектра зондирующего излучения расчет сигнала, отраженного целью, как правило, выполняют методами геометрической оптики, поскольку минимальные радиусы кривизны поверхности объекта значительно превышают длину волны оптического излучения. В частности, применяют принцип суперпозиции потока лучистой энергии по множеству дифференциально малых участков поверхности цели. Геометрическая схема однопозиционной локации представлена на рис. 1.1. Ориентацию целевой системы координат $O_i X_i Y_i Z_i$, начало которой совмещено

с условным центром объекта O_t , выбирают так, чтобы координатные плоскости $X_t O_t Y_t$, $X_t O_t Z_t$ и $Z_t O_t Y_t$ являлись плоскостями тангажа, курса и крена соответственно. Ось $O_t X$ лучевой системы координат $O_t XYZ$ направлена на источник. Лучевую систему получают из целевой при ее последовательных поворотах вокруг осей $O_t Y_t$ и $O_t Z_t$ на углы α и β , задающие ракурс цели. Источник и приемник оптического излучения совмещены в пространстве и находятся в точке O_s .

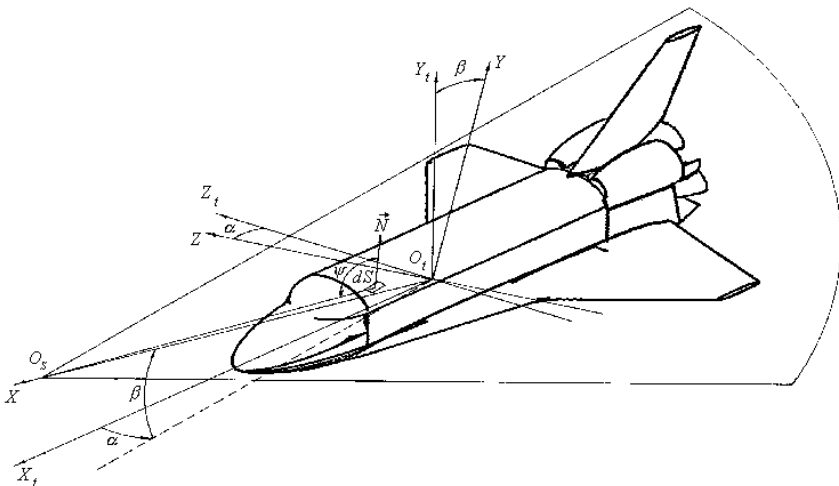


Рис. 1.1. Геометрическая схема однопозиционной локации

При некогерентном приеме в приближении малых углов, когда объект облучается полностью, а его размеры значительно меньше расстояния до источника и приемника L_0 , переходная характеристика имеет вид [1]

$$h(t | \alpha, \beta) = \int_{-R}^R \int_{-R}^R f(y, z) u \left\{ t - 2 \frac{L_0 - x(y, z)}{c} \right\} dydz, \quad (1.1)$$

где $f(y, z) = \delta(y, z) \xi_\lambda(\psi | y, z) \cos \psi$ — распределение яркости цели в картинной плоскости $YO_t Z$; $\delta(y, z)$ — индикаторная функция, рав-

ная единице, если точка картинной плоскости с координатами (y, z) принадлежит проекции цели, и нулю в противном случае; $\xi_\lambda(\Psi | y, z)$ — коэффициент яркости элемента поверхности цели $dS = dydz / \cos \Psi$ при отражении назад; Ψ — угол падения излучения на элемент dS ; $u(t)$ — функция включения Хевисайда; $x(y, z)$ — абсцисса облученного элемента dS в лучевой системе координат; c — скорость света; R — наибольший полярный радиус проекции цели на картинную плоскость.

Интеграл Дюамеля относительно переходной характеристики и зондирующего импульса заданной формы $i_S(t)$ и конечной длительности t_S формирует временной профиль $i_R(t | \alpha, \beta)$ импульса, отраженного объектом с заданного ракурса. При нестационарном облучении цели, когда выполняется условие

$$t_S < T(\alpha, \beta) = \frac{2 \{x_{\max}(y, z) - x_{\min}(y, z)\}}{c},$$

получим

$$i_R(t | \alpha, \beta) = \int_{V_{\min}(t)}^{V_{\max}(t)} i_S(t - v) d\{h(v | \alpha, \beta)\}. \quad (1.2)$$

Здесь интеграл понимается в смысле Стильтьеса [2], а пределы интегрирования варьируются в зависимости от значения отсчета времени:

$$V_{\min}(t) = \begin{cases} 0 & \text{для } 0 \leq t < t_S, \\ t - t_S & \text{для } t_S \leq t \leq T(\alpha, \beta) + t_S; \end{cases}$$

$$V_{\max}(t) = \begin{cases} t & \text{для } 0 \leq t < T(\alpha, \beta), \\ T(\alpha, \beta) & \text{для } T(\alpha, \beta) \leq t \leq T(\alpha, \beta) + t_S. \end{cases}$$

В общем случае переходная характеристика объекта представляет собой сумму двух функций (рис. 1.2):

$$h(t | \alpha, \beta) = h_{\text{cont}}(t | \alpha, \beta) + h_{\text{disc}}(t | \alpha, \beta).$$

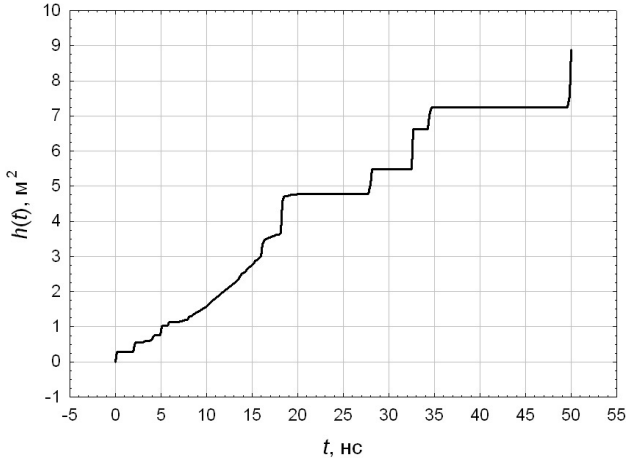


Рис. 1.2. Переходная характеристика самолета МиГ-23

Первая функция $h_{\text{cont}}(t | \alpha, \beta)$ — это непрерывная дифференцируемая структурная компонента. Ее производная по времени — импульсная характеристика цели

$$d_{\text{cont}}(t | \alpha, \beta) = \frac{d\{h_{\text{cont}}(t | \alpha, \beta)\}}{dt},$$

т. е. ее реакция на зондирующий импульс в виде дельта-функции. Вторая составляющая — это разрывная функция, состоящая из хронологической последовательности перепадов $A_n^{(S)}(\alpha, \beta)$ переходной характеристики:

$$h_{\text{disc}}(t | \alpha, \beta) = \sum_{n=1}^{N(\alpha, \beta)} A_n^{(S)}(\alpha, \beta) u\{t - T_n^{(S)}(\alpha, \beta)\};$$

$$T_1^{(S)}(\alpha, \beta) < T_2^{(S)}(\alpha, \beta) < \dots < T_{N(\alpha, \beta)}^{(S)}(\alpha, \beta).$$

Физически элемент последовательности $A_n^{(S)}(\alpha, \beta)$ представляет собой ЭПР локального участка интенсивного отражения (так

называемой блестящей точки) поверхности цели, расположенного на относительном удалении $cT_n^{(S)}(\alpha, \beta)/2$ для заданного ракурса (α, β) . Подстановка структурных компонент ПХ в выражение (1.2) и преобразование этого выражения в соответствии с фильтрующим свойством интеграла Стильтьеса дает

$$i_R(t | \alpha, \beta) = \int_{V_{\min}(t)}^{V_{\max}(t)} d_{\text{cont}}(v | \alpha, \beta) i_S(t - v) dt + \sum_{n=1}^{N(\alpha, \beta)} A_n^{(S)}(\alpha, \beta) i_S\{t - T_n^{(S)}(\alpha, \beta)\}. \quad (1.3)$$

Пусть зондирующий импульс конечной длительности t_S удовлетворяет условию нормировки $\max_t \{i_S(t)\} = 1$. В этом случае при стационарном облучении цели, т. е. при $t_S > T(\alpha, \beta)$, справедливо равенство

$$\max_t \{i_R(t | \alpha, \beta)\} = A(\alpha, \beta) \max_t \{i_S(t)\} = A(\alpha, \beta) = \int_{-R}^R \int_{-R}^R f(y, z) dydz.$$

Иными словами, временные отсчеты отраженного импульса $i_R(t | \alpha, \beta)$ измеряются в квадратных метрах, т. е. имеют смысл ЭПР. По этой причине отражательную характеристику (1.3) для указанного правила нормировки зондирующего сигнала называют импульсной ЭПР объекта [1] и обозначают $A_{t_S}(t | \alpha, \beta)$ (рис. 1.3). Важно отметить, что эта характеристика не инвариантна к длительности зондирующего импульса t_S и его форме. Альтернативное правило нормировки зондирующего сигнала по площади дает

$$\int_0^{t_S} i_S(t) dt = 1 \Rightarrow \int_0^{t_S + T(\alpha, \beta)} i_R(t | \alpha, \beta) dt = A(\alpha, \beta),$$

т. е. временные отсчеты отраженного импульса $i_R(t | \alpha, \beta)$ в этом случае измеряются в квадратных метрах на секунду, а его площадь — это ЭПР. Ясно, что в этом случае $\lim_{t_s \rightarrow 0} \{A_{t_s}(t | \alpha, \beta)\}$ есть импульсная характеристика цели.

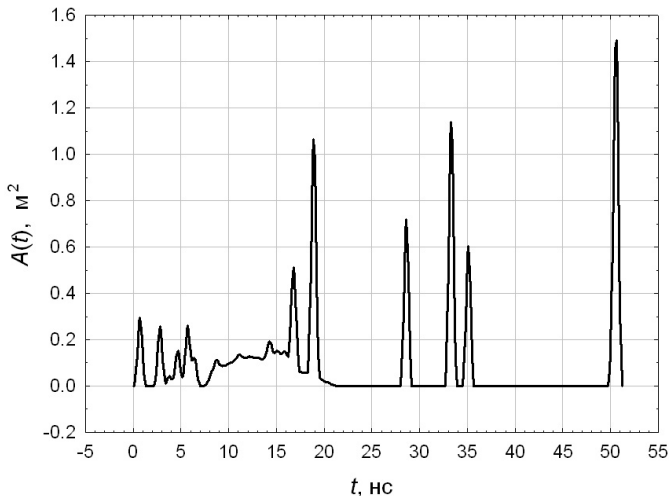


Рис. 1.3. Импульсная ЭПР самолета МиГ-23

Методика и алгоритмы имитационного цифрового моделирования характеристик заметности 3D-объектов в однопозиционных лазерных локационных системах представлены в работах [1, 3]. На рис. 1.2 — 1.7 показаны результаты имитационного цифрового моделирования ПХ и импульсных ЭПР триады целей: самолета МиГ-23, вертолета Apache (AH-64) и крылатой ракеты Tomahawk. Примеры соответствуют ракурсу облучения-наблюдения $\alpha = \beta = 45^\circ$.

Результаты расчета отражательных характеристик для некоторых других ракурсов сведены в табл. 1.1. Исследование временных профилей импульсных ЭПР выполнялось для гауссовского зондирующего импульса длительностью $t_s = 1$ нс. Условия вычислительного эксперимента соответствовали методике, представленной в работе [1]. Временная структура отражательных характеристик целей наглядно демонстрирует наличие двух структурных составляющих — непрерывной и разрывной компонент.

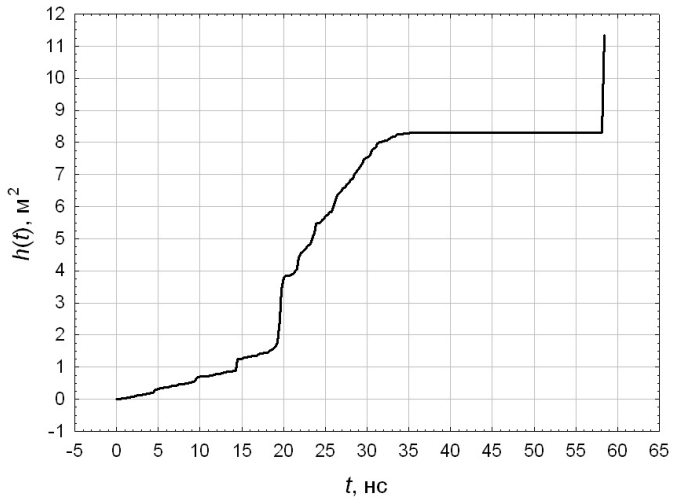


Рис. 1.4. Переходная характеристика вертолета АН-64

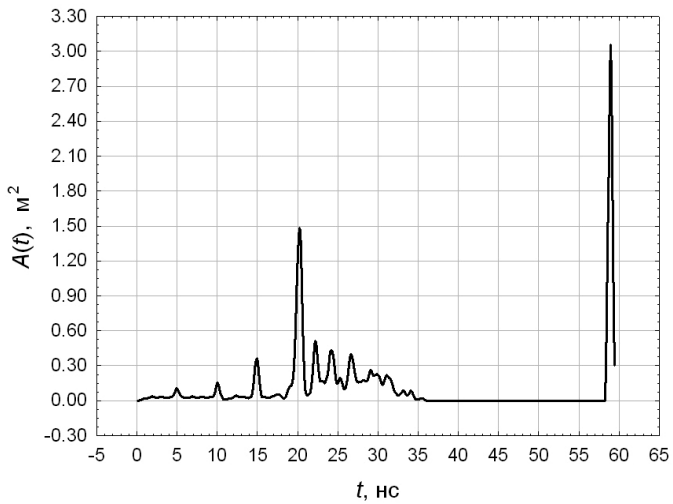


Рис. 1.5. Импульсная ЭПР вертолета АН-64

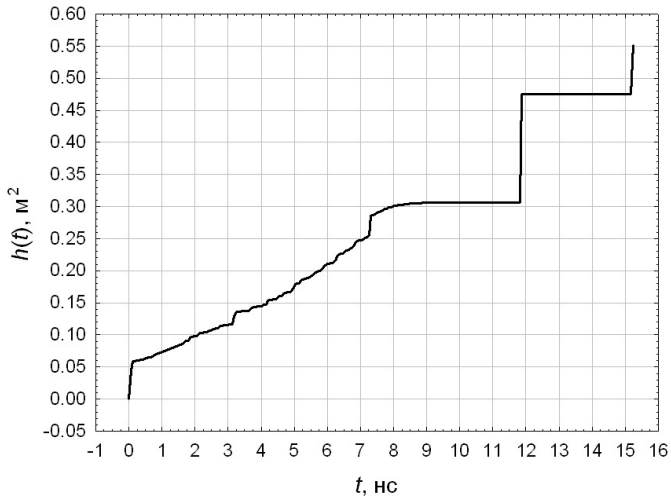


Рис. 1.6. Переходная характеристика ракеты Tomahawk

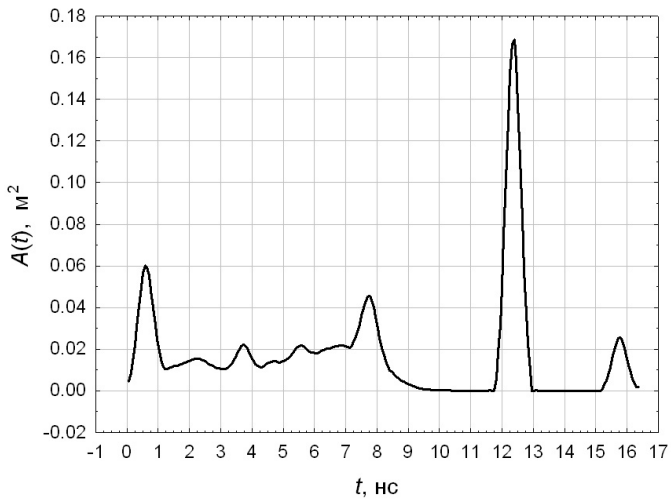


Рис. 1.7. Импульсная ЭПР ракеты Tomahawk

Отражательные характеристики триады целей

Ракурс цели $\alpha; \beta$	Характеристика	Единица измерения	Цель		
			МиГ-23	АН-64	Tomahawk
22,2°; -11,03°	$T(\alpha, \beta)$	нс	71,900	79,890	27,400
	$A(\alpha, \beta)$	м ²	1,013	2,841	0,068
	$A_{t_s}^{\max}$	м ²	0,597	0,849	0,015
	f_{\max}	—	0,118	0,842	0,007
45°; 45°	$T(\alpha, \beta)$	нс	50,000	58,500	15,270
	$A(\alpha, \beta)$	м ²	7,071	11,750	0,555
	$A_{t_s}^{\max}$	м ²	1,493	3,054	0,169
	f_{\max}	—	1,359	2,171	0,169
59,64°; -40,79°	$T(\alpha, \beta)$	нс	39,900	42,670	18,500
	$A(\alpha, \beta)$	м ²	11,070	8,338	0,943
	$A_{t_s}^{\max}$	м ²	1,527	4,378	0,231
	f_{\max}	—	1,031	4,321	0,230
67,5°; 0°	$T(\alpha, \beta)$	нс	35,150	44,940	16,880
	$A(\alpha, \beta)$	м ²	9,912	4,091	0,510
	$A_{t_s}^{\max}$	м ²	4,126	1,592	0,077
	f_{\max}	—	4,125	1,539	0,067

1.2. ПЕРЕХОДНАЯ ОТРАЖАТЕЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЦЕЛИ В ДВУХПОЗИЦИОННЫХ ЛАЗЕРНЫХ СИСТЕМАХ НАВЕДЕНИЯ

Цифровое моделирование ПХ объекта является особенно удобным инструментом для исследования отражающих свойств целей в полуактивных лазерных системах наведения. Вследствие погрешностей слежения в реальных условиях функционирования таких систем луч подсвета совершает случайные угловые колебания. При этом дрожащий пучок захватывает различные участки объекта локации и ПП. Анализ возникающих по этой причине флуктуаций отраженных сигналов методами физического моделирования технически сложен. Кроме того, при скользящих углах падения облучаемая область растягивается по ПП до размеров, больших, чем пространственная протяженность зондирующих импульсов. Учет искажений временного профиля отраженных импульсов по отношению к излученным импульсам методами физического моделирования также затруднен. Существенным фактором является и то, что оптические системы наведения функционируют, как правило, в ближней зоне. По этой причине необходима адаптация понятия ПХ объекта локации к указанным условиям.

Геометрическая схема двухпозиционной локации представлена на рис. 1.8. Как и прежде, ориентацию целевой системы координат $O_t X_t Y_t Z_t$, начало которой совмещено с условным центром объекта O_t , удобно выбрать такой, чтобы координатные плоскости $X_t O_t Y_t$, $X_t O_t Z_t$ и $Z_t O_t Y_t$ являлись плоскостями тангажа, курса и крена соответственно. Одномодовый источник лазерного излучения и приемник с равномерной диаграммой чувствительности, типичной для большинства систем, разнесены в пространстве и находятся в точках O_S и O_R . В сферической системе координат, связанной с целью, точки O_S и O_R имеют координаты $(\alpha_S, \beta_S, L_{0S})$ и $(\alpha_R, \beta_R, L_{0R})$.

В приближении малых углов, когда размеры облучаемой поверхности значительно меньше расстояний до источника L_{0S} и при-

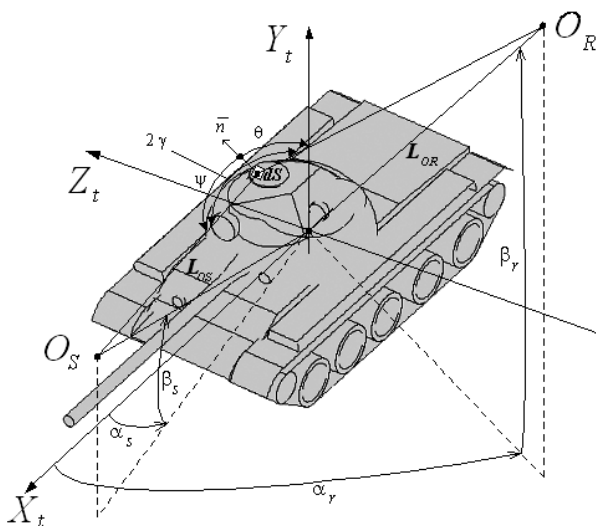


Рис. 1.8. Геометрическая схема двухпозиционной локации

емника L_{OR} , облученность приемной оптики, создаваемая объектом локации, может быть представлена в виде

$$E_R(t) = \frac{\Phi_S}{\pi L_{OR}^2(S_r)} \iint M_0\{y_S - Y_{0S}(t), z_S - Z_{0S}(t)\} \times \\ \times U\left(t - \frac{L_{SR}}{c}\right) r_\lambda(\psi, \theta, \gamma) \cos \psi \cos \theta dS, \quad (1.4)$$

где Φ_S — пиковый (во времени) поток лучистой энергии в пучке подсвета; $M_0(y_S, z_S)$ — поверхностная плотность распределения потока в поперечном сечении пучка подсвета, проходящем через дифференциально малый участок отражающей поверхности dS ; (y_S, z_S) — декартовы координаты элемента dS в поперечном сечении пучка подсвета (см. рис. 1.8); $\{Y_{0S}(t), Z_{0S}(t)\}$ — координаты смещения в картинной плоскости оси пучка относительно условного центра цели, вызванного погрешностями слежения за положением объекта (рис. 1.9); $U(t)$ — временной профиль функции включения;

$L_{SR} = L_S + L_R$; L_S и L_R — расстояния от элемента dS до источника и приемника; c — скорость света; $r_\lambda(\psi, \theta, \gamma)$ — коэффициент яркости элемента dS ; ψ — угол падения излучения на элемент dS ; θ — угол наблюдения потока, отраженного элементом dS ; 2γ — угол между направлениями облучения элемента dS и приема; S_t — видимые из точки приема и облучаемые источником поверхности объекта локации.

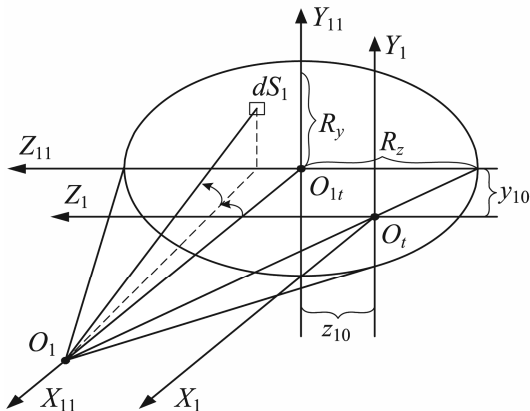


Рис. 1.9. Смещение оси пучка подсвета при слежении за объектом

Для двухпозиционных оптических систем наведения, функционирующих в ближней зоне, размеры пучка подсвета соизмеримы с размерами объекта локации. В этом случае отражающие свойства цели принято нормировать по отношению к отражающим свойствам эталонного рассеивателя. В качестве последнего удобно использовать равномерно диффузно и без потерь отражающий плоский щит, установленный в месте расположения объекта перпендикулярно пучку подсвета ($\psi_H = 0$) и полностью его перекрывающий. В соответствии с выражением (1.4) нетрудно найти облученность приемной оптики, находящейся на расстоянии L_{OR} в направлении нормали эталонного щита ($\theta_H = 0$).

С учетом условия нормировки

$$\int_{S_H} \int M_0(y_S, z_S) \cos \psi_H dS = \int_{-\infty}^{+\infty} \int M_0(y_S, z_S) dy_S dz_S = 1$$

получим $E_H = \Phi_S / (\pi L_{0R}^2)$. Отношение $E_R(t) / E_H$ дает безразмерную переходную отражательную характеристику объекта локации применительно к нестационарным условиям его облучения

$$\tilde{h}(t | \alpha_S, \beta_S, \alpha_R, \beta_R) = \iint_{S_t} M_0 \{ y_S - Y_{0S}, z_S - Z_{0S} \} \times \\ \times U \left(t - \frac{L_{SR}}{c} \right) r_\lambda(\psi, \theta, \gamma) \cos \psi \cos \theta dS. \quad (1.5)$$

В рамках малоуглового приближения поверхностный интеграл (1.5) следует рационально привести к двойному интегралу по проекции облучаемой поверхности на картинную плоскость $Y_S O_t Z_S$ лучевой системы координат $O_t X_S Y_S Z_S$, ось $O_t X_S$ которой направлена на источник (см. рис. 1.8). Лучевая система координат может быть получена из целевой системы при ее последовательных поворотах на углы α_S и β_S вокруг осей $O_t Y_t$ и $O_t Z_t$.

Поскольку проекция элемента dS на картинную плоскость равна $dy_S dz_S = \cos \psi dS$, из выражения (1.4) соответственно получим

$$\tilde{h}(t | \vec{C}_{SR}) = \int_{Y_{\min}(t)}^{Y_{\max}(t)} dy_S \int_{Z_{\min}(t)}^{Z_{\max}(t)} f(t, y_S, z_S) U \left(t - \frac{L_{RS}}{c} \right) dz_S; \quad (1.6)$$

$$f(t, y_S, z_S) = \\ = \delta_S(y_S, z_S) \delta_R(y_S, z_S) M_0 \{ y_S - Y_{0S}(t), z_S - Z_{0S}(t) \} r_\lambda(\psi, \theta, \gamma) \cos \theta,$$

где $\vec{C}_{SR} = \{ \alpha_S, \beta_S, \alpha_R, \beta_R \}$ — вектор условий облучения-наблюдения цели; $\delta_S(y_S, z_S)$ — функция, принимающая значение единицы, если точка картинной плоскости с координатами (y_S, z_S) попадает в пучок подсвета, и нуля в противном случае; $\delta_R(y_S, z_S)$ — функция, равная единице, если точка с координатами (x_S, y_S, z_S) облучаемой поверхности S_t не маскируется объектом локации по отношению к приемнику, и нуля в противном случае.

Для одномодового источника оптического излучения поверхностную плотность распределения потока в картинной плоскости хорошо описывает гауссоида. Обычно поперечное сечение пучка подсвета представляет собой эллипс. Тогда

$$M_0(y_S, z_S) = \frac{\ln 10}{\pi R} \exp \left(- \left\{ \frac{y_S^2 + z_S^2}{R^2} \right\} \ln 10 \right),$$

где R — радиус поперечного сечения пучка, измеренный по уровню десятикратного ослабления поверхностной плотности потока излучения. Соответственно, пределы интегрирования

$$Y_{\min}^{\max} = Y_{0S}(t) \mp R; \quad Z_{\min}^{\max} = Z_{0S}(t) \mp R\varphi(y_S);$$

$$\varphi(y_S) = \sqrt{1 - \{y_S - Y_{0S}(t)\}^2 / R^2}$$

в выражении (1.6) определяются границами пучка подсвета.

Методика и алгоритмы имитационного цифрового моделирования переходных характеристик 3D-объекта на фоне подстилающей поверхности в двухпозиционной лазерной системе наведения представлены в работах [1, 4]. В качестве примеров на рис. 1.10 и 1.11 представлены переходные характеристики танка Т-54 для фиксированных условий подсвета-наблюдения и ансамбля случайных независимых ошибок слежения за объектом. Расчет проводился для ансамбля объемом 100 реализаций, гипотетического диффузного покрытия с коэффициентом преломления $n_\lambda = 1,54$, параметров модели коэффициента яркости $k_B = 0$; $k_D = 0,5$; $k_R = 0$ [1] и шагов сетки интегрирования в картинной плоскости $\Delta_Y = \Delta_Z = 0,01$ м. Рис. 1.10 соответствует случаю горизонтального подсвета $\alpha_S = \alpha_R = 350^\circ$; $\beta_S = 0^\circ$; $\beta_R = 50^\circ$, а рис. 1.11 — случаю обратного отражения при подсвете сверху $\alpha_S = \alpha_R = 330^\circ$; $\beta_S = \beta_R = 50^\circ$. Отчетливо видно, что при горизонтальном подсвете на цели обнаруживаются локальные участки интенсивного отражения, формирующие резкие перепады на переходных характеристиках.

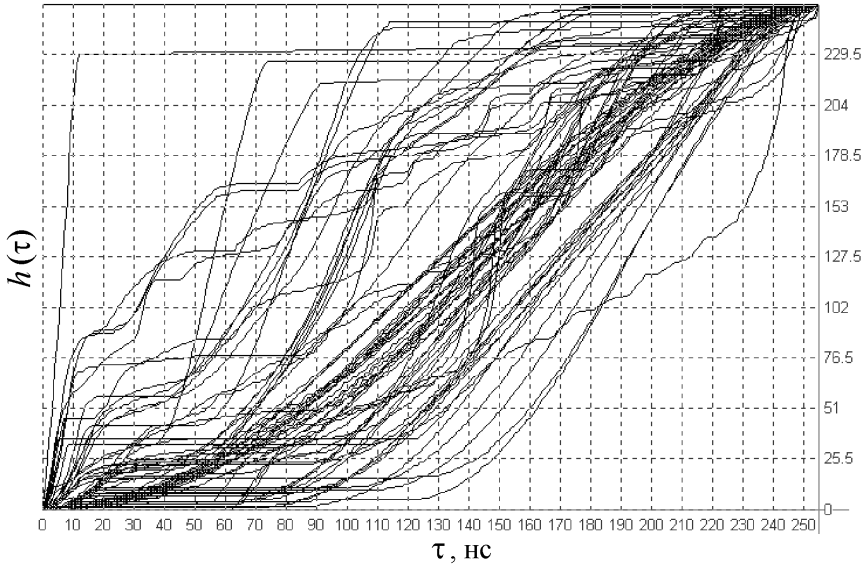


Рис. 1.10. Переходные характеристики танка Т-54 при горизонтальном подсвете

Для сокращения последующих записей введем обозначение для заданных условий наблюдения-облучения

$$A_{R/S} = \{\alpha_R, \beta_R \mid \alpha_S, \beta_S, Y_{0S}, Z_{0S}\}.$$

Безразмерную величину

$$R(A_{R/S}) = \tilde{h}(T \mid \bar{C}_{RS}) = \int_{-R_Y}^{R_Y} dy_S \int_{-R_{Z\Phi}(y_S)}^{R_{Z\Phi}(y_S)} \delta_R(y_S, z_S) M_0(y_S - Y_{0S}, z_S - Z_{0S}) r_\lambda(\psi, \theta, \gamma) \cos \theta dz_S$$

называют интегральным коэффициентом яркости (ИКЯ) объекта локации. Здесь $T = T(A_{R/S}) = \{L_{SR}^{\max} - L_{SR}^{\min}\}/c$ — выраженный в единицах времени размер области локации (цели и ПП) с фиксированного ракурса \bar{C}_{SR} с учетом влияния ошибок слежения за объектом (Y_{0S}, Z_{0S}) . Дополнительно предполагается, что во временном интер-

вале $[L_{SR}^{\min}/c, L_{SR}^{\max}/c]$ ошибки слежения за объектом постоянны, т. е. $Y_{0S}(t) = Y_{0S}$ и $Z_{0S}(t) = Z_{0S}$.

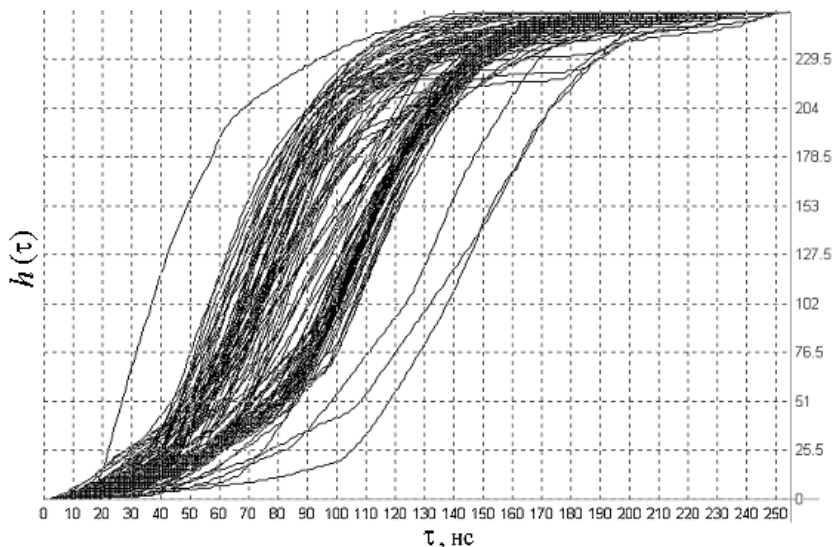


Рис. 1.11. Переходные характеристики танка Т-54 при подсвете сверху

В полуактивных лазерных системах наведения энергетические свойства и размеры цели естественно описывать пространственными диаграммами $R(A_{R/S})$ и $T(A_{R/S})$ для фиксированных ошибок слежения (Y_{0S}, Z_{0S}) , фиксированного направления на излучатель (α_S, β_S) и различных направлений на приемник (α_R, β_R) . Информацию о форме объекта в этом случае содержит нормированная переходная отражательная характеристика вида

$$h(\tau | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S}) = \frac{\tilde{h}(t | \bar{C}_{SR})}{R(A_{R/S})}; \quad \tau = t / T(A_{R/S}). \quad (1.7)$$

Здесь, как и прежде, аргумент τ и функция $h(\tau | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S})$ варьируются в стандартном интервале $[0, 1]$.

Интеграл Дюамеля переходной отражательной характеристики объекта и зондирующего импульса $i_S(t)$ заданной формы и конечной длительности t_S формирует временной профиль импульса, отраженного целью с заданного ракурса:

$$i_R(t | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S}) = \int_{V_{\min}(t)}^{V_{\max}(t)} i_S(t-v) d[\tilde{h}(v | \bar{C}_{SR})],$$

где интеграл понимают в смысле Стильтьеса. Пределы интегрирования варьируются в зависимости от значения временного отсчета отраженного импульса, как и при активном варианте построения системы.

Результаты цифрового моделирования показывают (см. рис. 1.10), что переходная отражательная характеристика объекта $\tilde{h}(t | \bar{C}_{SR})$ представляет собой сумму двух функций. Первая функция $\tilde{h}_{\text{cont}}(t | \bar{C}_{SR})$ — непрерывная дифференцируемая компонента. Ее производная по времени — импульсная характеристика $\tilde{d}_{\text{cont}}(t | \bar{C}_{SR}) = d[\tilde{h}_{\text{cont}}(t | \bar{C}_{SR})]/dt$, т. е. реакция объекта на зондирующий импульс в виде дельта-функции.

Вторая функция $\tilde{h}_{\text{disc}}(t | \bar{C}_{SR})$ — исключительно разрывная функция, состоящая из хронологической последовательности

$$T_1^{(S)}(A_{R/S}) < T_2^{(S)}(A_{R/S}) < \dots < T_{N(A_{R/S})}^{(S)}(A_{R/S})$$

скачков $R_n^{(S)}(A_{R/S})$ ПХ. Последние представляют собой ИКЯ локальных участков интенсивного отражения поверхности цели (но не ПП), расположенных на относительных удалениях $cT_n^{(S)}(A_{R/S})/2$ для заданных условий наблюдения-облучения $A_{R/S}$. Иными словами, при нестационарном облучении объекта локации, когда $t_S < T(A_{R/S})$, интеграл Дюамеля получим в виде

$$i_R(t | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S}) = \int_{V_{\min}(t)}^{V_{\max}(t)} \tilde{d}_{\text{cont}}(v | \bar{C}_{SR}) i_S(t-v) dv + \sum_{n=1}^{N(A_{R/S})} R_n^{(S)}(A_{R/S}) i_S[t - T_n^{(S)}(A_{R/S})].$$

Подстановка в полученное выражение формулы (1.6) для регулярной части двумерной функции яркости (в которой отсутствуют ее скачки)

$$f_{\text{cont}}(t, y_S, z_S) = \left[\delta_S(y_S, z_S) \delta_R(y_S, z_S) M_0(y_S - Y_{0S}, z_S - Z_{0S}) r_\lambda(\psi, \theta, \gamma) \cos \theta \right]_{\text{cont}}$$

и интегрирование по времени

$$\int_{V_{\min}(t)}^{V_{\max}(t)} i_S(t - v) d \left[U \left(v - \frac{L_{SR}}{c} \right) \right]$$

с учетом фильтрующего свойства дельта-функции дают окончательное выражение для временного профиля импульса, отраженно-го целью с заданного ракурса:

$$i_R(t | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S}) = \int_{Y_{\min}(t)}^{Y_{\max}(t)} dy_S \int_{Z_{\min}(t)}^{Z_{\max}(t)} f_{\text{cont}}(t, y_S, z_S) i_S \left(t - \frac{L_{SR}}{c} \right) dz_S + \sum_{n=1}^{N(A_{R/S})} R_n^{(S)}(A_{R/S}) i_S \left[t - T_n^{(S)}(A_{R/S}) \right]. \quad (1.8)$$

Здесь зондирующий импульс конечной длительности t_S удовлетворяет, как и прежде, дополнительному условию нормировки $\max_t \{i_S(t)\} = 1$. В этом случае при стационарном облучении цели справедливо равенство

$$\max_t \left[i_R(t | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S}) \right] = R(A_{R/S}) \max_t [i_S(t)] = R(A_{R/S}).$$

Иными словами, амплитуда отраженного импульса — суть ИКЯ. Безразмерную отражательную характеристику (1.8) для указанного правила нормировки называют импульсным ИКЯ объекта и обозначают $R_{i_S}(t | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S})$.

1.3. ИНТЕГРАЛЬНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ОТРАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСОВ

В ряде случаев моделирование и обработку временных профилей ЭПР и ИКЯ целесообразно осуществлять на основе интегрального метода анализа импульсов [5]. Практический интерес представляет исследование обобщенной амплитуды и длительности

$$a_{t_s}(\alpha, \beta) = \frac{v_2}{v_1}; \quad \tau_{t_s}(\alpha, \beta) = \frac{v_1^2}{v_2}$$

отражательных характеристик объектов локации, например импульсной ЭПР. Здесь $v_n = v_n(\alpha, \beta) = \int_0^{T(\alpha, \beta) + t_s} A_{t_s}^n(t | \alpha, \beta) dt$ ($n = 1, 2$) — начальные моменты n -го порядка отражательной характеристики.

Упрощение состоит, очевидно, в замене сложного временного профиля импульсной ЭПР $A_{t_s}(t | \alpha, \beta)$ эквивалентным прямоугольным профилем с амплитудой $a_{t_s}(\alpha, \beta)$ и длительностью $\tau_{t_s}(\alpha, \beta)$. Критерии эквивалентности обеспечивают равенство площадей $v_1 = a_{t_s}(\alpha, \beta) \tau_{t_s}(\alpha, \beta)$ и энергий $v_2 = a_{t_s}^2(\alpha, \beta) \tau_{t_s}(\alpha, \beta)$ реального и модельного импульсов.

Первый критерий целесообразно представить в форме

$$v_1 = a_{t_s}(\alpha, \beta) \tau_{t_s}(\alpha, \beta) = \int_0^{T(\alpha, \beta) + t_s} A_{t_s}(t | \alpha, \beta) dt = A(\alpha, \beta) \int_0^{t_s} i_s(t) dt,$$

удобной для дальнейшего анализа. Следствием этого равенства является, прежде всего, функциональная нелинейная зависимость

$$\tau_{t_s}(\alpha, \beta) = \frac{A(\alpha, \beta)}{a_{t_s}(\alpha, \beta)} \int_0^{t_s} i_s(t) dt. \quad (1.9)$$

Последняя формула показывает, что построение интегральной модели импульсной ЭПР объекта локации сводится к исследованию статистических характеристик системы двух случайных величин $A(\alpha, \beta)$ и $a_{t_s}(\alpha, \beta)$.

Для стационарных условий облучения объекта, когда $t_s \geq T(\alpha, \beta)$, импульсная ЭПР приобретает вид $A_{t_s}(t | \alpha, \beta) = i_s(t)A(\alpha, \beta)$. Ее обобщенная амплитуда имеет вид $a_{t_s}(\alpha, \beta) = a_0(t_s)A(\alpha, \beta)$, где $a_0(t_s)$ — обобщенная амплитуда зондирующего импульса, принимающая значение $1/\sqrt{2}$ для гауссовского временного профиля. В этом случае сечения соответствующих пространственных диаграмм удовлетворяют соотношению $A(\alpha, \beta) = a_\infty(\alpha, \beta)\sqrt{2}$.

В качестве примера в табл. 1.2 представлены результаты исследования зависимости нормированной обобщенной амплитуды $a_{t_s}(\alpha, \beta)/a_0(t_s)$ импульсной ЭПР от длительности зондирующего импульса для истребителя МиГ-23 и вертолета Apache (АН-64). Расчеты проводились для различных ракурсов цели (α, β) .

В последнем столбце табл. 1.2 представлены значения ЭПР объектов локации для стационарных условий их облучения. Видно, что по мере увеличения длительности импульса обобщенная амплитуда увеличивается на порядок.

В соответствии с методикой работы [3] рассчитывались пространственные диаграммы обобщенных амплитуды $a_{t_s}(\alpha, \beta)$ и длительности $\tau_{t_s}(\alpha, \beta)$ временного профиля импульсной ЭПР аэрокосмического корабля Space Shuttle. Геометрический образ объекта представлен на рис. 1.1. Схема размещения штатных теплозащитных покрытий (ТЗП) четырех типов на поверхности корабля приведена в работе [6].

Таблица 1.2

**Зависимость обобщенной амплитуды, м²,
от длительности t_S зондирующих импульсов**

Цель	t_S , нс						
	1	5	10	20	40	80	>160
$\alpha = -45^\circ; \beta = 10^\circ$							
МиГ-23	0,3074	0,3934	0,5006	0,6938	1,0570	1,589	4,009
АН-64	0,7086	0,8749	1,0150	1,3290	1,8960	2,687	7,545
$\alpha = -45^\circ; \beta = 45^\circ$							
МиГ-23	0,7238	1,042	1,405	1,844	2,889	4,317	7,071
АН-64	0,8587	1,215	1,642	2,253	2,844	3,935	8,330
$\alpha = -45^\circ; \beta = 60^\circ$							
МиГ-23	2,008	2,695	4,030	6,135	8,872	10,520	16,000
АН-64	1,413	1,738	2,113	3,152	4,940	6,841	13,700
$\alpha = -45^\circ; \beta = 80^\circ$							
МиГ-23	2,554	4,905	8,253	12,690	15,870	17,060	26,550
АН-64	3,786	4,874	6,195	8,514	11,290	12,720	21,090
$\alpha = -45^\circ; \beta = -45^\circ$							
МиГ-23	0,9200	1,4700	1,900	3,083	5,304	7,946	12,57
АН-64	3,0100	3,4940	3,659	4,534	6,102	7,402	7,844
$\alpha = -45^\circ; \beta = -80^\circ$							
МиГ-23	1,8440	4,182	6,974	10,780	14,620	16,300	18,570
АН-64	6,0710	6,214	6,889	9,643	14,740	19,760	26,550

Результаты измерений индикатрис коэффициентов яркости ТЗП корабля на длине волны 1,06 мкм при отражении назад отмечены точками на рис. 1.12. Сплошные линии на рисунке отвечают аппроксимации экспериментальных данных аналитической моделью коэффициента яркости из работы [3]. Числовые значения параметров k_B , k_D , k_R , приводящие двухкомпонентную модель в соответствие эксперименту, даны в табл. 1.3. Наибольшая абсолютная погрешность аппроксимации E для четырех типов ТЗП не превысила 0,04.

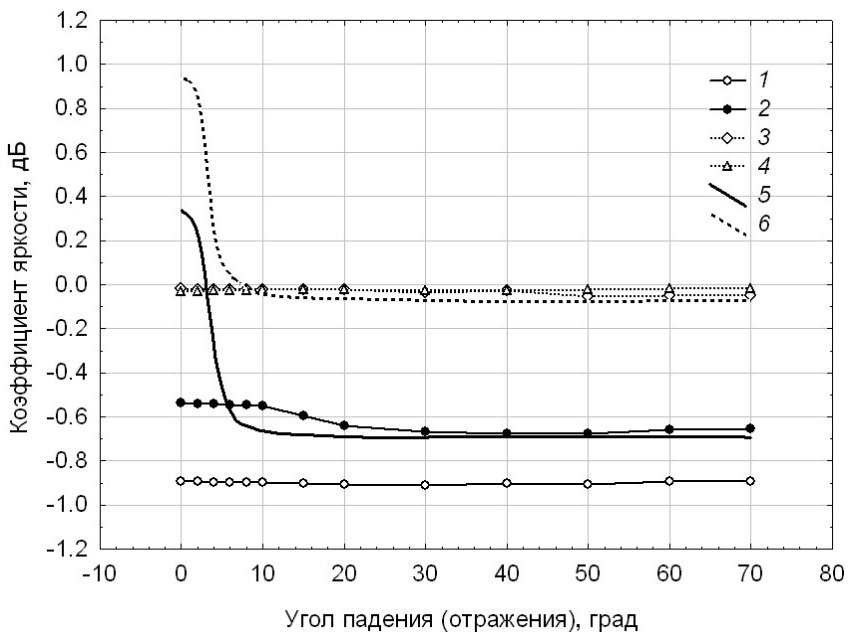


Рис. 1.12. Индикатрисы коэффициентов яркости ТЗП Space Shuttle:
 1 — RCC (углерод); 2 — HRSI (черная плитка); 3 — FRSI (войлок);
 4 — LRSI (белая плитка); 5 — черное лакокрасочное покрытие; 6 — белое лакокрасочное покрытие

Сетка адаптивного кубатурного алгоритма [3] формировалась для подынтегрального выражения в формуле для ПХ, соответ-

ствующего значению ЭПР при стационарном облучении цели. Временной профиль импульсной ЭПР рассчитывался по полу-
 ченной сетке с шагом по времени $t_s/50$. Для интегрирования с
 относительной погрешностью не хуже 10 % требовалось вычис-
 лять в зависимости от ракурса от 450 до 900 значений двумерной
 функции яркости в пределах проекции объекта на картинную
 плоскость. Сечения пространственных диаграмм обобщенных
 амплитуды и длительности импульсной ЭПР плоскостями танга-
 жа (*a*), курса (*b*) и крена (*в*) представлены на рис. 1.13 и 1.14
 сплошными линиями. Результаты моделирования соответствуют
 длительностям гауссовского зондирующего импульса (по уров-
 ню 0,1) 10; 50 и 200 нс. На рис. 1.13 показаны также сечения про-
 странственной диаграммы ЭПР объекта при его стационарном
 облучении $A(\alpha, \beta)$.

Таблица 1.3

Параметры модели индикатрис ТЗП объекта

Покрытие	$\zeta_\lambda(0)$	k_B	k_D	k_R	E
Войлок (FRSI)	0,890	0,06	0,89	0,3946	0,03
Белая плитка (LRSI)	0,940	0	0,94	0	0,01
Черная плитка (HRSI)	0,225	0,10	0,20	0,2373	0,04
Углерод (RCC)	0,140	0	0,14	0	0,01

Полученные данные хорошо согласуются с физическим содер-
 жанием решаемой задачи. Для стационарных условий облучения
 объекта, когда $t_s \geq T(\alpha, \beta)$, импульсная ЭПР приобретает вид
 $A_{t_s}(t | \alpha, \beta) = i_s(t)A(\alpha, \beta)$. Ее обобщенную амплитуду вычисляют по
 формуле $a_{t_s}(\alpha, \beta) = a_0(t_s)A(\alpha, \beta)$. Здесь $a_0(t_s)$ — обобщенная ампли-
 туда зондирующего импульса, принимающая значение $1/\sqrt{2}$ для
 гауссовского временного профиля. Нетрудно проверить, что сече-
 ния соответствующих пространственных диаграмм на рис. 1.13
 удовлетворяют соотношению $A(\alpha, \beta) \approx a_{200}(\alpha, \beta)\sqrt{2}$.

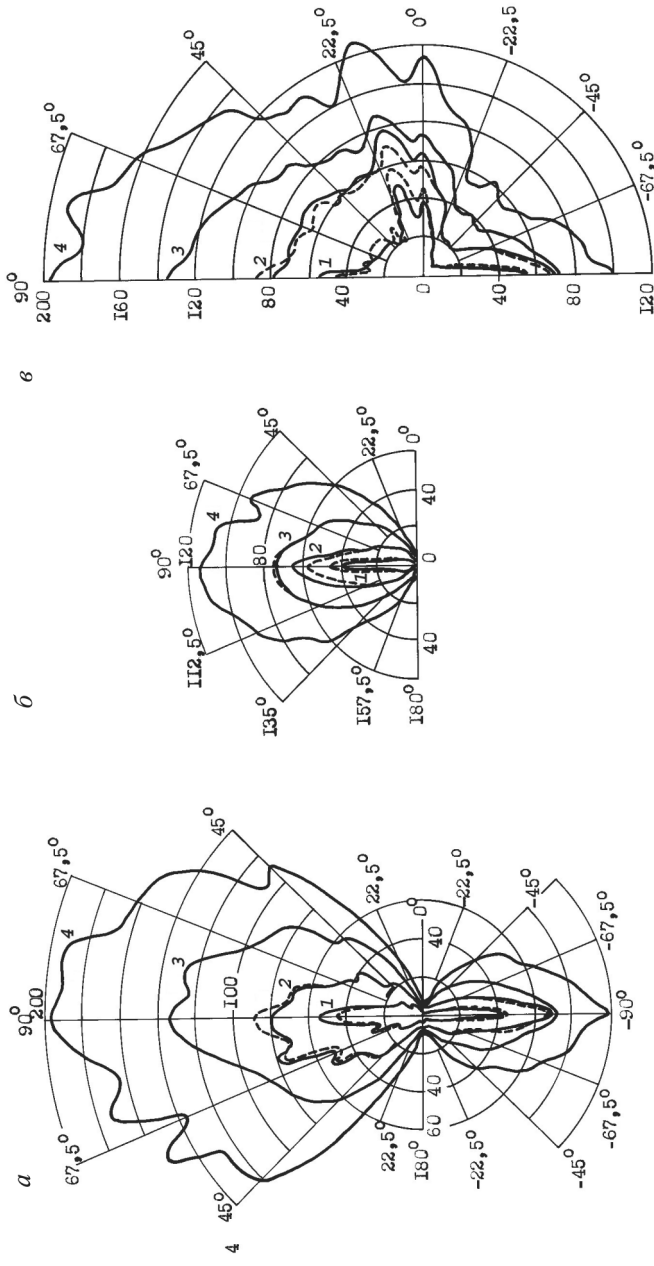


Рис. 1.13. Обобщенная амплитуда да импульсной ЭПР Space Shuttle для различных длительностей зондирующего импульса:

a — тангаж; *б* — курс; *в* — крен; 1 — 10 нс; 2 — 50 нс; 3 — 200 нс; 4 — стационарное облучение

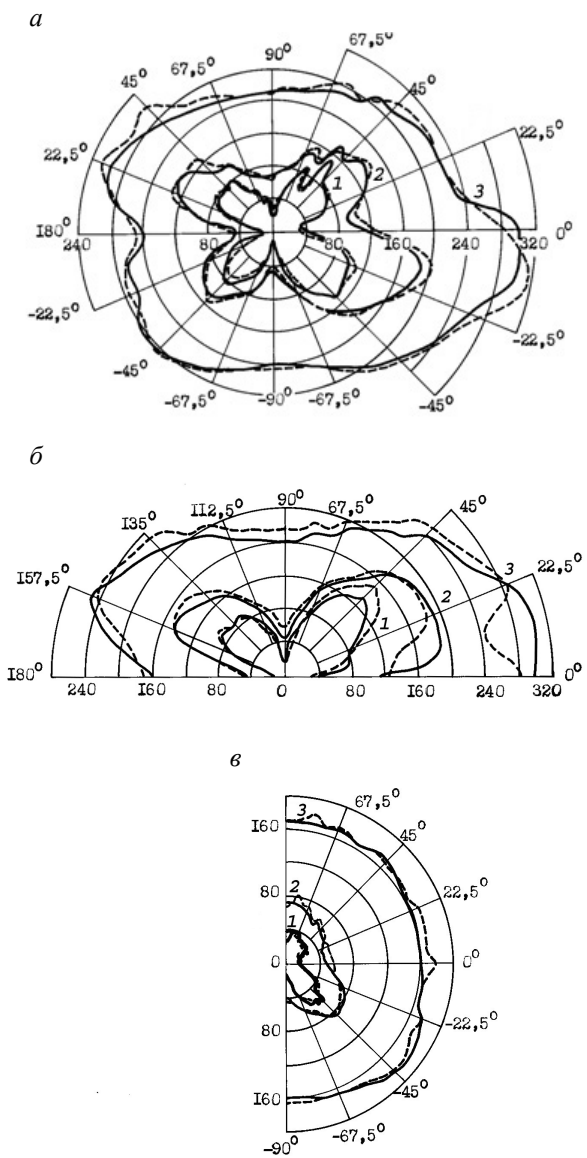


Рис. 1.14. Обобщенная длительность импульсной ЭПР Space Shuttle для различных длительностей зондирующего импульса:
a — тангаж; *б* — курс; *в* — крен; 1 — 10 нс; 2 — 50 нс; 3 — 200 нс

Дальнейший анализ показал [7], что пространственные диаграммы обобщенной амплитуды импульсной ЭПР объекта, отвечающие различным длительностям зондирующего импульса $t_s \geq 5$ нс (см. рис. 1.13), с достаточной для практики точностью аппроксимируются экспоненциальной регрессионной зависимостью вида

$$a_{t_s}(\alpha, \beta) = a_0(t_s)A(\alpha, \beta) \left\{ 1 - \exp \left[-b_0(\alpha, \beta) - b_1(\alpha, \beta)t_s \right] \right\}. \quad (1.10)$$

В этой зависимости двумерные функции ракурса цели $b_0(\alpha, \beta)$ и $b_1(\alpha, \beta)$, инвариантные к значению t_s , удобно рассчитывать методом наименьших квадратов [8, с. 279]. Результаты расчета их сечений плоскостями тангажа (a), курса (β) и крена (ϵ) по ансамблю пространственных диаграмм обобщенной амплитуды импульсной ЭПР корабля Space Shuttle со штатным ТЗП для длительности импульса $t_s = 5; 10; 20; 50; 100$ и 200 нс представлены сплошными линиями на рис. 1.15 и 1.16. С учетом соотношения (1.8) между обобщенными амплитудой и длительностью импульсной ЭПР цели нетрудно получить нелинейную регрессионную зависимость обобщенной длительности импульсной ЭПР объекта от длительности зондирующего импульса:

$$\tau_{t_s}(\alpha, \beta) = \frac{1}{1 - \exp \left[-b_0(\alpha, \beta) - b_1(\alpha, \beta)t_s \right]} \frac{\left(\int_0^{t_s} i_s(t) dt \right)^2}{\int_0^{t_s} i_s^2(t) dt}. \quad (1.11)$$

Аппроксимации сечений пространственных диаграмм обобщенных амплитуды и длительности импульсной ЭПР корабля Space Shuttle соответственно регрессионными моделями (1.10) и (1.11) для длительности импульса $t_s = 10; 50$ и 200 нс представлены штриховыми линиями на рис. 1.15 и 1.16. Относительная среднеквадратическая погрешность описания не превышает 2 и 3 % для обобщенных амплитуды и длительности.

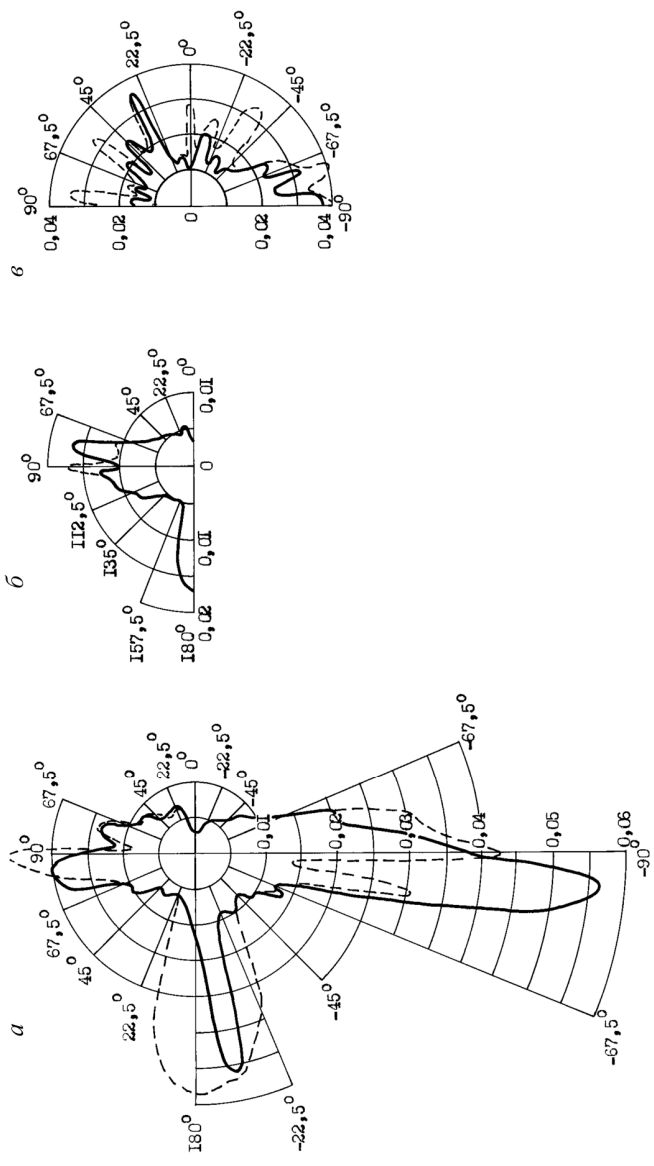


Рис. 1.15. Сечения пространственной диаграммы $b_0(\alpha, \beta)$ в регрессионной модели обобщенной амплитуды импульсной ЭПР корабля Space Shuttle:

a — тангаж; $б$ — курс; $в$ — крен

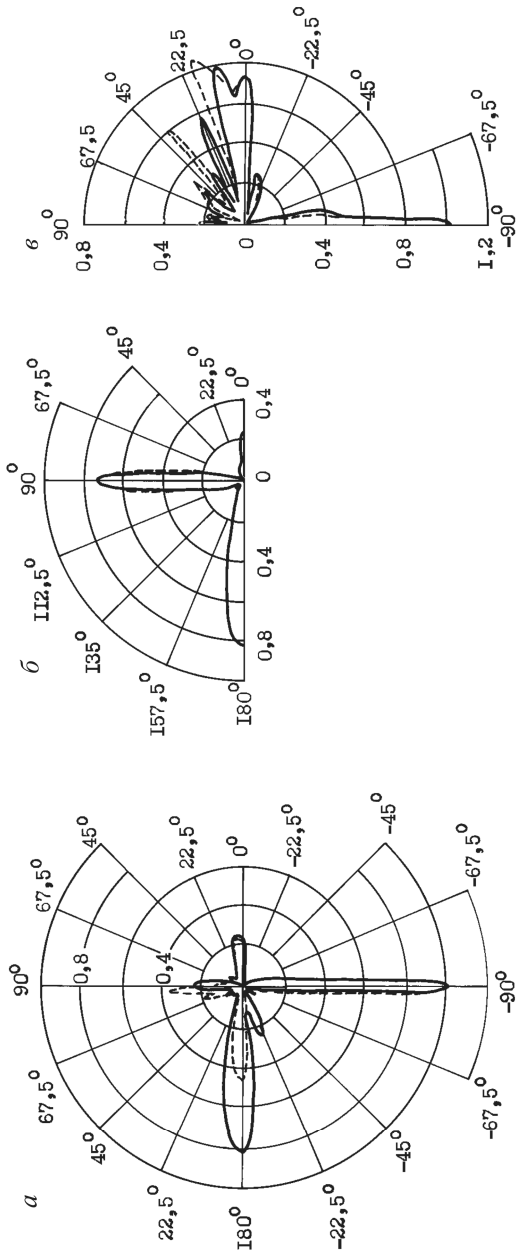


Рис. 1.16. Сечения пространственной диаграммы $b_1(\alpha, \beta)$ в регрессионной модели обобщенной амплитуды импульсной ЭПР корабля Space Shuttle:

a — тангаж; *б* — курс; *в* — крен

1.4. ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕЛИ В ПАССИВНЫХ ИНФРАКРАСНЫХ ЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Радиационные свойства реальных тел в ИК-диапазоне спектра электромагнитных волн зависят от множества факторов. К таковым в первую очередь следует отнести микрогеометрию и состояние поверхности; температуру тела; длину волны излучения; угол, под которым излучение испускается либо поглощается поверхностью. Для описания радиационных свойств реальных тел применяют различные характеристики излучения, поглощения и отражения [9, 10], которые сопоставляют с аналогичными характеристиками абсолютно черного тела. В частности, удобной характеристикой является степень черноты, показывающая, какую долю энергии излучения абсолютно черного тела составляет энергия излучения данного тела.

Направленную спектральную степень черноты $\varepsilon_\lambda(T_S, \theta, \varphi)$ элемента поверхности тела dS , зависящую от длины волны излучения λ , температуры площадки T_S , полярного θ и азимутального φ углов направления наблюдения, опишем в системе координат, связанной с вектором нормали N в текущей точке поверхности объекта (рис. 1.17). Согласно определению, энергия, испускаемая элементом поверхности dS в единицу времени, в спектральном диапазоне $[\lambda, \lambda + d\lambda]$, в пределах телесного угла $d\omega_R$ в окрестности направления наблюдения, может быть представлена выражением [9]

$$d^3\Phi_\lambda(T_S, \theta, \varphi) = \varepsilon_\lambda(T_S, \theta, \varphi) i_{\lambda B}(T_S) \cos \theta dS d\omega_R d\lambda.$$

Здесь спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела, имеющего температуру T_S , определяется законом Планка

$$i_{\lambda B}(T_S) = 2\pi C_1 \lambda^{-5} \left\{ \exp\left(\frac{C_2}{\lambda T_S}\right) - 1 \right\}^{-1},$$

где $C_1 = 0,59548 \cdot 10^{-4}$ Вт · мкм² и $C_2 = 14\,388$ мкм · К — постоянные.

Для непрозрачного тела закон сохранения энергии относительно трех монохроматических потоков — падающего на площадку

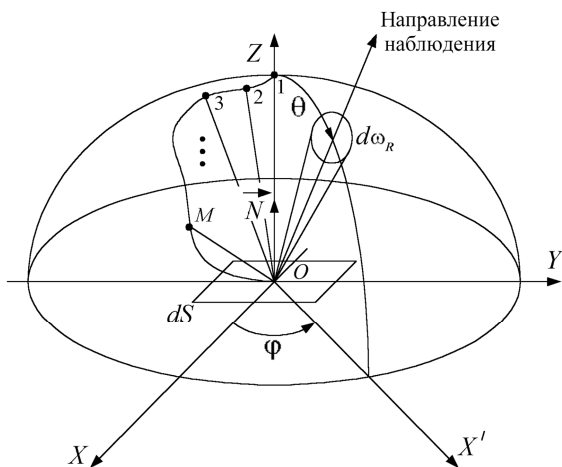


Рис. 1.17. Система координат образца покрытия

в направлении, характеризуемом сферическими углами θ и φ , $d^3\Phi_{\lambda S}(T_S, \theta, \varphi)$; отраженного площадкой в верхнюю полусферу $d^3\Phi_{\lambda R}(T_S, \theta, \varphi)$ и поглощенного площадкой $d^3\Phi_{\lambda A}(T_S, \theta, \varphi)$, принимает вид очевидного равенства

$$\alpha_\lambda(T_S, \theta, \varphi) + A_\lambda(T_S, \theta, \varphi) = 1,$$

где $\alpha_\lambda(T_S, \theta, \varphi)$ и $A_\lambda(T_S, \theta, \varphi)$ — направленная спектральная поглощательная способность и направленно-полусферическая спектральная отражательная способность элемента поверхности тела,

$$\alpha_\lambda(T_S, \theta, \varphi) = \frac{d^3\Phi_{\lambda A}(T_S, \theta, \varphi)}{d^3\Phi_{\lambda S}(T_S, \theta, \varphi)}; \quad A_\lambda(T_S, \theta, \varphi) = \frac{d^3\Phi_{\lambda R}(T_S, \theta, \varphi)}{d^3\Phi_{\lambda S}(T_S, \theta, \varphi)}.$$

В большинстве практических случаев реальные тела обнаруживают способность находиться в состоянии локального термодинамического равновесия, при котором совокупность энергетических состояний в процессах поглощения и излучения соответствует с очень близким приближением их равновесным распределениям. Обоснованность этого приближения подтверждается экспериментальными данными [9], согласно которым окружающее тело поле

излучения не оказывает существенного влияния на величины $\varepsilon_\lambda(T_S, \theta, \varphi)$ и $\alpha_\lambda(T_S, \theta, \varphi)$.

Состоянию термодинамического равновесия отвечает равенство $\varepsilon_\lambda(T_S, \theta, \varphi) = \alpha_\lambda(T_S, \theta, \varphi)$, представляющее собой наиболее общую форму закона Кирхгофа. С учетом последнего и закона сохранения энергии получим

$$\varepsilon_\lambda(T_S, \theta, \varphi) = 1 - A_\lambda(T_S, \theta, \varphi). \quad (1.12)$$

В инженерной практике степень черноты обычно определяют экспериментальным путем в зависимости от температуры и длины волны для направления, нормального к поверхности. Видимо, по этой причине в теоретической фотометрии широко применяют мультипликативную модель направленной степени черноты [11]:

$$\varepsilon_\lambda(T_S, \theta, \varphi) = \varepsilon_{\lambda N}(T_S) \rho(\theta, \varphi). \quad (1.13)$$

Здесь первый множитель $\varepsilon_{\lambda N}(T_S) = \varepsilon_\lambda(T_S, 0, 0)$ учитывает спектральную и температурную зависимости радиационных свойств тела, которые являются следствием зависимости оптических показателей (преломления, поглощения, рассеяния) вещества от длины волны и температуры.

Второй множитель $\rho(\theta, \varphi)$ учитывает распределение радиационных свойств по направлениям наблюдения и в большей степени определяется шероховатостью и состоянием поверхности вещества. Дальнейшие упрощения состоят в том, что степень черноты в направлении нормали $\varepsilon_{\lambda N}(T_S)$ отвечает идеально гладкой (полированной) поверхности вещества. Влияние шероховатости и состояния поверхности попытаемся учесть с помощью параметрического описания для нормированной индикатрисы излучения $\rho(\theta, \varphi)$ элемента поверхности dS .

Очевидно, что в такой постановке степень черноты в направлении нормали является радиационной характеристикой вещества, т. е. может рассматриваться вне зависимости от положения дифференциально малой площадки на поверхности тела сложной конфигурации. Напротив, числовые значения параметров, варьирующих форму нормированной индикатрисы излучения для различных

площадок на поверхности тела, необходимо выбирать с учетом взаимного влияния прилегающих поверхностей.

В дальнейшем будем полагать, что в интересующем нас спектральном диапазоне $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ форма нормированной индикатрисы излучения не изменяется. Кроме того, рассматриваются материалы с изотропной структурой, направленная степень черноты которых не зависит от азимутального угла φ направления наблюдения.

В фотометрии во многих случаях нормированную индикатрису излучения материалов с изотропной структурой представляют суммой ряда по степеням косинуса полярного угла наблюдения θ площадки [12]. Неудобство такой параметрической модели состоит в необходимости учета достаточно большого числа членов ряда для аппроксимации индикатрис излучения недиффузных поверхностей.

Более удобной, на наш взгляд, является модель

$$\rho(\theta) = 1 - k_{B1} \left[1 - \frac{k_{R1}^2 \cos \theta}{1 - (1 - k_{R1}^2) \cos^2 \theta} \right] - k_{B2} \left[1 - \frac{k_{R2}^2 \cos \theta}{1 - (1 - k_{R2}^2) \cos^2 \theta} \right] \quad (1.14)$$

в виде смеси двух направленных составляющих излучения, входящих соответственно с положительными весами k_{B1} и k_{B2} . Ясно, что при скользких углах наблюдения $\theta \approx \pi/2$ нормированная индикатриса излучения имеет значение $\rho(\pi/2) = 1 - k_{B1} - k_{B2}$. Поэтому веса должны удовлетворять ограничениям $k_{B1} \geq 0$; $k_{B2} \geq 0$; $k_{B1} + k_{B2} \leq 1$. Очевидно также, что выбор нулевых значений весов обеспечивает идеально диффузный характер излучения.

Геометрически компоненты модели (1.14) представляют собой эллипсоиды с осями вращения, совпадающими с вектором нормали \vec{N} к анализируемой площадке. Параметры модели k_{R1} и k_{R2} в такой интерпретации представляют собой отношения горизонтальной и вертикальной осей эллипсоидов. Иными словами, параметры k_{R1} и k_{R2} характеризуют степень направленности нормированной индикатрисы излучения.

Параметры моделей нормированной индикатрисы излучения

Номер модели	k_{B1}	k_{R1}	k_{B2}	k_{R2}
1	0,5	1,0	0,5	2,0
2	0,5	1,0	0,5	3,0
3	0,7	1,0	0,3	13,0

В качестве примеров в табл. 1.4 представлены различные значения параметров модели (1.14). Отвечающие им индикатрисы излучения представлены в полярной системе координат соответственно на рис. 1.18–1.20.

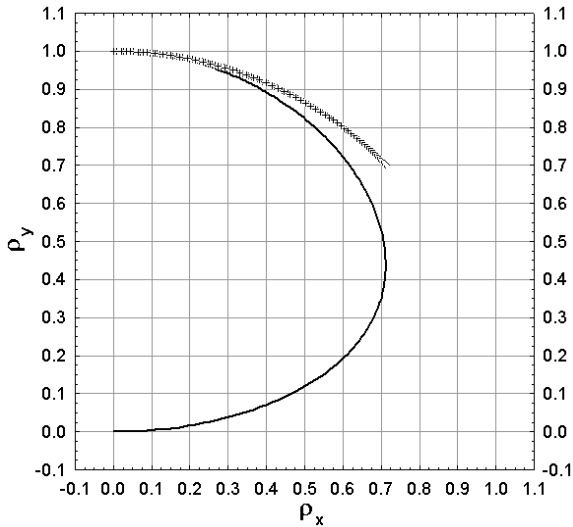


Рис. 1.18. Нормированная индикатриса излучения идеального гладкого диэлектрика:

+ — диффузная; — — модельная

Сплошными линиями на рисунках отмечены результаты расчетов по формуле (1.14). По осям абсцисс и ординат отложены значения $\rho_x = \rho(\theta) \sin \theta$ и $\rho_y = \rho(\theta) \cos \theta$. Для сопоставления крестиками на рисунках отмечена диффузная индикатриса (абсолютно черное тело), имеющая вид окружности единичного радиуса. Модель № 1 (см. рис. 1.18) описывает нормированную индикатрису излучения оп-

тически гладкой поверхности диэлектрика, полученную в работе [9, с. 129] с помощью электромагнитной теории. Модель № 2 (см. рис. 1.19) иллюстрирует возможности изменения формы индикатрисы в зависимости от выбора различных значений коэффициентов в формуле (1.14). Для этого случая интересно отметить, что в диапазоне углов наблюдения $0^\circ \leq \theta \leq 70^\circ$ модельная индикатриса идеально совпадает с диффузной. Для больших углов наблюдения излучательные свойства поверхности резко снижаются. Модель № 3 (см. рис. 1.20) аппроксимирует нормированную индикатрису излучения платины на длине волны $\lambda = 2$ мкм [9, с. 131]. Хорошо видно, что в диапазоне значений углов наблюдения $0^\circ \leq \theta \leq 65^\circ$ платина излучает практически диффузно. При больших углах наблюдения излучательная способность платины увеличивается примерно в два раза.

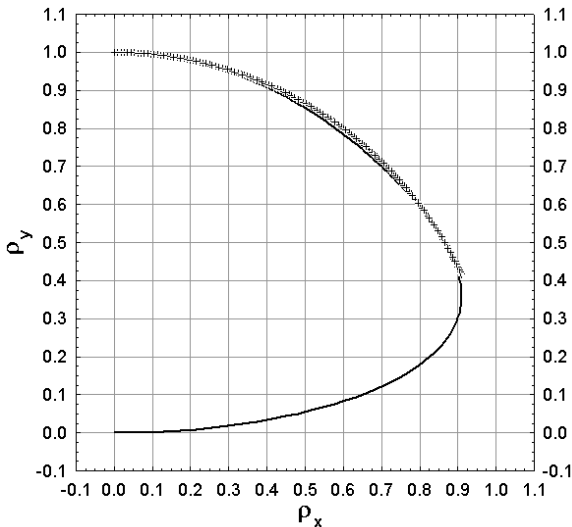


Рис. 1.19. Нормированная индикатриса излучения, совпадающая с диффузной индикатрисой при $\theta < 70^\circ$:

+ — диффузная; — — модельная

Математическое описание степени черноты в направлении нормали $\varepsilon_{\lambda N}(T_S)$ к идеально гладкой поверхности покрытия в ИК-области спектра оптического излучения требует конкретизации оптических и теплофизических характеристик материала объекта локации. В каче-

стве модели для анализа рассмотрим лакокрасочное покрытие, нанесенное на металлическую подложку. В простейшем случае лакокрасочное покрытие состоит из оптически однородного пленкообразователя толщиной z_0 , содержащего частицы пигмента, химически не взаимодействующего с пленкообразователем [13]. Обычно для лакокрасочного покрытия характерна значительная концентрация пигмента в единице объема. Вследствие плотной упаковки рассеивающих центров и малого расстояния между ними в покрытии имеет место многократное рассеяние. Такие среды принято называть сильно мутными.

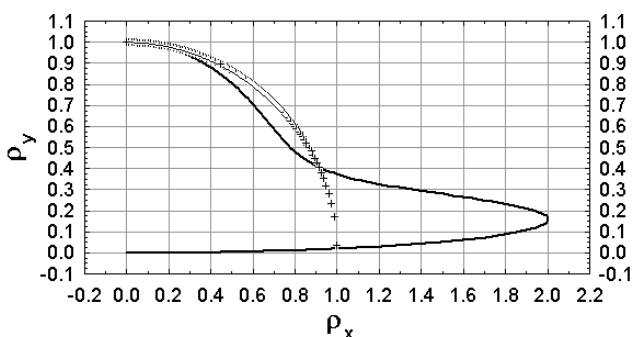


Рис. 1.20. Нормированная индикатриса излучения платины на длине волны 2 мкм:
+ — диффузная; — модельная

В прикладных задачах для описания оптических свойств сильно мутных сред в ИК-области спектра широкое распространение получил двухпараметрический вариант двухпоточкового приближения теории рассеяния света, разработанный Гуревичем, Кубелкой и Мунком [14]. В ряде экспериментальных работ [14–16] было показано, что с достаточной для практики точностью теория Гуревича — Кубелки — Мунка не имеет принципиальных ограничений для применений в видимом, ближнем и среднем ИК-диапазонах. Ограничения ее применения состоят в следующем:

- спектральные показатели поглощения κ_λ и рассеяния σ_λ должны быть постоянны по всей толщине z_0 пленкообразователя;

• индикатриса рассеяния $\mu_\lambda(\gamma)$ частиц пигмента постоянна по всему объему лакокрасочного покрытия и не зависит от условий облучения.

Соответствующий анализ, представленный в работе [1], позволяет получить следующую модель для степени черноты в направлении нормали к идеально гладкой поверхности покрытия:

$$\varepsilon_{\lambda N}(T_S) = A_\lambda \left\{ 1 - \frac{1}{n_\lambda^2} \frac{R_\lambda - D_\lambda \exp(-2L_\lambda z_0)}{B_\lambda - C_\lambda D_\lambda \exp(-2L_\lambda z_0)} \right\};$$

$$A_\lambda = 1 - A_{0\lambda}; \quad B_\lambda = 1 - R_\lambda \left(1 - \frac{A_\lambda}{n_\lambda^2} \right); \quad (1.15)$$

$$C_\lambda = R_\lambda - 1 + \frac{A_\lambda}{n_\lambda^2}; \quad D_\lambda = \frac{R_\lambda A_{2\lambda}}{1 - A_{2\lambda} R_\lambda}.$$

Здесь $R_\lambda = 1 + \beta_\lambda(1 + \delta_\lambda) - \{\beta_\lambda^2(1 + \delta_\lambda)^2 + 2\beta_\lambda(1 + \delta_\lambda)\}^{1/2}$ — полусферический спектральный коэффициент отражения бесконечно толстого слоя лакокрасочного покрытия без учета влияния границ [13, с. 78]; $\beta_\lambda = \kappa_\lambda/\sigma_\lambda$ — его удельное поглощение; δ_λ — коэффициент асимметрии индикатрисы, равный отношению потоков, рассеянных элементарным объемом среды в переднюю и заднюю полусферы,

$$\delta_\lambda = \frac{\int_0^{\pi/2} \mu_\lambda(\gamma) \sin \gamma \, d\gamma}{\int_{\pi/2}^\pi \mu_\lambda(\gamma) \sin \gamma \, d\gamma};$$

$L_\lambda = \sqrt{\kappa_\lambda^2 + 2\kappa_\lambda\sigma_\lambda/(1 + \delta_\lambda)}$ — глубинный показатель ослабления лакокрасочного покрытия [13, с. 78]; $A_{0\lambda}$ и $A_{2\lambda}$ — полусферические спектральные коэффициенты отражения соответственно идеально

гладкой поверхности лакокрасочного покрытия в воздух и идеально гладкой подложки внутрь покрытия; n_λ — спектральный показатель преломления покрытия.

Дальнейшее упрощение полученных выражений основано на замене полусферических спектральных коэффициентов отражения $A_{0\lambda}$ и $A_{2\lambda}$ коэффициентами отражения, рассчитанными по формулам Френеля для случая нормального облучения:

$$A_{0\lambda} = \frac{(n_\lambda - 1)^2 + \kappa_\lambda^2}{(n_\lambda + 1)^2 + \kappa_\lambda^2}; \quad (1.16)$$

$$A_{2\lambda} = \frac{(m_\lambda - n_\lambda)^2 + (\vartheta_\lambda - \kappa_\lambda)^2}{(m_\lambda + n_\lambda)^2 + (\vartheta_\lambda + \kappa_\lambda)^2}. \quad (1.17)$$

Здесь m_λ и ϑ_λ — спектральные показатели преломления и поглощения металлической подложки. Возможность замены коэффициента $A_{0\lambda}$ выражением (1.16) подтверждается результатами экспериментальных исследований [11, 17]. Погрешность замены коэффициента $A_{2\lambda}$ выражением (1.17) оценивалась в работе [13, с. 56].

Для металлов в среднем и дальнем ИК-диапазонах спектра ($\lambda \geq 2$ мкм) достаточно точной для практических расчетов является формула, представленная в [9]:

$$m_\lambda(T_S) = \vartheta_\lambda(T_S) = \{30\lambda\sigma_0(T_S)\}^{1/2} = \left\{30\lambda \frac{\zeta(T_S)}{LT_S}\right\}^{1/2}.$$

Здесь длина волны λ измеряется в метрах, а $L=2,51 \cdot 10^{-8}$ Вт·Ом·град⁻² — постоянная Лоренца. Удельная проводимость металла $\sigma_0(T_S)$, Ом⁻¹·м⁻¹, подчиняется закону Видемана — Франца: $\sigma_0(T_S) = \zeta(T_S)/(LT_S)$. Экспериментальные данные показывают, что коэффициент электронной теплопроводности $\zeta(T_S)$ для железа уменьшается линейно от 18 до 10 кал/(м·с·град) в диапазоне значений температуры 0...500 °С [10, с. 80].

В соответствии с предложенной моделью (1.14) проводилось исследование влияния формы нормированной индикатрисы $\rho(\theta)$ на статистические характеристики синтезированного тепловизионного изображения танка Т-72. В вычислительном эксперименте спектральную и температурную зависимости степени черноты в направлении нормали $\varepsilon_{\lambda N}(T_S)$ аппроксимировали моделью Хагена — Рубенса [9]:

$$\varepsilon_{\lambda N}(T_S) = 1 - \frac{2m_{\lambda}^2(T_S) - 2m_{\lambda}(T_S) + 1}{2m_{\lambda}^2(T_S) + 2m_{\lambda}(T_S) + 1} \quad (1.18)$$

для металлической поверхности объекта локации без лакокрасочного покрытия. Расчеты проводились для спектрального диапазона 7...14 мкм. Распределение температуры по поверхности цели задавалось в рамках кусочно-аналитической модели геометрического образа объекта (рис. 1.21), представленной в работе [1]. Размер синтезированного изображения цели составлял 200×200 пикселей, а глубина цвета — 8 бит, в оттенках серого.

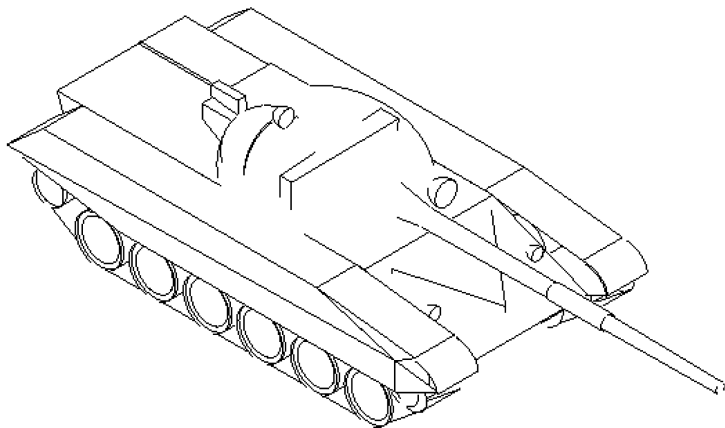


Рис. 1.21. Геометрический образ танка

В качестве основных статистик модельных изображений исследовались математическое ожидание (МО), среднеквадратическое

отклонение (СКО) и медиана одномерного распределения для уровня яркости изображения. Кроме того, анализировался вид гистограммной оценки распределения, как наиболее важной характеристики для выбора параметров алгоритмов сегментации изображений. Результаты цифрового моделирования тепловизионных изображений танка Т-72, а также соответствующие им гистограммы яркости изображений и нормированные индикатрисы $\rho(\theta)$ представлены на рис. 1.22–1.24.

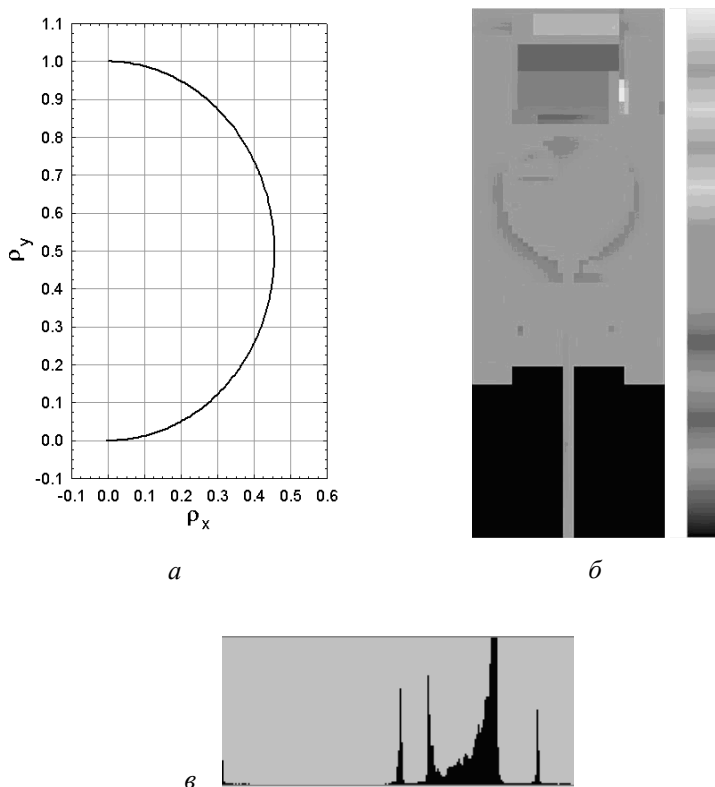


Рис. 1.22. Результаты моделирования тепловизионного изображения:

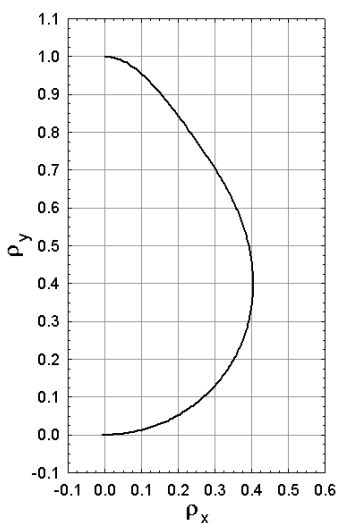
- a* — нормированная индикатриса $\rho(\theta)$ с параметрами $k_{B1} = 0,93$; $k_{R1} = 0,94$; $k_{B2} = 0,07$; $k_{R2} = 0,65$;
- б* — синтезированное изображение танка Т-72;
- в* — гистограмма яркости изображения

Оценки основных статистик модельных изображений сведены в табл. 1.5.

Таблица 1.5

Статистики модельных изображений танка Т-72

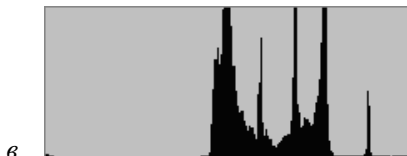
№ п/п	k_{B1}	k_{R1}	k_{B2}	k_{R2}	МО	Медиана	СКО
1	0,93	0,94	0,07	0,65	139,54	147	19,97
2	0,75	1,06	0,25	0,25	124,58	122	26,03
3	0,99	0,19	0,01	0,24	111,87	121	45,02



a



б



в

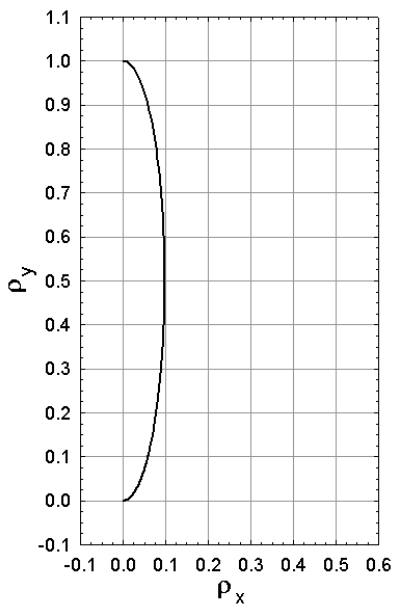
Рис. 1.23. Результаты моделирования тепловизионного изображения:

a — нормированная индикатриса $\rho(\theta)$ с параметрами

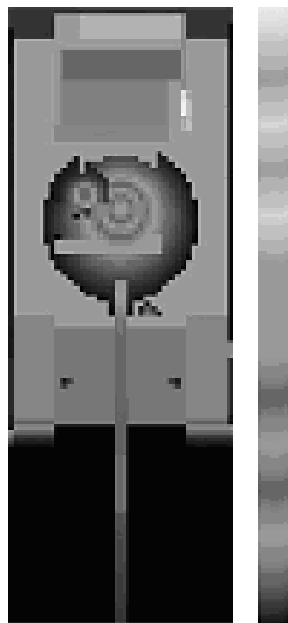
$k_{B1} = 0,75; k_{R1} = 1,06; k_{B2} = 0,25; k_{R2} = 0,25;$

б — синтезированное изображение танка Т-72;

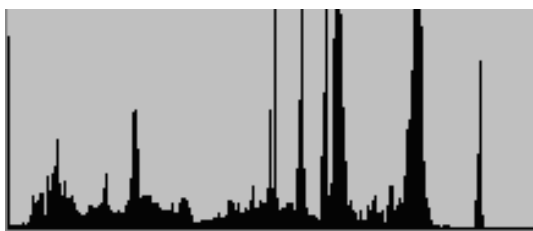
в — гистограмма яркости изображения



a



б



в

Рис. 1.24. Результаты моделирования тепловизионного изображения:

- a* — нормированная индикатриса $\rho(\theta)$ с параметрами
 $k_{B1} = 0,99; k_{R1} = 0,19; k_{B2} = 0,01; k_{R2} = 0,24;$
- б* — синтезированное изображение танка Т-72;
- в* — гистограмма яркости изображения

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте понятия переходной характеристики и импульсной ЭПР цели в однопозиционной оптической локации.
2. Укажите структурные составляющие переходной характеристики цели в однопозиционной оптической локации и объясните их физический смысл.
3. Перечислите основные вычислительные этапы имитационного цифрового моделирования отражательных характеристик целей в системах оптической локации.
4. Сформулируйте понятие переходной отражательной характеристики цели в двухпозиционной лазерной системе наведения.
5. Проанализируйте содержание метода сравнения с эталоном при исследовании отражающих свойств цели в двухпозиционных оптических системах наведения.
6. Проанализируйте содержание интегрального метода анализа временного профиля импульсной ЭПР.
7. Дайте определение обобщенных амплитуды и длительности импульсной ЭПР.
8. Запишите нелинейную регрессионную зависимость обобщенной амплитуды импульсной ЭПР цели от длительности зондирующего импульса.
9. Запишите нелинейную регрессионную зависимость обобщенной длительности импульсной ЭПР цели от длительности зондирующего импульса.
10. Какие факторы влияют на радиационные свойства тел в ИК-диапазоне спектра электромагнитных волн?
11. Дайте определение направленной спектральной степени черноты.
12. Проанализируйте структуру мультипликативной модели направленной спектральной степени черноты.
13. Каким образом учитывается степень шероховатости излучающей поверхности в модели направленной степени черноты?
14. Какие среды можно называть сильно мутными? Опишите два световых режима в сильно мутной среде.
15. Сформулируйте закон Видемана — Франца — Лоренца.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК 3D-ОБЪЕКТОВ

По определению, имитационные цифровые модели характеристик отражения целей, воспроизводящие процесс взаимодействия излучения с объектом локации, не являются моделями реального времени. Вместе с тем решение практических задач анализа систем требует сжатия информации, полученной с помощью имитационных моделей, и ее извлечения в режиме реального времени. Компактное хранение результатов моделирования возможно на основе исследования обобщенных статистических свойств характеристик отражения целями зондирующего излучения. Очевидно, что такие статистики представляют собой надежный фундамент для решения задач заметности объектов, а также формирования информативного признакового пространства и правил классификации целей. Методы математической статистики, применяемые к имитационным моделям, являются методической основой создания моделей реального времени.

Обширный статистический материал относительно ЭПР и ИКЯ целей, получаемый методами математического и физического моделирования, позволяет, в свою очередь, обосновывать структуру и оптимизировать параметры унифицированных статистических моделей указанных характеристик заметности. К числу последних относится статистическая модель ЭПР, представленная в работе [18]. Однако применение гамма-распределения в качестве основы модели противоречит физическому смыслу ЭПР, поскольку последняя варьируется в конечном интервале. Разработке унифицированной статистической модели ЭПР и ИКЯ объектов, основанной на результатах имитационного цифрового моделирования сигналов в системах оптической локации, посвящена данная глава.

2.1. УНИФИЦИРОВАННАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАМЕТНОСТИ ЦЕЛЕЙ В ЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Опыт цифрового моделирования ЭПР и ИКЯ для широкого класса космических, воздушных и наземных антропогенных объектов показал, что вероятностные законы указанных характеристик заметности близки к классу бета-распределений. Отметим, что данная закономерность в поведении статистик ЭПР проявляется не только в оптическом, но и в радиолокационном диапазоне спектра электромагнитных волн.

В практических приложениях гистограммные оценки распределений ЭПР $A(\alpha, \beta)$ и размера цели $T(\alpha, \beta)$ в однопозиционной локации [19, 20], равно как и аналогичные оценки ИКЯ в двухпозиционной локации [4], не всегда удобны. Рассмотрим простую систему непрерывных распределений, аппроксимирующих одномерные законы указанных характеристик отражения зондирующего излучения объектом локации [21]. Пусть $v = \varphi(u)$ — дифференцируемая, монотонно возрастающая функция *нормированной* ЭПР цели $u = (a - A_{\min}) / (A_{\max} - A_{\min})$, распределенная в интервале $0 \leq v \leq 1$ в соответствии с некоторым стандартным законом $F_B(v)$. Здесь $A_{\min} \leq A(\alpha, \beta) \leq A_{\max}$ — интервал изменения ЭПР объекта. Тогда функция $F_A(a)$ распределения ЭПР удовлетворяет правилу нелинейного безынерционного преобразования [22], а именно

$$F_A(a) = F_B \left\{ \varphi \left[\frac{(a - A_{\min})}{(A_{\max} - A_{\min})} \right] \right\}.$$

Иными словами, функция $v = \varphi \left[\frac{(a - A_{\min})}{(A_{\max} - A_{\min})} \right]$ преобразует стандартное распределение в распределение ЭПР цели. Заменим функцию $F_A(a)$ ее кусочно-линейной интерполяционной оценкой,

полученной на основе гистограммы распределения ЭПР [20]. В этом случае решение численными методами трансцендентного уравнения $F_B(v) = \tilde{F}_A(u)$ относительно v (для каждого фиксированного u) даст интерполяционное приближение функции $v = \varphi(u)$. Здесь функция распределения нормированной ЭПР имеет вид

$$\tilde{F}_A(u) = F_A\{A_{\min} + u(A_{\max} - A_{\min})\} = \sum_{m=1}^M P_m \Delta(u | u_m, u_{m+1}), \quad (2.1)$$

где

$$u_m = \frac{a_m - A_{\min}}{A_{\max} - A_{\min}}; \quad \Delta(u | u_m, u_{m+1}) = \begin{cases} 0, & u < u_m, \\ \frac{(u - u_m)}{(u_{m+1} - u_m)}, & u_m \leq u < u_{m+1}, \\ 1, & u \geq u_{m+1}; \end{cases}$$

$a_m \leq a < a_{m+1}$ — m -й разрядный интервал гистограммы ЭПР [20].

Расчеты коэффициентов асимметрии γ_{3A} и эксцесса γ_{4A} распределений ЭПР и размеров цели для разнообразных по конфигурации космических, воздушных и наземных объектов локации обнаружили устойчивую тенденцию в поведении параметров Пирсона $\beta_1 = \gamma_{3A}^2$ и $\beta_2 = \gamma_{4A} + 3$. Эти статистики удовлетворяют неравенствам $\beta_1 + 1 \leq \beta_2 \leq 6 + 3\beta_1/2$. Поэтому в качестве формирующего разумно выбрать бета-распределение

$$F_B(v) = \frac{\Gamma(g_1 + g_2 + 2)}{\Gamma(g_1 + 1)\Gamma(g_2 + 1)} \int_0^v x^{g_1} (1-x)^{g_2} dx; \quad 0 \leq v \leq 1. \quad (2.2)$$

Показатели степени $g_1 > -1$ и $g_2 > -1$ формирующего бета-распределения целесообразно оптимизировать по критерию минимума абсолютной невязки распределений (2.1) и (2.2) с помощью метода деформируемого многогранника Нелдера — Мида [23].

Начальные приближения параметров g_1 и g_2 в процедуре поиска экстремума удобно рассчитывать методом моментов [22]:

$$g_1 = \frac{b_1 - A_{\min} + m_A}{b_2(A_{\max} - A_{\min})}; \quad g_2 = \frac{A_{\max} - m_A - b_1}{b_2(A_{\max} - A_{\min})}; \quad (2.3)$$

$$b_1 = -\frac{\sigma_A(\beta_2 + 3)\sqrt{\beta_1}}{10\beta_2 - 12\beta_1 - 18}; \quad b_2 = -\frac{2\beta_2 - 3\beta_1 - 6}{10\beta_2 - 12\beta_1 - 18}.$$

Параметры и расчетные значения статистик формирующего бета-распределения для ЭПР некоторых аэродинамических объектов локации представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Параметры расчета и результаты оценивания статистик ЭПР аэродинамических объектов

Параметр расчета	Объект				
	ALCM	СУ-7Б	МИ-4	МиГ-17	
$A_{\lambda 0}$	0,93	0,72	0,42	1,0	1,0
k_B	21,03	0,2165	0,5224	0,0805	7,1825
k_D	0,8762	0,6988	0,2595	0,8589	0,8314
k_R	0,0097	0,0677	0,1663	1,036	0,0313
Статистика	Объект				
	ALCM	СУ-7Б	МИ-4	МиГ-17	
$m_A, \text{м}^2$	1,64	16,68	3,42	12,02	14,7
$\sigma_A, \text{м}^2$	2,48	10,36	2,94	7,18	13,8
γ_{3A}	4,49	0,32	1,88	0,36	2,38
γ_{4A}	21,21	-0,4	4,34	-0,93	6,03
$A_{\min}, \text{м}^2$	0,0395	1,59	0,2	1,48	0,7
$A_{\max}, \text{м}^2$	15,87	42,15	15,03	29,26	69,58
g_1	-0,77	1,86	-0,53	-0,018	-0,0002
g_2	1,37	4,25	7,36	0,52	3,249

Отметим, что характер рассеяния излучения покрытием существенно влияет на моментные функции и распределение ЭПР [19]. Например, переход от гипотетического идеально рассеивающего ($A_{\lambda,0} = 1$) диффузного покрытия истребителя МиГ-17 (с параметрами индикатрисы обратного отражения на длине волны 1,06 мкм $k_B = 0,08052$, $k_D = 0,8589$, $k_R = 1,036$, $n_\lambda = 1,56$ [3]) к ярко выраженному направленному ($k_B = 7,1825$, $k_D = 0,8314$, $k_R = 0,03134$, $n_\lambda = 1,58$) приводит к увеличению диапазона изменения ЭПР и ее наибольшего значения более чем в два раза. При этом плотность распределения вероятности (ПРВ) из плоской трансформируется в существенно обостренную и скошенную в область больших значений ЭПР.

В качестве примера на рис. 2.1 представлена формирующая функция $v = \varphi(u)$ ЭПР аэрокосмического корабля Space Shuttle. Трансцендентное уравнение $F_B(v) = \tilde{F}_A(u)$ решалось численными методами с помощью подпрограммы ZEROIN [24]. Абсолютная погрешность вычисления корня не превышала 0,001.

Расчеты формирующих функций $v = \varphi(u)$ для различных по конфигурации объектов локации показали, что поправку $\{\varphi(u) - u\}$, характеризующую отклонение распределения ЭПР цели от формирующего бета-распределения (2.2), как правило, достаточно точно аппроксимирует отрезок ряда Фурье — Чебышева:

$$\begin{aligned} \varphi(u) - u &= \sum_{k=0}^K h_k q_k(2u - 1); \\ h_k &= 2 \int_0^1 \{\varphi(u) - u\} q_k(2u - 1) w(2u - 1) du, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $w(t)$ — весовая функция полинома $q_k(t)$ [25].

Выбор первого или второго рода ортонормированных полиномов Чебышева $q_k(t)$ несущественно влияет на погрешность приближения рядом (2.4) и в определенной степени зависит от конфигурации объекта. Так, для самолета СУ-7Б наибольшую точность приближения обеспечивают полиномы Чебышева первого рода $q_k(t) = T_k(t)$ [25, с. 75]. Абсолютная невязка δ дискретного приближения (2.1) функции распределения ЭПР объекта СУ-7Б и ее аппроксимации системой непрерывных распределений для шести–восьми членов ряда (2.4) во всех случаях не превышает 0,04 (рис. 2.2).

Напротив, для вертолета МИ-4 лучшие результаты дают полиномы Чебышева второго рода $q_k(t) = U_k(t)$ [25, с. 104] ($\delta \leq 0,07$ при $K = 9$; рис. 2.3). Наконец для самолета МиГ-17 и крылатой ракеты АЛКМ точность приближения существенно не зависит от рода полиномов Чебышева ($\delta \leq 0,05$ при $K = 5 \dots 8$; см. рис. 2.2 и 2.3).

Коэффициенты ряда Фурье — Чебышева h_k , $k = 0, 1, \dots, K$, вычислялись с помощью адаптивной квадратурной подпрограммы численного интегрирования QUANC8 [24]. Поправки $\{\varphi(u) - u\}$ в подынтегральном выражении заменялись линейным интерполяционным приближением по дискретным точкам, полученным при решении уравнения $F_B(v) = \tilde{F}_A(u)$. Для полиномов Чебышева первого рода интервал интегрирования в силу разрыва весовой функции на его концах принимался равным $|2u - 1| \leq 1 - 10^{-7}$. Относительная точность интегрирования во всех случаях была не хуже 10^{-5} . В табл. 2.2 приведены значения коэффициентов разложения (2.4) для объектов локации и параметров расчета из табл. 2.1.

Таблица 2.2

Коэффициенты ряда Фурье — Чебышева

Коэффициент	Объект				
	ALCM	СУ-7Б	МИ-4	МиГ-17	
h_0	1,428	-0,8299	-5,26	-1,086	-2,059
h_1	0,01843	-3,339	-1,888	0,4784	-2,494
h_2	-1,747	1,394	0,3972	0,7761	-1,194
h_3	0,4032	0,8013	0,3048	-0,442	2,308
h_4	0,4057	-0,7592	0,6044	0,00866	2,511
h_5	-0,4642	0,6372	0,405	-0,3016	0
h_6	0	-0,0067	0,2271	-0,1131	0
h_7	0	1,25	0,1279	0	0
h_8	0	0	0,06675	0	0
h_9	0	0	0,04024	0	0

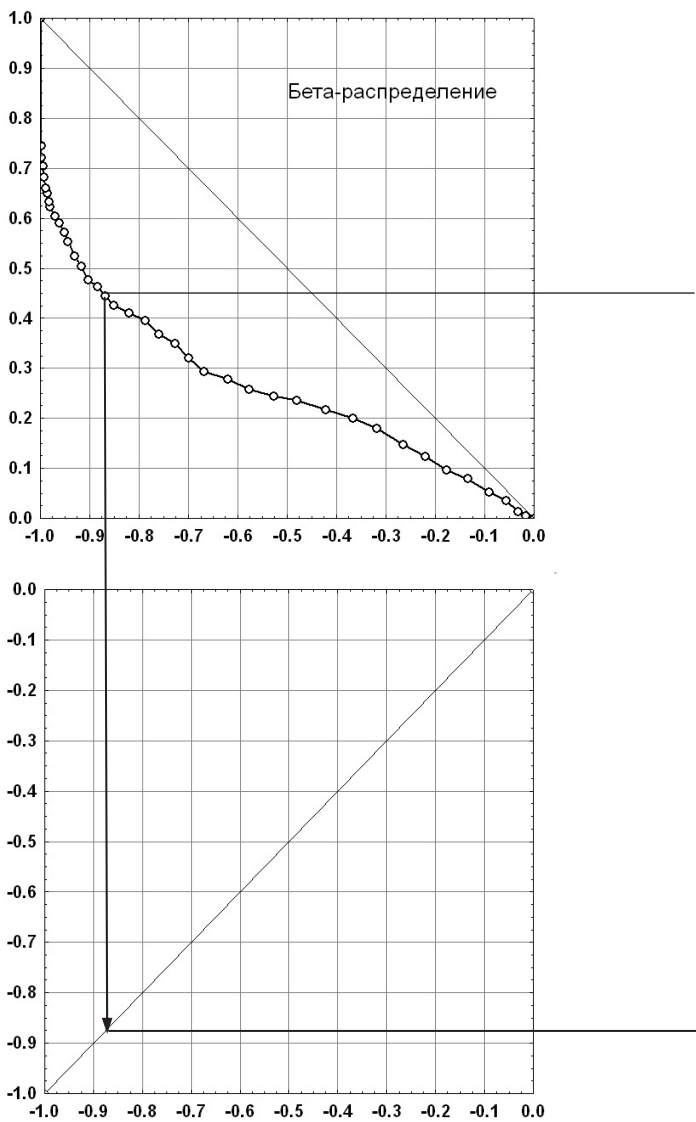


Рис. 2.1 (начало). Система распределений ЭПР объекта Space Shuttle

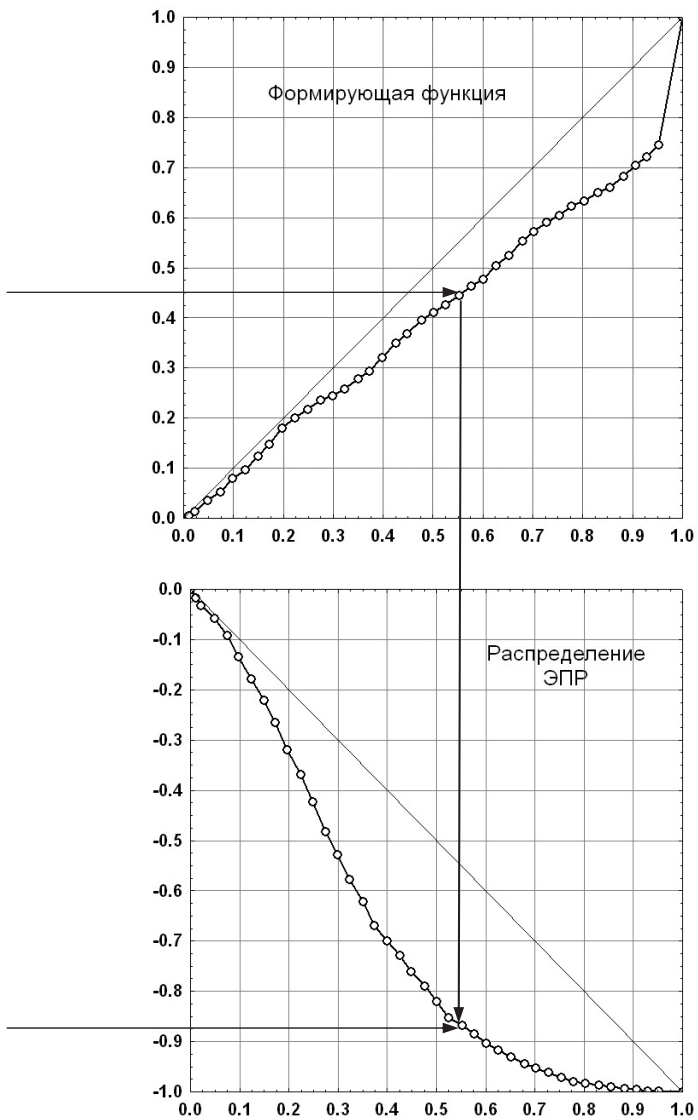


Рис. 2.1 (окончание).

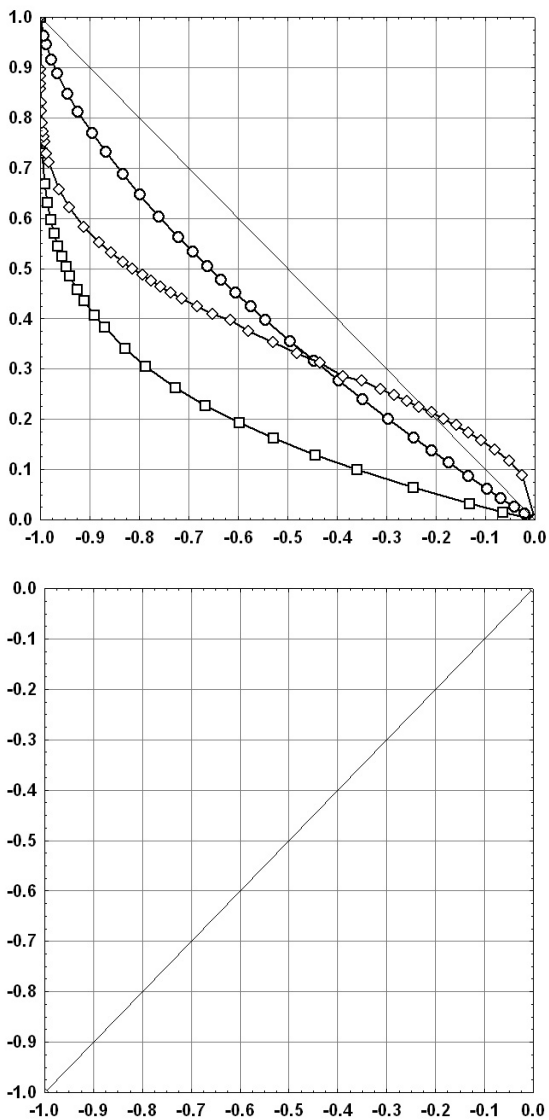


Рис. 2.2 (начало). Система распределений ЭПР объектов Миг-17 и СУ-7Б

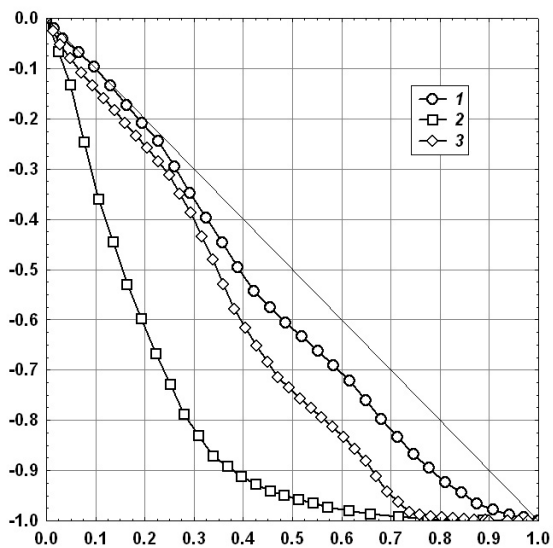
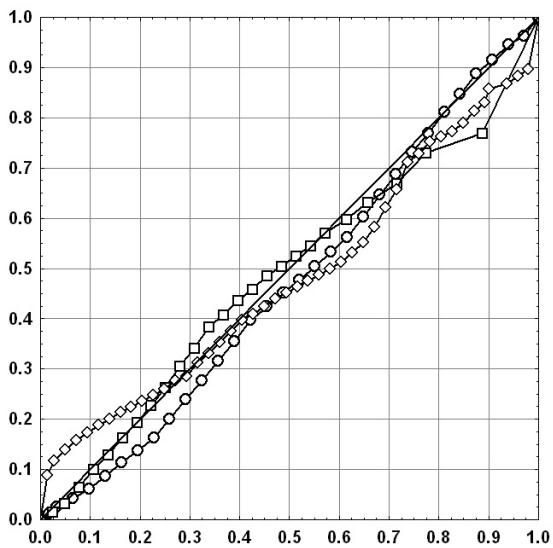


Рис. 2.2 (окончание).

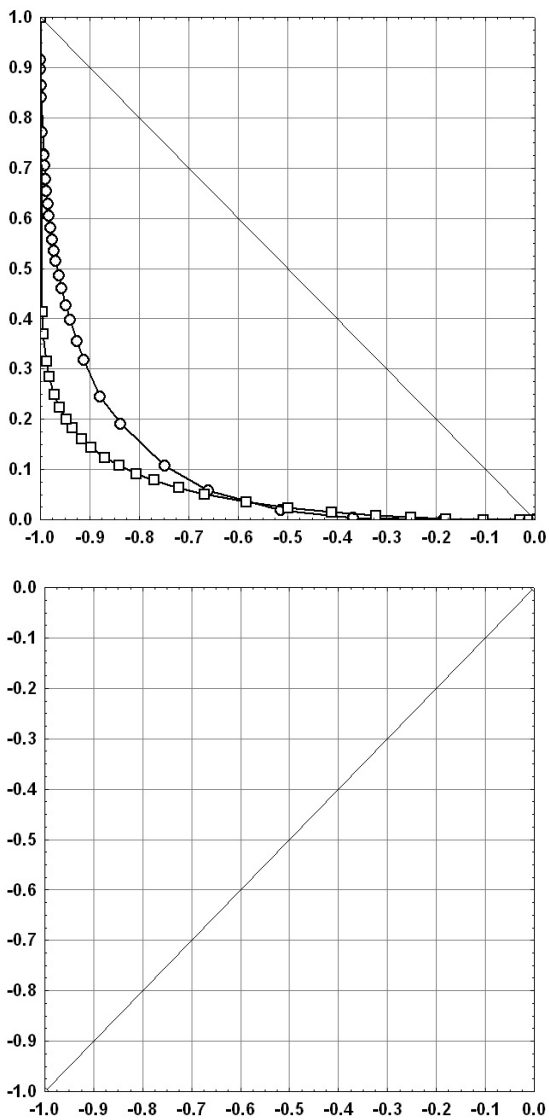


Рис. 2.3 (начало). Система распределений ЭПР объектов:
 1 — ALCM; 2 — Ми-4

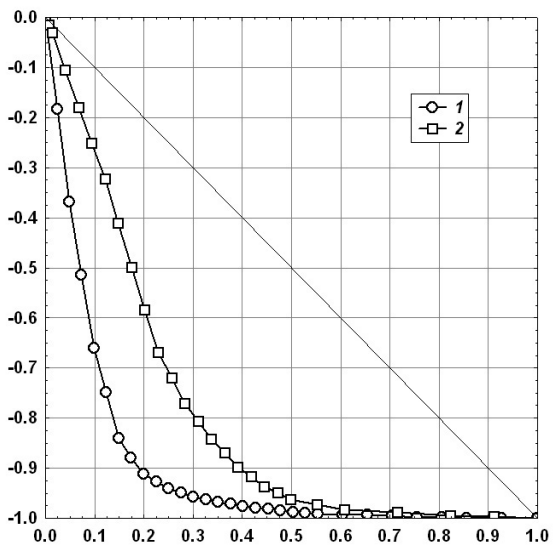
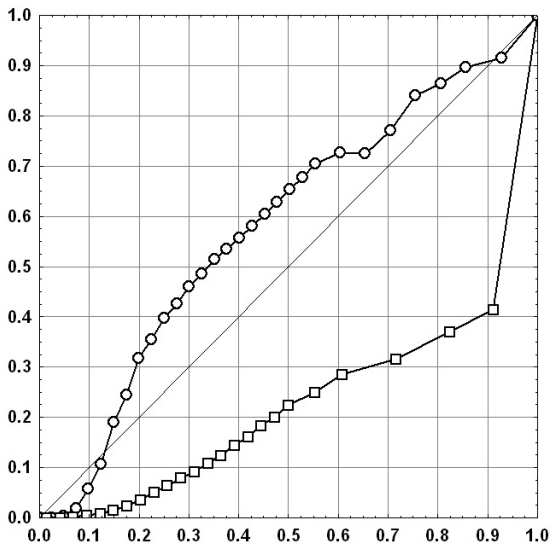


Рис. 2.3 (окончание).

2.2. КОВАРИАЦИОННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ МНОГОМЕРНОГО ВЕРОЯТНОСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

При решении многих задач статистической радиотехники и радиотехники, теории управления и систем передачи информации возникает необходимость в представлении многомерных плотностей вероятностей (ПВ) случайных величин (СВ) в виде, удобном для отыскания аналитических выражений интегральных функций распределения (ФР). Известные способы аппроксимации вероятностных законов, как правило, охватывают одномерный и двумерный случаи [22, 26] или многомерное нормальное распределение. Так, в [27] приведено выражение интегральной функции нормального закона в виде степенного ряда по ковариациям.

Известны также общие методы асимптотических аппроксимаций многомерных распределений. В работе [28] предложены алгоритмы, обобщающие разложение Эджворта в теории возмущений на многомерный случай. Применение указанных методов в целях аналитического описания интегральных ФР не всегда оправданно, так как приводит к неприемлемо большим вычислительным затратам. В работе [29] получено ν -связное приближение N -мерной интегральной функции распределения СВ ($N > \nu + 1$). Однако его практическое применение требует знания ν - и $(\nu + 1)$ -мерных интегральных ФР, нахождение которых в конечном виде при значениях $\nu \geq 2$ для подавляющего большинства вероятностных законов оказывается сложным. В данном разделе представлен удобный метод аналитического описания многомерных плотностей вероятностей СВ и их интегральных ФР [30].

2.2.1. Кумулянтное описание вероятностного распределения

Полной и вместе с тем удобной формой задания вероятностного распределения системы СВ X_1, \dots, X_N является бесконечный набор их совместных кумулянтов $\mathfrak{G}_{n_1, \dots, n_N}^{X_1, \dots, X_N}$ порядков $n_1 + \dots + n_N = 1, 2, \dots$ [31]. Кумулянтному описанию распределения соответствует N -мерная характеристическая функция вида

$$\theta_N(u_1, \dots, u_N) = \exp \left(\sum_{n_1} \dots \sum_{n_N} \frac{\mathfrak{G}_{n_1, \dots, n_N}^{X_1, \dots, X_N}}{n_1! \dots n_N!} (ju_1)^{n_1} \times \dots \times (ju_N)^{n_N} \right). \quad (2.5)$$

На практике основной, а иногда и единственной информацией о системе СВ X_1, \dots, X_N , которую удастся надежно оценить, являются их одномерные плотности вероятности $\varphi_1^{X_1}(x_1), \dots, \varphi_N^{X_N}(x_N)$ и ковариационная матрица $\left\{ \mathfrak{G}_{1,1}^{X_n, X_m} \right\}_{n=1, (N-1)}^{m=(n+1), N}$, характеризующая статистические связи первого порядка. Вместе с тем известен широкий класс вероятностных распределений, высшие кумулянты которых достаточно малы. Таким образом, одним из возможных способов приближенной аппроксимации многомерных вероятностных законов является пренебрежение взаимными статистическими связями второго и последующих порядков, т. е. замена истинного распределения модельным распределением второго порядка, у которого совместные кумулянты третьего и последующих порядков равны нулю [31]. Модельное приближение характеристической функции в этом случае найдем из выражения (2.5):

$$\theta_N^{(2)}(u_1, \dots, u_N) = \prod_{v=1}^N \theta_1^{X_v}(u_v) \exp(-U); \quad U = \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N b_{n,m} u_n u_m, \quad (2.6)$$

где $\theta_1^{X_v}(u_v)$ — одномерная характеристическая функция СВ X_v ; $b_{n,m} = \mathfrak{G}_{1,1}^{X_n, X_m}$ — ковариация СВ X_n и X_m .

Разлагая экспоненту в ряд по степеням U и почленно интегрируя по формуле обращения (это возможно, так как в силу свойств одномерных характеристических функций (ХФ) $\theta_1^{X_v}(u_v)$ члены ряда непрерывны, а сам ряд по признаку Абеля сходится равномерно), получим *модельное приближение ПВ второго порядка* (в смысле А.Н. Малахова [31]) для системы СВ:

$$\varphi_N^{(2)}(x_1, \dots, x_N) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} Q_{N,k}(x_1, \dots, x_N), \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} Q_{N,k}(x_1, \dots, x_N) &= \\ &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{n=1}^N \theta_1^{X_n}(u_n) \exp(-ju_n x_n) U^k du_1 \dots du_N. \quad (2.8) \end{aligned}$$

В частности, при $k = 0$ из выражения (2.8) по формуле обращения находим приближение многомерной ПВ, не учитывающее статистических связей системы СВ:

$$Q_{N,0}(x_1, \dots, x_N) = \prod_{n=1}^N \varphi_1^{X_n}(x_n). \quad (2.9)$$

Члены ряда (2.7) связаны между собой рекуррентным дифференциальным соотношением. Из (2.8) и (2.6) получим

$$Q_{N,k+1}(x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{(2\pi)^N} \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N b_{n,m} \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} u_n u_m \prod_{v=1}^N \theta_1^{X_v}(u_v) \exp(-ju_v x_v) U^k du_1 \dots du_N. \quad (2.10)$$

Нетрудно показать, что достаточными условиями возможности дифференцирования по переменным x_n ($n = 1, \dots, N$) под знаком интеграла в (2.8) является сходимость интегралов

$$\int_0^{+\infty} u_n^{k+1} |\theta_1^{X_n}(u_n)| du_n < \infty. \quad (2.11)$$

Действительно, из приведенного условия и четности функций $|\theta_1^{X_n}(u_n)|$ при $s = 0, \dots, k+1$ следует сходимость интегралов

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |u_v^s \theta_1^{X_v}(u_v)| du_v < 2 \int_0^1 u_v^s |\theta_1^{X_v}(u_v)| du_v + 2 \int_1^{+\infty} u_v^{k+1} |\theta_1^{X_v}(u_v)| du_v,$$

которые мажорируют интегралы

$$\int_0^{+\infty} |u_n^s \theta_1^{X_n}(u_n)| du_n < 2 \int_0^1 u_n^s |\theta_1^{X_n}(u_n)| du_n + 2 \int_1^{+\infty} u_n^{k+1} |\theta_1^{X_n}(u_n)| du_n. \quad (2.12)$$

Это с учетом непрерывности подынтегрального выражения в (2.12) влечет за собой равномерную сходимость правой части последнего равенства всюду относительно переменных x_n и, как следствие, рав-

номерную сходимость интегралов в (2.8) и (2.10) всюду относительно x_1, \dots, x_N .

Кроме того, из равномерной сходимости (2.12) следует непрерывность одномерных ПВ $\varphi_1^{x_n}(x_n)$ и их производных порядка не выше $K + 1$ во всей области существования. Другими словами, предполагая в дальнейшем выполненными условия (2.11), будем рассматривать одномерные ПВ, непрерывные вместе со своими производными порядка не выше K и имеющие K -й порядок соприкосновения с осью абсцисс на концах области существования. В случае конечного K ряд (2.7) будем усекать и рассматривать сумму первых $K + 1$ членов.

Дифференцируя выражение (2.8) по переменным x_n и x_m , убеждаемся, что результат с точностью до множителя $(-b_{n,m})$ совпадает с общим членом суммы (2.10), т. е.

$$Q_{N,k+1}(x_1, \dots, x_N) = - \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N b_{n,m} \frac{\partial \{Q_{N,k}(x_1, \dots, x_N)\}}{\partial x_n \partial x_m},$$

откуда по индукции находим выражение для общего члена ряда (2.7):

$$Q_{N,k+1}(x_1, \dots, x_N) = (-1)^k \sum_{n_1=1}^{N-1} \sum_{m_1=n_1+1}^N \dots \sum_{n_k=1}^{N-1} \sum_{m_k=n_k+1}^N \prod_{v=1}^k b_{n_v, m_v} \times \\ \times \frac{\partial^{2k} Q_{N,0}(x_1, \dots, x_N)}{\partial x_{n_1} \partial x_{m_1} \dots \partial x_{n_k} \partial x_{m_k}}. \quad (2.13)$$

Подставив формулу (2.13) в выражение (2.7) и записав результат в форме степенного ряда по элементам ковариационной матрицы, с учетом начальной аппроксимации (2.9) окончательно получим ковариационное приближение многомерной ПВ:

$$\varphi_N^{(2)}(x_1, \dots, x_N) = \sum_{k_{1,2}} \dots \sum_{k_{(N-1),N}} \frac{b_{1,2}^{k_{1,2}} \times \dots \times b_{(N-1),N}^{k_{(N-1),N}}}{k_{1,2}! \times \dots \times k_{(N-1),N}!} \times \\ \times \prod_{m=1}^N \frac{d^{k_m+1}}{dx_m^{k_m+1}} \{ \Phi_1^{x_m}(x_m) \}. \quad (2.14)$$

Здесь $\Phi_1^{X_m}(x_m)$ — одномерная интегральная ФР случайной величины X_m , а индексы суммирования — элементы верхней треугольной матрицы $\{k_{n,m}\}_{n=1, (N-1)}^{m=(n+1), N}$, принимающие целые неотрицательные значения из области

$$0 \leq \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=n+1}^N k_{n,m} \leq K; \quad k_m = \sum_{n=1}^{m-1} k_{n,m} + \sum_{n=m+1}^N k_{m,n}.$$

Выражение (2.14) аппроксимирует многомерную ПВ СВ взвешенной суммой произведений одномерных плотностей и их производных с весовыми коэффициентами в виде степеней недиагональных элементов ковариационной матрицы.

2.2.2. Ковариационное приближение интегральной функции распределения

При интегрировании ряда (2.14) по N -мерному параллелепипеду с ребрами, параллельными осям координат, переменные разделяются, что позволяет формально получить модельное приближение интегральной функции распределения второго порядка:

$$\Phi_N^{(2)}(x_1, \dots, x_N) = \sum_{k_{1,2}} \dots \sum_{k_{(N-1), N}} \frac{b_{1,2}^{k_{1,2}} \times \dots \times b_{(N-1), N}^{k_{(N-1), N}}}{k_{1,2}! \times \dots \times k_{(N-1), N}!} \times \\ \times \prod_{m=1}^N \frac{d^{k_m}}{dx_m^{k_m}} \{ \Phi_1^{X_m}(x_m) \}. \quad (2.15)$$

Непосредственной проверкой легко убедиться, что модельные распределения (2.14) и (2.15) удовлетворяют следующим основным свойствам вероятностных законов:

- 1) $\Phi_N^{(2)}(x_1, \dots, x_{n-1}, \infty, x_{n+1}, \dots, x_N) = \Phi_{N-1}^{(2)}(x_1, \dots, x_{n-1}, x_{n+1}, \dots, x_N)$;
- 2) $\Phi_N^{(2)}(\infty, \dots, \infty) = 1$;

$$3) \lim_{x_n \rightarrow -\infty} \Phi_N^{(2)}(x_1, \dots, x_N) = 0 \quad (n = 1, \dots, N);$$

4) $\varphi_N^{(2)}(x_1, \dots, x_N)$ и $\Phi_N^{(2)}(x_1, \dots, x_N)$ — всюду непрерывны по x_1, \dots, x_N ,

а также дополнительным свойствам:

$$5) \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} x_n x_m \varphi_N^{(2)}(x_1, \dots, x_N) dx_1 \times \dots \times dx_N = b_{n,m} + \langle X_n \rangle \langle X_m \rangle$$

$$\{n = 1, \dots, (N-1); m = (n+1), \dots, N\};$$

$$6) \lim_{b_{n,m} \rightarrow 0} \varphi_N^{(2)}(x_1, \dots, x_N) = \varphi_1^{X_n}(x_n) \varphi_{N-1}^{(2)}(x_1, \dots, x_{n-1}, x_{n+1}, \dots, x_N),$$

$$m = 1, \dots, N; n \neq m.$$

В последнем равенстве значение n фиксировано. Вместе с тем усечение бесконечного ряда совместных кумулянтов системы СВ X_1, \dots, X_N , а также усечение ряда (2.7) конечным числом членов разложения K может привести к отрицательным значениям модельного приближения ПВ, в особенности на ее «хвостах». Кроме того, ряд (2.14) может вести себя нерегулярно в том смысле, что сумма K его членов может давать худшее приближение к истинной ПВ, чем сумма $(K-1)$ членов.

Выясним, каким ограничениям должны удовлетворять корреляционные связи и одномерные кумулянты случайных величин X_1, \dots, X_N , чтобы функция (2.6) была положительно определенной, т.е. действительно являлась характеристической. Для этого модельное приближение (2.6) представим в виде

$$\theta_N^{(2)}(u_1, \dots, u_N) = \theta_N^{(G)}(u_1, \dots, u_N | \vec{h}) \prod_{n=1}^N \theta_1^{X_n^{(C)}}(u_n | h_n), \quad (2.16)$$

$$\vec{h} = (h_1, \dots, h_N),$$

где квадратичная форма

$$\theta_N^{(G)}(u_1, \dots, u_N | \vec{h}) = \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N h_n b_{n,n} u_n^2 - U \right) \quad (2.17)$$

по своей структуре совпадает с ХФ N -мерного гауссовского распределения с нулевым вектором МО и матрицей ковариации

$$B(\vec{h}) = \begin{pmatrix} h_1 b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots & b_{1,N} \\ b_{1,2} & h_2 b_{2,2} & \cdots & b_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{1,N} & b_{2,N} & \cdots & h_N b_{N,N} \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

Функция

$$\theta_1^{X_n^{(C)}}(u_n | h_n) = \theta_1^{X_n}(u_n) \exp\left(\frac{1}{2} h_n b_{n,n} u_n^2\right) \quad (2.19)$$

получена из ХФ СВ X_n путем уменьшения ее дисперсии

$$b_{n,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} x_n^2 \varphi_1^{X_n}(x_n) dx_n - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x_n \varphi_1^{X_n}(x_n) dx_n \right)^2$$

на величину $h_n b_{n,n}$, $0 \leq h_n \leq 1$. Из равенства (2.19) непосредственно следует

$$\theta_1^{X_n}(u_n) = \theta_1^{X_n^{(C)}}(u_n | h_n) \exp\left(-\frac{1}{2} h_n b_{n,n} u_n^2\right),$$

откуда в соответствии со свойствами преобразования Фурье нетрудно получить интегральное уравнение Фредгольма первого рода типа свертки:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi h_n b_{n,n}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1^{X_n^{(C)}}(z_n | h_n) \exp\left\{-\frac{(z_n - x_n)^2}{2h_n b_{n,n}}\right\} dz_n = \varphi_1^{X_n}(x_n) \quad (2.20)$$

относительно распределения $\varphi_1^{X_n^{(C)}}(x_n | h_n)$ с фурье-образом $\theta_1^{X_n^{(C)}}(u_n | h_n)$. Иными словами, параметры h_1, \dots, h_N удобно интерпретировать как параметры сужения истинных одномерных плотно-

стей $\varphi_1^{X_1}(x_1), \dots, \varphi_1^{X_N}(x_N)$ [32]. Таким образом, задача анализа положительной определенности модельного приближения (2.6) сводится к поиску значений вектора параметров сужения $\vec{h} = (h_1, \dots, h_N)$, при которых функции (2.17) и (2.19) положительно определены.

Известно, что симметричная матрица $B(\vec{h}) = U(\vec{h})\Lambda(\vec{h})U^T(\vec{h})$ является положительно определенной, если все диагональные элементы $\lambda_n(\vec{h})$ ($n = 1, \dots, N$) матрицы собственных значений $\Lambda(\vec{h})$ положительны [33]. Здесь $U(\vec{h})$ — матрица собственных векторов. В этом случае матрица $B(\vec{h})$ является ковариационной, а функция (2.17) представляет собой ХФ системы гауссовских СВ $X_1^{(G)}, \dots, X_N^{(G)}$ [34].

Однако если $h_n = 0$, то функция (2.19) тождественно совпадает с истинной ХФ $\theta_1^{X_n}(u_n)$. Геометрически это означает, что в бесконечномерном пространстве кумулянтных коэффициентов точка, отображающая вероятностное распределение $\varphi_1^{X_n}(x_n)$, находится внутри подпространства — так называемого P -множества, точкам которого отвечает положительная определенность ХФ [31]. По мере увеличения параметра сужения h_n дисперсия $(1 - h_n)h_{n,m}$ некоторой СВ $X_n^{(C)}$ будет уменьшаться, а кумулянтные коэффициенты

$$\gamma_{n,s}(h_n) = \frac{\vartheta_s^{X_n}}{\{(1 - h_n) b_{n,n}\}^{s/2}} \quad (s = 3, 4, \dots)$$

расти. Точка, отображающая функцию $\theta_1^{X_n^{(C)}}(u_n | h_n)$, будет удаляться от начала координат бесконечномерного пространства кумулянтных коэффициентов и приближаться к границе P -множества.

С практической точки зрения поиск области допустимых значений параметров сужения одномерных плотностей $\varphi_1^{X_1}(x_1), \dots, \varphi_1^{X_N}(x_N)$, при которых функции (2.17) и (2.19) положительно опре-

делены, рационально выполнять на сетке N -мерного пространства $(h_1, \dots, h_N) \in \mathfrak{R}^N$ с помощью численного анализа собственных значений $\lambda_n(\vec{h})$ ($n = 1, \dots, N$) матрицы $B(\vec{h})$ и решения интегральных уравнений Фредгольма первого рода методами регуляризации А.Н. Тихонова [35, с. 267].

2.2.3. Смесь одномерных распределений с многомерным гауссовским ядром

В соответствии со свойствами преобразования Фурье ковариационному приближению (2.16) истинной ХФ $\theta_N(\vec{u})$ отвечает модель P -смеси [36, с. 187]

$$\varphi_N^{(2)}(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_N^{(G)} \left\{ \vec{z} - \vec{x} \mid \vec{h} \right\} \prod_{n=1}^N \varphi_1^{X_n^{(C)}}(z_n \mid h_n) d\vec{z}, \quad \vec{z} = (z_1, \dots, z_N)^T,$$

одномерных распределений $\varphi_1^{X_n^{(C)}}(x_n \mid h_n)$ ($n = 1, \dots, N$) с многомерным гауссовским ядром

$$\varphi_N^{(G)} \left\{ \vec{x} \mid \vec{h} \right\} = \frac{\exp \left\{ -\vec{x}^T B^{-1}(\vec{h}) \vec{x} / 2 \right\}}{\sqrt{(2\pi)^N \det [B(\vec{h})]}}.$$

С этой точки зрения исходную систему СВ пытаются аппроксимировать суммой двух структурных составляющих: $\vec{X} = \vec{X}^{(G)} + \vec{X}^{(C)}$. Здесь $\vec{X}^{(G)} = (X_1^{(G)}, \dots, X_N^{(G)})^T$ — гауссовская совокупность с нулевым вектором МО и ковариационной матрицей $B(\vec{h})$; $\vec{X}^{(C)} = (X_1^{(C)}, \dots, X_N^{(C)})^T$ — случайный вектор со статистически независимыми компонентами, каждая из которых может иметь негауссовскую ПВ $\varphi_1^{X_n^{(C)}}(x_n \mid h_n)$ ($n = 1, \dots, N$). Такое представление удобно, например, для цифрового моделирования случайного вектора с заданными негауссовскими одномерными законами распределения и ковариационными связями его компонентов.

В конечном итоге решение задачи аппроксимации случайного вектора \vec{X} суммой гауссовской $\vec{X}^{(G)}$ и негауссовской $\vec{X}^{(C)}$ составляющих рационально свести к двум вычислительным этапам. На первом этапе анализируют собственные значения $\lambda_n(\vec{h})$ ($n = 1, \dots, N$) матрицы $B(\vec{h})$ на сетке N -мерного единичного куба в пространстве параметров сужения $0 \leq h_1, \dots, h_N \leq 1$. Результатом этого численного анализа является дискриминантная гиперповерхность $\det [B(\vec{h})] = \prod_{n=1}^N \lambda_n(\vec{h}) = 0$ (назовем ее λ -границей), точкам которой отвечает положительная полуопределенность матрицы $B(\vec{h})$. Иными словами, λ -граница указывает минимально возможные значения параметров сужения $\vec{h}_{\min} = (h_1^{(\min)}, \dots, h_N^{(\min)})$, при которых все собственные значения матрицы $B(\vec{h})$ неотрицательны: $\lambda_n(\vec{h}_{\min}) \geq 0$ ($n = 1, \dots, N$), и хотя бы одно из них является бесконечно малой величиной.

Практический интерес представляет область значений параметров сужения (назовем ее H -множеством), обеспечивающих положительную определенность матрицы $B(\vec{h})$. Ясно, что эта область содержит вершину куба $h_1 = \dots = h_N = 1$ и в окрестности ее λ -границы матрица $B(\vec{h})$ имеет неполный ранг, в лучшем случае $(N - 1)$. Вычислительные затраты первого этапа в некоторых случаях можно существенно сократить, если анализировать часть H -множества в виде усеченного гиперкуба $h_{\min} \leq h_n \leq 1$ ($n = 1, \dots, N$). Здесь наименьшее значение параметров сужения $h_1^{(\min)} = \dots = h_N^{(\min)} = h_{\min}$ выбирают из условия $\varepsilon \geq \min\{\lambda_1(h_{\min}), \dots, \lambda_N(h_{\min})\} > 0$, где ε — заданный пользователем уровень значимости наименьшего собственного значения матрицы $B(\vec{h}_{\min})$.

На втором этапе решают интегральные уравнения (2.20) для выбранных значений параметров сужения h_1, \dots, h_N из H -множества. Очевидно, что по мере удаления от λ -границы этого множества и приближения к вершине куба $h_1 = \dots = h_N = 1$ обусловленность кова-

риационной матрицы $B(\bar{h})$ улучшается. Однако увеличение параметра сужения h_n приводит к уменьшению дисперсии $(1 - h_n)b_{n,n}$ СВ $X_n^{(C)}$, что, в свою очередь, может приводить к появлению отрицательных выбросов на «хвостах» решения $\varphi_1^{X_n^{(C)}}(x_n | h_n)$ уравнения (2.20). В такой ситуации рациональным является применение принципа реализуемости, содержание которого состоит в следующем.

В качестве тестовых параметров сужения исходных одномерных ПВ выбирают значения из центральной области H -множества, например $h_n = (h_{\min} + 1) / 2$ ($n = 1, \dots, N$). Простой и, как правило, эффективный в вычислительном отношении алгоритм решения уравнения (2.20) основан на методе обращения свертки [37, с. 134]. Метод состоит в замене интеграла (2.20) его квадратурным приближением:

$$\sum_{m=0}^{M_n} \varphi_1^{X_n^{(C)}}(x_{nm} | h_n) g\{(k-m)\Delta x_n | h_n\} = \varphi_1^{X_n}(x_{nk});$$

$$g\{k\Delta x_n | h_n\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi h_n b_{n,n}}} \exp\left\{-\frac{(k\Delta x_n)^2}{2h_n b_{n,n}}\right\} \quad (k = 0, \dots, M_n).$$

Здесь M_n и $\Delta x_n = \{x_n^{(\max)} - x_n^{(\min)}\} / M_n$ — количество интервалов дискретизации и их величина для ПВ $\varphi_1^{X_n}(x_n)$, заданной в диапазоне $x_n^{(\min)} \leq x_n \leq x_n^{(\max)}$ набором значений $\phi_{nk} = \varphi_1^{X_n}(x_{nk})$, для дискретных отсчетов $x_{nk} = x_n^{(\min)} + k\Delta x_n$. Полученную систему линейных уравнений относительно неизвестных значений $\phi_{nk}^{(C)} = \varphi_1^{X_n^{(C)}}(x_{nk} | h_n)$ ($k = 0, \dots, M_n$) модифицированного распределения $\varphi_1^{X_n^{(C)}}(x_n | h_n)$ удобно представить в матричной форме:

$$G_n \bar{\phi}_n^{(C)} = \bar{\phi}_n, \quad \bar{\phi}_n^{(C)} = (\phi_{n1}^{(C)}, \dots, \phi_{nM_n}^{(C)})^T, \quad \bar{\phi}_n = (\phi_{n1}, \dots, \phi_{nM_n})^T,$$

где $G_n = \{g_{k,m}^{(n)}\}$ ($k, m = 0, 1, \dots, M_n$) — симметричная матрица Грина размером $(M_n + 1) \times (M_n + 1)$. В соответствии с теоремой Мичелли

гауссовские веса $g_{k,m}^{(n)} = g \left\{ (k-m)\Delta x_n \mid h_n \right\}$ обеспечивают несингулярность матрицы G , т. е. ее обратимость.

В дальнейшем для сокращения записи там, где это не вызвано необходимостью, индекс n одномерного распределения будем опускать. Регуляризованная система линейных уравнений имеет вид

$$F\vec{\phi}^{(C)} = \vec{\phi}, \quad F = G + \eta I_{M+1},$$

где I_{M+1} — единичная матрица размером $(M+1) \times (M+1)$; $\eta \geq 0$ — параметр регуляризации, значение которого выбирают методом скользящей проверки. Численное решение полученной системы уравнений находят, например, с помощью итерационного алгоритма Гаусса — Зейделя [37, с. 138]:

$$\vec{\phi}^{(C)}[i] = \vec{\phi}^{(C)}[i-1] + \mu \vec{E}[i-1], \quad \vec{E}[i-1] = \vec{\phi} - F\vec{\phi}^{(C)}[i-1] \quad (i = 1, 2, \dots)$$

и ограничений типа неравенств

$$\phi_1^{(C)} \geq 0, \dots, \phi_M^{(C)} \geq 0,$$

где i — номер итерации; $1 \leq \mu \leq 2$ — параметр скорости сходимости алгоритма. Вычисления продолжают, если выполняются критерии наибольшего числа итераций $i \leq I_{\max}$ и заметного изменения СКО:

$$|e[i+1] - e[i]| > \varepsilon e[i], \quad e[i] = \left\| \vec{E}[i] \right\|^2,$$

где $\varepsilon > 0$ — заданный пользователем уровень значимости.

В соответствии с принципом реализуемости в качестве начального приближения $\vec{\phi}^{(C)}[0]$ модифицированного распределения естественно выбрать результат масштабирования исходной ПВ $\vec{\phi}$, т. е.

$$\phi_1^{X_n^{(C)}}(y_{nk} \mid h_n) = \begin{cases} \frac{\phi_1^{X_n}(x_{nk})}{\beta_n}, & y_n^{(\min)} \leq y_{nk} \leq y_n^{(\max)}; \\ 0, & x_n^{(\min)} \leq y_{nk} < y_n^{(\min)} \cup y_n^{(\max)} < y_{nk} \leq x_n^{(\max)}. \end{cases} \quad (2.21)$$

Здесь $y_{nk} = \alpha_n + \beta_n(x_{nk} - \alpha_n)$ ($k = 0, \dots, M_n$) — сетка дискретизации модифицированной ПВ, заданной в диапазоне $y_n^{(\min)} \leq y_n \leq y_n^{(\max)}$, где

$$y_n^{(\min)} = \alpha_n + \beta_n(x_n^{(\min)} - \alpha_n); \quad y_n^{(\max)} = \alpha_n + \beta_n(x_n^{(\max)} - \alpha_n).$$

Опыт цифрового моделирования показал, что характеристики положения α_n и масштаба β_n в преобразовании (2.21) целесообразно согласовывать с соответствующими робастными статистиками исходной ПВ. Например, в случае унимодального распределения $\varphi_1^{X_n}(x_n)$ рациональным является выбор

$$\alpha_n = \max_x \left\{ \varphi_1^{X_n}(x_n) \right\} + a_n(h_n); \quad \beta_n = \sqrt{1 - h_n} + d_n(h_n).$$

Параметры подгонки $a_n(h_n)$ и $d_n(h_n)$ оптимизируют по критерию минимума СКО $(a, d)_{\text{opt}} = \arg \min_{a, d} \left\| \vec{\phi} - F\vec{\phi}^{(C)}[0] \right\|^2$.

Метод обращения свертки хорошо согласуется с выборочной оценкой распределения $\varphi_1^{X_n}(x_n)$ в виде гистограммы, сглаженной сдвигом (Average Shifted Histogram — ASH) [38]:

$$\varphi_1^{X_n}(x_{nk}) = \frac{1}{K\delta_n} \sum_{m=1}^{m_n-1} w(m)\vartheta_{k+m};$$

$$x_{nk} = x_n^{(\min)} + k\Delta x_n \quad (k = 0, \dots, M_n);$$

$$M_n = \frac{\{x_n^{(\max)} - x_n^{(\min)}\}}{\Delta x_n}.$$

Здесь K — объем выборки; $\delta_n = 2IQ_n/\sqrt[3]{K}$ — робастная оценка ширины разрядных интервалов (bins) Фридмана — Дьякониса [38]; IQ_n — интерквартильный диапазон n -й СВ; $\Delta x_n = \delta_n/m_n$ и m_n — ширина суженных интервалов (narrow bins) и их количество; ϑ_k — количество наблюдений, попавших в k -й суженный интервал

($\vartheta_k = 0$, если $k < 0$ или $k \geq M_n$). Окно данных $w(m)$ выбирают из условия $\sum_{m=1-m_n}^{m_n-1} w(m) = m_n$. В этом случае гистограмма интегрируема с

единицей. Такой нормировке удовлетворяет обобщенное окно вида

$$w(m) = \frac{m_n \text{Ker}(m/m_n)}{\sum_{i=1-m_n}^{m_n-1} \text{Ker}(i/m_n)},$$

где $\text{Ker}(u)$ — положительная четная функция ядра, заданная на стандартном интервале $[-1; 1]$ и интегрируемая с единицей. Популярные модели ядерных функций приведены в [38, с. 140].

В качестве ядра рационально выбрать атомарную функцию $up(t)$ Кравченко — Рвачева [39, 40] или ее обобщение $\Xi_n(t)$ ($n = 1, 2, \dots$). Уникальность атомарных функций состоит в том, что они финитны (имеют конечный носитель $[-1, 1]$) и вместе с тем дифференцируемы бесконечное число раз. Иными словами, АШ-оценка плотности распределения вероятности также бесконечно дифференцируема и имеет бесконечный порядок соприкосновения с осью абсцисс на своих «хвостах».

2.2.4. Ковариационное приближение многомерного интеграла вероятностей

Возможность практического применения многомерных модельных распределений существенно зависит от скорости сходимости и регулярного поведения рядов (2.14) и (2.15). Ясно, что при $|b_{n,m}| \rightarrow \sqrt{b_{n,n} b_{m,m}}$ эти ряды сходятся медленно и нельзя ограничиться малым числом членов разложения [27]. Скорость сходимости ковариационного приближения многомерной ПВ (2.14) оценим для системы СВ с нулевыми МО, единичными дисперсиями и коэффициентами корреляции $r_{1,2}, \dots, r_{(N-1),N}$. В качестве истинного

распределения будем рассматривать эллипсоидально симметричное распределение из параметрического семейства

$$\varphi_N(\vec{X}) = \frac{f(\vec{X}^T R^{-1} \vec{X})}{S_1 v_{N-1} \sqrt{\det R}},$$

где $S_1 = (2\sqrt{\pi^N})/\Gamma(N/2)$ — площадь поверхности единичной сферы в \mathfrak{R}^N ; $f(y^2)$ — одномерное, монотонно убывающее при $y \rightarrow \infty$ распределение с конечным $(N-1)$ -м моментом $v_{N-1} = \int_0^\infty \rho^{N-1} f(\rho^2) d\rho$; $R = \{r_{n,m}\}$ — матрица коэффициентов корреляции размером $N \times N$. Погрешности ковариационного приближения будем оценивать по критерию абсолютной ошибки, нормированной на значение истинной ПВ в точке МО:

$$D(d|K) = \frac{\pm \max_{F(\vec{X}|d)=0} |\varphi_N^{(2)}(\vec{X}) - \varphi_N(\vec{X})|}{\varphi_N(0, \dots, 0)},$$

где значение погрешности берется с положительным знаком, если $\varphi_N^{(2)}(\vec{X}) \geq \varphi_N(\vec{X})$, и с отрицательным в противном случае. Результаты численного анализа представляют собой параметрическое семейство функции $D(d|K)$, рассчитанной по множеству точек на поверхностях гиперэллипсоидов равной плотности:

$$F(\vec{X} | d) = \vec{X}^T R^{-1} \vec{X} - f^{(-1)}(dJ_0) = 0;$$

$$J_0 = S_1 v_{N-1} \varphi_N(0, \dots, 0) \sqrt{\det R}.$$

Здесь $f^{(-1)}(dJ_0)$ — функция, обратная к радиальному распределению.

Уровни истинной плотности рационально задавать в долях от ее значения в точке математического ожидания $d\varphi_N(0, \dots, 0)$. Это обеспечивает инвариантный анализ пространства для различных значений коэффициентов корреляции и одинаковые масштабы по осям d и D .

Рассмотрим специальную задачу вычисления интеграла по N -мерному параллелепипеду $X_n > x_n$ ($n = 1, \dots, N$), важную в приложении к оценкам характеристик выбросов случайных процессов [29, 41–44]. Интегрирование выражения (2.14) приводит к оценке многомерного интеграла вероятностей

$$\begin{aligned}
 P(X_1 > x_1, \dots, X_N > x_N) &\approx \\
 &\approx P_N^{(2)}(x_1, \dots, x_N) = \\
 &= \sum_{k_{1,2}} \dots \sum_{k_{(N-1),N}} \frac{b_{1,2}^{k_{1,2}} \times \dots \times b_{(N-1),N}^{k_{(N-1),N}}}{k_{1,2}! \times \dots \times k_{(N-1),N}!} \prod_{m=1}^N G_{k_m}^{X_m}(x_m), \quad (2.22)
 \end{aligned}$$

где

$$G_{k_m}^{X_m}(x_m) = \begin{cases} 1 - \Phi_1^{X_m}(x_m), & k_m = 0; \\ -\frac{d^{k_m-1}}{dx_m^{k_m-1}} \{\Phi_1^{X_m}(x_m)\}, & k_m > 0. \end{cases}$$

Если одномерная плотность распределения $\varphi_1(x)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению Пирсона и таким образом является весовой функцией соответствующей системы классических ортогональных полиномов $P_k(x)$ ($k = 1, 2, \dots$), то ее производные удобно вычислять с помощью обобщенной формулы Родрига [45]:

$$\frac{d^{k-1} \{\varphi_1(x) q^{k-1}(x)\}}{dx^{k-1}} = c_{k-1} P_{k-1}(x) \varphi_1(x) \quad (k = 1, 2, \dots).$$

Здесь c_k — функциональный ряд; $q(x)$ — многочлен не выше второй степени [45, с. 591].

Из приведенной формулы непосредственно следует

$$\frac{d\{\varphi_1(x)\}}{dx} = \varphi_1(x) W_1(x); \quad W_1(x) = \frac{c_1 P_1(x) - \frac{d\{q(x)\}}{dx}}{q(x)},$$

что по закону индукции дает

$$\frac{d^{k-1}\{\varphi_1(x)\}}{dx^{k-1}} = \varphi_1(x) W_{k-1}(x) \quad (k = 2, 3, \dots). \quad (2.23)$$

Раскрывая левую часть формулы Родрига по теореме Лейбница и подставляя в полученный результат равенство (2.23), получим рекуррентное соотношение для вычисления функций $W_{k-1}(x)$ ($k = 2, 3, \dots$):

$$W_0(x) = 1;$$

$$W_{k-1}(x) = \frac{1}{q^{k-1}(x)} \left(c_{k-1} P_{k-1}(x) - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{(k-1)!}{(k-j-1)! j!} W_{k-j-1}(x) \frac{d^j}{dx^j} \{q^{k-1}(x)\} \right).$$

В случае гауссовского распределения выражение для производных одномерных плотностей значительно упрощается:

$$\frac{d^{k-1}}{dx_n^{k-1}} \{ \varphi_1^{X_n}(x_n) \} = \left(-\frac{1}{\sqrt{b_{n,n}}} \right)^{k-1} H_{k-1} \left(\frac{x_n - a_n}{\sqrt{b_{n,n}}} \right) \varphi_1^{X_n}(x_n) \quad (k = 1, 2, \dots).$$

Здесь $a_n = \langle X_n \rangle$ — математическое ожидание случайной величины X_n , а $H_k(x)$ — полином Чебышева — Эрмита степени k :

$$H_0(x) = 1; \quad H_1(x) = x; \quad H_{k+1}(x) = xH_k(x) - kH_{k-1}(x) \quad (k = 1, 2, \dots).$$

В частном случае

$$x_1 = x_2 = \dots = x_N = 0; \quad \varphi_1^{X_n}(x) = \frac{\exp(-x^2/2)}{\sqrt{2\pi}} \quad (n = 1, \dots, N)$$

оценка (2.22) тождественно совпадает с полученной ранее Кендаллом [27] оценкой нормального многомерного интеграла.

Численный анализ сходимости рядов (2.14) и (2.22) проводился для трехмерного гауссовского распределения и значений коэффициентов корреляции $r_{1,2} = r_{2,3} = -0,4 \dots 0,8$ и $r_{1,3} = -0,6 \dots 0,6$ с шагом 0,2 для всех возможных комбинаций, при которых обобщенная

дисперсия нормальной плотности положительна. В качестве истинных значений нормального тройного интеграла применялись значения $P_3(x, x, x)$, табулированные в [29]. Типичные результаты вычислений приведены в табл. 2.3 и 2.4 и на рис. 2.4–2.9.

Таблица 2.3

**Корреляционное приближение интеграла $P_3(x, x, x)$:
слабая корреляция ($r_{1,2} = r_{2,3} = 0,4$; $r_{1,3} = 0,2$)**

x	K						$P_3(x, x, x)$
	0	1	2	3	4	5	
0,2	0,074	0,139	0,143	0,143	0,144	0,144	0,144
0,4	0,041	0,088	0,095	0,094	0,096	0,095	0,095
0,6	0,021	0,051	0,060	0,059	0,060	0,060	0,060
0,8	0,010	0,027	0,036	0,035	0,036	0,036	0,035
1,0	0,004	0,013	0,019	0,020	0,020	0,020	0,020
1,2	0,002	0,006	0,010	0,010	0,011	0,011	0,011
1,4	0,001	0,002	0,004	0,005	0,005	0,005	0,005
1,6	0	0,001	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002

Таблица 2.4

**Корреляционное приближение интеграла $P_3(x, x, x)$:
сильная корреляция ($r_{1,2} = r_{2,3} = 0,8$; $r_{1,3} = 0,6$)**

x	K						$P_3(x, x, x)$
	0	1	2	3	4	5	
0,2	0,074	0,216	0,237	0,236	0,252	0,242	0,251
0,4	0,041	0,144	0,182	0,169	0,197	0,184	0,188
0,6	0,021	0,088	0,132	0,118	0,149	0,146	0,136
0,8	0,010	0,049	0,089	0,082	0,106	0,113	0,094
1,0	0,004	0,024	0,055	0,056	0,069	0,079	0,063
1,2	0,002	0,011	0,030	0,036	0,042	0,046	0,04
1,4	0,001	0,005	0,015	0,021	0,024	0,024	0,025
1,6	0	0,002	0,007	0,011	0,013	0,011	0,015
1,8	0	0,001	0,003	0,005	0,007	0,006	0,008

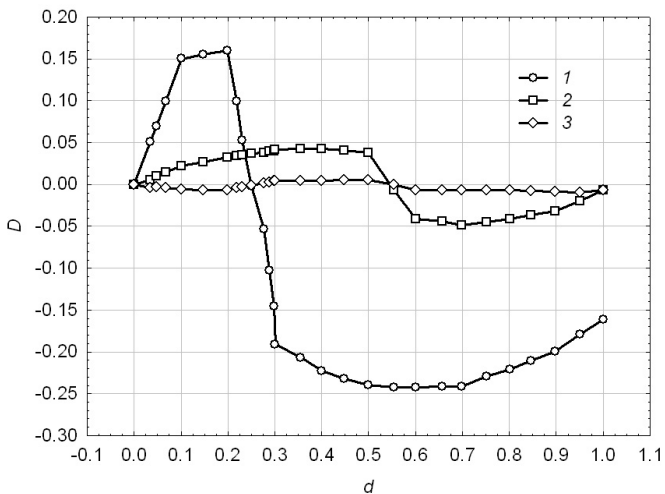


Рис. 2.4. Относительная погрешность приближения нормальной ПВ в случае слабой корреляции $r_{1,2} = r_{2,3} = 0,4$; $r_{1,3} = 0,2$:

1 — $K = 0$; 2 — $K = 2$; 3 — $K = 5$

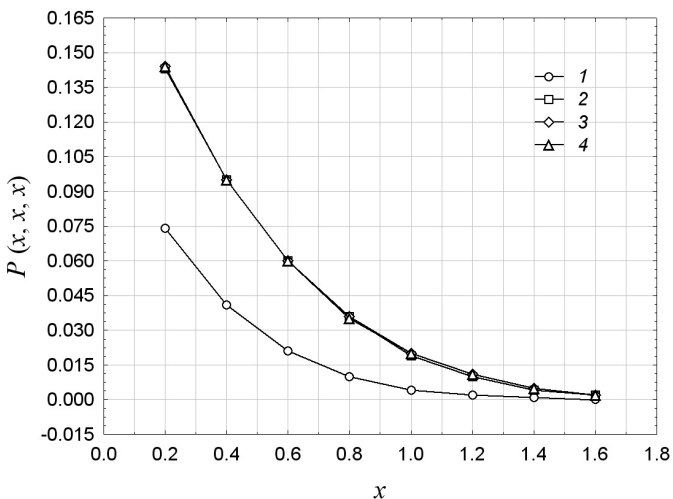


Рис. 2.5. Зависимость интеграла вероятностей $P(x, x, x)$ от порогового значения x в случае слабой корреляции $r_{1,2} = r_{2,3} = 0,4$; $r_{1,3} = 0,2$:

1 — $K = 0$; 2 — $K = 2$; 3 — $K = 5$; 4 — $P(x, x, x)$

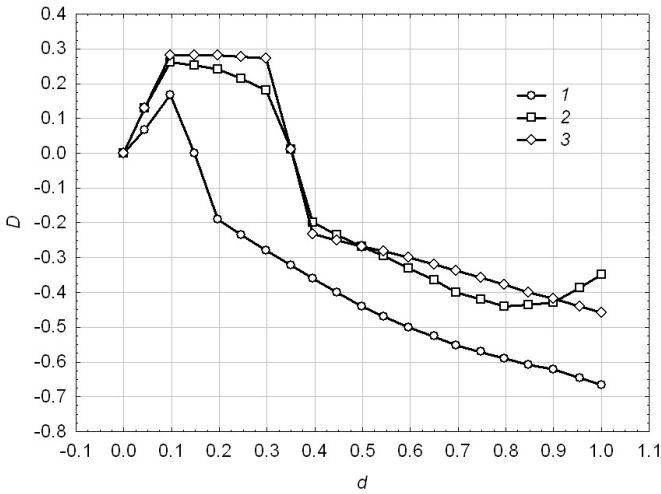


Рис. 2.6. Относительная погрешность приближения нормальной ПВ в случае сильной корреляции $r_{1,2} = r_{2,3} = 0,8$; $r_{1,3} = 0,6$:

1 — $K = 0$; 2 — $K = 2$; 3 — $K = 5$

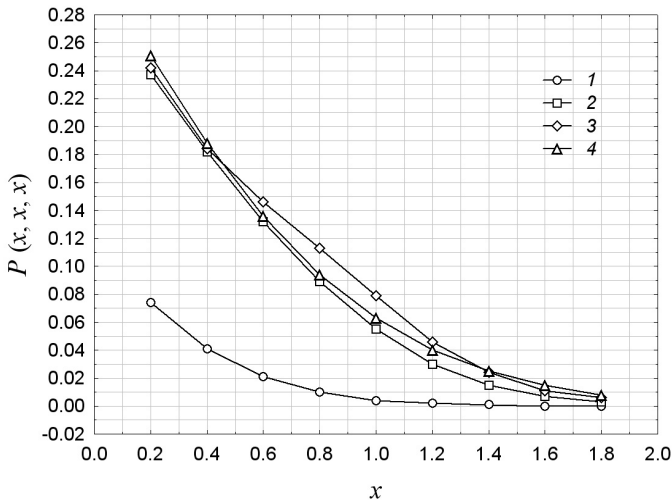


Рис. 2.7. Зависимость интеграла вероятностей $P(x, x, x)$ от порогового значения x в случае сильной корреляции $r_{1,2} = r_{2,3} = 0,8$; $r_{1,3} = 0,6$:

1 — $K = 0$; 2 — $K = 2$; 3 — $K = 5$; 4 — $P(x, x, x)$

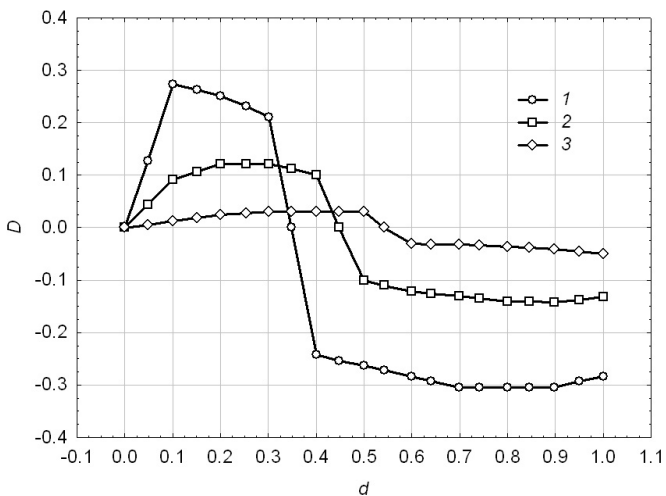


Рис. 2.8. Относительная погрешность приближения нормальной ПВ в случае отрицательной корреляции $r_{1,2} = r_{2,3} = 0,2$; $r_{1,3} = -0,6$:

1 — $K = 0$; 2 — $K = 2$; 3 — $K = 5$

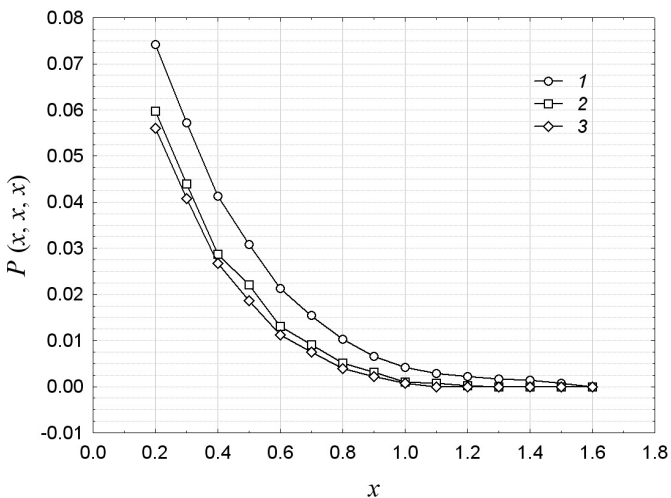


Рис. 2.9. Зависимость интеграла вероятностей $P(x, x, x)$ от порогового значения x в случае отрицательной корреляции $r_{1,2} = r_{2,3} = 0,2$; $r_{1,3} = -0,6$:

1 — $K = 0$; 2 — $K = 2$; 3 — $K = 5$

Численные эксперименты показали, что усечение ряда (2.14) конечным числом членов до $K \leq 5$ не приводит к появлению отрицательных значений ковариационного приближения трехмерной ПВ внутри эллипсоида равной плотности по уровню $d = 0,1$ (графики функции $D(d|K)$ не опускаются ниже биссектрисы четвертого квадранта).

В случае слабой корреляции ($|r_{n,m}| \leq 0,5$) ряды (2.14) и (2.22) ведут себя регулярно и уже при $K = 2$ дают приемлемо точные приближения к истинным значениям (см. рис. 2.5). Для плотности распределения $|D(d|K)| \leq 0,15$, а наибольшее относительное отклонение от истинного значения нормального тройного интеграла

$$\varepsilon(x|K) = \max_x \left| \frac{P_3^{(2)}(x, x, x)}{P_3(x, x, x)} - 1 \right| \leq 0, 2.$$

В случае сильной корреляции ряды (2.14) и (2.22) ведут себя нерегулярно (см. рис. 2.6). Для $0,2 \leq x \leq 0,8$ ряд (2.22) дает точность приближения к $P_3(x, x, x)$ не хуже $\varepsilon(x|K) \leq 0,25$ при $K = 2$, а для $x > 0,8$ при $K = 3$.

Дальнейшее увеличение числа членов разложения до $K = 4, 5$ не приводит к существенному увеличению точности ковариационного приближения нормального тройного интеграла в указанном диапазоне изменения аргумента x . Во всех случаях наблюдается смещение ковариационной оценки многомерной ПВ в сторону увеличения ее масштаба.

2.3. СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ОБОБЩЕННЫХ АМПЛИТУДЫ И ДЛИТЕЛЬНОСТИ ИМПУЛЬСНОЙ ЭПР ЦЕЛИ

Обобщенные интегральные параметры временного профиля импульсной ЭПР представляют собой детерминированные функции случайных аргументов (α, β) и поэтому также являются случайными величинами. Их собственные и смешанные начальные моменты,

с учетом правила статистического усреднения функций, удобно рассчитывать по формуле

$$\begin{aligned} \langle a^n \cdot A^m \rangle &= \langle a_{t_S}^n(\alpha, \beta) \cdot A^m(\alpha, \beta) \rangle = \\ &= \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{-\pi/2}^{\pi/2} a_{t_S}^n(\alpha, \beta) A^m(\alpha, \beta) W_2(\alpha, \beta) d\beta, \quad (2.24) \end{aligned}$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$; $m = 0, 1, 2, \dots$, а угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают статистическое усреднение. Здесь и далее (с целью сокращения записи) не приводим выражения для начальных моментов других статистик обобщенной длительности, предполагая по умолчанию, что эти выражения аналогичны.

В практических приложениях интерес представляют одномерные распределения и их кумулянты, а также ковариационная матрица интегральных параметров импульсной ЭПР объекта. Математические ожидания $m_a(t_S)$, $m_\tau(t_S)$, СКО $\sigma_a(t_S)$, $\sigma_\tau(t_S)$, коэффициенты асимметрии $\gamma_{3a}(t_S)$, $\gamma_{3\tau}(t_S)$ и эксцесса $\gamma_{4a}(t_S)$, $\gamma_{4\tau}(t_S)$ оценивают по формулам, представленным в работе [20]. Коэффициент корреляции обобщенной амплитуды импульсной ЭПР и ее значения при стационарном облучении объекта оценивают по формуле

$$\rho_{aA}(t_S) = \frac{\{\langle a \cdot A \rangle - \langle a \rangle \cdot \langle A \rangle\}}{\{\sigma_a(t_S) \cdot \sigma_A\}}.$$

В соответствии с приведенными выше формулами и методикой, изложенной в работах [20, 46], рассчитывали статистические характеристики параметров импульсной ЭПР аэрокосмического корабля Space Shuttle со штатным ТЗП при его равновероятной ориентации относительно направления наблюдения-облучения. Для оценки кумулянтов с относительной погрешностью интегрирования не хуже 5 % потребовалось сформировать адаптивную сетку по углам α и β , содержащую 450...900 значений соответствующих параметров импульсной ЭПР объекта в зависимости от длительности зондирующего импульса. Результаты расчета кумулянтов сведены в табл. 2.5 и 2.6.

Полученные данные хорошо согласуются с экспоненциальной регрессионной зависимостью (1.10) обобщенной амплитуды импульсной ЭПР корабля от длительности зондирующего импульса.

Таблица 2.5

Статистики обобщенной амплитуды импульсной ЭПР

Статистика	$t_s, \text{нс}$						
	5	10	20	50	100	200	∞
m_a, M^2	7,05	10,71	16,13	28,04	39,04	48,22	77,09
σ_a, M^2	9,85	13,33	16,68	23,24	28,95	32,2	46,75
γ_{3a}	2,27	1,99	1,44	0,81	0,74	0,7	0,62
γ_{4a}	4,11	3,17	1,18	-0,6	-0,29	-0,03	-0,068
ρ_{aA}	0,62	0,69	0,77	0,89	0,96	0,99	1,00
a_{\min}, M^2	0,2	0,28	0,41	0,81	1,34	1,99	5,46
a_{\max}, M^2	40,79	54,53	65,12	85,49	119,33	137,21	210,55
g_{a1}	-0,4	-0,33	-0,48	-0,1	0,12	0,5	0,74
g_{a2}	2,53	2,25	0,87	1,17	1,67	2,2	2,59

Таблица 2.6

Статистики обобщенной длительности импульсной ЭПР

Статистика	$t_s, \text{нс}$					
	5	10	20	50	100	200
m_τ, M^2	55,88	70,1	82,71	101,6	129,87	192,2
σ_τ, M^2	27,08	35,52	41,36	43,88	43,22	42,64
$\gamma_{3\tau}$	-0,29	-0,06	0,17	0,25	0,07	-1,4
$\gamma_{4\tau}$	-0,77	-0,8	-0,61	-0,35	0,82	7,87
$\rho_{\tau A}$	-0,27	-0,34	-0,4	-0,41	-0,4	-0,28
τ_{\min}, M^2	7,7	10,62	17,84	41,07	81,19	160,61
τ_{\max}, M^2	115,07	157,5	193,51	217	262,29	326,3
$g_{\tau 1}$	1,28	1,31	0,98	0,8	—	—
$g_{\tau 2}$	1,73	2,26	2,32	2,1	—	—

Для границ распределения параметра $a_{\min}(t_S)$ и $a_{\max}(t_S)$, а также его кумулянтов

$$m_a(t_S), \sigma_a(t_S), \rho_{aA}(t_S), \text{ и } \sigma_a(t_S)\gamma_{3a}^{1/3}(t_S), \sigma_a(t_S)\{\gamma_{4a}(t_S) + 3\}^{1/4}$$

расчетные точки в соответствующих логарифмических масштабах

$$-\ln \left[\frac{1 - a_{\min}(t_S)}{\{a_0(t_S)A_{\min}\}} \right]; \quad -\ln \left[\frac{1 - a_{\max}(t_S)}{\{a_0(t_S)A_{\max}\}} \right],$$

а также

$$-\ln \left[\frac{1 - m_a(t_S)}{\{a_0(t_S)m_A\}} \right]; \quad -\ln \left[\frac{1 - \sigma_a(t_S)}{a_0(t_S)\sigma_A} \right]; \quad -\ln [1 - \rho_{aA}(t_S)]$$

и

$$-\ln \left[1 - \frac{\sigma_a(t_S)\gamma_{3a}^{1/3}(t_S)}{a_0(t_S)\sigma_A\gamma_{3A}^{1/3}} \right]; \quad -\ln \left[1 - \frac{\sigma_a(t_S)\{\gamma_{4a}(t_S) + 3\}^{1/4}}{\sigma_0(t_S)\sigma_A\{\gamma_{4A} + 3\}^{1/4}} \right]$$

хорошо ложатся на прямые (рис. 2.10, 2.11).

Иными словами, с приемлемой для практики точностью при $t_S > 5$ нс имеют место следующие эмпирические нелинейные регрессионные зависимости [46]:

$$\begin{aligned} a_{\min}(t_S) &= A_{\min}a_0(t_S) \left\{ 1 - \exp(-a_0^{(\min)} - a_1^{(\min)}t_S) \right\}; \\ a_{\max}(t_S) &= A_{\max}a_0(t_S) \left\{ 1 - \exp(-a_0^{(\max)} - a_1^{(\max)}t_S) \right\}; \\ m_a(t_S) &= m_Aa_0(t_S) \left\{ 1 - \exp(-m_0 - m_1t_S) \right\}; \\ \sigma_a(t_S) &= \sigma_Aa_0(t_S) \left\{ 1 - \exp(-\sigma_0 - \sigma_1t_S) \right\}; \\ \gamma_{3a}(t_S) &= \sigma_A^3\gamma_{3A}a_0^3(t_S) \frac{\left\{ 1 - \exp(-\gamma_{30} - \gamma_{31}t_S) \right\}^3}{\sigma_a^3(t_S)}; \\ \gamma_{4a}(t_S) &= -3 + \sigma_A^4 \left\{ \gamma_{4A} + 3 \right\} a_0^4(t_S) \frac{\left\{ 1 - \exp(-\gamma_{40} - \gamma_{41}t_S) \right\}^4}{\sigma_a^4(t_S)}; \\ \rho_{aA}(t_S) &= 1 - \exp(-\rho_0 - \rho_1t_S). \end{aligned} \tag{2.25}$$

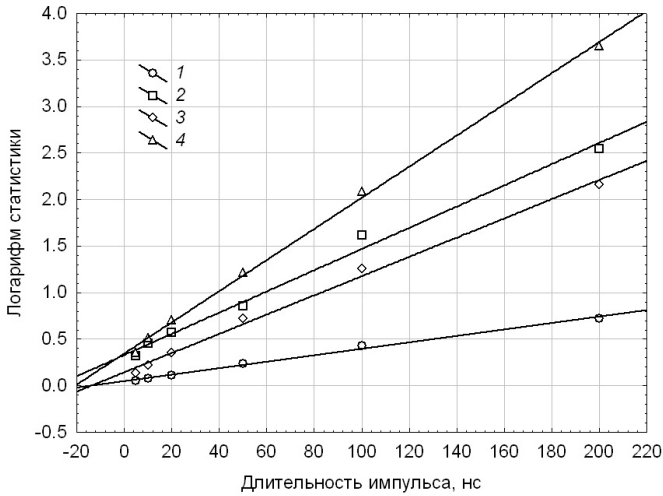


Рис. 2.10. Регрессионные зависимости статистик обобщенной амплитуды импульсной ЭПР Space Shuttle от длительности зондирующего импульса:
 1 — наименьшее значение; 2 — наибольшее значение;
 3 — математическое ожидание; 4 — среднее квадратическое отклонение

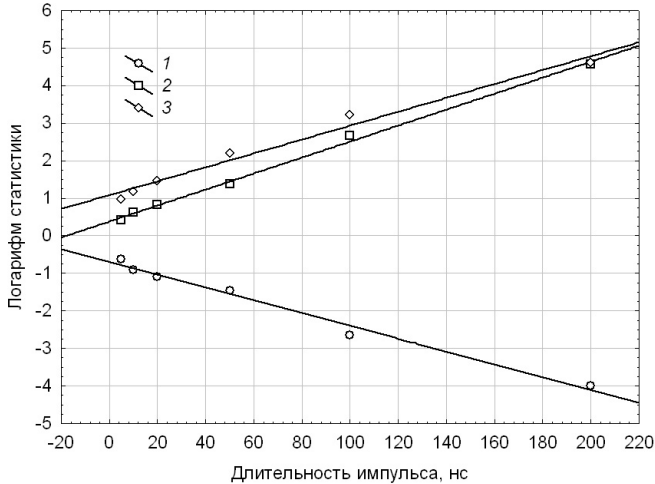


Рис. 2.11. Регрессионные зависимости статистик обобщенной амплитуды импульсной ЭПР Space Shuttle от длительности зондирующего импульса:
 1 — коэффициент асимметрии; 2 — коэффициент эксцесса;
 3 — коэффициент корреляции

Оптимальные значения параметров, рассчитанные методом наименьших квадратов по данным табл. 2.5:

$$a_0^{(\min)} = 0,049; \quad a_1^{(\min)} = 0,003; \quad a_0^{(\max)} = 0,331; \quad a_1^{(\max)} = 0,011;$$

$$m_0 = 0,146; \quad m_1 = 0,0102;$$

$$\sigma_0 = 0,337; \quad \sigma_1 = 0,0173;$$

$$\rho_0 = 1,086; \quad \rho_1 = 0,019;$$

$$\gamma_{30} = 0,617; \quad \gamma_{31} = 0,018; \quad \gamma_{40} = 0,42; \quad \gamma_{41} = 0,016.$$

Кусочно-линейная интерполяционная оценка ФР, полученная на основе гистограммы интегрального параметра импульсной ЭПР, имеет вид

$$F_a(x) = \sum_{i=1}^M P_i \Delta(x | a_i, a_{i+1});$$

$$\Delta(x | a_i, a_{i+1}) = \begin{cases} 0, & x < a_i; \\ \frac{(x - a_i)}{(a_{i+1} - a_i)}, & a_i \leq x < a_{i+1}; \\ 1, & x \geq a_{i+1}, \end{cases} \quad (2.26)$$

где P_i — вероятность попадания значения параметра в i -й сферический слой его пространственной диаграммы $a_{t_S}(\alpha, \beta)$ или $\tau_{t_S}(\alpha, \beta)$. На рис. 2.12 представлены приближения, аналогичные кусочно-линейной оценке (2.26), ФР $\tilde{F}_a(u | t_S)$ нормированной обобщенной амплитуды импульсной ЭПР корабля Space Shuttle

$$\frac{\{a_{t_S}(\alpha, \beta) - a_{\min}(t_S)\}}{\{a_{\max}(t_S) - a_{\min}(t_S)\}}$$

для длительностей зондирующего импульса $t_S = 10; 50$ и 200 нс соответственно.

Разрядные вероятности P_i вычислялись в соответствии с выражением, представленным в работах [20, 46]. Границы областей интегрирования D_i уточнялись с помощью квадратичной интерполяции пространственных диаграмм обобщенной амплитуды по их значениям в узлах сетки по углам α и β . С целью сокращения вычислительных затрат повторно применяли сетку, сформированную алгоритмом адаптивного интегрирования выражения (2.24). Интерполяция выполнялась в соответствии с кубатурной формулой Симпсона, представленной в работах [20, 46]. Это позволило задать до сорока разрядных интервалов ($M = 40$) и обеспечить приемлемую точность кусочно-линейных интерполяционных оценок (2.26).

Дискретные приближения ФР обобщенной амплитуды импульсной ЭПР корабля, отвечающие различным длительностям зондирующего импульса t_s , хорошо аппроксимируются системой непрерывных распределений $F_B^{(a)}\{\varphi(u) | t_s\}$. Показатели степени $g_{a1}(t_s)$ и $g_{a2}(t_s)$ формирующего бета-распределения (2.2) рассчитывали методом моментов в соответствии с выражениями (2.3). Отметим, что этап оптимизации значений $g_{a1}(t_s)$ и $g_{a2}(t_s)$ намеренно исключали из процедуры идентификации параметров формирующего бета-распределения $F_B^{(a)}(u | t_s)$. Это упрощение существенно не увеличило абсолютную невязку $|F_a(u | t_s) - F_B^{(a)}(u | t_s)|$ и, в то же время, позволило получить регрессионную зависимость системы непрерывных распределений $F_B^{(a)}\{\varphi(u) | t_s\}$ от длительности зондирующего импульса t_s . Значения параметров $g_{a1}(t_s)$ и $g_{a2}(t_s)$ для объекта Space Shuttle приведены в табл. 2.5. На рис. 2.11 представлены интерполяционные приближения формирующей функции $v = \varphi(u)$ ЭПР корабля для $t_s = 10; 50$ и 200 нс, а в табл. 2.7 — соответствующие им значения коэффициентов ряда (2.4) по ортонормированным полиномам Фурье — Чебышева второго рода, аппроксимирующие поправку $\{\varphi(u) - u\}$. Во всех случаях абсолютная невязка $|\tilde{F}_a(u | t_s) - F_B^{(a)}\{\varphi(u) | t_s\}|$ распределений для 5–11 членов ряда (2.4) не превышала 0,005.

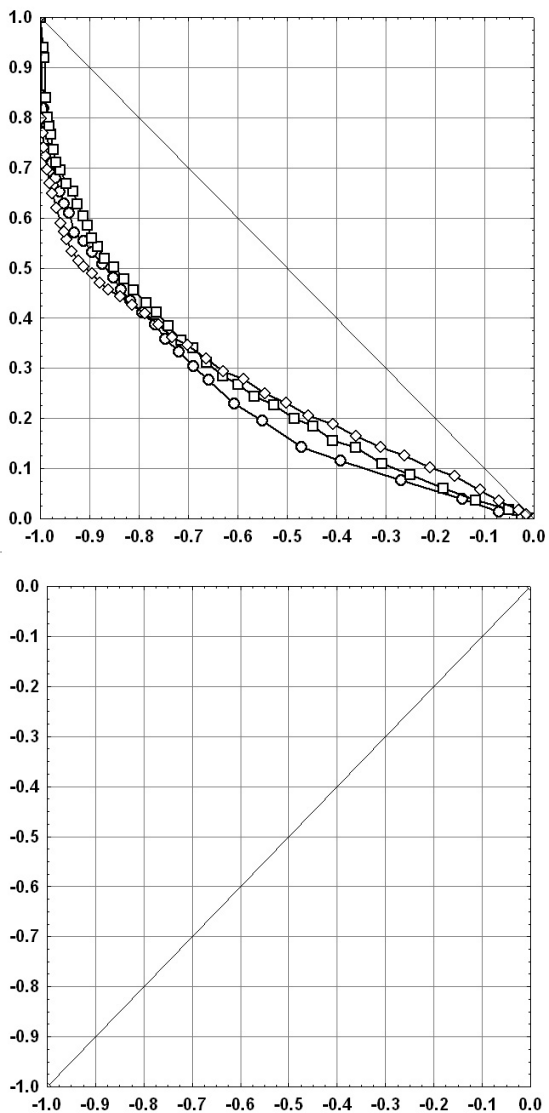


Рис. 2.12 (начало). Система распределений обобщенной амплитуды импульсной ЭПР Space Shuttle:
 1 — 10 нс; 2 — 50 нс; 3 — 200 нс

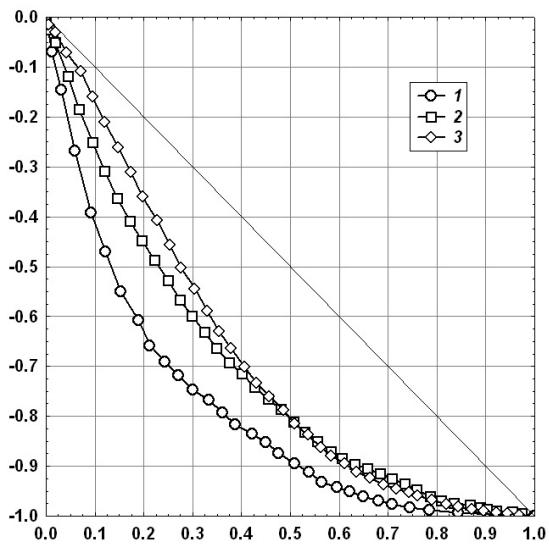
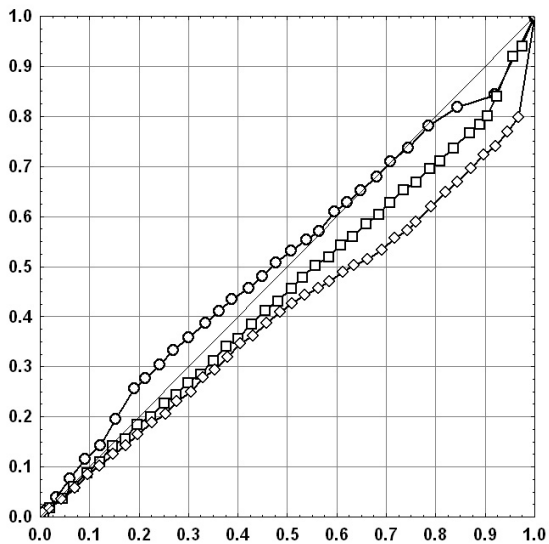


Рис. 2.12 (окончание).

**Коэффициенты ряда Фурье — Чебышева
для обобщенной амплитуды корабля Space Shuttle**

Коэффициент	t_s , нс					
	5	10	20	50	100	200
h_0	-0,825	-0,159	2,948	-1,551	-2,611	-4,27
h_1	-1,085	-0,689	2,686	-1,687	-2,777	-5,319
h_2	-0,937	-0,89	-1,031	-0,599	-1,177	-1,592
h_3	-0,431	-0,812	-1,778	0,462	—	—
h_4	-0,099	-0,387	-0,905	0,22	—	—
h_5	0,026	0,493	0,438	—	—	—
h_6	-0,283	0,248	0,493	—	—	—
h_7	-0,229	0,145	-0,468	—	—	—
h_8	—	0,422	0,056	—	—	—
h_9	—	0,073	0,343	—	—	—
h_{10}	—	-0,108	—	—	—	—

Анализ расчетных данных обнаруживает слабую зависимость формирующей функции от длительности зондирующего импульса (рис. 2.13). Указанное обстоятельство позволяет предложить в качестве интегральной модели реального времени импульсной ЭПР объекта локации ковариационное приближение двумерной функции распределения [30] обобщенной амплитуды импульсной ЭПР $a_{t_s}(\alpha, \beta)$ и ее значения для стационарных условий облучения цели $A(\alpha, \beta)$:

$$F_2^{(2)}(a, A | t_s) = \sum_{n=0}^N \frac{\rho_{aA}^n(t_s)}{n!} \left(\frac{d^n}{da^n} F_B^{(a)} \{ \varphi(u_a) | t_s \} \right) \left(\frac{d^n}{dA^n} F_B^{(A)} \{ \varphi(u_A) \} \right), \quad (2.27)$$

где

$$u_a = \frac{\{a - a_{\min}(t_s)\}}{\{a_{\max}(t_s) - a_{\min}(t_s)\}} \quad \text{и} \quad u_A = \frac{\{A - A_{\min}\}}{\{A_{\max} - A_{\min}\}}$$

— соответствующие нормированные значения.

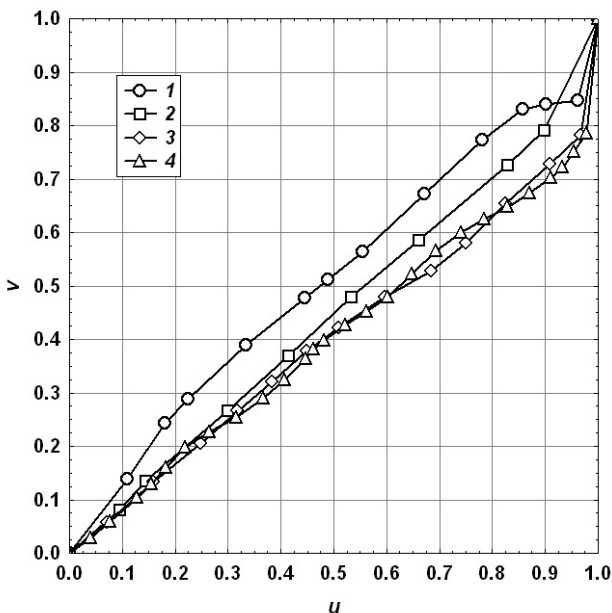


Рис. 2.13. Формирующие функции системы распределений обобщенной амплитуды импульсной ЭПР Space Shuttle для различных длительностей зондирующего импульса: 1 — 10 нс; 2 — 50 нс; 3 — 200 нс; 4 — стационарное облучение

Подчеркнем, что запись $F_B^{(a)}(u | t_S)$ акцентирует зависимость формирующего бета-распределения обобщенной амплитуды импульсной ЭПР объекта от длительности зондирующего импульса t_S через зависимости соответствующих параметров $a_{\min}(t_S)$, $a_{\max}(t_S)$, $g_{a1}(t_S)$, $g_{a2}(t_S)$ и, в конечном итоге, через регрессионные зависимости (2.25). Отметим также, что ковариационное приближение (2.27) хорошо согласуется с системой двумерных распределений, предложенной Бекманом (Beckmann) [26]. В частности, из приведенной в работе [26] теоремы следует, что в силу положительной коррелированности $\rho_{aA}(t_S) > 0$ анализируемых отражательных характеристик приближение (2.27) удовлетворяет всем свойствам вероятностных распределений, в том числе неотрицательно в области определения

$a_{\min}(t_S) \leq a \leq a_{\max}(t_S)$ и $A_{\min} \leq A \leq A_{\max}$. Формулы для вычисления производных распределений $F_B^{(a)}\{\varphi(u_a) | t_S\}$ и $F_B^{(A)}\{\varphi(u_A)\}$ приведены в приложении.

Из выражений (2.27) и (П.5) непосредственно следует ковариационное приближение условной плотности вероятности обобщенной амплитуды импульсной ЭПР при ее фиксированном значении для стационарных условий облучения объекта:

$$\begin{aligned} f_1^{(2)}(a | t_S, A) &= \left(2f_B^{(A)}\{2\varphi(u_A) - 1\}\right)^{-1} \frac{d^2}{da dA} F_2^{(2)}\{a, A | t_S\} = \\ &= 2f_B^{(a)}\{2\varphi(u_a) - 1 | t_S\} \sum_{n=0}^N \frac{\rho_{aA}^n(t_S)}{n!} C_{n+1}(u_a)C_{n+1}(u_A). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Полученные оценки позволяют реализовать эффективную в вычислительном отношении пошаговую процедуру статистического моделирования обобщенных интегральных параметров импульсной ЭПР цели.

Шаг 1. Статистическое моделирование ЭПР объекта.

$$A = A_{\min} + (A_{\max} - A_{\min})u_A, \quad u_A = \varphi^{-1}(v_A),$$

где $\varphi^{-1}(v)$ — функция обратная формирующей функции $v = \varphi(u)$; v_A — реализация непрерывной случайной величины из генеральной совокупности, характеризуемой бета-распределением (2.2) с параметрами g_{A1} и g_{A2} . Экономичные алгоритмы моделирования бета-распределения представлены в [47].

Шаг 2. Статистическое моделирование обобщенной амплитуды импульсной ЭПР объекта. Для больших длительностей зондирующего импульса t_S , обеспечивающих сильную корреляцию отражательных характеристик $\rho_{aA}(t_S) \geq 0,8$, естественно воспользоваться линейной регрессионной зависимостью

$$a(t_S) = m_a(t_S) + \frac{\rho_{aA}(t_S)\sigma_a(t_S)(A - m_A)}{\sigma_A}.$$

В противном случае двумерное распределение отражательных характеристик (2.27) не вырождено и ковариационный ряд (2.28) схо-

дится быстро. Поэтому моделирование целесообразно осуществлять по формуле

$$a(t_S) = a_{\min}(t_S) + \{a_{\max}(t_S) - a_{\min}(t_S)\} u_a.$$

Здесь u_a — реализация непрерывной случайной величины из генеральной совокупности, характеризуемой условной плотностью распределения вероятностей

$$f_1^{(2)}(u_a | t_S, u_A) = \frac{\Gamma \{g_{a1}(t_S) + g_{a2}(t_S) + 2\}}{\Gamma \{g_{a1}(t_S) + 1\} \Gamma \{g_{a2}(t_S) + 1\}} u_a^{g_{a1}(t_S)} (1 - u_a)^{g_{a2}(t_S)} \times \\ \times \sum_{n=0}^N \frac{\rho_{aA}^n(t_S)}{n!} C_{n+1}(u_a) C_{n+1}(u_A).$$

Метод кусочной аппроксимации Бусленко [48, с. 22] реализует удобный алгоритм моделирования одномерного распределения общего вида.

Шаг 3. Статистическое моделирование обобщенной длительности импульсной ЭПР объекта

$$\tau(t_S) = A \frac{\int_0^{t_S} i_S(t) dt}{a(t_S)}.$$

Отметим, что дискретные приближения функций распределения обобщенной длительности импульсной ЭПР корабля Space Shuttle, отвечающие длительностям зондирующего импульса $t_S \leq 50$ нс, также хорошо аппроксимируются системой непрерывных распределений $F_B^{(\tau)}\{\varphi(u)\}$. На рис. 2.14 представлены приближения, аналогичные кусочно-линейной оценке (2.1), функции распределения $\tilde{F}_\tau(u)$ нормированной обобщенной длительности импульсной ЭПР корабля $\{\tau_{t_S}(\alpha, \beta) - \tau_{\min}\} / \{\tau_{\max} - \tau_{\min}\}$ соответственно для длительностей зондирующего импульса $t_S = 10$ и 50 нс. В табл. 2.6 приведены оптимальные значения показателей степени $g_{\tau 1}$ и $g_{\tau 2}$ формирующего бета-распределения (2.2) для $t_S = 5; 10; 20$ и 50 нс.

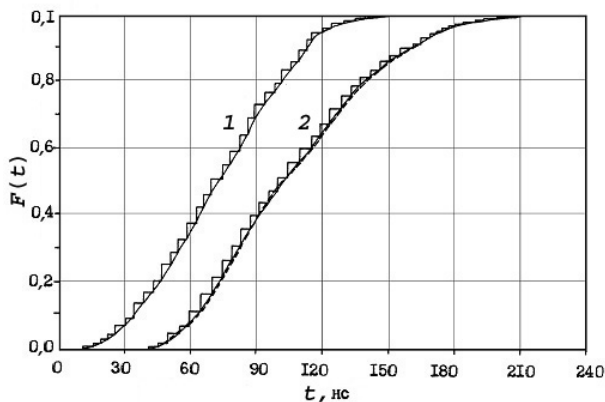


Рис. 2.14. Функции распределения обобщенной длительности импульсной ЭПР Space Shuttle для различных длительностей зондирующего импульса:

1 — 10 нс; 2 — 50 нс

Соответствующие значения коэффициентов ряда (2.4) по ортонормированным полиномам Фурье — Чебышева второго рода, аппроксимирующие поправку $\{\varphi(u) - u\}$, содержит табл. 2.8. Во всех случаях абсолютная невязка $|\tilde{F}_\tau(u) - F_B^{(\tau)}\{\varphi(u)\}|$ распределений для четырех-шести членов ряда (2.4) не превышала 0,01.

Таблица 2.8

Коэффициенты ряда Фурье — Чебышева для обобщенной длительности корабля Space Shuttle

Коэффициент	$t_s, \mu\text{с}$			
	5	10	20	50
h_0	0,285	-0,196	-0,997	-0,934
h_1	0,048	-2,21	-1,374	-4,644
h_2	0,414	-0,628	-0,423	-2,208
h_3	-0,703	-1,34	-0,308	0,315
h_4	-0,6	-1,61	0,346	-0,472
h_5	—	—	0,98	—
h_6	—	—	0,988	—

2.4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ АМПЛИТУДЫ ИМПУЛЬСНОГО ИКЯ ЦЕЛИ

Представленная в разд. 1.2 имитационная цифровая модель импульсного ИКЯ цели позволяет в ходе вычислительного эксперимента получить представительную статистику отраженных сигналов для двухпозиционной лазерной системы наведения. Такого рода база данных является надежной информационной основой для статистического анализа и моделирования в режиме реального времени отражательных характеристик целей для полуактивных оптических локационных систем.

2.4.1. Выборочные статистики импульсного ИКЯ

Методом статистического моделирования проводили исследование статистик случайной последовательности амплитуд временных профилей импульсного ИКЯ боевой машины пехоты VAB SAIVEM 6×6 . Оценки МО $m_R(t_S | \bar{C}_{SR})$, СКО $\sigma_R(t_S | \bar{C}_{SR})$, коэффициентов асимметрии $\gamma_{3R}(t_S | \bar{C}_{SR})$ и эксцесса $\gamma_{4R}(t_S | \bar{C}_{SR})$ амплитуды импульсного ИКЯ цели рассчитывали по формулам

$$\begin{cases} m_R = m_{1R}; & \gamma_{4R} = -3 + (m_{4R} - 4m_{1R}m_{3R} + 6m_{1R}^2m_{2R} - 3m_{1R}^4)/\sigma_R^4; \\ \sigma_R = \sqrt{m_{2R} - m_{1R}^2}; & \gamma_{3R} = (m_{3R} - 3m_{1R}m_{2R} + 2m_{1R}^3)/\sigma_R^3. \end{cases} \quad (2.29)$$

Выборочные оценки начальных моментов до четвертого порядка включительно вычислялись усреднением по времени случайной последовательности амплитуд по формулам

$$m_{kR}(t_S | \bar{C}_{SR}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N R_{t_S}^k[n], \quad k = 1, 2, 3, 4,$$

где $R_{t_S}[n] = \max_t \{R_{t_S}(nT_{0S} | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S})\}$ — амплитуда временного профиля импульсного ИКЯ для n -го зондирующего импульса; T_{0S} — период излучения импульсов; N — объем выборки.

В качестве примера в табл. 2.9 приведены значения минимального $R_{\min}(t_S | \bar{C}_{SR})$ и максимального $R_{\max}(t_S | \bar{C}_{SR})$ значений, а также выборочных статистик амплитуды импульсного ИКЯ объекта VAB SAIVEM 6×6 , расположенного на ПП типа кустарника. Объем выборки случайной последовательности составлял $N = 2\,000$ импульсов. Анализ статистических характеристик реализаций ИКЯ цели показывает, что флуктуации отраженных сигналов являются существенно негауссовскими. Для горизонтального подсвета цели, когда источник и приемник располагались в направлениях $\alpha_S = 10^\circ$, $\beta_S = 0^\circ$, $\alpha_R = 10^\circ$, $\beta_R = 50^\circ$ (ПП не облучалась), характерна скошенность плотности распределения вероятности в область больших значений амплитуды импульсного ИКЯ (влево относительно нормального закона).

По мере увеличения длительности зондирующего импульса t_S от 5 до 34 нс имеет место монотонное увеличение дисперсии, а также коэффициентов асимметрии и эксцесса. Причем при облучении короткими импульсами длительностью 5 нс плотность распределения более пологая, нежели гауссовская (отрицательное значение эксцесса). По мере увеличения t_S распределение скашивается в область больших значений ИКЯ (асимметрия увеличивается) и вытягивается по отношению к нормальному (положительное значение эксцесса).

Таблица 2.9

**Статистики ИКЯ боевой машины пехоты
(горизонтальный подсвет, СКО слежения $\sigma_{0S} = 0,3$ м)**

Статистика	t_S , нс					
	5	8	13	21	34	200
$m_R \times 10^2$	4,009	4,638	5,08	5,35	5,504	5,639
$\sigma_R \times 10^2$	4,128	5,03	5,757	6,23	6,489	6,707
γ_{3R}	0,816	1,016	1,235	1,414	1,512	1,582
γ_{4R}	-0,27	0,273	1,074	1,901	2,414	2,807
R_{\min}	0	0	0	0	0	0
$R_{\max} \times 10$	2,037	2,58	3,162	3,751	4,076	4,323
\mathcal{G}_{R1}	-0,272	-0,322	-0,362	-0,389	-0,418	-0,45
\mathcal{G}_{R2}	0,788	1,241	2,189	3,584	4,706	5,749

Коэффициент вариации отраженного сигнала $\sigma_R(t_S | \bar{C}_{SR}) / m_R(t_S \bar{C}_{SR})$ значителен и составляет 1,03 для импульсных условий облучения ($t_S < 40$ нс) и 1,19 для стационарных. Минимальное значение импульсного ИКЯ $R_{\min}(t_S | \bar{C}_{SR})$ равно нулю, т. е. для заданных условий подсвета и СКО слежения $\sigma_{0S} = 0,3$ м имеются случаи, когда объект не облучается.

При подсвете объекта сверху ($\alpha_S = \alpha_R = 30^\circ$, $\beta_S = \beta_R = 50^\circ$) СКО слежения $\sigma_{0S} = 0,3$ м обеспечивало исключительное попадание зондирующего пучка на поверхность цели (ПП также не облучалась). Напротив, при $\sigma_{0S} = 1$ м облучались как объект, так и ПП. В первом случае (табл. 2.10) характерна скошенность плотности распределения вероятности в область меньших значений амплитуды импульсного ИКЯ (вправо относительно нормального закона).

Таблица 2.10

Статистики ИКЯ объекта (подсвет сверху, СКО слежения $\sigma_{0S} = 0,3$ м)

Статистика	t_S , нс					
	5	8	13	21	34	200
m_R	0,913	1,096	1,223	1,291	1,324	1,348
$\sigma_R \times 10^2$	9,174	8,169	6,405	4,918	4,171	3,976
γ_{3R}	-1,406	-1,881	-2,468	-2,943	-1,699	-0,777
γ_{4R}	2,486	4,806	8,682	9,963	3,266	0,513
R_{\min}	0,463	0,617	0,771	0,909	1,019	1,098
R_{\max}	1,028	1,186	1,292	1,355	1,386	1,415
g_{R1}	8,896	11,87	19,65	0,233	3,073	9,12
g_{R2}	4,811	5,688	8,648	1,037	1,636	3,469

По мере увеличения длительности зондирующего импульса t_S от 5 до 34 нс имеет место монотонное убывание дисперсии и увеличение коэффициента эксцесса. Иными словами, распределение существенно обостряется относительно гауссовского и скошено в область меньших значений ИКЯ. Коэффициент его вариации уменьшается от 0,1005 для импульсных условий облучения до 0,0295 для стационарного облучения объекта.

Во втором случае ($\sigma_{0S} = 1$ м) ПП вносит заметный вклад в отраженный сигнал (табл. 2.11). Характерна значительно меньшая скошенность плотности распределения вероятности в область меньших значений амплитуды импульсного ИКЯ. По мере увеличения длительности зондирующего импульса t_S от 5 до 34 нс дисперсия незначительно возрастает, а коэффициент эксцесса монотонно возрастает от $-0,9986$ до $1,3704$. Иными словами, увеличение ошибок слежения приводит к существенно меньшему смещению вправо и обострению распределения относительно гауссовского. Коэффициент вариации также уменьшается, но в относительно меньшем диапазоне: от $0,4342$ для импульсных условий облучения до $0,2341$ для стационарного облучения цели.

Таблица 2.11

Статистики ИКЯ объекта (подсвет сверху, СКО слежения $\sigma_{0S} = 1$ м)

Статистика	t_S , нс					
	5	8	13	21	34	200
m_R	0,57	0,73	0,874	0,986	1,065	1,143
$\sigma_R \times 10^2$	2,473	2,846	2,969	2,881	2,773	2,677
$\gamma_{3R} \times 10$	-0,683	-3,133	-5,459	-8,43	-11,57	-14,23
$\gamma_{4R} \times 10$	-9,986	-9,659	-8,009	-2,832	4,455	13,704
$R_{\min} \times 10$	1,04	1,427	2,155	2,448	2,926	3,086
R_{\max}	1,025	1,183	1,29	1,407	1,541	1,664
g_{R1}	0,447	0,101	-0,21	-0,29	-0,453	-0,362
g_{R2}	0,526	0,42	0,378	0,528	0,578	0,783

По случайной последовательности $R_{t_S}(nT_{0S} | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S})$ ($n = 1, \dots, N$), временных профилей импульсного ИКЯ объекта также анализировалась эмпирическая оценка функции распределения $F_R(u | t_S, \bar{C}_{SR})$ его нормированной амплитуды

$$\max_t \left\{ \frac{R_{t_S}(t | \bar{C}_{SR}, Y_{0S}, Z_{0S})}{R_{\max}(t_S | \bar{C}_{SR}) - R_{\min}(t_S | \bar{C}_{SR})} \right\}.$$

2.4.2. Унифицированное распределение импульсного ИКЯ

Для широкого класса наземных целей параметры Пирсона $\beta_1 = \gamma_{3R}^2$ и $\beta_2 = \gamma_{4R} + 3$ демонстрируют устойчивое поведение, а именно удовлетворяют неравенствам $\beta_1 + 1 \leq \beta_2 \leq 6 + 3\beta_1/2$. Поэтому для аналитического описания эмпирической ФР амплитуды импульсного ИКЯ рационально выбрать систему непрерывных распределений, представленную в разд. 2.1. В указанной системе в качестве формирующего разумно выбрать бета-распределение, показатели степени которого $g_{R1}(t_S | \bar{C}_{SR})$ и $g_{R2}(t_S | \bar{C}_{SR})$ рационально оценивать методом моментов. Значения этих параметров для различных направлений облучения-наблюдения $\alpha_S, \beta_S, \alpha_R, \beta_R$ объекта и длительностей гауссовского зондирующего импульса t_S приведены в соответствующих строках табл. 2.9–2.11. Важно отметить, что этап оптимизации значений g_{R1} и g_{R2} намеренно исключался из процедуры идентификации параметров формирующего бета-распределения в пользу возможности построения нелинейной регрессионной зависимости системы непрерывных распределений $F_B^{(R)}\{\varphi(u) | t_S\}$ от длительности зондирующего импульса t_S . В качестве примера на рис. 2.15 (кривая 1) представлена эмпирическая функция распределения нормированной амплитуды импульсного ИКЯ боевой машины пехоты соответственно для длительности зондирующего импульса $t_S = 21$ нс и горизонтального облучения цели ($\alpha_S = 10^\circ, \beta_S = 0^\circ, \alpha_R = 10^\circ, \beta_R = 50^\circ$). На этом же рисунке представлены эталонное бета-распределение с параметрами из табл. 2.9, а также кусочно-линейное интерполяционное приближение формирующей функции $\varphi(u)$. Аналогичные результаты представлены на рис. 2.15 (кривая 2) для подсвета сверху ($\alpha_S = \alpha_R = 30^\circ, \beta_S = \beta_R = 50^\circ$) и параметров формирующего распределения из табл. 2.11. Видно, что с учетом влияния ПП модифицированное бета-распределение $F_B^{(R)}\{\varphi(u) | t_S\}$ хорошо описывает результаты статистического моделирования импульсного ИКЯ объекта локации.

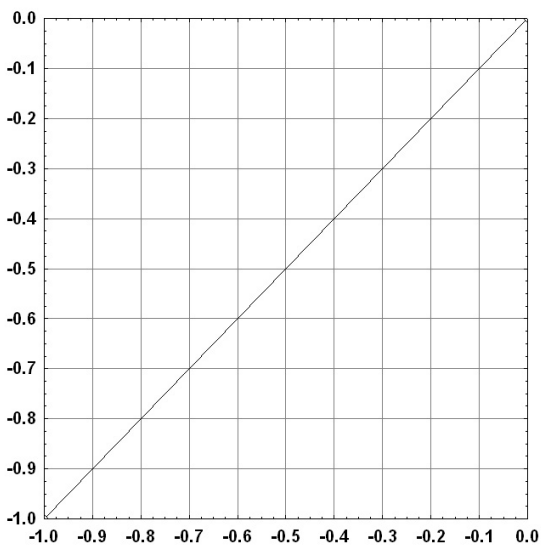
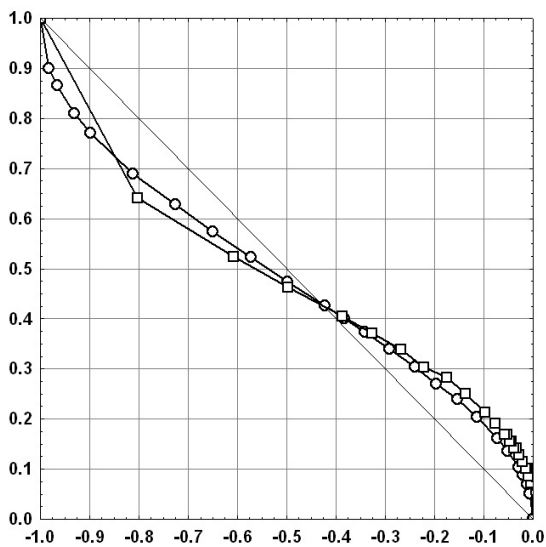


Рис. 2.15 (начало). Система распределений импульсного ИКЯ боевой машины пехоты VAB SAIVEM 6×6 ($t_s = 21$ нс):
 1 — горизонтальный подсвет; 2 — подсвет сверху

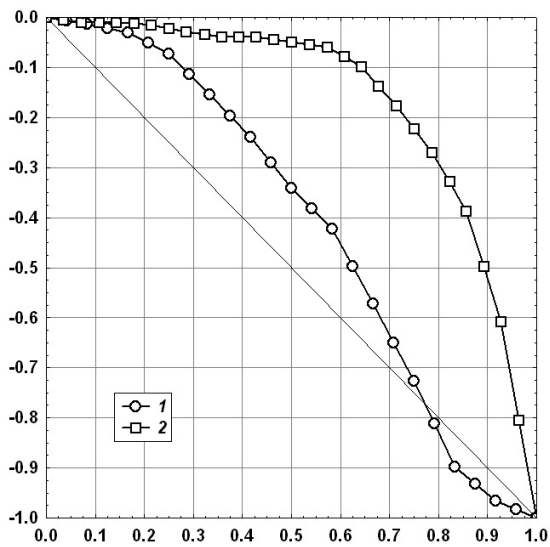
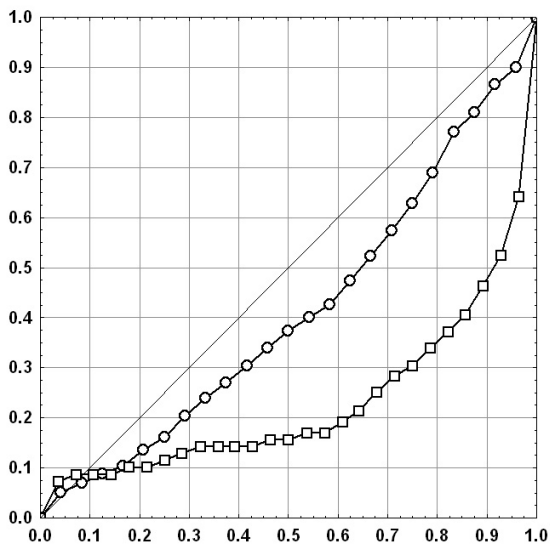


Рис. 2.15 (окончание).

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ

1. Что является информационной основой для создания моделей реального времени характеристик заметности объектов оптической локации?
2. Чем обусловлена необходимость создания моделей реального времени характеристик заметности объектов оптической локации?
3. Проанализируйте содержание метода статистического моделирования отражательных характеристик целей в системах оптической локации.
4. Какая модель является теоретической основой унифицированной статистической модели характеристик заметности целей в локационных системах?
5. Проанализируйте основные вычислительные этапы идентификации параметров системы непрерывных распределений на основе формирующего бета-распределения.
6. Дайте определение кумулянтов многомерного вероятностного распределения.
7. Что представляет собой кумулянтное приближение многомерной плотности вероятности второго порядка?
8. Сформулируйте необходимые и достаточные условия положительной определенности ковариационного приближения многомерной характеристической функции.
9. Запишите модель плотности вероятности в виде смеси одномерных распределений с многомерным гауссовским ядром.
10. Проанализируйте содержание вычислительных этапов аппроксимации случайного вектора суммой гауссовский и негауссовской составляющих.
11. В чем смысл параметров сужения одномерных вероятностных распределений?
12. Проанализируйте содержание метода обращения свертки.
13. Проанализируйте вычислительные этапы алгоритма обращения свертки Гаусса — Зейделя.
14. Что представляет собой выборочная оценка плотности вероятности в виде гистограммы, сглаженной сдвигом?
15. Сформулируйте правила выбора оптимальных параметров гистограммы, сглаженной сдвигом.

16. Проанализируйте нелинейные регрессионные зависимости основных статистик обобщенных параметров импульсной ЭПР цели от длительности зондирующего импульса.
17. Проанализируйте структуру ковариационного приближения двумерной функции распределения обобщенной амплитуды импульсной ЭПР и ее значения для стационарных условий облучения цели.
18. Проанализируйте пошаговую процедуру статистического моделирования обобщенных интегральных параметров импульсной ЭПР цели.

3. СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК 3D-ОБЪЕКТОВ

Статистическая обработка результатов имитационного цифрового моделирования ЭПР и ПХ, представленная в работах [4, 20], позволяет решать следующие практически важные задачи синтеза и анализа активных и полуактивных лазерных систем:

- сжатие информации и компактное хранение в базе данных результатов имитационного цифрового моделирования ПХ;
- расчет временных профилей импульсной ЭПР в режиме реального времени;
- формирование признаков пространства, содержащего информацию об энергетических свойствах цели, ее размерах и форме.

В основу решения указанных выше задач положено рациональное сочетание метода главных компонент (МГК) с релаксационными алгоритмами решения систем линейных неравенств. Как отмечалось в работах [4, 20], недостаток такого подхода обусловлен тем, что МГК реализует *линейное* отображение исходных данных на информативное пространство. Иными словами, МГК хорошо выделяет признаки, связанные с описанием гладкой части пространственной конфигурации цели. Однако метод в значительной степени игнорирует признаки, связанные с наличием «нерегулярностей» формы типа изломов, ребер, локальных плоских щитов и т. п.

В частности, результаты имитационного цифрового моделирования показали [3, 4], что на поверхности объекта локации для значительного числа ракурсов наблюдения имеются локальные области интенсивного отражения (так называемые блестящие точки). Такие участки поверхности цели формируют резкие выбросы в двумерной функции яркости и соответственно выбросы на временном профиле импульсной ЭПР. Ясно, что эти структурные составляющие импульсной или переходной характеристики 3D-объекта являются важными *нелинейными* признаками успешного решения задачи распознавания целей. Проблема состоит в том, что МГК-аппроксимация сглаживает резкие перепады временного профиля ПХ.

3.1. ДАЛЬНОСТНЫЙ ПОРТРЕТ ЦЕЛИ В ОДНОПОЗИЦИОННОЙ ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Эффективную идентификацию локальных участков интенсивного отражения на поверхности 3D-объекта выполняют с помощью адаптивного кубатурного алгоритма [3] численного интегрирования двумерной функции яркости цели $f(y, z)$. Адаптивная процедура интегрирования реализована на основе методов, изложенных в работе [24]. Эта процедура, подобно алгоритму Варнока, автоматически формирует сетку интегрирования различных размеров, грубую там, где подынтегральная функция $f(y, z) = \delta(y, z) \zeta_\lambda(\psi | y, z) \cos \psi$ в выражении (1.1) изменяется медленно, и мелкую в областях ее быстрого изменения.

В процессе вычислений квадратная область интегрирования, полученная на более раннем этапе, делится на четыре равные частные области. Когда на частной области достигается заданная точность интегрирования, деление этой области прекращается и выполняется переход к следующей частной области. Ясно, что результирующее значение интеграла можно представить суммой значений интегралов по частным областям:

$$A = \sum_{i=1}^N A_i = \sum_{i=1}^N \int_{z_i^{(0)} - \frac{\Delta_i}{2}}^{z_i^{(0)} + \frac{\Delta_i}{2}} dz \int_{y_i^{(0)} - \frac{\Delta_i}{2}}^{y_i^{(0)} + \frac{\Delta_i}{2}} f(y, z) dy, \quad (3.1)$$

где $y_i^{(0)}, z_i^{(0)}$ — координаты центра i -й частной области интегрирования (рис. 3.1); Δ_i — размер стороны частной области интегрирования; N — число частных областей интегрирования.

Используя кубатурную формулу Симпсона, полученную двукратным применением соответствующей квадратурной формулы, вычислим приближение к интегралу на частной области двумя различными способами: с шагом $\Delta_i / 2$ (рис. 3.1, а) и с шагом $\Delta_i / 4$ (рис. 3.1, б).

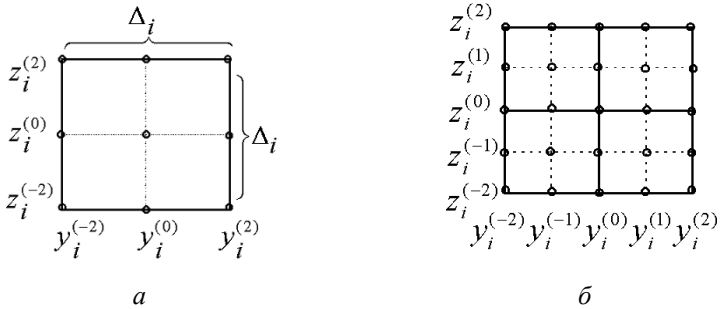


Рис. 3.1. Формирование адаптивной сетки интегрирования:
a — грубое приближение; *б* — точное приближение

В первом случае получим

$$P_i = \frac{\Delta_i^2}{36} \sum_{j=-1}^1 \sum_{k=-1}^1 c_{jk} f(y_i^{(2j)}, z_i^{(2k)}), \quad (3.2)$$

где $y_i^{(2j)} = y_i^{(0)} + 2j\Delta_i/4$; $z_i^{(2k)} = z_i^{(0)} + 2k\Delta_i/4$; коэффициенты c_{jk}

являются элементами матрицы $\|c_{jk}\| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$.

Второе, более точное приближение к интегралу получается делением частной области интегрирования на четыре части и применением формулы (3.2) к каждой из полученных областей (см. рис. 3.1, б):

$$Q_i = \sum_{m=0}^1 \sum_{n=0}^1 \frac{\Delta_i^2}{144} \sum_{j=-1}^1 \sum_{k=-1}^1 c_{jk} f(y_i^{(2m-1+j)}, z_i^{(2n-1+k)}), \quad (3.3)$$

где $y_i^{(2m-1+j)} = y_i^{(0)} + (2m-1+j)\Delta_i/4$;
 $z_i^{(2n-1+k)} = z_i^{(0)} + (2n-1+k)\Delta_i/4$.

Формула (3.2) получена для одного элементарного участка области интегрирования (см. рис. 3.1, а); для нее требуется девять

значений подынтегральной функции. Формула (3.3) охватывает четыре элементарных участка (см. рис. 3.1, б), здесь необходимо выполнить 16 дополнительных вычислений подынтегрального выражения по отношению к значениям, реализуемых в первом случае.

Сравнив два приближения (3.2) и (3.3), можно получить оценку точности интегрирования Q_i [3, 47]. Погрешность $(Q_i - A_i)$ более точного приближения Q_i к истинному значению интеграла A_i связана с разностью $(P_i - Q_i)$ соотношением $(Q_i - A_i) \approx (P_i - Q_i) / 3$.

Поскольку результирующее значение интеграла представляет собой сумму значений интегралов по частным областям, погрешность на частной области будет приемлемой, если выполняется условие

$$\frac{|P_i - Q_i|}{3} \leq \frac{\Delta_i^2 E_{\text{абс}}}{4R^2}, \quad (3.4)$$

где $E_{\text{абс}}$ — заданная абсолютная погрешность интегрирования по всей области. В этом случае приближение Q_i принимают в качестве значения интеграла A_i . В противном случае частную область разбивают на четыре части и применяют описанную процедуру последовательно к каждой из полученных частей. При этом используют значения подынтегральной функции, полученные на предыдущем этапе вычислений.

Критерий (3.4) достижения заданной точности интегрирования получен в предположении непрерывности производных интегрируемой функции первого и второго порядка. Подынтегральное выражение в (1.1) для сложных геометрических моделей, как правило, не удовлетворяет этому требованию. Поэтому на границах разрыва производных следует ограничивать процесс деления области интегрирования, устанавливая в адаптивной программе нижнюю границу для размера Δ_i частной области интегрирования.

В условии (3.4) используется значение допустимой абсолютной погрешности интегрирования $E_{\text{абс}}$. Если задана граница для относи-

тельной точности интегрирования $E_{\text{отн}}$, то рационально применять критерий вида

$$\frac{|P_i - Q_i|}{3} \leq \frac{\Delta_i^2 E_{\text{отн}} \left\{ Q_0 + \sum_{q=1}^i (Q_q - P_q) \right\}}{4R^2}, \quad (3.5)$$

где сумма в правой части выражения представляет собой текущую оценку интеграла, полученную на основе предыдущих вычислений. Эта оценка постоянно уточняется в процессе интегрирования.

Поскольку начальные оценки интеграла в (3.5) являются довольно грубыми, в адаптивной программе следует предусматривать принудительное деление области интегрирования, обеспечивающее интегрирование с шагом, не превышающим заданную верхнюю границу. Проведенные расчеты показали, что критерий сходимости (3.5) в ряде случаев не обеспечивает интегрирование с заданной точностью. Поэтому условие (3.5) целесообразно дополнить критерием вида $|P_i - Q_i|/3 \leq E_{\text{отн}} Q_i$, выравнивающим, в конечном итоге, распределение погрешности по области интегрирования.

Адаптивный кубатурный алгоритм формирует два двумерных массива данных — яркости $f(y_j, z_k)$ и глубины $x(y_j, z_k)$ сцены, где j, k — индексы узлов адаптивного ортогонального растра в картинной плоскости. Расчет импульсных характеристик заметности цели предусматривает дискретизацию массива запаздывания $t_{jk} = 2x(y_j, z_k)/c$ в соответствии с выбранным интервалом дискретизации $\Delta t_S = t_S/(M-1)$, где M — число отсчетов зондирующего импульса.

Уникальным результатом имитационного цифрового моделирования является выборка яркостей $F_{j,k} = 10 \lg [f(y_j, z_k)/f_{\text{max}}]$ объемом K , рассчитанных для элементов поверхности 3D-объекта с фиксированного ракурса (α, β) . Иными словами, в процессе численного интегрирования формируется двумерная диаграмма рассеяния (рис. 3.2). Декартовы координаты каждой точки диаграммы — это запаздывание t_{jk} и яркость F_{jk} дифференциально малого элемен-

та поверхности цели. Здесь f_{\max} — наибольшая яркость объекта локации с фиксированного ракурса (α, β). Логарифмическая шкала улучшает свойства выборочных оценок для статистик яркости и ее ПВ. Важно также отметить, что эффективное исследование статистик для такого рода отражательной характеристики возможно исключительно с помощью имитационного цифрового моделирования. Рассмотренную двумерную диаграмму рассеяния уместно назвать дальностным портретом 3D-объекта.

Анализ топологии дальностных портретов наземных и воздушных целей с различных ракурсов показал, что локальные участки интенсивного отражения на поверхности объекта локации соответствуют выбросам диаграммы рассеяния, т. е. относительно редким и аномально большим значениям яркости (см. рис. 3.2). Ясно, что выбросы формируют толстый правый «хвост» вероятностного распределения (рис. 3.3) и обуславливают наличие положительных асимметрии и эксцесса ПВ яркости.

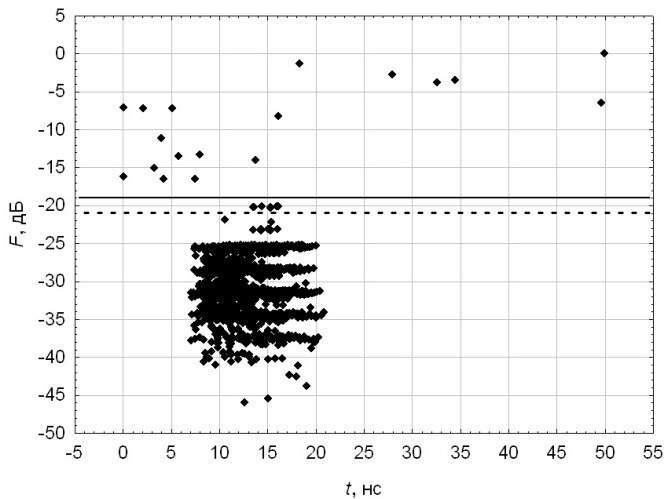


Рис. 3.2. Дальностный портрет самолета МиГ-23

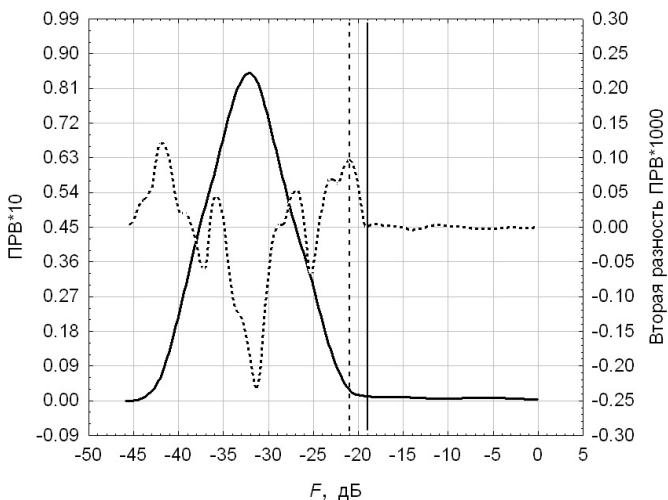


Рис. 3.3. Плотность распределения вероятности яркости самолета МиГ-23

3.2. МЕТОДЫ ВЫДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ИМПУЛЬСНОЙ ЭПР ЦЕЛИ

Выборочные оценки характеристик положения и масштаба, устойчивые к «загрязнению» вероятностных распределений [49], являются рациональным инструментом маркировки выбросов на диаграмме рассеяния яркости 3D-объекта. В частности, удобными для практического применения являются экспоненциально взвешенные оценки (ЭВО) Л.Д. Мешалкина [50] для вектора МО и ковариационной матрицы нормальной ПВ. В одномерном случае ЭВО МО m_λ и дисперсии σ_λ^2 распределения яркости цели представляют собой решение системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} m_\lambda = \frac{\sum_{j,k} w^\lambda(d_{j,k}) F_{j,k}}{\sum_{j,k} w^\lambda(d_{j,k})}; \\ \sigma_\lambda^2 = \frac{(1 + \lambda) \sum_{j,k} w^\lambda(d_{j,k}) (F_{j,k} - m_\lambda)^2}{\sum_{j,k} w^\lambda(d_{j,k})}. \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Здесь $\lambda > 0$ — параметр эффективности статистик; $w(d) = \exp(-d/2)$ — экспоненциальная весовая функция; $d_{j,k} = (F_{j,k} - m_\lambda)^2 / (2\sigma_\lambda^2)$ — одномерная метрика Махалонобиса.

Смысл λ -взвешенных оценок очевиден. Аномально большие значения яркости $F_{j,k}$ формируют большие расстояния $\sqrt{d_{j,k}}$, поэтому взвешиваются весами $w^\lambda(d_{j,k})$, достаточно малыми, чтобы не вносить значимый вклад в общую сумму. Иными словами, структура ЭВО обеспечивает автоматическое подавление выбросов данных, если $\lambda > 0$. В работах А.М. Шурыгина [51, 52] показано, что ЭВО являются оценками минимума контраста, т. е. обеспечивают наименьшее значение критерия $\sigma_\lambda^{-\lambda/(1+\lambda)} \sum_{j,k} w^\lambda(d_{j,k})$. Однако сниже-

ние эффективности ЭВО повышает их устойчивость к нарушению гипотезы нормальности ПВ.

Простейший итерационный алгоритм решения системы уравнений (3.6) состоит в применении метода последовательных приближений. В качестве начальных значений характеристик положения и масштаба удобно выбрать оценки максимального правдоподобия

$$\tilde{m} = \frac{1}{K} \sum_{j,k} F_{j,k}; \quad \tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{K} \sum_{j,k} (F_{j,k} - \tilde{m})^2, \quad (3.7)$$

где K — число узлов адаптивной сетки интегрирования в картинной плоскости для двумерной функции яркости объекта локации с фиксированного ракурса (α, β).

Оценки Мешалкина удобны для формирования дискриминантной границы, разделяющей кластер «типичных» значений яркости и ее выбросов на дальностном портрете цели (см. рис. 3.2). В качестве порога отсечения anomalно больших значений рационально выбрать величину $(m_\lambda + c\sigma_\lambda)$. Положительный множитель c определяет ширину зоны, ассоциированной с элементами поверхности 3D-объекта, формирующими «непрерывную» часть $h_{\text{cont}}(t | \alpha, \beta)$ его переходной характеристики.

Дополнительным инструментом для маркировки выбросов на дальностном портрете цели является гистограмма яркости, сглаженная сдвигом [38]. Эта оценка ПВ рассмотрена в подразд. 2.2.3 и представляет собой классическую гистограмму, сглаженную окном данных. В частности, удобной для практического применения является трижды взвешенное окно Епанечникова:

$$K(v) = \begin{cases} \frac{35(1-v^2)^3}{32}, & |v| \leq 1; \\ 0, & |v| > 1. \end{cases}$$

Такой выбор обеспечивает дважды дифференцируемую АШ-оценку, т. е. возможность эффективного поиска экстремумов кривизны ПВ. Как показывают результаты вычислительного эксперимента, эти экстремумы определяют порог отсечения толстого правого «хвоста» вероятностного распределения (см. рис. 3.3) и, в конечном итоге, формируют альтернативную границу выбросов на дальностном портрете цели (см. рис. 3.2).

В соответствии с представленными выше методиками выполнялось имитационное цифровое моделирование дальностных портретов триады целей. На рис. 3.2 и 3.3 представлены диаграмма рассеяния яркости и ее гистограмма, сглаженная сдвигом, для самолета МиГ-23 со штатным лакокрасочным камуфлирующим покрытием. Ракурс облучения-наблюдения объекта задавался углами $\alpha = \beta = 45^\circ$.

Расчет λ -взвешенных оценок МО и СКО выполнялся с помощью решения системы уравнений (3.6) методом последовательных

приближений. Типичный процесс сходимости итерационной процедуры поиска устойчивых статистик представлен на рис. 3.4. В качестве начального приближения (первая итерация) были выбраны оценки максимального правдоподобия (3.7). Маркеры «треугольник» и «круг» отвечают значениям параметра эффективности статистик $\lambda = 0,5$ и 1 соответственно. Светлые маркеры отображают процесс сходимости для МО m_λ , а темные — для СКО σ_λ . Расчеты ЭВО показали, что устойчивые характеристики положения и масштаба для яркостей триады целей на различных ракурсах не критичны к выбору значения параметра λ . В дальнейших вычислительных экспериментах было выбрано значение $\lambda = 1$.

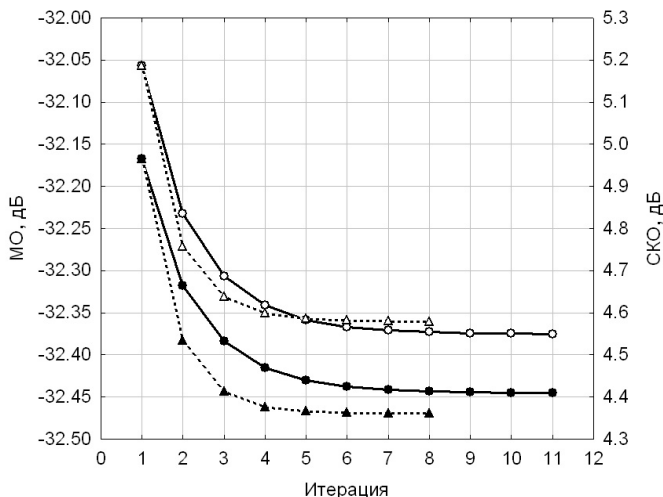


Рис. 3.4. Устойчивые статистики яркости самолета МиГ-23

Значения λ -взвешенных порогов $F_{\lambda,c} = m_\lambda + c\sigma_\lambda$ отсеечения anomalно больших значений яркости триады целей для нескольких ракурсов (α, β) представлены в табл. 3.1. Первые и вторые числа отвечают выбору зон $2\sigma_\lambda$ и $3\sigma_\lambda$, т. е. величинам $c = 2$ и 3 . Третье число в таблице соответствует альтернативному критерию выбора порога F_{ASH} по локальному экстремуму второй разности (кривизны)

ASH-оценки гистограммы яркости. При этом дополнительным условием выбора альтернативного порога является неравенство $P \geq 0,95$, где P — вероятность того, что яркость не превышает значения F_{ASH} .

Таблица 3.1.

Оценки порога яркости, дБ, для триады целей

Ракурс α ; β	Объект		
	МиГ-23	АН-64	Томahавк
22,2°; -11,03°	-23,31	-24,05	-18,70
	-18,47	-19,14	-15,15
	-21,12	-23,00	-13,31
45°; 45°	-23,56	-24,34	-26,17
	-19,15	-19,70	-21,38
	-20,83	-24,46	-22,48
59,64°; -40,79°	-22,55	-27,55	-27,79
	-18,09	-23,05	-23,12
	-20,82	-24,46	-24,43
67,5°; 0°	-27,87	-22,05	-21,30
	-23,30	-17,49	-16,13
	-25,50	-20,25	-17,64

Результаты расчетов дальностных портретов вертолета и крылатой ракеты, а также соответствующие им ASH-оценки гистограммы яркости объектов для ракурса $\alpha = \beta = 45^\circ$ иллюстрируют рис. 3.5–3.8. На диаграммах рассеяния пороги F_{ASH} и $F_{\lambda,3}$ изображены пунктирной и сплошной линиями соответственно. Отметим, что результаты имитационного моделирования ПХ и дальностного портрета сферы (рис. 3.9 и 3.10) подтверждают эффективность предложенной методики выделения структурных составляющих отражательных характеристики 3D-объекта. Сплошной линией на рис. 3.10 отмечен порог $F_{\lambda,2}$. Видно, что методика не идентифицирует наличие аномально больших выбросов на диаграмме рассеяния яркости сферы.

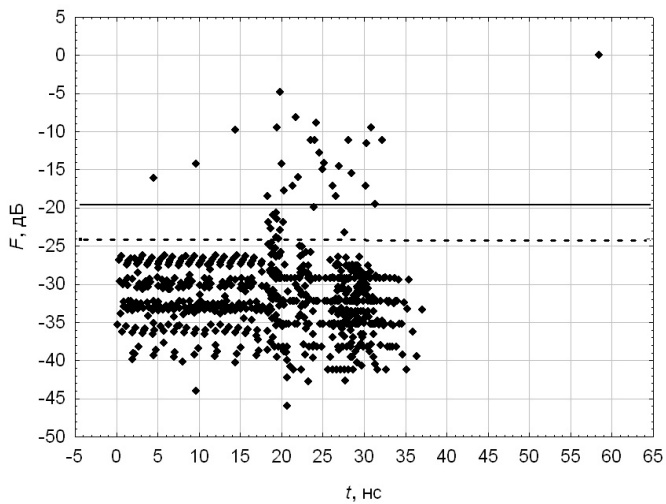


Рис. 3.5. Дальностной портрет вертолета АН-64

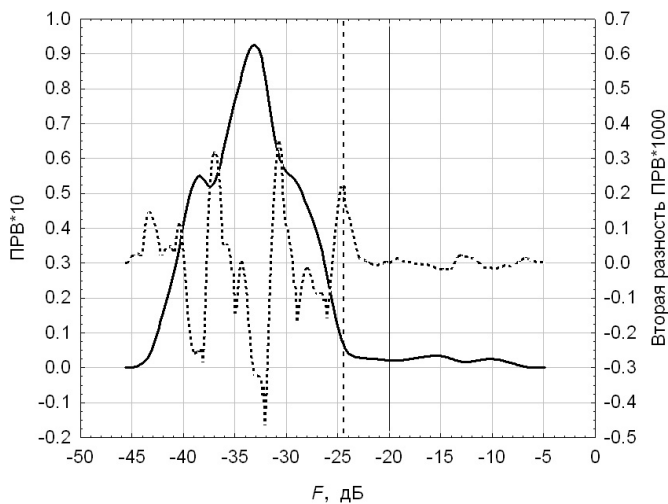


Рис. 3.6. Плотность распределения вероятности яркости вертолета АН-64

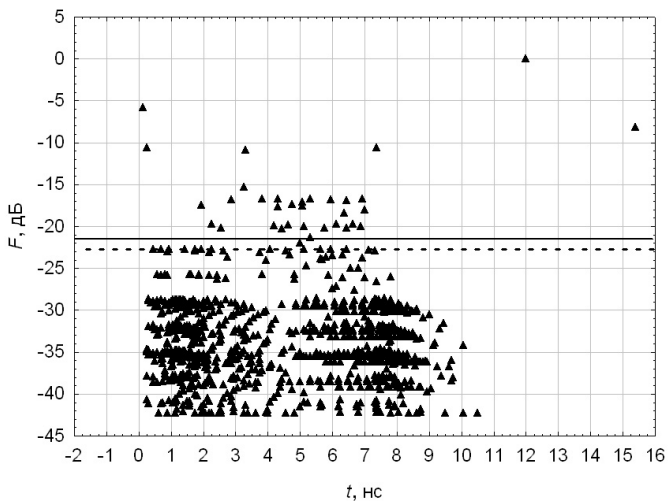


Рис. 3.7. Дальностный портрет ракеты Tomahawk

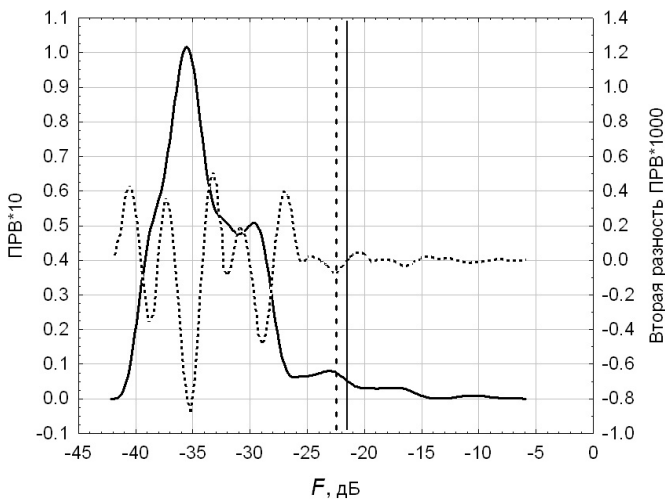


Рис. 3.8. Плотность распределения вероятности яркости ракеты Tomahawk

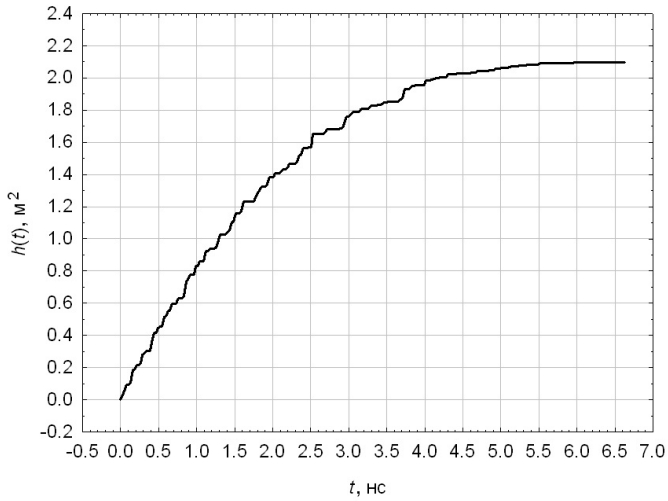


Рис. 3.9. Переходная характеристика сферы

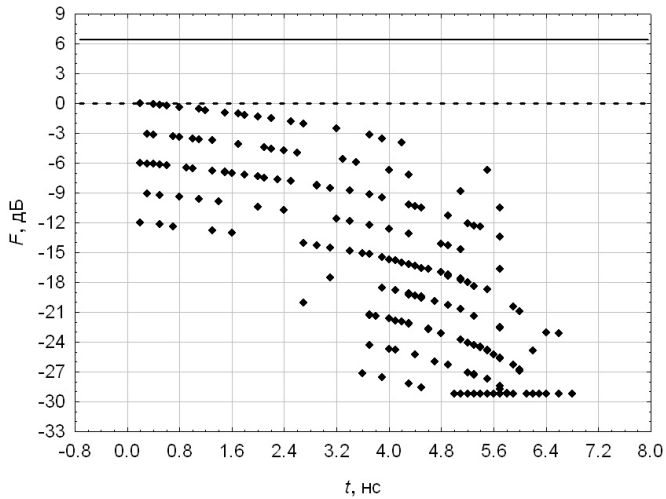


Рис. 3.10. Дальностный портрет сферы

Сравнительный анализ характеристик положения и масштаба дальностных портретов триады целей для различных ракурсов (α, β) показывает, что кластеры «типичных» значений разнесены по времени, но перекрываются по значениям яркости, локализуясь в диапазоне относительных величин $-25 \dots -45$ дБ. Напротив, для различных объектов множества аномально больших выбросов различаются по их количеству, величинам яркости и временному положению. Ясно, что такого рода признаки «разрывной» части ПХ могут быть положены в основу распознавания триады целей.

Выделение структурных составляющих импульсной ЭПР объекта локации выполняют в соответствии с формулами

$$A_{t_S, \text{cont}}(t | \alpha, \beta) = \sum_{j,k} \delta_{j,k} f_{j,k} i_S(t - t_{j,k});$$

$$A_{t_S, \text{dick}}(t | \alpha, \beta) = \sum_{j,k} (1 - \delta_{j,k}) f_{j,k} i_S(t - t_{j,k});$$

$$\delta_{j,k} = \begin{cases} 1, & f_{j,k} \leq f_\lambda; \\ 0, & f_{j,k} > f_\lambda, \end{cases} \quad f_\lambda = f_{\max} 10^{E_{\lambda,c}/10},$$

где $\delta_{j,k}$ — индикатор кластера типичных значений яркости цели. На рис. 3.11 и 3.12 представлены структурные составляющие им-

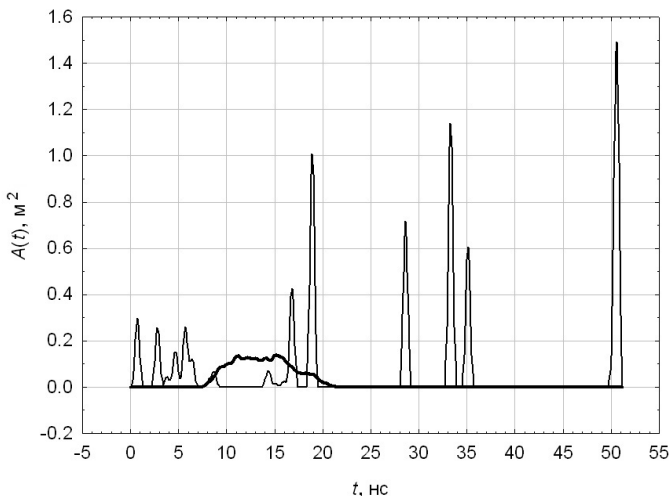


Рис. 3.11. Структурные составляющие импульсной ЭПР самолета МиГ-23

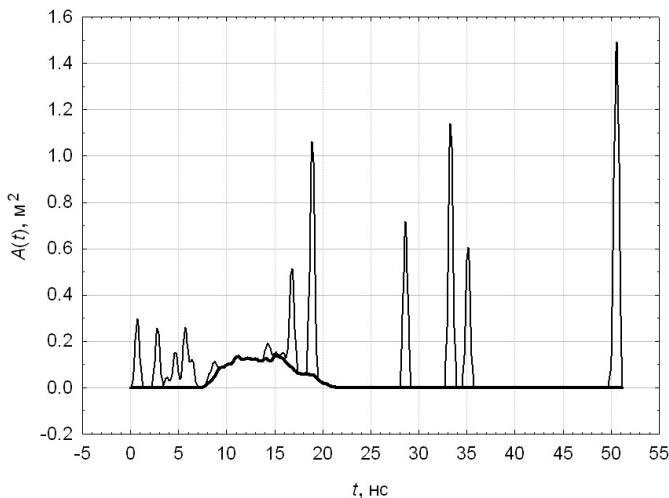


Рис. 3.12. Импульсная ЭПР и ее непрерывная часть для самолета МиГ-23

пульсной ЭПР самолета МиГ-23 для ракурса $\alpha = \beta = 45^\circ$. Непрерывная часть ЭПР изображена толстой сплошной линией. В качестве порога маркировки выбросов на дальностном портрете принимали величину F_{ASH} .

3.3. РЕКОНСТРУКЦИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ЭПР ЦЕЛИ В ОДНОПОЗИЦИОННОЙ ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

В процессе проектирования модулей поддержки принятия решений в лазерно-телевизионных системах различного назначения возникает необходимость в формировании экспертной модели в виде набора информативных признаков для надежного распознавания и классификации целей. Рациональной информационной и методической основой решения этой задачи является представительная база данных, полученная в результате имитационного математичес-

кого моделирования отраженных сигналов, и цифровая обработка результатов адекватного вычислительного эксперимента. Однако аппаратная реализация необходимых характеристик приемопередаточных блоков лоатора сопряжена с рядом проблем технического и экономического характера.

В частности, результаты компьютерного моделирования показывают [1], что временной профиль импульсной ЭПР утрачивает информацию о положении областей интенсивного отражения на поверхности 3D-объекта, если длительность зондирующего импульса превышает 5 нс. Иными словами, аппаратное выделение структурных составляющих отражательных характеристик целей [53] приводит к необходимости обработки сверхширокополосных сигналов. Это не всегда оправдано по критерию цена — качество системы.

Один из рациональных способов решения указанной проблемы состоит в применении блоков цифровой обработки сигналов (ЦОС), измеренных лоатором для зондирующих импульсов относительно небольшой длительности. С этой точки зрения процедуру восстановления структурных составляющих импульсной или переходной характеристики объекта локации удобно представить в виде последовательности трех этапов ЦОС:

- коррекции временного профиля импульсной ЭПР;
- выделения ее структурных составляющих;
- оценки параметров полигауссовской модели «разрывной» части переходной характеристики цели.

В данном разделе рассмотрена методика интеллектуального анализа структурных составляющих отражательных характеристик 3D-объекта в однопозиционной системе лазерной локации.

3.3.1. Коррекция временного профиля импульсной ЭПР

В разд. 1.1 было показано, что временной профиль $A_{I_S}(t | \alpha, \beta)$ импульсной ЭПР является суммой двух структурных составляющих [53]:

$$A_{I_S}(t | \alpha, \beta) = A_{I_S, \text{cont}}(t | \alpha, \beta) + A_{I_S, \text{disc}}(t | \alpha, \beta). \quad (3.8)$$

Первая непрерывная и дифференцируемая компонента

$$A_{t_S, \text{cont}}(t | \alpha, \beta) = \int_{V_{\min}(t)}^{V_{\max}(t)} i_S(v) d_{\text{cont}}(t - v | \alpha, \beta) dv \quad (3.9)$$

представляет собой свертку импульсной характеристики $d_{\text{cont}}(t | \alpha, \beta)$ цели с нормированным зондирующим импульсом $\max_t \{i_S(t)\} = 1$ заданной формы $i_S(t)$ и конечной длительности t_S .

Здесь α, β — сферические углы, задающие направление наблюдения-облучения (ракурса) объекта локации. В дальнейшем для сокращения записи там, где это не вызвано необходимостью, зависимость соответствующих характеристик цели от ракурса (α, β) будем опускать. Пределы интегрирования имеют вид

$$V_{\min}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < T; \\ t - T, & T \leq t \leq T + t_S, \end{cases}$$

$$V_{\max}(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < t_S; \\ t_S, & t_S \leq t \leq T + t_S, \end{cases}$$

где $cT(\alpha, \beta)/2$ — глубина сцены с фиксированного ракурса; c — скорость света. Физически непрерывная составляющая обусловлена рассеянием лазерного излучения гладкой (регулярной) частью поверхности 3D-объекта. Левый и правый сегменты импульсной характеристики $d_{\text{cont}}(t)$ удобно дополнить нулями на интервалах времени $[-t_S, 0]$ и $[T, T + t_S]$. В этом случае пределы интегрирования в выражении (3.9) становятся постоянными от нуля до t_S .

Вторая «разрывная» компонента

$$A_{t_S, \text{disc}}(t | \alpha, \beta) = \sum_{n=1}^N A_n^{(S)} i_S(t - T_n^{(S)}), \quad T_1^{(S)} < T_2^{(S)} < \dots < T_N^{(S)} \quad (3.10)$$

представляет собой хронологическую последовательность зондирующих импульсов. Физически эта составляющая обусловлена наличием на поверхности цели локальных участков интенсивного отражения. Подобные «блестящие» области обладают важными информативными признаками в виде их количества $N(\alpha, \beta)$, значений парциальных ЭПР $A_n^{(S)}(\alpha, \beta)$ и удалений $cT_n^{(S)}(\alpha, \beta)/2$ областей относительно локатора.

Ясно, что такого рода информация о цели утрачивается по мере увеличения длительности t_S зондирующего импульса. Этот эффект иллюстрирует рис. 3.13, на котором представлены результаты имитационного цифрового моделирования временных профилей импульсной ЭПР самолета МиГ-23 со штатным лакокрасочным камуфлирующим покрытием [1] для ракурса наблюдения-облучения $\alpha = \beta = 45^\circ$. Тонкая 1 и толстая 2 линии на рисунке изображают ЭПР для длительностей гауссовского зондирующего импульса 1 и 5 нс (по уровню 0,1 от максимума) соответственно.

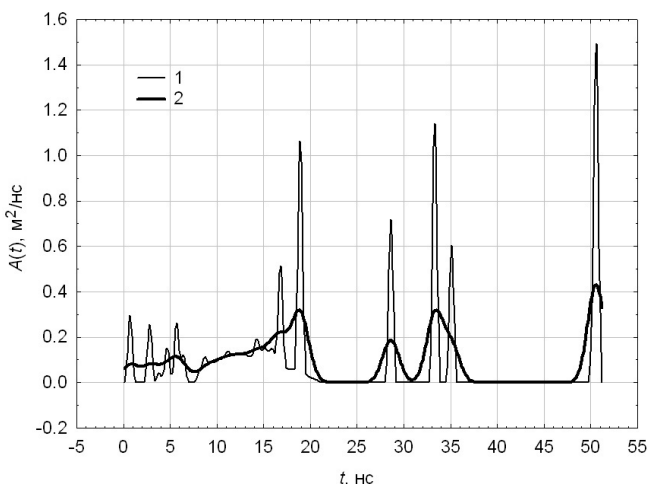


Рис. 3.13. Импульсные ЭПР самолета МиГ-23 для зондирующего импульса различной длительности:
1 — 1 нс; 2 — 5 нс

Один из вариантов решения подобной проблемы состоит в коррекции временного профиля ЭПР методом обращения свертки [37]. Гауссовский зондирующий импульс $i_{S,2}(t)$ относительно небольшой длительности, например $t_{S,2} = 5$ нс, представим в виде свертки:

$$i_{S,2}(t) = \int_0^{\tau_S} g_S(v) i_{S,1}(t-v) dv, \quad (3.11)$$

достаточно короткого импульса $i_{S,1}(t)$ длительностью, например,

$t_{S1} = 1$ нс, и интегрированной с единицей $\int_0^{\tau_S} g_S(t) dt = 1$ гауссовской аппаратной функции $g_S(t)$ длительностью $\tau_S = t_{S,2} - t_{S,1}$. Здесь, как и ранее, левый и правый сегменты импульса $i_{S,1}(t)$ дополнены нулями на интервалах времени $[-\tau_S, 0]$ и $[t_{S,1}, t_{S,1} + \tau_S]$.

В результате подстановки формулы (3.11) в выражения (3.9) и (3.10) для структурных компонент импульсной ЭПР и изменения порядка операций суммирования и интегрирования с учетом формулы (3.8) и несложных преобразований получим интегральное уравнение Фредгольма первого рода:

$$\int_0^{\tau_S} g_S(v) A_{t_{S,1}}(t-v) dv = A_{t_{S,2}}(t) \quad (3.12)$$

для измеренной $A_{t_{S,2}}(t)$, $0 \leq t \leq T + t_{S,2}$ и восстанавливаемой $A_{t_{S,1}}(t)$, $0 \leq t \leq T + t_{S,1}$ отражательных характеристик 3D-объекта. Метод обращения свертки состоит в замене интеграла (3.12) его квадратурным приближением

$$\sum_{k=0}^M g_S \{ (m-k)\Delta t \} \Delta t A_{t_{S,1}}(k\Delta t) = A_{t_{S,2}}(m\Delta t), \quad m = 0, \dots, M.$$

Полученные оценки рационально интерпретировать как систему линейных алгебраических уравнений относительно дискретной модели $A_{t_{S,1}}(m\Delta t)$ ($m = 0, \dots, M$) временного профиля импульсной ЭПР. Здесь M и $\Delta t = (T + t_{S,2})/M$ — число интервалов дискретизации и их величина для ЭПР $A_{t_{S,2}}(t)$, заданной набором значений $a_{m,2} = A_{t_{S,2}}(m\Delta t)$.

Систему уравнений относительно отсчетов $a_{m,1} = A_{t_{S,1}}(m\Delta t)$, $m = 0, \dots, M$ восстанавливаемой ЭПР $A_{t_{S,1}}(t)$ удобно представить в матричной форме:

$$G \vec{a}_1 = \vec{a}_2, \quad \vec{a}_1 = (a_{0,1}, \dots, a_{M,1})^T, \quad \vec{a}_2 = (a_{0,2}, \dots, a_{M,2})^T,$$

где $G = \{g_{k,m}\}$ ($k, m = 0, \dots, M$) — симметричная ленточная матрица

Грина размером $(M + 1) \times (M + 1)$. В соответствии с теоремой Мичелли гауссовские веса

$$g_{km} = \begin{cases} g_s \{(k - m)\Delta t\} \Delta t, & |k - m| \leq L; \\ 0, & |k - m| > L, \end{cases} \quad L = \frac{\tau_s}{2\Delta t},$$

обеспечивают несингулярность матрицы G , т. е. ее обратимость.

Для устранения искажений дискретной модели \vec{a}_1 ЭПР в процессе ее реконструкции левые и правые сегменты векторов \vec{a}_1 , \vec{a}_2 и матрицу Грина G дополняют нулевыми элементами

$$\vec{b}_j = (\vec{z}_L^T \quad \vec{a}_j^T \quad \vec{z}_L^T)^T \quad (j = 1, 2) \quad F = (Z_L \quad G \quad Z_L),$$

где \vec{z}_L — вектор-столбец, содержащий L нулей; Z_L — матрица размером $(M + 1) \times L$, содержащая нулевые элементы.

Численное решение полученной системы уравнений $F\vec{b}_1 = \vec{b}_2$ находят, например, с помощью итерационного алгоритма Гаусса — Зейделя [37, с. 138]:

$$\begin{aligned} \vec{b}_1 [i] &= \vec{b}_1 [i - 1] + \mu \vec{E} [i - 1]; \quad \vec{E} [i - 1] = \vec{b}_2 - F\vec{b}_1 [i - 1] \\ &(i = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (3.13)$$

и ограничений типа неравенств

$$a_{1,1} \geq 0, \dots, a_{M,1} \geq 0,$$

где i — номер итерации; $1 \leq \mu \leq 2$ — параметр скорости сходимости алгоритма. Вычисления продолжают, если выполняются критерии наибольшего числа итераций $i \leq I_{\max}$ и заметного изменения СКО

$$|e[i + 1] - e[i]| > \varepsilon_1 e[i], \quad e[i] = \|\vec{E}[i]\|^2,$$

где $\varepsilon_1 > 0$ — заданный пользователем уровень значимости. В качестве начального приближения $\vec{a}_1[0]$ реконструируемой ЭПР естественно выбрать ее измеренную дискретную модель \vec{a}_2 .

На рис. 3.14 представлены результаты коррекции временного профиля $A_{t_s,2}(t)$ ЭПР самолета МиГ-23, рассчитанного для ракурса $\alpha = \beta = 45^\circ$ и гауссовского зондирующего импульса длительно-

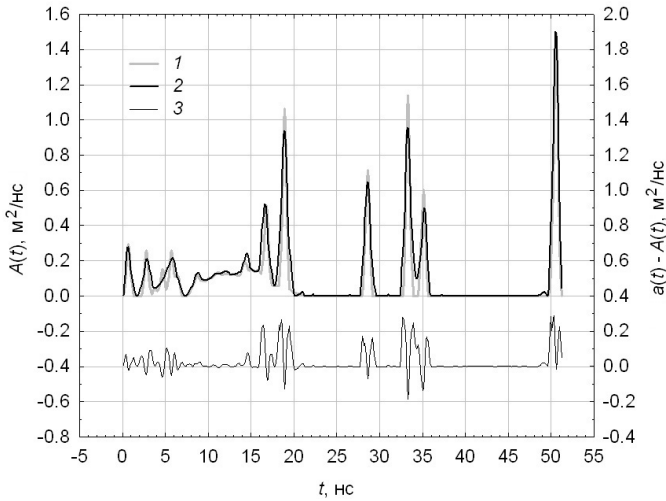


Рис. 3.14. Импульсная ЭПР:

1 — исходная; 2 — реконструированная; 3 — ошибка восстановления временного профиля

стью $t_{s,2} = 5$ нс. Восстановление импульсной ЭПР $A_{t_{s,1}}(t)$, соответствующей зондирующему импульсу длительностью $t_{s,1} = 1$ нс, выполнялось с помощью итерационного алгоритма (3.13) со следующими параметрами: интервал дискретизации $\Delta t = 0,1$ нс; объем выборки $M = 512$; параметр скорости сходимости $\mu = 1,5$; наибольшее число итераций $I_{\max} = 50$; допуск изменения СКО $\varepsilon_1 = 0,0001$. Тонкая 1 и толстая 2 сплошные линии на рис. 3.14 изображают результаты соответственно имитационного цифрового моделирования импульсной ЭПР $A_{t_{s,1}}(t)$ и ее реконструкцию $a_{t_{s,1}}(t)$ в масштабе левой шкалы. Кривая 3 изображает погрешность $A_{t_{s,1}}(t) - a_{t_{s,1}}(t)$ восстановления временного профиля ЭПР в масштабе правой шкалы.

Рассмотренная выше методика позволила правильно реконструировать 10 из 12 импульсов разрывной составляющей ЭПР (3.10). Исключением были два импульса во временном интервале 4...7 нс, восстановленные как один импульс. Процесс сходимости

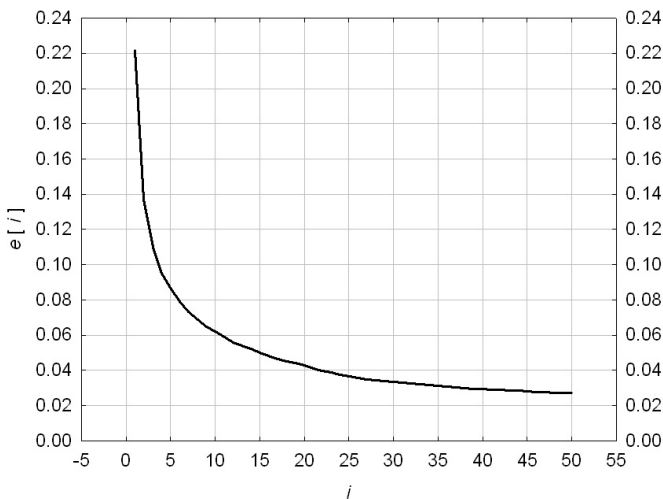


Рис. 3.15. Сходимость рекуррентного алгоритма обращения свертки

алгоритма (3.13) по критерию СКО $e[i]$, $i = 1, 2, \dots$ проиллюстрирован на рис. 3.15.

3.3.2. Структурные составляющие импульсной ЭПР

Результаты коррекции умеренно сглаженного временного профиля $A_{i_{S,2}}(t)$ ЭПР наглядно показывают принципиальную возможность идентификации параметров структурных компонент переходной характеристики 3D-объекта. В частности, запаздывание $T_n^{(S,1)}$ хронологической последовательности зондирующих импульсов $i_{S,1}(t - T_n^{(S,1)})$ ($n = 1, \dots, N$) для модели (3.10) «разрывной» составляющей $A_{i_{S,1},disc}(t)$ удастся оценить с помощью анализа положения точек перегиба реконструированной импульсной ЭПР [54]. Необходимую для этого вторую производную сигнала $a_{i_{S,1}}(m\Delta t)$ ($m = 0, \dots, M$) рационально рассчитывать с помощью локально взвешенной квадратичной регрессии, например, на основе цифровой модели наименьших квадратов, взвешенных расстоянием [55].

В рамках такого подхода сигнал $a_{t_{S,1}}(m\Delta t)$ ($m = 0, \dots, M$) предварительно сглаживают достаточно коротким гауссовским импульсом $i_{S,3}(t)$ длительностью $t_{S,3}$:

$$a_{t_{S,3}}(m\Delta t) = \sum_{k=0}^K i_{S,3}(k\Delta t) a_{t_{S,1}}[(m-k)\Delta t], \quad K = i_{S,3}/\Delta t.$$

Значения $a_{t_{S,3}}(k\Delta t)$, полученные для дискретных отсчетов времени $m - J \leq k \leq m + J$, аппроксимируют полиномом второй степени:

$$\tilde{a}_{t_{S,3}}(k\Delta t | m) = p_0(m) + p_1(m)j + p_2(m)j^2, \quad j = k - m. \quad (3.14)$$

Текущие оптимальные коэффициенты полинома

$$\vec{P}(m) = \{p_0(m), p_1(m), p_2(m)\}^T$$

выбирают из условия минимума взвешенной СКО аппроксимации

$$E \left\{ \vec{P}(m) \right\} = \min \left[\sum_{j=-J}^J w(j) \left[\tilde{a}_{t_{S,3}}(k\Delta t | m) - a_{t_{S,3}}(k\Delta t) \right]^2 \right],$$

$$w(j) = \frac{\theta \exp(-\vartheta \sqrt{\gamma})}{1 + \theta \exp(-\vartheta \sqrt{\gamma}) j^2},$$

где $\theta > 0$ и $\vartheta > 0$ — эмпирические коэффициенты; $(1 + 2J)\Delta t$ и γ — временной интервал и параметр сглаживания сигнала. Вес $w(j)$ СКО обратно пропорционален относительному времени $j\Delta t$. Поэтому значимый вклад в оценку коэффициентов локальной квадратичной регрессии $\tilde{a}_{t_{S,3}}(k\Delta t | m)$ вносят лишь те наблюдения $a_{t_{S,3}}(k\Delta t)$, $|k - m| \leq J$, для которых отсчеты времени $k\Delta t$ близки к текущему моменту $m\Delta t$ по критерию веса $w(j)$.

Минимизация указанной выше целевой функции приводится к системе нормальных линейных уравнений $C(m)\vec{P}(m) = \vec{D}(m)$, где

$C(m)$ и $\vec{D}(m)$ — взвешенные расстоянием корреляционная матрица регрессора

$$C(m) = \begin{bmatrix} c_0(m) & c_1(m) & c_2(m) \\ c_1(m) & c_2(m) & c_3(m) \\ c_2(m) & c_3(m) & c_4(m) \end{bmatrix}, \quad c_n(m) = \sum_{j=-J}^J j^n w(j), \quad n = 0, \dots, 4,$$

и корреляционный вектор данных

$$\vec{D}(m) = (d_0(m) \quad d_1(m) \quad d_2(m))^T;$$

$$d_n(m) = \sum_{j=-J}^J j^n w(j) a_{t_{S,3}}(k\Delta t), \quad n = 0, 1, 2.$$

Оценка второй производной сигнала $a_{t_{S,1}}(m\Delta t)$ ($m = 0, \dots, M$), основанная на его регрессионной модели (3.14), очевидно, имеет вид

$$\frac{d^2}{dt^2} [a_{t_{S,1}}(t)]|_{t=m\Delta t} = 2p_2(m) = \frac{\begin{vmatrix} c_0(m) & c_1(m) & d_0(m) \\ c_1(m) & c_2(m) & d_1(m) \\ c_2(m) & c_3(m) & d_2(m) \end{vmatrix}}{\det \{C(m)\}}. \quad (3.15)$$

На рис. 3.16 представлены реконструированный временной профиль $a_{t_{S,1}}(t)$ (линия 1 в масштабе левой шкалы) и результаты расчета по формуле (3.15) второй производной (линия 2 в масштабе правой шкалы) импульсной ЭПР самолета МиГ-23. Вычисления выполнялись для следующих параметров предварительного сглаживания $K = 8$ и локально взвешенной квадратичной регрессии: $\theta = 0,1706$; $\vartheta = -9,5314$; $\gamma = 0,5$; $J = 4$.

Положение точек перегиба импульсной ЭПР $A_{t_{S,1}}(t)$ определяют по фактам $p_2(m-1)p_2(m) < 0$, $m = 1, \dots, M$ пересечения второй производной нулевого уровня. Дополнительное условие $a_{t_{S,1}}(t) > \max_t [a_{t_{S,1}}(t)]/R$ позволяет не учитывать точки перегиба на уровне шумов сигнала. Рис. 3.17 иллюстрирует результаты

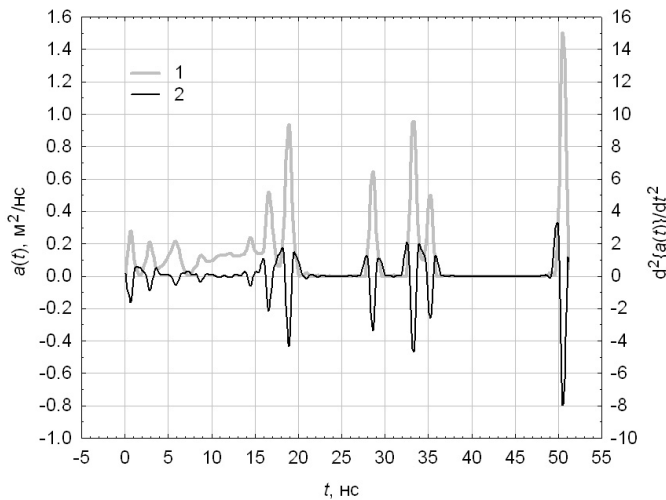


Рис. 3.16. Импульсная ЭПР:

1 — реконструированная; 2 — вторая производная временного профиля

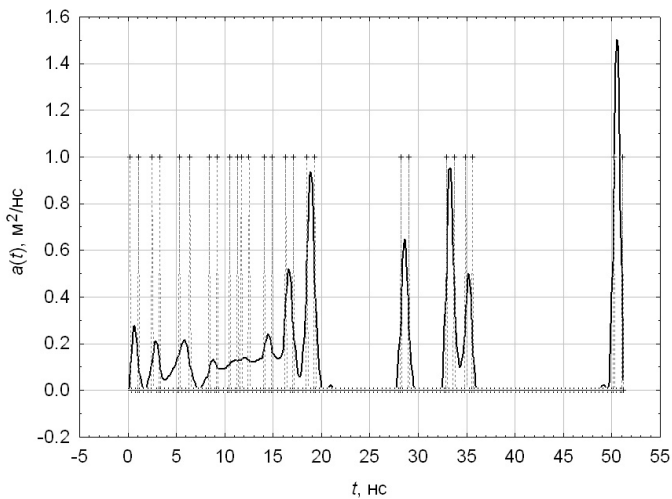


Рис. 3.17. Временное положение точек перегиба импульсной ЭПР

идентификации интервалов $[t_{2n-1}^{(S)}, t_{2n}^{(S)}]$, определяющих временное положение импульсов $i_S(t - T_n^{(S)})$, $n = 1, \dots, 11$ разрывной компоненты (3.10) ЭПР самолета МиГ-23. Оценки получены для уровня ослабления $R = 50$.

Прореживание значений сигнала $a_{i_{S,1}}(t)$ и его последующая линейная интерполяция на интервалах $[t_{2n-1}^{(S)}, t_{2n}^{(S)}]$, $n = 1, \dots, N$, позволяют выделить непрерывную структурную составляющую $a_{i_{S,1,cont}}(t)$ реконструированного временного профиля ЭПР. Очевидно, что «разрывную» компоненту рассчитывают по формуле $a_{i_{S,1,disc}}(t) = a_{i_{S,1}}(t) - a_{i_{S,1,cont}}(t)$. Результаты такой процедуры оценки структурных составляющих импульсной ЭПР самолета МиГ-23, восстановленной для длительности гауссовского зондирующего импульса 1 нс и ракурса $\alpha = \beta = 45^\circ$, представлены на рис. 3.18. Кривая 1 на рисунке изображает непрерывную компоненту ЭПР, кривая 2 — разрывную. Ложный фрагмент непрерывной составляющей на интервале 2...7 нс обусловлен погрешностями коррекции импульсной ЭПР (см. рис. 3.14).

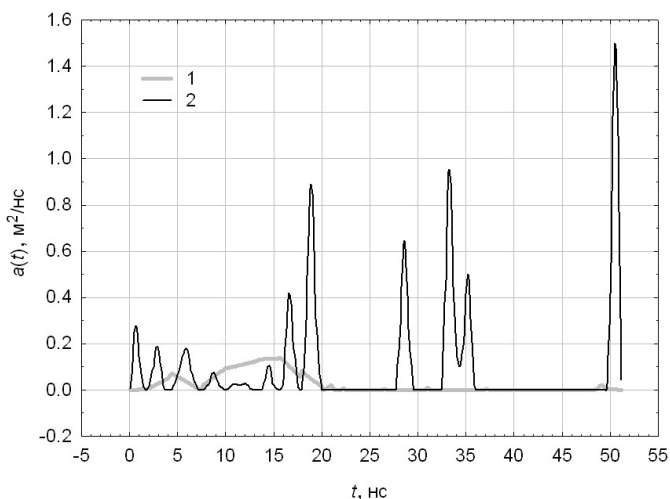


Рис. 3.18. Структурные составляющие импульсной ЭПР самолета МиГ-23: 1 — непрерывная; 2 — разрывная

3.3.3. Полигауссовская модель разрывной составляющей переходной характеристики цели

Параметрическое описание разрывной компоненты импульсной ЭПР позволяет решать практически важные задачи синтеза и анализа лазерных систем:

- цифровое моделирование локационных сигналов в режиме реального времени;
- формирование информативных признаков для распознавания и классификации целей.

Физически интерпретируемой является, например, полигауссовская модель [54] разрывной части временного профиля ЭПР

$$A_{t_S, \text{disc}}(t) = \sum_{n=1}^N A_n i_S(t - T_n), \quad i_S(t) = \exp \left[- \left(\frac{1-2t}{t_S} \right)^2 \ln 10 \right],$$

где N — число областей интенсивного отражения; A_n и $cT_n/2$ — ЭПР n -й области и ее удаление от локатора. Однако в рамках сформулированных выше задач рационально аппроксимировать разрывную составляющую временного профиля ЭПР, нормированную по площади:

$$f(t) = \frac{a_{t_S, \text{disc}}(t)}{A_0}, \quad A_0 = \int_0^{T+t_S} a_{t_S, \text{disc}}(t) dt.$$

Эффективной, на наш взгляд, является модель конечной смеси

$$\tilde{f}(t | \vec{p}) = \sum_{n=1}^N W_n \tilde{f}_n(t | T_n, \sigma_n), \quad \sum_{n=1}^N W_n = 1, \quad (3.16)$$

например, гауссовских парциальных импульсных ЭПР

$$\tilde{f}_n(t | T_n, \sigma_n) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \frac{D_n^2(t)}{2} \right], \quad D_n(t) = \frac{t - T_n}{\sigma_n}.$$

Здесь $\vec{p} = (W_1, \dots, W_N, T_1, \dots, T_N, \dots, \sigma_1, \dots, \sigma_N)$ — вектор параметров модели. Веса W_n , а также характеристики положения T_n и мас-

штаба σ_n ($n = 1, \dots, N$) парциальных импульсов удобно оценивать с помощью модифицированного EM-алгоритма [56]. В рамках такого подхода стандартной целью обучения модели (3.16) является максимизация функционала правдоподобия Фишера

$$\bar{p} \Big|_{\text{opt}} = \text{Arg max}_{\bar{p}} [L(\bar{p})], \quad L(\bar{p}) = \int_0^{T+t_S} \ln [\tilde{f}(t | \bar{p})] f(t) dt. \quad (3.17)$$

На наш взгляд, рациональной целью обучения является также минимизация функционала расстояния Бхатачария

$$\bar{p} \Big|_{\text{opt}} = \text{Arg min}_{\bar{p}} [D(\bar{p})], \quad D(\bar{p}) = - \ln \left[\int_0^{T+t_S} \sqrt{\tilde{f}(t | \bar{p}) f(t)} dt \right]. \quad (3.18)$$

Решение этих задач условной оптимизации дает систему нелинейных уравнений [56] относительно параметров \bar{p} импульсных ЭПР блестящих областей:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_n = \frac{1}{R(\bar{p})} \int_0^{T+t_S} W(n | t, \bar{p}) r(t | \bar{p}) dt; \\ T_n = \frac{1}{W_n R(\bar{p})} \int_0^{T+t_S} t W(n | t, \bar{p}) r(t | \bar{p}) dt; \\ \sigma_n^2 = \frac{1}{W_n R(\bar{p})} \int_0^{T+t_S} t^2 W(n | t, \bar{p}) r(t | \bar{p}) dt - T_n^2. \end{array} \right. \quad (n = 1, \dots, N) \quad (3.19)$$

Здесь $r(t | \bar{p})$ — весовая функция, определяемая функционалом качества оценок параметров смеси,

$$r(t | \bar{p}) = \begin{cases} f(t) & \text{для правдоподобия;} \\ \sqrt{\tilde{f}(t | \bar{p}) f(t)} & \text{для расстояния;} \end{cases} \quad R(\bar{p}) = \int_0^{T+t_S} r(t | \bar{p}) dt;$$

$W(n | t, \bar{p}) = W_n \tilde{f}_n(t | T_n, \sigma_n) / \tilde{f}(t | \bar{p})$ — апостериорный вес (надежность) ассоциации текущего отсчета $f(t)$ нормированной разрывной

составляющей импульсной ЭПР с n -й областью интенсивного отражения на поверхности 3D-объекта. Отметим, что апостериорные веса реализуют механизм автоматической *мягкой* классификации отсчетов ЭПР по соответствующим отражающим областям на поверхности цели. Оценивая надежность всех возможных гипотез, модель (3.16) можно назвать адаптивной. Иными словами, модель способна подстраивать свои параметры к изменению ракурса наблюдения объекта локации.

Каноническая форма системы уравнений (3.19) позволят получить ее решение с помощью простейшего численного метода последовательных приближений. Соответствующий пошаговый алгоритм представлен в приложении 2. В качестве начальных приближений параметров модели (3.16) рационально выбрать следующие [54]:

$$T_n[0] = \frac{\tau_{2n-1}^{(S)} + \tau_{2n}^{(S)}}{2}; \quad \sigma_n[0] = \frac{\tau_{2n}^{(S)} - \tau_{2n-1}^{(S)}}{2};$$

$$w_n[0] = \int_{T_n[0]-3\sigma_n[0]}^{T_n[0]+3\sigma_n[0]} f(t) dt; \quad W_n[0] = \frac{w_n[0]}{\sum_{k=1}^N w_k[0]} \quad (n = 1, \dots, N).$$

Оценки максимального правдоподобия параметров полигаусовской модели (3.16) для реконструированной разрывной составляющей $a_{t_{S,1}, \text{disc}}(t)$ импульсной ЭПР самолета МиГ-23 представлены в табл. 3.2.

Соответствующие модельные приближения $A_0 \tilde{f}(t | \bar{p})$ показаны на рис. 3.19. Кривые 1 в масштабе левой шкалы отвечают начальному приближению параметров (рис. 3.19, а) и десятой итерации — (рис. 3.19, б). Кривые 2 в масштабе правой шкалы иллюстрируют заметное снижение погрешностей аппроксимации $e(t) = a_{t_{S,1}, \text{disc}}(t) - A_0 \tilde{f}(t | \bar{p})$. Процесс сходимости модифицированного EM-алгоритма, основанного на критерии правдоподобия (3.17), демонстрирует рис. 3.20. Сходимость алгоритма достигается практически за три итерации обучения модели.

В табл. 3.2 также представлены оценки параметров полигаусовской модели, полученные с помощью критерия минимума рас-

Таблица 3.2

**Оптимальные оценки параметров полигауссовской модели
импульсной ЭПР**

n	Начальное приближение			Правдоподобие			Расстояние		
	$L(\bar{p}[0]) = -2,536\ 725$ $D(\bar{p}[0]) = 0,020\ 404$			$L(\bar{p}[10]) = -2,491\ 977$ $D(\bar{p}[10]) = 0,006\ 346$			$L(\bar{p}[10]) = -2,495\ 230$ $D(\bar{p}[10]) = 0,006\ 431$		
	$W_n[0]$	$T_n[0]$	$\sigma_n[0]$	$W_n[0]$	$T_n[0]$	$\sigma_n[0]$	$W_n[0]$	$T_n[0]$	$\sigma_n[0]$
1	0,041 037	0,65	0,38	0,041 126	0,71	0,29	0,040 816	0,72	0,27
2	0,032 732	2,90	0,33	0,032 802	2,81	0,34	0,032 772	2,81	0,33
3	0,046 987	5,85	0,46	0,047 153	5,79	0,52	0,047 245	5,79	0,50
4	0,013 909	8,80	0,33	0,013 921	8,74	0,38	0,013 926	8,74	0,37
5	0,007 037	10,90	0,33	0,004 936	10,96	0,34	0,004 797	10,96	0,31
6	0,006 049	12,10	0,33	0,004 200	12,01	0,27	0,004 098	12,01	0,25
7	0,015 677	14,50	0,33	0,015 512	14,49	0,28	0,015 446	14,49	0,27
8	0,071 579	16,70	0,33	0,071 870	16,67	0,34	0,072 093	16,67	0,32
9	0,160 965	18,90	0,33	0,161 619	18,90	0,36	0,162 425	18,91	0,35
10	0,110 003	28,60	0,33	0,110 450	28,60	0,34	0,110 594	28,60	0,33
11	0,172 804	33,30	0,33	0,171 981	33,31	0,36	0,171 755	33,31	0,35
12	0,083 061	35,25	0,29	0,084 923	35,13	0,35	0,084 391	35,13	0,33
13	0,238 159	50,65	0,37	0,239 125	50,52	0,30	0,239 128	50,51	0,29

стояния (3.18). В этом случае EM-алгоритм сходится за четыре итерации (рис. 3.21). Важно отметить, что плавная сходимость алгоритма, основанного на критерии расстояния, подтверждает эффективность применения комбинированной цели обучения модели [56]. В частности, первую итерацию обучения рационально выполнять на основе критерия правдоподобия, что обеспечивает кардинальный шаг в область субоптимальных параметров. Последующие итерации, основанные на критерии расстояния, обеспечивают точную настройку параметров модели.

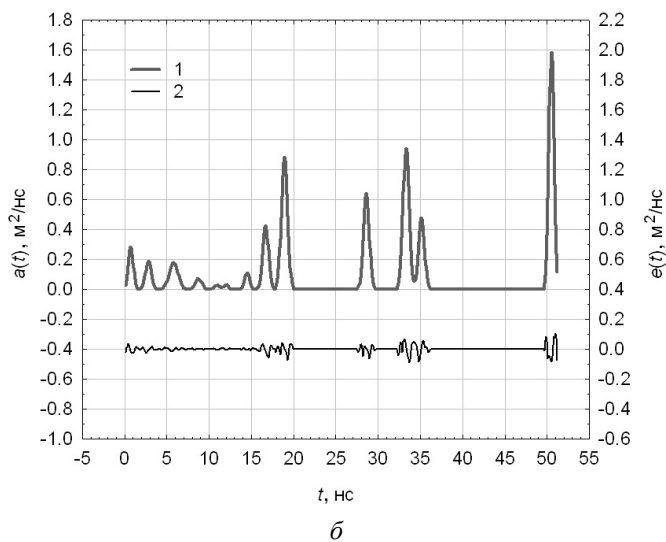
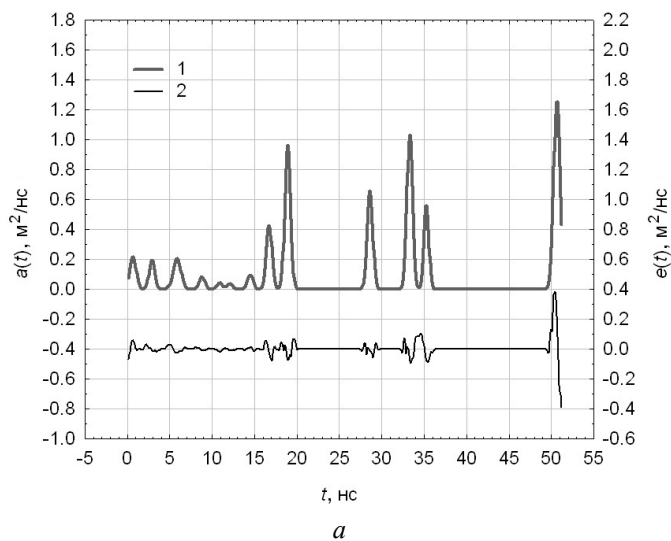


Рис. 3.19. Полигауссовская аппроксимация разрывной составляющей импульсной ЭПР самолета МиГ-23:
a — начальная; *б* — после 10-й итерации

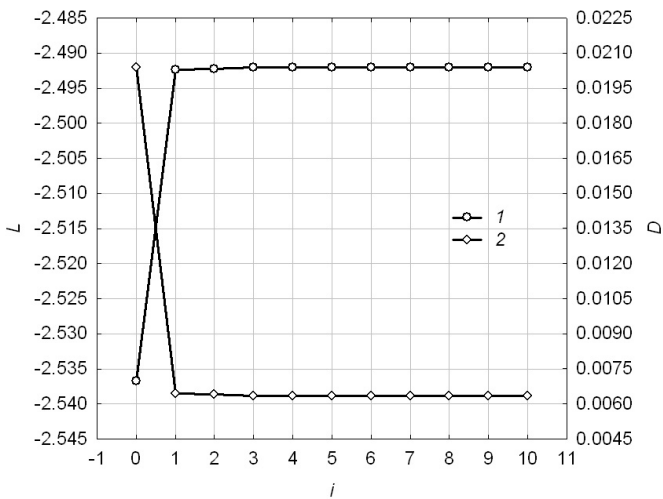


Рис. 3.20. Сходимость EM-алгоритма на основе правдоподобия:
 l — правдоподобие; 2 — расстояние

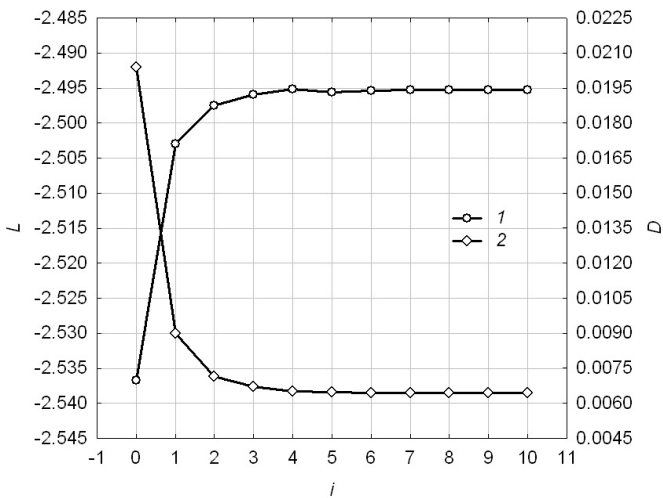


Рис. 3.21. Сходимость EM-алгоритма на основе расстояния:
 l — правдоподобие; 2 — расстояние

В соответствии с результатами работы [53] реконструированная «разрывная» компонента переходной характеристики 3D-объекта имеет вид

$$h_{\text{disk}}(t | \alpha, \beta) = A_0(\alpha, \beta) \sum_{n=1}^{N(\alpha, \beta)} W_n(\alpha, \beta) u \{t - T_n(\alpha, \beta)\}, \quad (3.20)$$

где $u(t)$ — функция включения Хевисайда; $N(\alpha, \beta)$ — число областей интенсивного отражения на поверхности цели, наблюдаемой под ракурсом (α, β) ; $A_0(\alpha, \beta)$; $W_n(\alpha, \beta)$ и $cT_n(\alpha, \beta) / 2$ — ЭПР и удаление от локатора n -й «блестящей» области.

3.4. АНАЛИЗ НЕПРЕРЫВНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕЛИ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ

Представленная в работах [1, 3] методика цифрового моделирования ПХ построена по принципу цифровой имитации физических процессов отражения оптического излучения объектом локации. Математическое описание сложной пространственной конфигурации цели и фотометрических характеристик отражения зондирующего излучения ее покрытием воспроизводит в вычислительном эксперименте условия натуральных измерений. В этом смысле данная цифровая модель является эталонной, т. е. не является, по определению, моделью реального времени, так как предполагает значительные вычислительные затраты. Вместе с тем возможность получения на ее основе оценок статистических характеристик ПХ позволяет решить такие важные в практических приложениях задачи, как сжатие данных и моделирование в режиме реального времени временного профиля отраженных импульсов, а также построение информативного признакового пространства малой размерности для классификации целей. Широко распространенный подход к решению сформулированных задач связан с применением метода главных компонент (дискретного преобразования Карунена — Лоева).

3.4.1. Статистики непрерывной составляющей переходной характеристики

Обычно ориентация цели относительно направления ее облучения является случайной. Поскольку непрерывная составляющая нормированной ПХ $h_{\text{cont}}(\tau | \alpha, \beta)$ [1] зависит от случайных углов α и β , определяющих ракурс объекта, она также будет случайной функцией времени. Аналогично непрерывные составляющие отражательных характеристик в виде ЭПР $A_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$ и размера $T_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$ цели будут являться СВ. Статистические свойства перечисленных характеристик важны при решении широкого круга задач моделирования, заметности и классификации целей. Их исследование удобно проводить методами теории функций случайных аргументов. С учетом правила статистического усреднения функции $h_{\text{cont}}(\tau | \alpha, \beta)$ непрерывная составляющая нормированной ПХ, усредненная по всем ракурсам объекта, и ее автокорреляционная функция определяются соотношениями

$$\hat{h}(\tau) = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} h(\tau | \alpha, \beta) W_2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta; \quad (3.21)$$

$$\hat{R}(\tau) = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} h(\tau_1 | \alpha, \beta) h(\tau_2 | \alpha, \beta) W_2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta,$$

где $W_2(\alpha, \beta)$ — совместная ПВ СВ α и β . Статистическое усреднение функций $A_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$ и $T_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$ по ракурсам объекта дает начальные моменты распределений непрерывных составляющих отражательных характеристик в виде ЭПР и размера цели соответственно:

$$m_{A,K} = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A_{K,\text{cont}}(\alpha, \beta) W_2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta;$$

$$m_{T,K} = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} T_{K,\text{cont}}(\alpha, \beta) W_2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta.$$

На практике довольно сложно определить закон распределения углов α и β для конкретных типов объектов. Поэтому, как правило, полагают, что все направления облучения цели равновероятны. В этом случае совместная ПВ СВ α и β будет равна $W_2(\alpha, \beta) = \sin(\beta + \pi/2) / (4\pi)$. Наибольший практический интерес представляют первые четыре момента распределения, по которым рассчитывают МО $m_{A,2}$, СКО $\sigma_{A,2}$, коэффициенты асимметрии $\gamma_{A,3}$ и эксцесса $\gamma_{A,4}$ [20]. Аналогичные оценки нетрудно получить для статистических моментов пространственной диаграммы размера объекта $T_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$.

Для расчета статистических свойств ПХ численным интегрированием соответствующего выражения удобно использовать адаптивный кубатурный алгоритм, принципы организации которого были описаны в работе [3]. Поскольку $h_{\text{cont}}(\tau | \alpha, \beta)$ вычисляется путем двукратного интегрирования по координатам (y, z) картинной плоскости, статистические оценки фактически рассчитываются четырехкратным интегрированием в гиперкубе по координатам (y, z, α, β) . Эффективными методами вычисления многократных интегралов являются оценки статистических испытаний. Однако для их применения требуется расчет параметров геометрической модели в каждой точке гиперкуба (y, z, α, β) . Это приводит к потере эффективности, тогда как при последовательном применении кубатурных формул параметры геометрической модели необходимо пересчитывать только при интегрировании по углам α, β . Кроме того, последовательное применение кубатурных формул позволяет получить фиксированные сечения пространственных диаграмм ЭПР и размеров объекта одновременно с вычислением их статистических характеристик. Поэтому расчет начальных моментов ЭПР и размеров объекта рационально выполнять с помощью последовательного применения двух адаптивных кубатурных подпрограмм.

При интегрировании по углам ракурса α, β сетку целесообразно формировать для подынтегральной функции, соответствующей четвертой степени ЭПР, как наиболее подробную (т. е. мелкую) по отношению к остальным начальным моментам.

Важное преимущество предложенного подхода к оценке статистических характеристик ЭПР и размеров объекта состоит также в следующем. Последовательное применение кубатурных формул позволяет получить состоятельные выборки значений пространственных диаграмм $A_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$ и $T_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$, по которым, в свою очередь, можно оценить гистограммы соответствующих СВ. Разбивая диапазон значений ЭПР на интервалы, можно приближенно рассчитать значения плотности вероятности ЭПР в каждом интервале как отношение $P \{a_i \leq A < a_i + \Delta a\} / \Delta a$, где Δa — размер разрядного интервала гистограммной оценки ПВ. Вероятность попадания значений ЭПР в i -й сферический слой ее диаграммы определяется интегралом

$$P(a_i \leq A < a_i + \Delta a) = P_i = \iint_{(D_i)} W_2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (3.22)$$

по множеству D_i направлений (α, β) на источник, для которых ЭПР удовлетворяет условию $a_i \leq A < a_i + \Delta a$. Чем меньше размер интервала Δa , тем точнее оцениваются значения ПВ ЭПР и тем более подробную сетку необходимо формировать при интегрировании в выражении (3.22) по многосвязной области D_i .

Расчет значений $A_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$ требует значительных вычислительных затрат. Поэтому оценку ПВ ЭПР по формуле (3.22) целесообразно формировать по ее значениям $A_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$, полученным при вычислении начальных моментов $m_{A,K}$. При этом определение областей D_i и интегрирование по ним рационально выполнять с мелким шагом вычислений функции

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{\text{cont}}(\alpha, \beta) = & g_{00} + g_{10}\alpha + g_{01}\beta + g_{20}\alpha^2 + g_{11}\alpha\beta + g_{02}\beta^2 + \\ & + g_{21}\alpha^2\beta + g_{12}\alpha\beta^2 + g_{22}\alpha^2\beta^2. \end{aligned}$$

Эта функция представляет собой результат интерполяции значений ЭПР в узлах адаптивной сетки, сформированной ранее кубатурным алгоритмом. Коэффициенты интерполяционного прибли-

жения рассчитывают с помощью кубатурной формулы Симпсона (3.2) на текущей элементарной ячейке интегрирования размером $\Delta_\alpha \times \Delta_\beta$:

$$\begin{aligned}
 g_{00} &= A^{(0,0)}; & g_{10} &= \frac{A^{(1,0)} - A^{(-1,0)}}{\Delta_\alpha}; & g_{01} &= \frac{A^{(0,1)} - A^{(0,-1)}}{\Delta_\beta}; \\
 g_{20} &= \frac{2(A^{(-1,0)} + A^{(1,0)} - 2A^{(0,0)})}{\Delta_\alpha^2}; \\
 g_{11} &= \frac{A^{(-1,-1)} - A^{(-1,1)} - A^{(1,-1)} + A^{(1,1)}}{\Delta_\alpha \Delta_\beta}; \\
 g_{02} &= \frac{2(A^{(0,-1)} + A^{(0,1)} - 2A^{(0,0)})}{\Delta_\beta^2}; \\
 g_{21} &= \frac{2(A^{(-1,1)} + 2A^{(0,-1)} - 2A^{(0,1)} - A^{(1,-1)} - A^{(-1,-1)} + A^{(1,1)})}{\Delta_\alpha^2 \Delta_\beta}; \\
 g_{12} &= \frac{2(-A^{(-1,-1)} + 2A^{(-1,0)} - A^{(-1,1)} + A^{(1,-1)} - 2A^{(1,0)} + A^{(1,1)})}{\Delta_\alpha \Delta_\beta^2}; \\
 g_{22} &= \frac{4 \sum_{j=-1}^1 \sum_{k=-1}^1 c_{jk} A^{(j,k)}}{\Delta_\alpha^2 \Delta_\beta^2}; & \|c_{jk}\| &= \left\| \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{array} \right\|.
 \end{aligned}$$

Здесь $A^{(j,k)}$ — значение пространственной диаграммы ЭПР $A_{\text{cont}}(\alpha, \beta)$ в узле сетки с угловыми координатами $\alpha^{(2j)} = \alpha^{(0)} + j\Delta_\alpha/2$ и $\beta^{(2k)} = \beta^{(0)} + k\Delta_\beta/2$ относительно центральной точки $(\alpha^{(0)}, \beta^{(0)})$ текущей элементарной ячейки интегрирования (см. рис. 3.1).

3.4.2. Метод главных компонент

Пусть $\bar{H}(\alpha, \beta)$ — N -мерный вектор-столбец отсчетов непрерывной части нормированной ПХ объекта локации, отражающего сигнал с фиксированного ракурса (α, β) :

$$\bar{H}(\alpha, \beta) = (h_1, \dots, h_N)^T; \quad h_n = h_{\text{cont}}(n\Delta\tau | \alpha, \beta) \quad (n = 1, \dots, N).$$

Ее усреднение по ракурсам в соответствии с (3.21) дает автокорреляционную матрицу

$$R = \|r_{ij}\|, \quad r_{ij} = \hat{R}(i\Delta\tau, j\Delta\tau) \quad (i, j = 1, \dots, N)$$

размером $N \times N$, где $\Delta\tau$ — шаг дискретизации по времени. Наилучшая аппроксимация нормированной ПХ в смысле критерия минимума СКО представляет собой разложение в ряд по собственным векторам автокорреляционной матрицы [33]:

$$\begin{aligned} \bar{H}(\alpha, \beta) &= \tilde{\Phi} \bar{X}(\alpha, \beta); \quad \hat{\Phi} = (\bar{\Phi}_1, \dots, \bar{\Phi}_M); \\ \bar{X}(\alpha, \beta) &= \{x_1(\alpha, \beta), \dots, x_M(\alpha, \beta)\}^T. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Здесь $\tilde{\Phi}$ — ортонормированная матрица размером $N \times M$, составленная из первых M собственных векторов-столбцов $\bar{\Phi}_j$ ($j = 1, \dots, M$) автокорреляционной матрицы R , а M — ранг ее эффективной аппроксимации [24] вида

$$\tilde{R} = \sum_{j=1}^M \lambda_j \bar{\Phi}_j \bar{\Phi}_j^T; \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M \gg 0,$$

соответствующей первым M значимым собственным значениям λ_j матрицы R ; $\bar{X}(\alpha, \beta)$ — подлежащий определению M -мерный вектор-столбец пространственных гармоник объекта. Известно [33],

что выбор пространственных гармоник вида $\bar{X}_{\text{opt}}(\alpha, \beta) = \bar{\Phi}^T \bar{H}(\alpha, \beta)$ обеспечивает минимальное значение СКО аппроксимации

$$\varepsilon_{\min}^2(M) = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^2(M | \alpha, \beta) W_2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = \lambda_{M+1} + \dots + \lambda_N;$$

$$e^2(M | \alpha, \beta) = \{ \bar{H}(\alpha, \beta) - \bar{\Phi} \bar{X}_{\text{opt}}(\alpha, \beta) \}^T \{ \bar{H}(\alpha, \beta) - \bar{\Phi} \bar{X}_{\text{opt}}(\alpha, \beta) \}.$$

Как правило, вариационный ряд собственных значений автокорреляционной матрицы $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$ убывает весьма быстро, так, что относительная погрешность $(\lambda_{M+1} + \dots + \lambda_N) / (\lambda_1 + \dots + \lambda_N)$ становится приемлемо малой, начиная с небольших значений M . Другими словами, небольшое число пространственных гармоник $x_1(\alpha, \beta), \dots, x_M(\alpha, \beta)$ объекта обеспечивает, как правило, приемлемую для практики точность аппроксимации ансамбля непрерывной части нормированной ПХ, рассчитанных для различных ракурсов с помощью методики, представленной в разд. 3.2. Указанное обстоятельство является основой для решения задач сжатия данных и создания модели реального времени.

Важно отметить, что дискретное разложение Карунена — Лова хорошо согласуется с физическим смыслом решаемой задачи. В выражении (3.23) собственные векторы — это результат дискретизации по времени собственных функций цели

$$\bar{\Phi}_j = (\varphi_{1j}, \dots, \varphi_{Nj})^T, \quad \varphi_{nj} = \varphi_j(n\Delta\tau) \quad (n = 1, \dots, N) \quad (j = 1, \dots, M),$$

инвариантных к ее ракурсу. Таким образом, $\bar{\Phi}$ — это ортонормированный базис признакового подпространства, характеризующий форму гладкой части объекта локации. Пространственные диаграммы гармоник $x_1(\alpha, \beta), \dots, x_M(\alpha, \beta)$ представляют собой проекцию непрерывной части нормированной ПХ с фиксированного ракурса на инвариантные к ракурсу признаки формы гладкой части цели.

Классический метод главных компонент не учитывает ряда ограничений, присущих нормированной ПХ. Именно аппроксима-

ция (3.23) должна давать неубывающую функцию времени в интервале ее изменения $[0, 1]$. Поэтому задачу квадратичной оптимизации

$$\bar{X}_{\text{opt}}(\alpha, \beta) = \text{Arg min} \left\| \bar{H}(\alpha, \beta) - \tilde{\Phi} \bar{X}_{\text{opt}}(\alpha, \beta) \right\|^2$$

с дополнительными ограничениями $0 \leq h_1 \leq \dots \leq h_N \leq 1$ рационально сформулировать в терминах релаксационных методов решения систем линейных неравенств [57]. Применительно к данному случаю система линейных неравенств состоит из трех блоков:

1) непрерывная часть нормированной ПХ — неубывающая функция времени

$$\sum_{j=1}^M (\varphi_{nj} - \varphi_{(n+1)j}) x_j(\alpha, \beta) \leq 0 \quad (n = 1, \dots, N - 1);$$

2) ограничение снизу на аппроксимацию непрерывной части нормированной ПХ:

$$-\sum_{j=1}^M \varphi_{1j} x_j(\alpha, \beta) \leq 0 \quad \text{— левая граница области изменения;}$$

$$-\sum_{j=1}^M \varphi_{kj} x_j(\alpha, \beta) + h_k(\alpha, \beta) - \varepsilon(M) \leq 0 \quad (k = n_1, n_2, \dots, n_K);$$

$$-\sum_{j=1}^M \varphi_{Nj} x_j(\alpha, \beta) + 0,95 \leq 0 \quad \text{— правая граница области изменения;}$$

3) ограничение сверху на аппроксимацию непрерывной части нормированной ПХ:

$$\sum_{j=1}^M \varphi_{1j} x_j(\alpha, \beta) - 0,05 \leq 0 \quad \text{— левая граница области изменения;}$$

$$\sum_{j=1}^M \varphi_{kj} x_j(\alpha, \beta) - h_k(\alpha, \beta) - \varepsilon(M) \leq 0 \quad (k = n_1, n_2, \dots, n_K);$$

$$\sum_{j=1}^M \varphi_{Nj} x_j(\alpha, \beta) - 1 \leq 0 \quad \text{— правая граница области изменения.}$$

Здесь $K = [1/\varepsilon(M)]$ — число ограничений снизу или сверху на аппроксимацию непрерывной части нормированной ПХ внутри интервала $(0, 1)$; $\varepsilon(M)$ — заданная абсолютная погрешность аппроксимации. Квадратные скобки в последнем равенстве означают целую часть числа.

Векторная нотация системы линейных неравенств имеет вид

$$A(\alpha, \beta)\bar{X}(\alpha, \beta) + \bar{\Gamma}(\alpha, \beta) \leq 0, \quad (3.24)$$

где $A(\alpha, \beta)$ — матрица коэффициентов размером $L \times M$, $L = N + 3 + 2K$; $\bar{\Gamma}(\alpha, \beta)$ — L -мерный вектор-столбец ограничений системы линейных неравенств для фиксированного ракурса цели (α, β) .

3.4.3. Компромиссное решение

Метод главных компонент реализует ортогональное *линейное* преобразование исходного признакового пространства на информативное пространство значительно меньшей размерности. Поэтому естественно ожидать, что для ряда ракурсов цели система неравенств будет несовместной. Ее эффективное решение основано на введении релаксационных переменных. Пусть $\bar{Y}(\alpha, \beta) = \{y_1(\alpha, \beta), \dots, y_L(\alpha, \beta)\}^T$ — L -мерный вектор-столбец дополнительных (релаксационных) переменных, таких, что текущая компонента $y_l(\alpha, \beta)$ количественно характеризует степень жесткости l -го ограничения в системе, т. е. $y_l(\alpha, \beta) = 0$, если это ограничение выполняется, и $y_l(\alpha, \beta) > 0$ в противном случае. Введем также в рассмотрение квадратную матрицу B стоимости погрешностей, размером $L \times L$, такую, что векторы $\bar{X}(\alpha, \beta)$ и $\bar{Y}(\alpha, \beta)$ удовлетворяют линейным условиям дополнителности [57]:

$$\begin{aligned} B\bar{Y}(\alpha, \beta) \geq A(\alpha, \beta)\bar{X}(\alpha, \beta) + \bar{\Gamma}(\alpha, \beta); \quad \bar{Y}(\alpha, \beta) \geq 0; \\ \bar{Y}^T(\alpha, \beta)B\bar{Y}(\alpha, \beta) = \bar{Y}^T(\alpha, \beta)\{A(\alpha, \beta)\bar{X}(\alpha, \beta) + \bar{\Gamma}(\alpha, \beta)\}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Условия дополнителности содержательно означают, что в каждой паре неравенств в (3.25) должно выполняться по крайней

мере одно равенство. Другими словами, если какое либо ограничение выполняется с запасом:

$$\sum_{j=1}^M \alpha_{lj}(\alpha, \beta) x_j(\alpha, \beta) + \gamma_l(\alpha, \beta) < \delta < 0,$$

то его степень жесткости должна быть нулевой $y_l(\alpha, \beta) = 0$. В противном случае степень жесткости соответствующего ограничения положительна, а квадратичная форма $\bar{Y}^T(\alpha, \beta) B \bar{Y}(\alpha, \beta)$ пропорциональна потерям, возникающим при нарушении этого ограничения. По этой причине матрицу B называют матрицей потерь. Ясно, что релаксационные переменные целесообразно выбирать из условия минимума возможных потерь:

$$\bar{Y}_{\text{opt}}(\alpha, \beta) = \text{Arg min} \left(\bar{Y}^T(\alpha, \beta) \{ A(\alpha, \beta) \bar{X}(\alpha, \beta) + \bar{\Gamma}(\alpha, \beta) \} \right),$$

что дает систему нормальных линейных уравнений

$$A^T(\alpha, \beta) \bar{Y}(\alpha, \beta) = 0 \quad (3.26)$$

относительно релаксационных переменных.

Всякое решение $\bar{X}(\alpha, \beta)$ системы линейных неравенств (3.24), удовлетворяющее уравнениям (3.25) и (3.26), называют компромиссным. Очевидное преимущество такого решения состоит в минимизации возможных потерь вследствие нарушения некоторых неравенств системы. Метод последовательных приближений поиска компромиссного решения состоит из следующих шагов.

Шаг 0. Инициализация. В качестве начального приближения компромиссного решения выбрать дискретное разложение Карунена — Лоева (здесь и далее зависимость от ракурса опускается, а индекс в квадратных скобках означает номер итерации). $\bar{X}[0] = \tilde{\Phi}^T \bar{H}$. Положить номер итерации $i = 0$.

Шаг 1. Вычислить степени жесткости неравенств $\bar{Y}[i] = B^{-1}(A\bar{X}[i] + \bar{\Gamma})^+$ и их евклидову норму $\|\bar{Y}[i]\|^2$, где вектор $(A\bar{X}[i] + \bar{\Gamma})^+$ имеет нулевые компоненты, если соответствующие

компоненты вектора $(\overline{A\bar{X}[i] + \bar{\Gamma}})$ отрицательны, т. е. если соответствующие неравенства системы выполняются с запасом на текущей итерации.

Шаг 2. Вычислить вектор направления коррекции компромиссного решения $\Delta\bar{X}[i] = -A^T\bar{Y}[i]$ и его евклидову норму $\|\Delta\bar{X}[i]\|^2$. Если $\|\Delta\bar{X}[i]\| \leq \varepsilon(M)$, то компромиссное решение получено за конечное число шагов. Это первый критерий окончания поиска.

Шаг 3. Вычислить величину шага в направлении компромиссного решения $S[i] = \frac{\|\bar{Y}[i]\|^2}{\|\Delta\bar{X}[i]\|^2}$.

Шаг 4. Обновить компромиссное решение $\bar{X}[i+1] = \bar{X}[i] + S[i]\Delta\bar{X}[i]$.

Шаг 5. Перейти к следующей итерации $i = i + 1$. Если $i \leq I_{\max}$, то продолжить поиск, начиная с шага 1. В противном случае закончить поиск в соответствии со вторым критерием завершения.

3.4.4. Численный эксперимент

В соответствии с представленной методикой проводился анализ главных компонент ПХ широкого класса космических и аэродинамических объектов в однопозиционных оптических локационных системах. Адаптивная сетка интегрирования в гиперкубе (y, z, α, β) формировалась по следующим значениям критериев [1, 3]:

- абсолютная и относительная погрешности интегрирования двумерной функции яркости в картинной плоскости (y, z) соответственно 0 и 0,01;

- глубина деления области интегрирования по координатам y и z соответственно 5 и 8;

- абсолютная и относительная погрешности интегрирования по вероятным ракурсам цели (α, β) соответственно 0 и 0,05;

- глубина деления области интегрирования по ракурсам α и β для четвертого начального момента $m_{A,4}$ соответственно 4 и 6.

Разложение Карунена — Лоева ПХ выполнялось для следующих параметров:

- относительная точность $(\lambda_{M+1} + \dots + \lambda_N) / (\lambda_1 + \dots + \lambda_N)$ эффективной аппроксимации автокорреляционной матрицы ПХ 0,001, а ее размерность $N = 255$;
- наибольший ранг автокорреляционной матрицы ПХ $M = 10$;
- погрешность компромиссного решения $\varepsilon(M) = 0,2$.

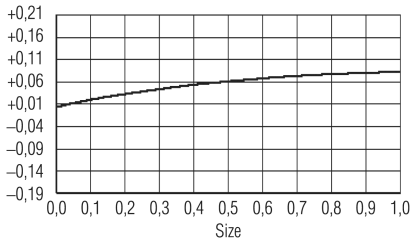
В качестве примера на рис. 3.22 представлены первые восемь собственных функций $\varphi_j(\tau)$ ($j = 1, \dots, 8$) аэрокосмического корабля Space Shuttle. Коэффициенты разложения по этим функциям нормированной ПХ для некоторых ракурсов облучения корабля приведены в табл. 3.3.

На рис. 3.23, *а, в, д, ж* продемонстрирована точность аппроксимации ПХ цели для условий ее локации, указанных в соответствующих столбцах табл. 3.3. Для наглядности полученных компромиссных решений на рис. 3.23, *б, г, е, з* представлены синтезированные цифровые изображения объекта с соответствующих ракурсов.

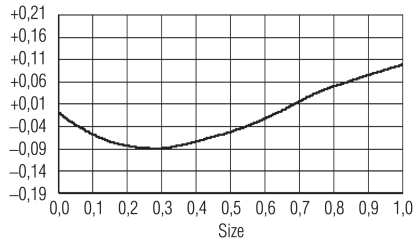
Таблица 3.3

Параметры разложения Карунена — Лоева ПХ корабля Space Shuttle

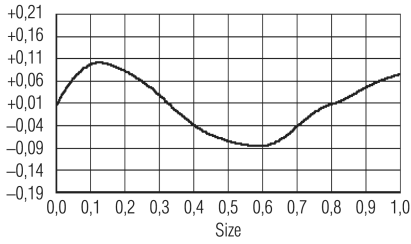
Параметр	Ракурс (α, β)			
	14, 31	90, -11	9, -21	145, -30
$A(\alpha, \beta), \text{ м}^2$	54,63	80,94	42,16	71,6
$T(\alpha, \beta), \text{ нс}$	244,6	87,41	219,4	246,4
$x_1(\alpha, \beta)$	10,2256	4,9544	11,4276	13,0112
$x_2(\alpha, \beta)$	1,5494	3,1313	1,116	-1,0732
$x_3(\alpha, \beta)$	0,2393	1,6139	-0,1548	-0,2169
$x_4(\alpha, \beta)$	-0,1739	0,7399	-1,2274	0,1732
$x_5(\alpha, \beta)$	-0,4541	0,2037	-0,2609	-0,1605
$x_6(\alpha, \beta)$	-0,0129	0,0008	0,1931	0,1237
$x_7(\alpha, \beta)$	-0,0601	-0,0311	0,0145	-0,1425
$x_8(\alpha, \beta)$	-0,0636	-0,1158	0,0432	0,0176



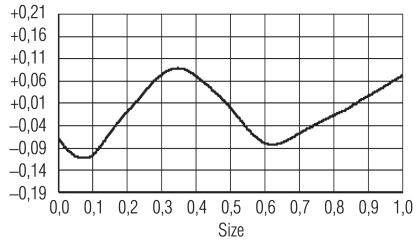
a



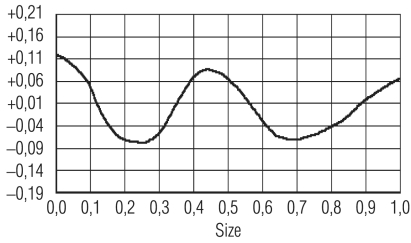
б



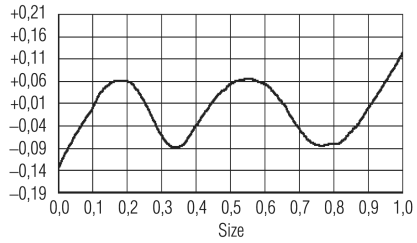
в



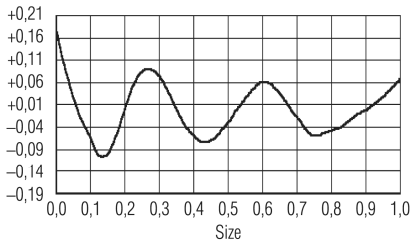
г



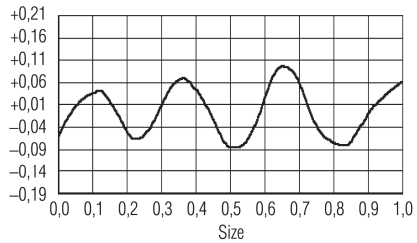
д



е



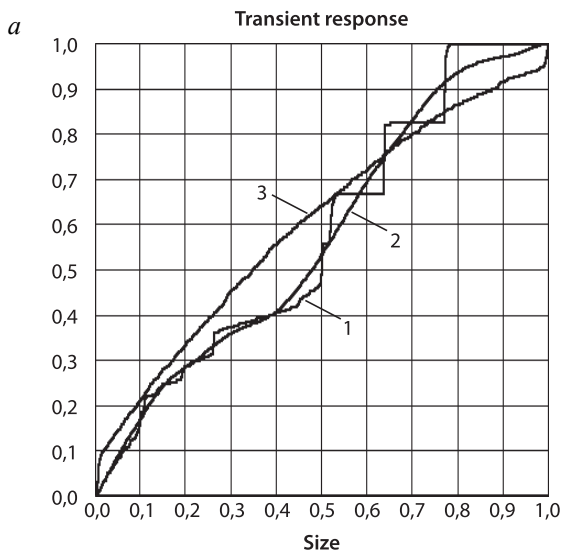
ж



з

Рис. 3.22. Собственные функции корабля Space Shuttle:

a — первая; *б* — вторая; *в* — третья; *г* — четвертая;
д — пятая; *е* — шестая; *ж* — седьмая; *з* — восьмая



б

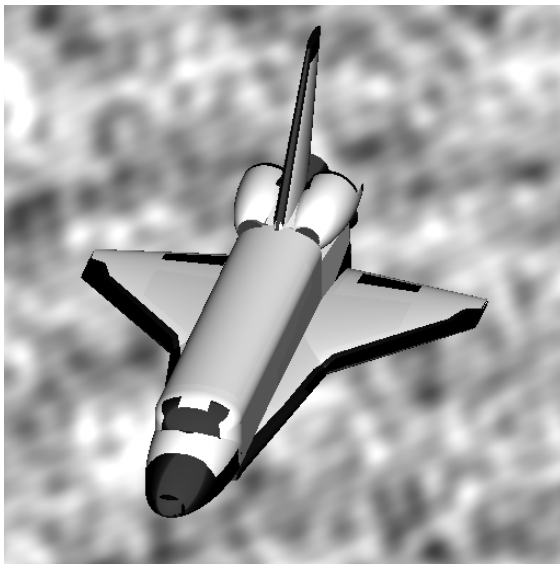


Рис. 3.23 (начало). Нормированные ПХ Space Shuttle (*a*) и соответствующие им синтезированные изображения объекта (*б*):
 $\alpha = 14^\circ$, $\beta = 31^\circ$

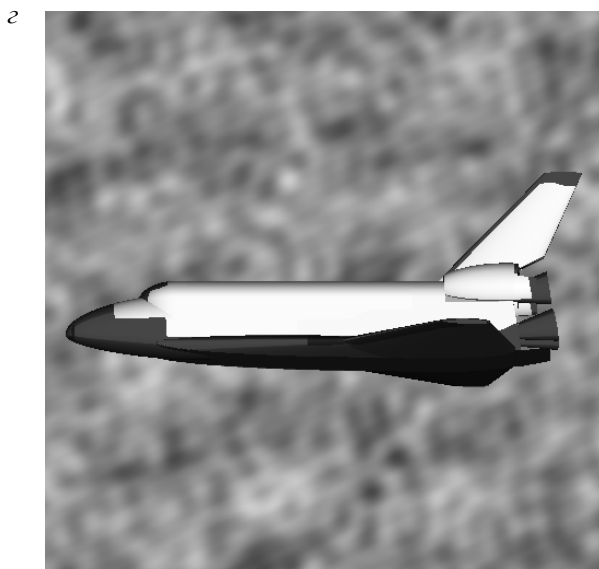
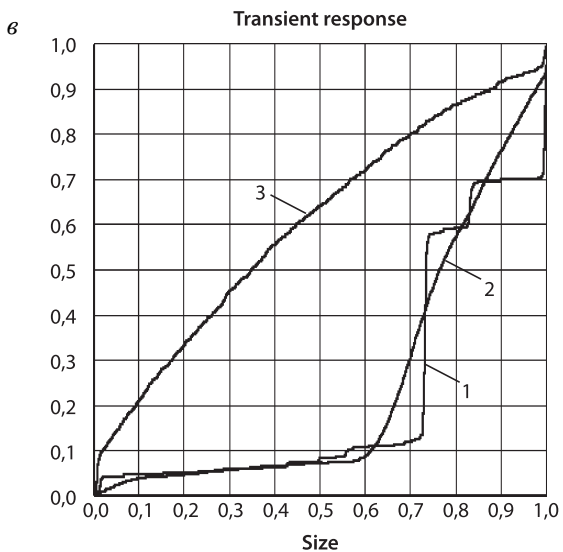


Рис. 3.23 (продолжение). Нормированные ПХ Space Shuttle (6) и соответствующие им синтезированные изображения объекта (2):
 $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 11^\circ$

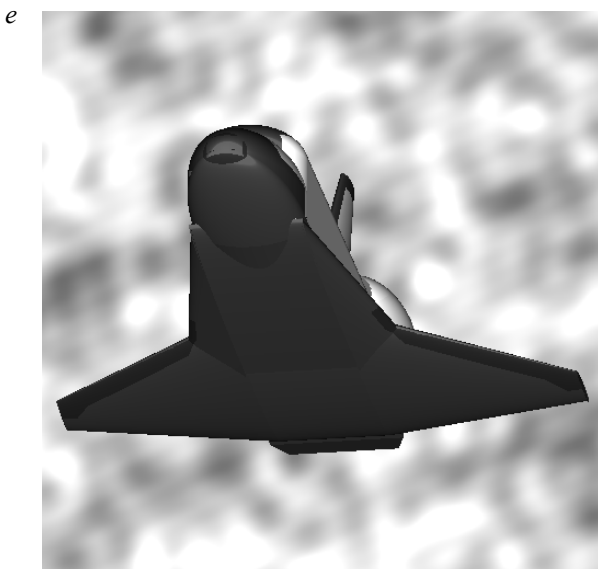
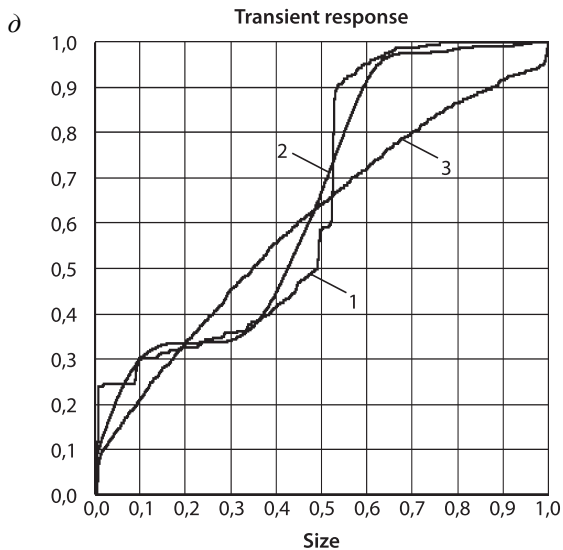
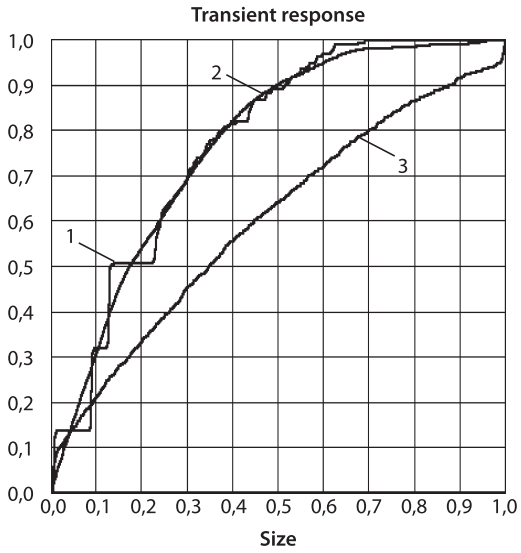


Рис. 3.23 (продолжение). Нормированные ПХ Space Shuttle (δ) и соответствующие им синтезированные изображения объекта (e):
 $\alpha = 9^\circ$, $\beta = -21^\circ$

жс



з

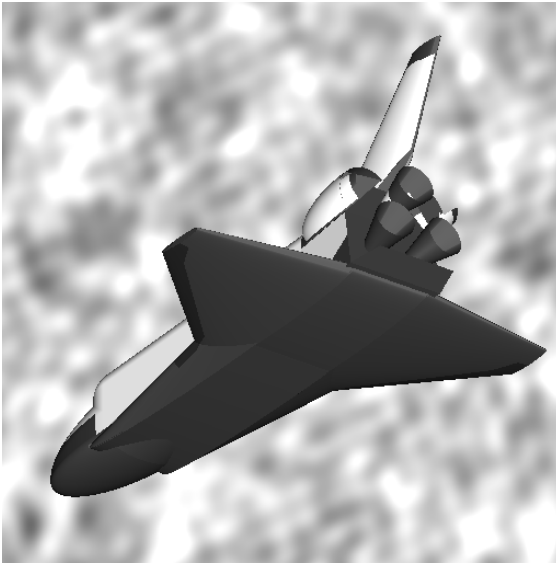


Рис. 3.23 (окончание). Нормированные ПХ Space Shuttle (жс) и соответствующие им синтезированные изображения объекта (з):
 $\alpha = 145^\circ$, $\beta = -30^\circ$

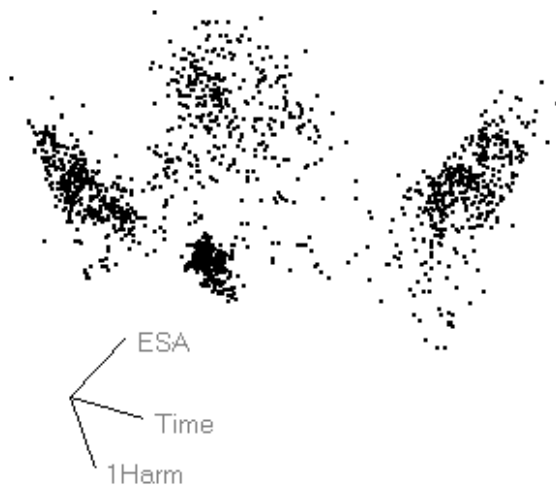


Рис. 3.24. Кластеры объектов Space Shuttle и Lasr в трехмерном признаковом пространстве

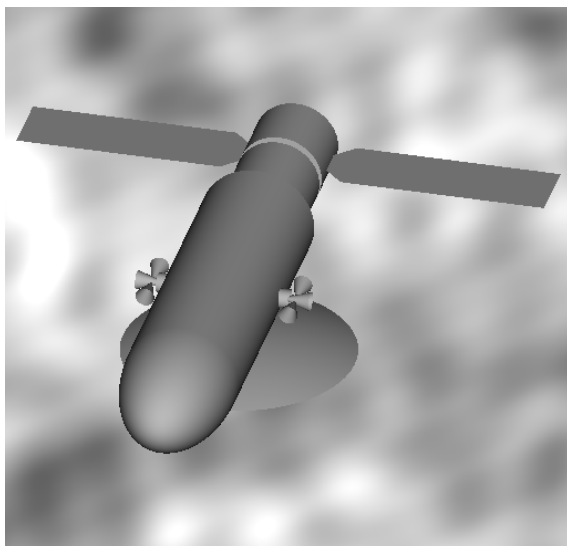


Рис. 3.25. Синтезированное изображение космического объекта Lasr:
 $\alpha = 14^\circ$, $\beta = -31^\circ$

На всех графиках (см. рис. 3.23, *а, в, д, ж*.) цифрами 1 отмечены расчетные ПХ, полученные с помощью имитационного цифрового моделирования, представленного в работе [3]. Цифрами 2 и 3 отмечены компромиссные решения и ПХ 1, усредненная по вероятным ракурсам цели. Наглядно видно, что при определенных ракурсах, с которых на объекте можно наблюдать локальные участки интенсивного отражения, результаты имитационного моделирования обнаруживают резкие перепады ПХ. Ясно, что этот нелинейный эффект не может быть удовлетворительно описан линейной моделью МГК.

В итоге получено оригинальное решение трех задач анализа и синтеза однопозиционных систем: сжатия информации и компактного хранения в базе данных результатов цифрового моделирования ПХ, расчета их временных профилей в режиме реального времени и, наконец, формирования признакового пространства, содержащего информацию об энергетических свойствах объекта, его размерах и форме. В качестве примера на рис. 3.24 представлены не перекрывающиеся кластеры космических объектов Space Shuttle и Lasr в простейшем трехмерном пространстве признаков: ЭПР $A(\alpha, \beta)$, размера цели $T(\alpha, \beta)$ и первой гармоники дискретного разложения $x_1(\alpha, \beta)$. Последний признак характеризует проекцию ПХ на ее усредненное значение, т. е. степень отличия формы объекта от сферы. Рис. 3.25 иллюстрирует синтезированное изображение космического объекта Lasr.

3.5. ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ РАЗРЫВНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕЛИ

Модель реального времени (3.20) основана на полигауссовской аппроксимации временного профиля импульсной ЭПР цели. Альтернативным представлением для решения задач синтеза и анализа лазерных систем является структурная модель ПХ в виде ее дискретного вейвлет-преобразования. В частности, кратно-масштабный анализ (КМА) [58] разрывной составляющей нормированной ПХ в базисе вейвлета Хаара естественным образом согласуется с ее физическим смыслом. Такая аппроксимация имеет вид

$$h_{\text{disc}}(\tau | \alpha, \beta) = \sum_{m=1}^M d_m(\tau | \alpha, \beta) + a_M(\tau | \alpha, \beta) + e_M(\tau | \alpha, \beta), \quad (3.27)$$

где $0 \leq \tau \leq 1$ — относительное время; M — число масштабов раз-

ложения, согласованное с объемом выборки $N = 2^M$ дискретной модели ПХ:

$$h_{\text{disc}}(n | \alpha, \beta) = h_{\text{disc}} \{ (n + 1/2)\Delta\tau | \alpha, \beta \}, \quad (3.28)$$

$$\Delta\tau = 1/N \quad (n = 0, \dots, N - 1).$$

Детализирующая составляющая $d_m(\tau | \alpha, \beta)$ на m -м текущем масштабе КМА представляет собой дискретную свертку

$$d_m(\tau | \alpha, \beta) = \sqrt{N_m} \sum_{n=0}^{N_m-1} D_{m,n}(\alpha, \beta) \psi_0(N_m\tau - n)$$

отсчетов $D_{m,n}(\alpha, \beta)$ ($n = 0, \dots, N_m - 1$) импульсной характеристики цифрового фильтра высоких частот с вейвлетом Хаара

$$\psi_0(\tau) = \begin{cases} +1, & 0 \leq \tau < 1/2; \\ -1, & 1/2 \leq \tau < 1; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

сжатого по времени с коэффициентом $N_m = 2^{M-m}$. Аппроксимирующая составляющая КМА $a_m(\tau | \alpha, \beta) = A_{m,0}(\alpha, \beta) \varphi_0(\tau)$ пропорциональна масштабирующей функции Хаара

$$\varphi_0(\tau) = \begin{cases} +1, & 0 \leq \tau < 1; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Отсчеты импульсных характеристик $D_{m,n}(\alpha, \beta)$ и $A_{m,n}(\alpha, \beta)$ ($n = 0, \dots, N_m - 1$) цифровых фильтров высоких и низких частот соответственно для текущих масштабов m КМА вычисляют с помощью эффективного в вычислительном отношении алгоритма пирамиды Маллата [58]. В основании пирамиды ($m = 0$) лежит дискретная модель ПХ (3.28). Эта модель инициализирует

$$A_{0,n}(\alpha, \beta) = h_{\text{disc}}(n | \alpha, \beta) \quad (n = 0, \dots, N - 1)$$

рекурсивную по возрастающим масштабам $m = m + 1$ процедуру вычислений импульсных характеристик цифровых фильтров

$$D_{m,n}(\alpha, \beta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{A_{(m-1),2n}(\alpha, \beta) - A_{(m-1),(2n+1)}(\alpha, \beta)\} \\ (n = 0, \dots, N_m - 1); \quad (3.29)$$

$$A_{m,n}(\alpha, \beta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{A_{(m-1),2n}(\alpha, \beta) + A_{(m-1),(2n+1)}(\alpha, \beta)\}.$$

Первый уровень пирамиды ($m = 1$) ассоциирован со структурной составляющей $d_1(\tau | \alpha, \beta)$ ПХ, аппроксимирующей наиболее мелкие в масштабе времени детали отражательной характеристики объекта локации (рис. 3.26). По мере увеличения m структурные составляющие $d_m(\tau | \alpha, \beta)$ аппроксимируют более крупные детали сигнала. При переходе на более высокий уровень число коэффициентов N_m уменьшается в 2 раза. Вычисления заканчивают на вершине пирамиды при $m = M$ и $n = N_M - 1 = 0$. Финальным результатом является величина $A_{M,0}(\alpha, \beta)$, представляющая собой значение разрывной составляющей нормированной ПХ, усредненной на временном интервале $0 \leq \tau \leq 1$. Погрешность аппроксимации $e_M(\tau | \alpha, \beta)$ определяется количеством масштабов M разложения (3.27).

Отметим, что в базе данных необходимо хранить лишь пространственные диаграммы $D_{1,n}(\alpha, \beta)$ ($n = 0, \dots, N/2 - 1$), соответствующие первому уровню ($m = 1$) разложения (3.27), поскольку алгоритм пирамиды позволяет рассчитывать в режиме реального времени пространственные диаграммы $D_{m,n}(\alpha, \beta)$ ($n = 0, \dots, N_m - 1$) последующих уровней ($m = 2, \dots, M$). Более того, для фиксированного ракурса (α, β) , как правило, небольшое количество диаграмм первого уровня удовлетворяют критерию

$$|D_{1,n}(\alpha, \beta)| > \varepsilon \quad (n = 0, \dots, N/2 - 1), \quad (3.30)$$

где $\varepsilon > 0$ — заданный пользователем уровень значимости.

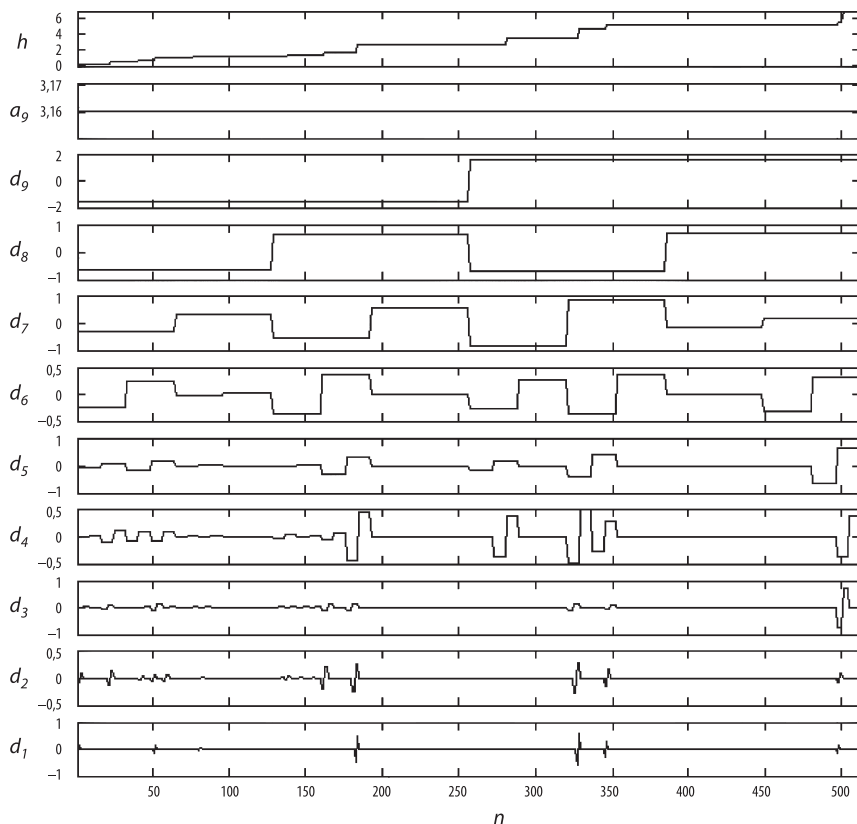


Рис. 3.26. Кратно-масштабное разложение разрывной составляющей ПХ самолета МиГ-23

В качестве примера рассмотрим разрывную составляющую нормированной ПХ самолета МиГ-23 со штатным лакокрасочным покрытием для ракурса наблюдения-облучения $\alpha = \beta = 45^\circ$ и интервала временной дискретизации $\Delta t = 0,1$ нс. Результаты дискретного вейвлет-разложения этой отражательной характеристики в базисе вейвлета Хаара для объема выборки $N = 2^9 = 512$ представлены на рис. 3.26. С указанного выше ракурса всего семь из 256 диаграмм $D_{1,n}(\alpha, \beta)$ ($n = 0, \dots, 255$) имеют отсчеты, значимые по уровню $\varepsilon = 0,01$ (рис. 3.27). Эти отсчеты и временные сдвиги $t_n = (2n - 1)\Delta t$

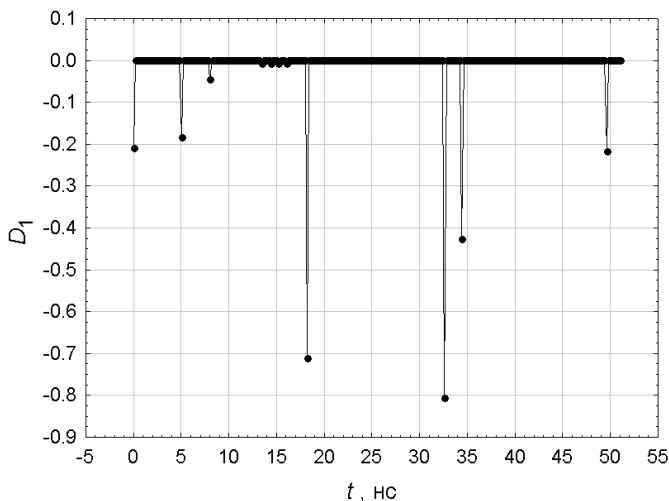


Рис. 3.27. Коэффициенты первого уровня кратно-масштабного разложения разрывной составляющей ПХ самолета МиГ-23

для масштабированных вейвлетов $\sqrt{256}\psi_0(256\tau - n)$ приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Значимые коэффициенты первого уровня КМА разрывной составляющей ПХ самолета МиГ-23

n	1	26	41	92	164	173	249
t_n , нс	0,1	5,1	8,1	18,3	32,7	34,5	49,7
$-D_{1,n}$	0,2093	0,18477	0,045255	0,71276	0,8061	0,4278	0,2185

В итоге обнуление незначимых коэффициентов $D_{1,n}(\alpha, \beta)$ ($n = 0, \dots, 255$) первого уровня КМА по критерию (3.30) и последующее применение алгоритма пирамиды (3.29) позволяет в базисе вейвлета Хаара реконструировать в режиме реального времени разрывную составляющую нормированной ПХ (рис. 3.28, кривая 1)

самолета МиГ-23 для ракурса $\alpha = \beta = 45^\circ$ с абсолютной ошибкой аппроксимации (кривая 2) $|e_9(\tau | \alpha, \beta)| \leq 8,0 \cdot 10^{-15}$.

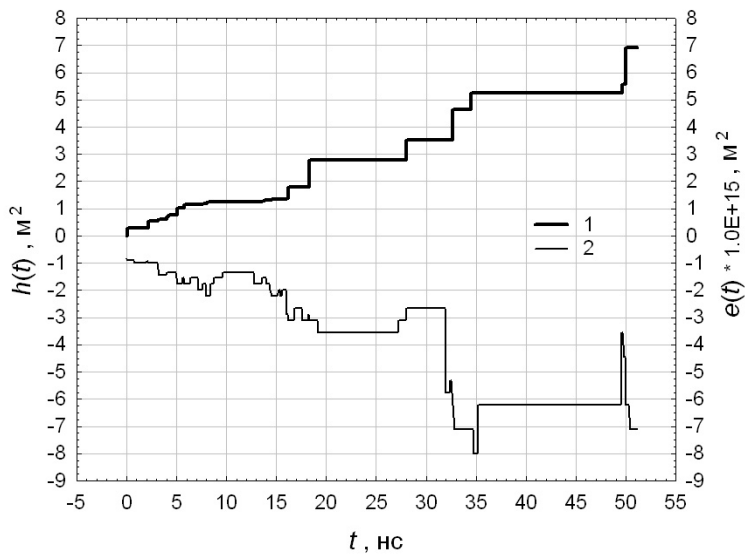


Рис. 3.28. Реконструкция в базисе вейвлета Хаара разрывной составляющей ПХ самолета МиГ-23

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ

1. Поясните содержание задач синтеза и анализа активных и полуактивных лазерных локационных систем.
2. Дайте определение дальностного портрета 3D-объекта в лазерной локации. В чем состоит физический смысл этой характеристики цели?
3. Проанализируйте содержание адаптивного алгоритма численного интегрирования для двумерной функции яркости объекта локации.
4. Сформулируйте критерии сходимости адаптивного алгоритма численного интегрирования для двумерной функции яркости объекта локации.

5. Поясните смысл экспоненциально взвешенных оценок положения и масштаба для маркировки аномальных значений выборочных данных.
6. Поясните смысл маркировки аномальных значений выборочных данных с помощью гистограммы, сглаженной сдвигом.
7. Проанализируйте основные вычислительные этапы выделения структурных составляющих переходной характеристики цели с помощью анализа топологии ее дальностного портрета.
8. Поясните смысл и содержание процедуры коррекции временного профиля импульсной ЭПР объекта локации.
9. Перечислите основные этапы процедуры восстановления структурных составляющих переходной характеристики цели.
10. Поясните смысл и содержание процедуры выделения структурных составляющих временного профиля импульсной ЭПР объекта локации.
11. Проанализируйте структуру полигауссовой модели разрывной части переходной характеристики цели. Поясните физический смысл ее параметров.
12. Сформулируйте различные критерии качества оценки параметров для модели конечной смеси парциальных ЭПР.
13. Проанализируйте вычислительные этапы EM-алгоритма применительно к задаче оценки параметров модели конечной смеси парциальных ЭПР.
14. Изложите методику оценки основных статистик непрерывной части переходной характеристики цели с помощью ее имитационного цифрового моделирования.
15. Сформулируйте содержание метода главных компонент. Каким образом метод учитывает свойства переходной характеристики объекта локации?
16. Изложите методику решения задачи квадратичного программирования с помощью релаксационных методов решения систем линейных неравенств.
17. Сформулируйте условия дополненности для решения несовместной системы линейных неравенств. В чем смысл этих условий?
18. Проанализируйте алгоритм компромиссного решения несовместной системы линейных неравенств.
19. Поясните смысл и содержание алгоритма пирамиды кратномасштабного анализа переходной характеристики цели.

4. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК 3D-ОБЪЕКТОВ

Одним из перспективных направлений автоматизированного проектирования ИК-систем наведения является создание поверочных комплексов цифрового моделирования входных сигналов локационных систем. Программное обеспечение таких комплексов предусматривает необходимость моделирования тепловизионных изображений целей в режиме реального времени. Эффективное решение этой задачи предполагает наличие представительной базы данных изображений 3D-объектов, сформированной методами экспериментальных измерений, физического и математического моделирования. Представленные в первой главе имитационные цифровые модели изображений антропогенных объектов являются надежной методической основой для создания моделей реального времени входных сигналов ИК-локационных систем.

4.1. СИНТЕЗ ТЕПЛОВИЗИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЦЕЛИ МЕТОДАМИ РЕКОНСТРУКТИВНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТОМОГРАФИИ

Для адекватного воспроизведения в вычислительном эксперименте физических закономерностей отражения и собственного излучения лучистой энергии объектом локации существенное значение приобретает теплообмен между различными участками поверхности цели. Синтез изображений 3D-объектов в этом случае опирается на метод энергетического сальдо и эффективные в вычислительном отношении алгебраические алгоритмы реконструктивной вычислительной томографии.

Положение пикселей на изображении цели с заданного ракурса удобно задавать с помощью следующих систем координат (рис. 4.1):

- $O_t X_t Y_t Z_t$ — целевая система координат (ЦСК), связанная с условным центром цели O_t . Ориентацию ЦСК удобно выбрать такой, чтобы координатные плоскости $X_t O_t Y_t$, $X_t O_t Z_t$ и $Z_t O_t Y_t$ являлись плоскостями тангажа, курса и крена соответственно;

- $O_t X_0 Y_0 Z_0$ — лучевая система координат (ЛСК), ось $O_t X_0$ которой направлена на приемное устройство регистрирующей системы, может быть получена из целевой при ее последовательных поворотах на углы α_0 и β_0 вокруг осей $O_t Y_t$ и $O_t Z_t$. Наклонную дальность L_0 отсчитывают вдоль оси $O_t X_0$ от условного центра объекта до приемника. Картинная плоскость $Y_0 O_t Z_0$ параллельна плоскости изображения цели;

- $O_{0R} X_{0R} Y_{0R} Z_{0R}$ — система координат приемника (СКП), может быть получена из лучевой ее поворотом на угол γ_0 вокруг оси $O_t X_0$ и последующим параллельным переносом в точку O_{0R} с координа-

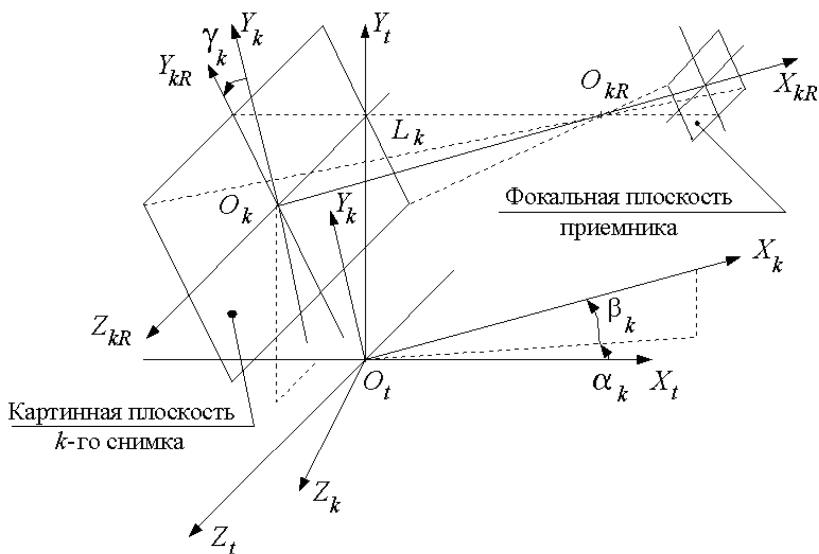


Рис. 4.1. Системы координат k -й ракурсной съемки

тами $\{L_0, y_0, z_0\}$ в ЛСК. Начало координат СКП задает положение центра проецирования объекта на плоскость регистрируемого изображения. Ось $O_{0R}X_{0R}$ задает положение оси приемной оптики регистрирующей системы.

Положение пикселей синтезируемого изображения задают ортогональным растром в плоскости $Y_{0R}O_{0R}Z_{0R}$ с координатами узлов $(n_1\Delta_Y, n_2\Delta_Z)$, где Δ_Y и Δ_Z интервалы дискретизации по осям OY и OZ . Синтезируемое изображение цели соответствует заданному ракурсу $\{\alpha_0, \beta_0, \gamma_0\}$. Пространственную дискретизацию поверхности 3D-объекта удобно задавать множеством линий визирования, проходящих через текущие пиксели изображения и центр проецирования в точке O_{0R} с координатами $\{L_0, y_0, z_0\}$ в ЛСК.

Теплообмен излучением между элементами поверхности цели $\Delta S[n_1, n_2]$ рассмотрим в частном случае, когда все площадки являются диффузными и серыми излучателями. Согласно определению диффузно-серой поверхности [9], ее направленная спектральная степень черноты не зависит ни от полярного угла θ направления наблюдения, ни от длины волны излучения λ , но зависит от температуры поверхности T_S .

В пределах элементов поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ примем следующие допущения: температура постоянна; все излучение испускается и отражается диффузно; падающий и, следовательно, отраженный потоки излучения постоянны. При таких допущениях отраженное излучение каждого элемента поверхности цели имеет такой же диффузный и равномерно распределенный по направлениям наблюдения характер, как и собственное излучение. Следовательно, отраженное и собственное излучение можно объединить в одно *эффективное излучение*, испускаемое поверхностью объекта. Когда поверхность является одновременно диффузным излучателем и диффузным отражателем, интенсивность эффективного излучения не зависит от направления наблюдения. Это позволяет применить для записи уравнений энергетического баланса метод сальдо [9, с. 270].

В общем случае яркость эффективного излучения, создаваемого (n_1, n_2) -м элементом поверхности объекта $\Delta S[n_1, n_2]$ в направлении

синтезируемого изображения, представляет собой сумму испускаемой и отражаемой частей:

$$B_{0\lambda}[n_1, n_2] = B_{0\lambda}^{(E)}[n_1, n_2] + B_{0\lambda}^{(R)}[n_1, n_2],$$

где индексы (E) и (R) означают испускаемое и отражаемое излучение. Тогда интенсивность (n_1, n_2) -го пиксела синтезируемого изображения пропорциональна потоку энергии, излучаемой элементом поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ объекта во входной зрачок приемной оптики регистрирующей системы:

$$I_0[n_1, n_2] = \Delta\omega_0[n_1, n_2]\Delta S[n_1, n_2] \cos \theta_0[n_1, n_2] \times \\ \times \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} B_{0\lambda}[n_1, n_2]R(\lambda)d\lambda \quad (n_1 = 1, \dots, N_1; \quad n_2 = 1, \dots, N_2). \quad (4.1)$$

Здесь $\Delta\omega_0[n_1, n_2]$ — телесный угол, в пределах которого (n_1, n_2) -й элемент поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ испускает излучение во входной зрачок приемной оптики диаметром D_R ; $\theta_0[n_1, n_2]$ — угол между вектором нормали (n_1, n_2) -го элемента поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ и линией визирования « (n_1, n_2) -й пиксел синтезируемого изображения — (n_1, n_2) -й элемент поверхности цели»; $R(\lambda)$ — относительная чувствительность приемной системы в спектральном диапазоне $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$; $N_1 \times N_2$ — размер синтезируемого изображения объекта.

С учетом соотношений $\Delta_Y = \Omega_Y f / N_1$ и $\Delta_Z = \Omega_Z f / N_2$, где f — фокусное расстояние приемной оптики, а Ω_Y и Ω_Z — углы поля зрения приемной системы в радианах, нетрудно получить

$$\Delta\omega_0[n_1, n_2]\Delta S[n_1, n_2] \cos \theta_0[n_1, n_2] = \frac{\Delta\omega_R[n_1, n_2]\pi D_R^2}{4}; \\ \Delta\omega_R[n_1, n_2] = \frac{\Omega_Y \Omega_Z (N_1 N_2)^3}{(N_1^2 N_2^2 + n_1^2 N_2^2 \Omega_Y^2 + n_2^2 N_1^2 \Omega_Z^2)^2}.$$

Раскрывая формулу (4.1) с помощью последних равенств, трудно увидеть, что с точностью до постоянного множителя $\pi D_R^2/4$ интенсивность (n_1, n_2) -го пиксела синтезируемого изображения равна интегральной яркости эффективного излучения $B_0[n_1, n_2]$, создаваемого (n_1, n_2) -м элементом поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ объекта в спектральном диапазоне $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$:

$$I_0[n_1, n_2] = \Delta\omega_R[n_1, n_2] \cdot B_0[n_1, n_2];$$

$$B_0[n_1, n_2] = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} B_{0\lambda}[n_1, n_2] \cdot R(\lambda)d\lambda.$$

В соответствии с результатами работы [59] яркость *испускаемой* части излучения цели может быть представлена в виде

$$B_0^{(E)}[n_1, n_2] = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} B_{0\lambda}^{(E)}[n_1, n_2] \cdot R(\lambda)d\lambda =$$

$$= \delta_0[n_1, n_2] \rho \left\{ \theta_0[n_1, n_2] \mid \vec{k}[n_1, n_2] \right\} \times$$

$$\times \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \varepsilon_{\lambda N}(T_S[n_1, n_2]) i_{\lambda B}(T_S[n_1, n_2]) R(\lambda)d\lambda. \quad (4.2)$$

Здесь $\delta_0[n_1, n_2]$ — индикаторная функция, равная единице, если линия визирования «точка O_{OR} — (n_1, n_2) -й пиксел синтезируемого изображения» пересекается с поверхностью объекта, и нулю в противном случае; $\varepsilon_{\lambda N}(T_S[n_1, n_2])$ и $\rho \left\{ \theta_0[n_1, n_2] \mid \vec{k}[n_1, n_2] \right\}$ — спектральная степень черноты в направлении нормали элемента поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ и его нормированная индикатриса излучения, аппроксимированная моделью (1.14). Форму индикатрисы задает вектор параметров $\vec{k} = \{k_{B1}, k_{R1}, k_{B2}, k_{R2}\}$.

В приближении серого излучателя степень черноты в направлении нормали элемента поверхности не зависит от длины волны $\varepsilon_{\lambda N}(T_S[n_1, n_2]) = \varepsilon_N(T_S[n_1, n_2])$, что позволяет вынести ее за знак интеграла в правой части последнего равенства. Долю излучения абсолютно черного тела, испускаемую в спектральном диапазоне $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, удобно аппроксимировать выражением, полученным в работе [60]:

$$\int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} i_{\lambda B}(T_S) R(\lambda) d\lambda = \tilde{R} \{ \Phi(\lambda_{\max}, T_S) - \Phi(\lambda_{\min}, T_S) \};$$

$$\Phi(\lambda, T_S) = \begin{cases} 2\pi C_1 \exp\left(-\frac{C_2}{\lambda T_S}\right) f_1(\lambda, T_S), & \lambda T_S < 3 \cdot 10^3 \text{ мкм} \cdot \text{К}; \\ 2\pi C_1 \exp\left(-\frac{C_2}{\lambda T_S}\right) f_2(\lambda, T_S), & 3 \cdot 10^3 \leq \lambda T_S < 9 \cdot 10^4 \text{ мкм} \cdot \text{К}; \\ \frac{2\pi}{3} C_1 \left(\frac{C_2}{T_S}\right), & \lambda T_S \geq 9 \cdot 10^4 \text{ мкм} \cdot \text{К}, \end{cases}$$

где \tilde{R} — усредненная по спектральному диапазону $[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ относительная чувствительность приемника; $C_1 = 0,59548 \cdot 10^{-4} \text{ Вт} \cdot \text{мкм}^2$ и $C_2 = 14\,388 \text{ мкм} \cdot \text{К}$ — постоянные Планка;

$$f_1(\lambda, T_S) = \lambda^{-3} \left(\frac{C_2}{T_S}\right)^{-1} + 3\lambda^{-2} \left(\frac{C_2}{T_S}\right)^{-2} + 6\lambda^{-1} \left(\frac{C_2}{T_S}\right)^{-3} + 6 \left(\frac{C_2}{T_S}\right)^{-4};$$

$$f_2(\lambda, T_S) = f_1(\lambda, T_S) + A\lambda(\lambda T_S)^{-1,45} \left(\frac{C_2}{T_S}\right)^{-5} \left\{ \exp\left[\frac{B}{\lambda T_S}\right] - C \right\}^{-1}.$$

Здесь, в свою очередь, $A = 2,01284 \cdot 10^7$; $B = 1,13259 \cdot 10^4$ и $C = 15,5936$ — постоянные.

В приближении диффузного излучения и отражения яркость отражаемой части излучения цели получим в виде [9, с. 270]

$$\begin{aligned}
 B_0^{(R)}[n_1, n_2] &= \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} B_{0\lambda}^{(R)}[n_1, n_2] R(\lambda) d\lambda = \\
 &= \delta_0[n_1, n_2] \sum_{m_1=1}^{N_1} \sum_{m_2=1}^{N_2} \mathfrak{B}[n_1, n_2; m_1, m_2] F[n_1, n_2 | m_1, m_2] \Delta S[m_1, m_2] \times \\
 &\quad \times \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \{1 - \varepsilon(T_S[n_1, n_2])\} B_{0\lambda}[m_1, m_2] R(\lambda) d\lambda, \quad (4.3)
 \end{aligned}$$

где $\mathfrak{B}[n_1, n_2; m_1, m_2]$ — индикаторная функция, равная единице, если (m_1, m_2) -й элемент поверхности $\Delta S[m_1, m_2]$ не затеняется другими элементами по отношению к (n_1, n_2) -му элементу поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ объекта, и равная нулю в противном случае, причем $\mathfrak{B}[n_1, n_2; n_1, n_2] = 0$; $F[n_1, n_2 | m_1, m_2]$ — угловой коэффициент (n_1, n_2) -го элемента поверхности цели, излучающего в направлении (m_1, m_2) -го элемента [9, с. 206],

$$F[n_1, n_2 | m_1, m_2] = \frac{\cos \theta[n_1, n_2 | m_1, m_2] \cos \theta[m_1, m_2 | n_1, n_2]}{\pi L^2[n_1, n_2; m_1, m_2]}.$$

Здесь $\theta[n_1, n_2 | m_1, m_2]$ — угол между вектором нормали к (n_1, n_2) -му элементу поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ и линией визирования « (m_1, m_2) -й элемент — (n_1, n_2) -й элемент поверхности цели»; $L[n_1, n_2; m_1, m_2]$ — расстояние между указанными элементами.

Полусферическая спектральная степень черноты (n_1, n_2) -го элемента поверхности $\varepsilon_\lambda(T_S[n_1, n_2])$ связана с направленной спектральной степенью черноты соотношением [9, с. 67]

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_\lambda(T_S) &= \varepsilon_{\lambda N}(T_S) \int_0^{\pi/2} \rho(\theta | \vec{k}) \sin(2\theta) d\theta = \\
 &= \varepsilon_N(T_S) \{1 - k_{B1} R(k_{R1}) - k_{B2} R(k_{R2})\}.
 \end{aligned}$$

Интегрирование в правой части последнего равенства в соответствии с моделью (1.14) дает

$$R(k_R) = \begin{cases} 1 - \frac{2k_R^2}{1-k_R^2} \left(\frac{1}{2\sqrt{1-k_R^2}} \ln \frac{1+\sqrt{1-k_R^2}}{1-\sqrt{1-k_R^2}} - 1 \right), & 0 \leq k_R < 1; \\ 1 - \frac{2}{3} k_R^2, & k_R = 1; \\ 1 - \frac{2k_R^2}{k_R^2-1} \left(1 - \frac{\arctg \sqrt{k_R^2-1}}{\sqrt{k_R^2-1}} \right), & k_R > 1. \end{cases}$$

Раскрывая равенство (4.1) в соответствии с формулами (4.2) и (4.3) для всех элементов поверхности объекта $\Delta S[n_1, n_2]$, видимых в направлении синтезируемого изображения, т. е. $\delta_0[n_1, n_2] = 1$, получаем уравнение энергетического баланса в приближении серого излучателя:

$$\begin{aligned} \tilde{B}_0[n] &= \tilde{\delta}_0[n] w_3[n] w_{04}[n] + \tilde{\delta}_0[n] w_1[n] \sum_{m=1}^{N_1 \cdot N_2} w_2[n, m] \tilde{B}_0[m]; \\ w_1[n] &= 1 - \varepsilon_0[n]; \\ \varepsilon_0[n] &= \varepsilon_N(T_S[n_1, n_2]) \times \\ &\times \left\{ 1 - k_{B1}[n_1, n_2] R(k_{R1}[n_1, n_2]) - k_{B2}[n_1, n_2] R(k_{R2}[n_1, n_2]) \right\}; \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$w_2[n, m] = \mathfrak{G}[n_1, n_2; m_1, m_2] F[n_1, n_2 | m_1, m_2] \Delta S[m_1, m_2];$$

$$w_3[n] = \varepsilon_N(T_S[n_1, n_2]) \tilde{R} \left\{ \Phi(\lambda_{\max}, T_S[n_1, n_2]) - \Phi(\lambda_{\min}, T_S[n_1, n_2]) \right\};$$

$$w_{04}[n] = \rho(\theta_0[n_1, n_2] | \bar{k}[n_1, n_2]) \quad (n = 1, \dots, N); \quad N = N_1 N_2.$$

Здесь лексикографические преобразования двумерных индексов (n_1, n_2) и (m_1, m_2) в одномерные $n = n_1 + (n_2 - 1)N_1$ и $m = m_1 + (m_2 - 1)N_1$ устанавливают соответствия

$$\tilde{B}_0[n] = B_0[n_1, n_2]; \quad \tilde{B}_0[m] = B_0[m_1, m_2]; \quad \tilde{\delta}_0[n] = \delta_0[n_1, n_2].$$

Важно отметить, что векторы коэффициентов $\overline{W}_1 = (w_1[1], \dots, w_1[N])$ и $\overline{W}_3 = (w_3[1], \dots, w_3[N])$ не зависят от ракурса цели и определяются

теплофизическими свойствами излучающей поверхности объекта. Напротив, матрица угловых коэффициентов $\{w_2[n, m]\}_{n=1, \overline{N}}^{m=1, \overline{N}}$ определяется способом пространственной дискретизации поверхности цели. Этот способ, как отмечалось выше, связан с процедурой центрального проецирования пикселей синтезируемого изображения на поверхность объекта локации. Наконец, вектор отсчетов нормированной индикатрисы излучения $\overline{W}_{04} = (w_{04}[1], \dots, w_{04}[N])$ зависит от ракурса цели.

Иными словами, задача синтеза изображения объекта *с априори известной пространственной конфигурацией* сводится к двухэтапной вычислительной процедуре.

Прежде всего необходимо реконструировать неизвестные теплофизические параметры \overline{W}_1 , \overline{W}_3 и \overline{W}_{04} по относительно небольшому набору экспериментально измеренных ракурсных снимков объекта локации. В дальнейшем изображение цели с заданного ракурса синтезируется на основе уравнения (4.4).

Идентификацию неизвестных параметров \overline{W}_1 , \overline{W}_3 и \overline{W}_{04} рационально осуществлять на основе решения *системы уравнений энергетического баланса* (СУЭБ). Эта система составлена относительно экспериментально измеренных распределений яркостей излучения $\tilde{B}_k[n] = B_k[n_1, n_2]$ для элементов поверхности объекта $\Delta S[n_1, n_2]$ по набору $k = 1, \dots, K$ ракурсных снимков цели. Значение индекса $k = 0$ в этом случае удобно интерпретировать как индекс ракурса, заданного пользователем, в направлении которого необходимо синтезировать модельное изображение.

Важно отметить, что множество $\Delta S[n_1, n_2]$ ($n_1 = 1, \dots, N_1$; $n_2 = 1, \dots, N_2$) предварительно получено центральным проецированием пикселей синтезируемого изображения на поверхность объекта. Аналогично уравнению (4.4) нетрудно получить СУЭБ

$$w_3[n]w_{4k}[n] + w_1[n] \sum_{j=1}^{N_1 N_2} w_2[n, j] \overline{B}_k[j] = \overline{B}_k[n] \quad (k = 1, \dots, K), \quad (4.5)$$

где n принимает значения из интервала $[1, N]$, для которых индикаторная функция $\tilde{\delta}[n] = \delta_k[n_1, n_2] \neq 0$, т. е. элемент поверхности

$\Delta S[n_1, n_2]$, не маскируется другими элементами по отношению к приемной системе при k -й ракурсной съемке.

Для сокращения последующих записей введем обозначение суммарной яркости излучения, отражаемого всеми элементами поверхности объекта в направлении (n_1, n_2) -го элемента его поверхности при k -м измерении:

$$B_k^{(R)}[n] = \sum_{j=1}^N w_2[n, j] \tilde{B}_k[j].$$

Систему нелинейных уравнений (4.5) рационально предварительно линеаризовать. Для этого выполним прежде всего процедуру табуляции нормированной индикатрисы излучения $\rho(\theta | \vec{k})$. С этой целью интервал $[0^\circ, 90^\circ]$ углов наблюдения θ разобьем с равномерным шагом $\Delta\theta = \pi / (2M)$ на M интервалов. Будем полагать, что $w_{k4}[n] = w_4[m_{kn}]$, если

$$(m_{kn} - 1)\Delta\theta \leq \tilde{\theta}_k[n] = \theta_k[n_1, n_2] < m_{kn}\Delta\theta.$$

Здесь $w_4[m]$ ($m = 1, \dots, M$) — уровни квантования нормированной индикатрисы излучения $\rho(\theta | \vec{k})$, подлежащие идентификации по набору ракурсных снимков; m_{kn} — уровень квантования индикатрисы, соответствующий (n_1, n_2) -му элементу поверхности цели и ее k -му ракурсному снимку. Ясно также, что на этапе синтеза модельного изображения цели для компонент вектора \vec{W}_{04} справедливы оценки

$$w_{04}[n] = w_4[m_{0n}], \text{ если } (m_{0n} - 1)\Delta\theta \leq \tilde{\theta}_0[n] < m_{0n}\Delta\theta.$$

Следующим шагом линеаризации является логарифмирование системы уравнений (4.5)

$$\text{Ln}(w_3[n]) + \text{Ln}(w_4[m_{kn}]) = \text{Ln}(\tilde{B}_k[n] - w_1[n]B_k^{(R)}[n]). \quad (4.6)$$

Рассмотрим полусферическую степень черноты цели, усредненную по всем ее элементам поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ ($n_1 = 1, \dots, N_1$; $n_2 = 1, \dots, N_2$):

$$E_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varepsilon_0[n].$$

В этом случае оценка для среднего значения полусферического коэффициента отражения цели имеет вид

$$R_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N w_1[n] = 1 - E_0.$$

Тогда в качестве аппроксимаций правых частей системы уравнений (4.6) удобно ограничиться линейными членами следующего ряда Тейлора:

$$\text{Ln} \left(\tilde{B}_k[n] - w_1[n] B_k^{(R)}[n] \right) \approx \text{Ln} \left(B_{k0}^{(E)}[n] \right) - \frac{B_k^{(R)}[n]}{B_{k0}^{(E)}[n]} \left(w_1[n] - R_0 \right).$$

Здесь

$$B_{k0}^{(E)}[n] = \tilde{B}_k[n] - R_0 B_k^{(R)}[n] \quad (4.7)$$

имеет смысл средней яркости (n_1, n_2) -го пиксела на k -м снимке объекта локации, обусловленной собственным излучением цели.

В результате необходимых подстановок получим систему $\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{N_1 N_2} \delta_k[n]$ линейных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{B_k^{(R)}[n]}{B_{k0}^{(E)}[n]} w_1[n] + \text{Ln}(w_3[n]) + \text{Ln}(w_4[m_{kn}]) &= \\ &= \frac{B_k^{(R)}[n]}{B_{k0}^{(E)}[n]} R_0 + \text{Ln} \left(B_{k0}^{(E)}[n] \right) \\ (k = 1, \dots, K; \quad n = 1, \dots, N; \quad m_{kn} = 1, \dots, M) & \quad (4.8) \end{aligned}$$

относительно набора $(2N_1N_2 + M)$ неизвестных теплофизических параметров цели

$$w_1[n]; \quad \text{Ln}(w_3[n]) \quad (n = 1, \dots, N) \quad \text{и} \quad \text{Ln}(w_4[m]) \quad (m = 1, \dots, M). \quad (4.9)$$

В уравнении (4.8) $m_{kn} = \lceil \tilde{\theta}_k[n] / \Delta\theta \rceil + 1$, где символ «квадратные скобки» означает целую часть числа, а индекс элемента поверхности n принимает значение, при котором индикаторная функция $\tilde{\delta}_k[n] \neq 0$.

Важно отметить, что в выражениях (4.7) и (4.8) средний полусферический коэффициент отражения цели $0 \leq R_0 \ll 1$ является параметром линеаризации исходной системы нелинейных уравнений (4.5). При $R_0 = 0$ переотражение оптического излучения между элементами поверхности объекта отсутствует. Типичное стартовое значение $R_0 \approx 0,1$. Значение коэффициента R_0 можно уточнять после каждого цикла решения системы уравнений (4.8). В соответствии с равенствами (4.5) и (4.7) нетрудно получить формулу для итерационного обновления коэффициента R_0 :

$$R_0 = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{\delta}_k[n]}{B_k^{(R)}[n]} (\tilde{B}_k[n] - w_3[n]w_4[m_{nk}])}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \tilde{\delta}_k[n]}.$$

Для диффузного излучателя $k_{B1} = k_{B2} = 0$ и $\rho(\theta | \bar{k}) = 1$. В этом случае $M = 1$ и $w_4[m_{kn}] = 1$, т. е. система уравнений (4.8) разделяется на совокупность N независимых подсистем, каждая из которых содержит $\sum_{k=1}^K \tilde{\delta}_k[n]$ уравнений с двумя неизвестными $w_1[n]$ и $\text{Ln}(w_3[n])$. Параметр $w_1[n]$ представляет собой полусферический коэффициент отражения (n_1, n_2) -го элемента поверхности объекта. Параметр $w_3[n]$ характеризует яркость, излученную (n_1, n_2) -м элементом поверхности в направлении его нормали.

Ясно также, что решение системы (4.8) в случае диффузного излучения цели является хорошим начальным приближением неизвестных $w_1[n]$ и $\text{Ln}(w_3[n])$ ($n = 1, \dots, N$) для итерационного решения системы уравнений (4.8) в общем случае.

В соответствии с представленной методикой проводилось исследование влияния формы нормированной индикатрисы $\rho(\theta)$ и эффекта переотражения на статистические характеристики синтезированного тепловизионного изображения танка Т-72. В вычислительном эксперименте спектральную и температурную зависимости степени черноты в направлении нормали $\epsilon_{\lambda N}(T_S)$ аппроксимировали моделью Хагена — Рубенса (1.18) для металлической поверхности объекта локации. Расчеты проводились для спектрального диапазона 7...14 мкм. Распределение температуры по поверхности цели задавалось в рамках кусочно-аналитической модели геометрического образа объекта (см. рис. 1.21), представленной в работе [1]. В качестве моделей $\rho(\theta)$ анализировались нормированные диффузная и направленная индикатрисы с параметрами, представленными в табл. 4.1. Решение линейаризованной СУЭБ для малоракурсного случая ($K \approx 10$) получено с помощью алгоритма, представленного в работе [61]. Размер синтезированного изображения цели составлял 200×200 пикселей, а глубина цвета — 8 бит, в оттенках серого.

Таблица 4.1

Параметры модели нормированной индикатрисы излучения

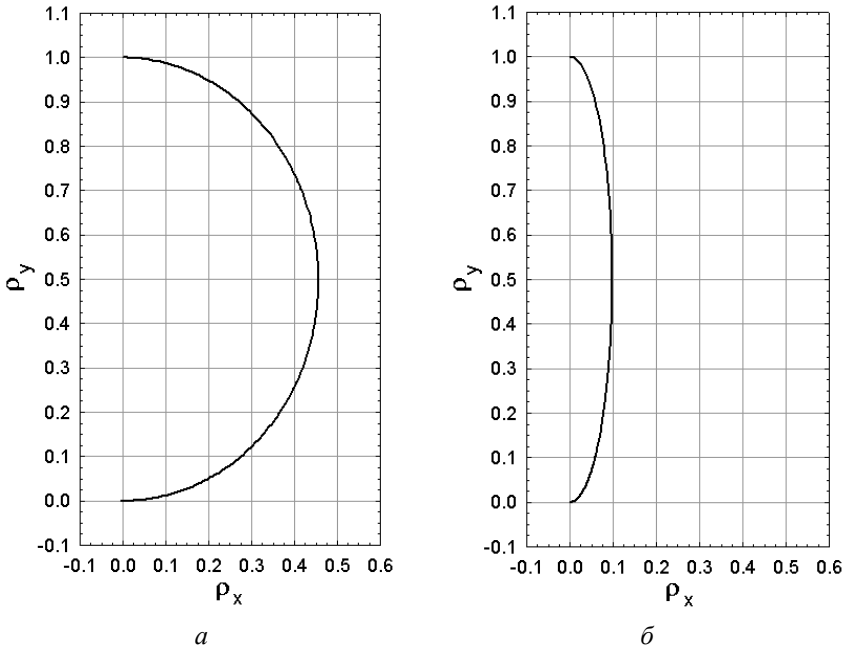
Модель	Параметры			
	k_{B1}	k_{R1}	k_{B2}	k_{R2}
Диффузная	0,93	0,94	0,07	0,65
Направленная	0,99	0,19	0,01	0,24

В качестве основных статистик модельных изображений были исследованы МО, СКО и медиана одномерного распределения для уровня яркости изображения. Кроме того, анализировался вид гистограммной оценки распределения, как наиболее важной характеристики для выбора параметров алгоритмов сегментации изображений. Оценки основных статистик модельных изображений сведены в табл. 4.2.

Статистики модельных изображений танка Т-72

№ п/п	Индикатриса	Отражение	МО	Медиана	СКО
1	Диффузная	Нет	187,03	193	20,30
2		Да	155,30	193	96,89
3	Направленная	Нет	148,8	160	91,01
4		Да	154,85	154	36,13

Нормированные индикатрисы $\rho(\theta)$ и результаты цифрового моделирования тепловизионных изображений танка Т-72, а также соответствующие им гистограммы яркости изображений представлены на рис. 4.2–4.4.

Рис. 4.2. Нормированная индикатриса $\rho(\theta)$ степени черноты:

a — диффузная; b — направленная

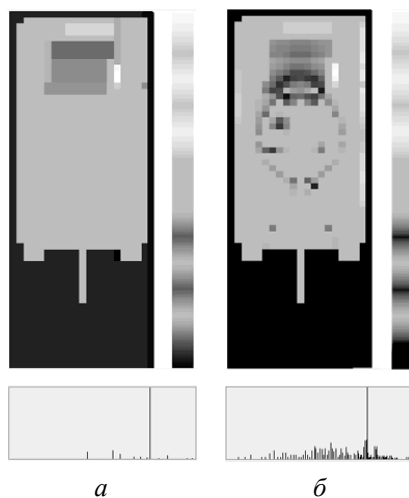


Рис. 4.3. Синтезированное изображение танка Т-72 и его гистограмма для диффузной индикатрисы степени черноты:
a — без учета отражения; *б* — с учетом отражения

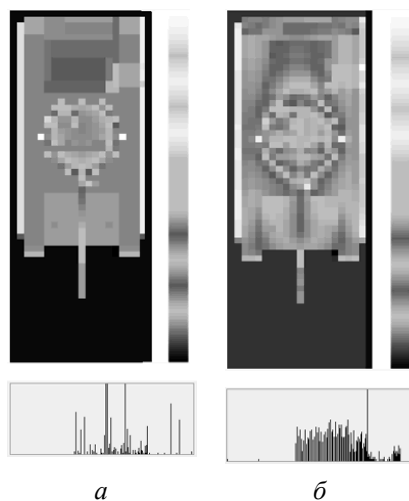


Рис. 4.4. Синтезированное изображение танка Т-72 и его гистограмма для направленной индикатрисы степени черноты:
a — без учета отражения; *б* — с учетом отражения

4.2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ РЕКОНСТРУКЦИИ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ 3D-ОБЪЕКТА

При построении цифровых моделей изображений целей и реализаций сигналов в оптическом спектральном диапазоне исходная информация нередко бывает задана в виде набора ракурсных снимков объектов локации. В этом случае задачу синтеза изображения или расчета интегрального сигнала с любого заданного ракурса рационально сформулировать как задачу реконструкции геометрических и оптических параметров наблюдаемой цели.

Восстановление трехмерной конфигурации объекта по набору его снимков достаточно эффективно выполняют фотограмметрическими методами на основе модели стереопсиса. В данном случае будем предполагать, что *геометрический образ цели априори известен*. В такой постановке задача реконструкции оптических параметров цели может быть успешно решена методами компьютерной томографии [62]. Их применение основано на поэтапном решении проблемы, а именно:

1) на создании математической модели отражения и излучения, устанавливающей взаимосвязь ракурсных изображений 3D-объекта или его интегральных сигналов с оптическими параметрами. Такая модель обычно представляет собой СУЭБ [63];

2) формировании эффективных вычислительных алгоритмов восстановления оптических параметров цели на основе решения СУЭБ;

3) моделировании в режиме реального времени изображения объекта и локационных сигналов для заданного ракурса.

Рассмотрению первого этапа посвящены разд. 1.4 и 4.1. В частности, было показано, что задача реконструкции оптических параметров отражающего и излучающего объекта по набору ракурсных снимков сводится в общем случае к решению системы нелинейных уравнений. Эта система уравнений описывает распределение по поверхности цели температуры, формы индикатрисы отражения и излучения, а также оптических постоянных покрытия, таких как показатели преломления, поглощения и рассеяния.

Ясно, что попытка решения такой системы нелинейных уравнений приведет к необходимости построения весьма сложного в вычислительном отношении алгоритма. Однако если исходить из ко-

нечной цели моделирования, связанной с синтезом изображения объекта с любого заданного ракурса, то задачу реконструкции можно значительно упростить. В этом случае СУЭБ достаточно просто линеаризуется и принимает вид

$$a_k[n]w_1[n] + \text{Ln}(w_3[n]) + \text{Ln}(w_4[m_{kn}]) = b_k[n] \\ (n = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K). \quad (4.10)$$

Здесь $w_1[n]$; $\text{Ln}(w_3[n])$ ($n = 1, \dots, N$) и $\text{Ln}(w_4[m])$ ($m = 1, \dots, M$) — набор $(2N + M)$ неизвестных теплофизических параметров цели; $n = n_1 + (n_2 - 1)N_1$ — лексикографический индекс (n_1, n_2) -го пиксела синтезируемого изображения размером $N_1 \times N_2$; $N = N_1N_2$ — число пикселей изображения; $1 \leq m_{kn} \leq M$ — номер уровня квантования индикатрисы излучения, регистрируемого для (n_1, n_2) -го элемента поверхности $\Delta S[n_1, n_2]$ объекта локации на k -м снимке; M — число уровней квантования нормированной индикатрисы излучения [58].

Значения коэффициентов системы линейных уравнений рассчитывают по формулам [63]

$$a_k[n] = \frac{B_k^{(R)}[n]}{B_{k0}^{(E)}[n]}; \quad b_k[n] = a_k[n]R_0 + \text{Ln}(B_{k0}^{(E)}[n]) \quad (4.11)$$

по результатам измерений яркостей $B_k[n]$ для k -го снимка цели.

В указанных выше равенствах $B_k^{(R)}[n] = \sum_{j=1}^N w_2[n, j]B_k[j]$ — суммар-

ная яркость излучения, отраженного всеми элементами поверхности цели в направлении (n_1, n_2) -го элемента ее поверхности при k -м измерении; $w_2[n, j]$ — вес, учитывающий геометрические условия теплообмена между (n_1, n_2) -м и (j_1, j_2) -м элементами поверхности [63], $j = j_1 + (j_2 - 1)N_1$; $B_{k0}^{(E)}[n] = B_k[n] - R_0B_k^{(R)}[n]$ — средняя яркость (n_1, n_2) -го пиксела на k -м снимке, обусловленная собственным излучением объекта локации.

Средний полусферический коэффициент отражения цели $0 \leq R_0 \ll 1$ является параметром линеаризации СУЭБ. Переотраже-

ние оптического излучения между элементами поверхности объекта отсутствует, если $R_0 = 0$. Типичное стартовое значение $R_0 \approx 0,1$. Значение коэффициента

$$R_0 = \frac{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \frac{\delta_k[n]}{B_k^{(R)}[n]} (B_k[n] - w_3[n]w_4[m_{nk}])}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \delta_k[n]}$$

уточняют после каждого цикла в алгоритме решения системы уравнений (4.10). В последнем равенстве $\delta_k[n]$ — индикаторная функция, равная единице, если (n_1, n_2) -й элемент поверхности цели не маскируется другими элементами по отношению к приемнику излучения для условий k -й съемки. В противном случае $\delta_k[n] = 0$.

Важно отметить, что система уравнений (4.10) записана для множества факетов $\Delta S[n_1, n_2]$ ($n_1 = 1, \dots, N_1; n_2 = 1, \dots, N_2$), полученных центральным проецированием пикселей синтезируемого изображения на поверхность объекта относительно центра O_{0R} (см. рис. 4.1). Здесь значение индекса $k=0$ ассоциировано с ракурсом модельного изображения. Ясно, что обратная проекция (n_1, n_2) -й точки цели относительно центра O_{kR} на плоскость k -го ракурсного изображения ($k = 1, \dots, K$), как правило, не совпадает с узлами растра экспериментального снимка. Это приводит к необходимости интерполяции значений яркостей $B_k[n]$, входящих в равенства (4.11), по экспериментальным значениям яркостей в ближайших узлах растра ракурсного изображения.

Пусть центральная проекция (n_1, n_2) -й точки объекта попадает в ячейку дискретизации k -го экспериментального снимка с индексами $m_1 \leq y_{kR}/\Delta_Y \leq m_1 + 1$ и $m_2 \leq z_{kR}/\Delta_Z \leq m_2 + 1$ (рис. 4.5). Здесь $\{y_{kR}, z_{kR}\}$ — координаты центральной проекции (n_1, n_2) -й точки цели на плоскости k -го снимка. Для упрощения записи последующих формул обозначим

$$y = \frac{y_{kR}}{\Delta_Y}; \quad z = \frac{z_{kR}}{\Delta_Z}; \quad B_k[n_1, n_2] = b(y, z).$$

$$b_2(y, z) = B^{(k)}[m_1, m_2 + 1] + \\ + \left\{ B^{(k)}[m_1 + 1, m_2 + 1] - B^{(k)}[m_1, m_2 + 1] \right\} (y - m_1) + \\ + \left\{ B^{(k)}[m_1, m_2 + 1] - B^{(k)}[m_1, m_2] \right\} (z - m_2 - 1);$$

$$b_3(y, z) = B^{(k)}[m_1 + 1, m_2 + 1] + \\ + \left\{ B^{(k)}[m_1 + 1, m_2 + 1] - B^{(k)}[m_1, m_2 + 1] \right\} (y - m_1 - 1) + \\ + \left\{ B^{(k)}[m_1 + 1, m_2 + 1] - B^{(k)}[m_1 + 1, m_2] \right\} (z - m_2 - 1);$$

$$b_4(y, z) = B^{(k)}[m_1 + 1, m_2] + \\ + \left\{ B^{(k)}[m_1 + 1, m_2] - B^{(k)}[m_1, m_2] \right\} (y - m_1 - 1) + \\ + \left\{ B^{(k)}[m_1 + 1, m_2 + 1] - B^{(k)}[m_1 + 1, m_2] \right\} (z - m_2).$$

Здесь $B^{(k)}[m_1, m_2]$ — значение яркости изображения в (m_1, m_2) -м узле растра k -го экспериментального снимка.

Оценка координат $\{y_{kR}, z_{kR}\}$ центральной проекции (n_1, n_2) -й точки объекта на плоскости k -го снимка связана с необходимостью идентификации условий съемки, т. е. определения ракурса снимка $\{\alpha_k, \beta_k, \gamma_k\}$ и координат приемника $\{L_k, y_k, z_k\}$ в лучевой системе (см. рис. 4.1). Такого рода процедуру удобно реализовать с помощью алгоритма визуализации геометрического образа цели, представленного в [1]. Последний позволяет добиваться совмещения контурного изображения геометрического образа объекта с его ракурсным снимком, варьируя в интерактивном режиме параметры $\{\alpha_k, \beta_k, \gamma_k\}$ и $\{L_k, y_k, z_k\}$ (рис. 4.6). Точность идентификации условий съемки существенно возрастает за счет применения дополнительного этапа выделения границ и характерных перепадов яркости снимка на основе цифровых методов сегментации изображений [65, 66].

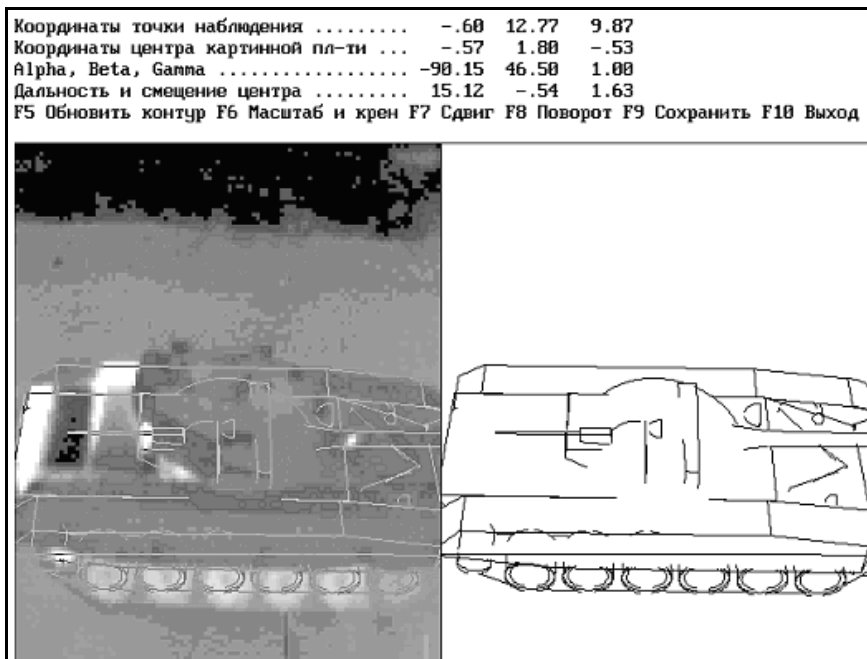


Рис. 4.6. Ракурсный снимок борта танка Т-72 и совмещенная с ним модель геометрического образа

В рамках задачи моделирования изображений 3D-объекта в режиме реального времени практический интерес представляет недоопределенная система линейных уравнений (4.10), в которой число неизвестных $L_2 = (2N + M)$ больше (или равно) числа уравнений $L_1 = \sum_{k=1}^K L_{1k}$. Здесь $L_{1k} = \sum_{n=1}^N \delta_k[n]$ — число элементов поверхности цели, не маскируемых другими элементами по отношению к приемнику излучения для условий k -й съемки. В этом «малоракурсном» случае основные источники погрешностей реконструкции вектора-столбца

$$\vec{W} = \{w_1[1], \dots, w_1[N], \text{Ln}(w_3[1]), \dots, \text{Ln}(w_3[N]), \\ \text{Ln}(w_4[1]), \dots, \text{Ln}(w_4[M])\}^T$$

оптических параметров объекта локации определяются погрешностями измерений яркостей $B^{(k)}[m_1, m_2]$ экспериментальных изображений; погрешностями интерполяции значений яркостей $B_k[n]$ на растр модельного изображения и погрешностями линейризации СУЭБ.

Очевидно, что в такой ситуации система уравнений (4.10) может быть несовместной. Ее точное алгебраическое решение, даже если бы оно существовало, не представляет большой ценности для реконструкции вектора \vec{W} . Наибольший интерес представляет решение, удовлетворяющее принципу реализуемости [67]. Согласно этому принципу, в пространстве параметров \vec{W} ищется точка (решение), минимально уклоняющаяся от всех гиперплоскостей (экспериментальных изображений), заданных уравнениями (4.10).

Для упрощения последующих преобразований систему линейных уравнений запишем в векторной транскрипции. Для этого сформируем блочный вектор-столбец данных $\vec{B} = (\vec{B}_1^T | \dots | \vec{B}_K^T)^T$ длиной L_1 и разреженную проецирующую матрицу $A = (A_1 | \dots | A_K)$ размером $L_2 \times L_1$. Вектор данных $\vec{B}_k = (b_1^{(k)} | \dots | b_{L_{1k}}^{(k)})^T$ имеет длину L_{1k} . Текущий блок $A_k = (\vec{a}_1^{(k)} | \dots | \vec{a}_{L_{1k}}^{(k)})$ проецирующей матрицы содержит L_2 строк и L_{1k} столбцов.

Сформируем вектор-столбец \vec{B}_k длиной N по следующему правилу. Если индикаторная функция $\delta_k[n] \neq 0$, то $b_n^{(k)} = b_k[n]$, в противном случае $b_n^{(k)} = 0$. Аналогичным образом сформируем матрицу \vec{A}_k размером $L_2 \times N$. Если индикаторная функция $\delta_k[n] \neq 0$, то n -й столбец $\vec{a}_n^{(k)}$ матрицы содержит компоненты $a_k[n]$, 1 и 1 соответственно в n -й, $(N+n)$ -й и $(2N+m_{kn})$ -й строках. Здесь в соответствии с уравнением (4.10) $m_{kn} = [\theta_k[n]/\Delta\theta] + 1$, квадратные скобки означают целую часть числа, а $\Delta\theta$ и $\theta_k[n]$ — интервал квантования нормированной индикатрисы излучения и угол наблюдения facets $\Delta S[n_1, n_2]$ с k -го ракурса. Остальные компоненты матрицы \vec{A}_k равны нулю. Вектор данных \vec{B}_k и проецирующую матрицу A_k получим

из вектора \vec{B}_k и матрицы \vec{A}_k вычеркиванием соответственно всех нулевых элементов и столбцов. Ясно, что k -му экспериментальному изображению цели соответствует подсистема линейных уравнений $A_k^T \vec{W} \approx \vec{B}_k$, а (n_1, n_2) -му пикселу этого изображения — уравнение $\vec{W}^T \vec{a}_n^{(k)} \approx b_n^{(k)}$ при условии, что $\delta_k[n] \neq 0$.

В принятых обозначениях принцип реализуемости удобно формулировать в терминах задачи квадратичного программирования [68]

$$\vec{W}_{\text{opt}} = \arg \min_{\vec{W}} \left\| A^T \cdot \vec{W} - \vec{B} \right\|^2.$$

Оптимальное решение этой задачи имеет вид $\vec{W}_{\text{opt}} = A^\# \vec{B}$. Однако в силу огромной размерности матрицы A^T ее псевдообращение $A^\# = (AA^T)^{-1}A$ с помощью алгоритма Ланцоша становится нецелесообразным по критерию вычислительных затрат.

Согласно принципу реализуемости, систему линейных уравнений (4.10) рационально заменить системой линейных неравенств (СЛН) [62, 67]:

$$\begin{aligned} |a_k[n]w_1[n] + \text{Ln}(w_3[n]) + \text{Ln}(w_4[m_{kn}]) - b_k[n]| \leq \varepsilon_k[n] \\ (n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K; \quad m_{kn} = 1, \dots, M). \end{aligned}$$

Иными словами, в пространстве оптических параметров цели ищется точка \vec{W} , лежащая внутри ε -полос всех гиперплоскостей экспериментальных изображений объекта локации. Здесь допуск $\varepsilon_k[n] = \varepsilon|b_k[n]|$ удобно трактовать как погрешность регистрации яркости $B_k[n]$, а ε — как заданную относительную погрешность решения системы уравнений (4.10).

В дополнение к вектору данных \vec{B}_k рассмотрим вектор-столбец допустимых погрешностей реконструкции $\vec{E}_k = \left(e_1^{(k)} \mid \dots \mid e_{L_{1k}}^{(k)} \right)^T$ длиной L_{1k} . Для этого сформируем вектор-столбец \vec{E}_k длиной N по следующему правилу. Если индикаторная функция $\delta_k[n] \neq 0$, то

$e_n^{(k)} = \varepsilon_k[n]$, в противном случае $e_n^{(k)} = 0$. Вектор погрешностей \bar{E}_k получим из вектора $\bar{\bar{E}}_k$ вычеркиванием всех нулевых элементов. Тогда k -му экспериментальному изображению цели соответствует подсистема неравенств

$$A_k^T \bar{W} - \bar{B}_k - \bar{E}_k \leq 0; \quad A_k^T \bar{W} + \bar{B}_k - \bar{E}_k \leq 0,$$

а (n_1, n_2) -му пикселу этого изображения — неравенства

$$\bar{W}^T \bar{a}_n^{(k)} - b_n^{(k)} - e_n^{(k)} \leq 0; \quad -\bar{W}^T \bar{a}_n^{(k)} + b_n^{(k)} - e_n^{(k)} \leq 0. \quad (4.12)$$

Объединяя подсистемы линейных неравенств в одну систему, для всех снимков $k = 1, \dots, K$ окончательно получим

$$A_k^T \bar{W} + \bar{B}_\oplus \leq 0, \quad (4.13)$$

где $A_\oplus = (A_1 | -A_1 | \dots | A_K | -A_K)$ — расширенная проецирующая матрица размером $L_2 \times 2L_1$; $B_\oplus = -(\bar{E}_1^T + \bar{B}_1^T | \bar{E}_1^T - \bar{B}_1^T | \dots | \bar{E}_K^T + \bar{B}_K^T | \bar{E}_K^T - \bar{B}_K^T)^T$ — расширенный блочный вектор-столбец данных длиной $2L_1$.

Стандартную СЛН (4.13) решают методом последовательных приближений с помощью эффективного в вычислительном отношении алгоритма Качмажа [67]:

$$\bar{W}[i+1] = \bar{W}[i] - \lambda \delta_j^{(k)} (\bar{W}[i]) \frac{\bar{W}^T[i] \bar{a}_n^{(k)} - d_j^{(k)} \bar{a}_n^{(k)}}{\|\bar{a}_n^{(k)}\| \|\bar{a}_n^{(k)}\|}; \quad (4.14)$$

$$d_j^{(k)} = \begin{cases} b_n^{(k)} - e_n^{(k)}, & j = 2n - 1; \\ b_n^{(k)} + e_n^{(k)}, & j = 2n, \end{cases} \quad (n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K),$$

где i — номер итерации обучения вектора \bar{W} . Алгоритм (4.14) последовательного учета столбцов $\bar{a}_n^{(k)}$ проецирующей матрицы A имеет наглядный геометрический смысл (рис. 4.7). В пространстве $\bar{W} \in R^{L_2}$ оптических параметров объекта локации орт $\bar{a}_n^{(k)} / \|\bar{a}_n^{(k)}\|$ задает направление коррекции вектора $\bar{W}[i]$ по положительной нормали к гиперплоскости $\bar{W}^T \bar{a}_n^{(k)} = b_n^{(k)}$ обучающего примера $\{\bar{a}_n^{(k)}; b_n^{(k)}\}$, соответствующего (n_1, n_2) -му пикселу на k -м снимке при

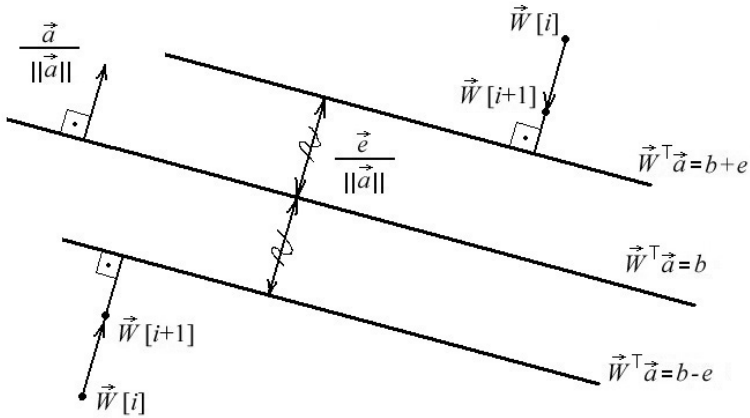


Рис. 4.7. Алгоритм ART2 реконструкции оптических параметров цели

условию, что $\delta_k[n] \neq 0$. Эта гиперплоскость является «осью» симметрии ε -полосы допустимых погрешностей $\pm e_n^{(k)}$ решения СЛН для текущего примера. Скаляры $(\vec{W}^T[i] \vec{a}_n^{(k)} - d_j^{(k)}) / \|\vec{a}_n^{(k)}\|$, $j = (2n - 1), 2n$ определяют расстояния Евклида от текущей точки с радиусом-вектором $\vec{W}[i]$ до границ ε -полосы в виде гиперплоскостей $\vec{W}^T \vec{a}_n^{(k)} = b_n^{(k)} - e_n^{(k)}$ и $\vec{W}^T \vec{a}_n^{(k)} = b_n^{(k)} + e_n^{(k)}$. Расстояния измеряют по нормальям к граничным гиперплоскостям. Функция

$$\delta_j^{(k)}(\vec{W}[i]) = \begin{cases} 1, & \text{если } (-1)^j (\vec{W}^T[i] \vec{a}_n^{(k)} - d_j^{(k)}) \geq 0; \\ 0, & \text{если } (-1)^j (\vec{W}^T[i] \vec{a}_n^{(k)} - d_j^{(k)}) < 0, \end{cases}$$

реализует принцип «подкрепления — наказания». Если точка $\vec{W}[i]$ находится за пределами ε -полосы, то функция $\delta_j^{(k)}(\vec{W}[i]) = 1$ и оптические параметры корректируют (фаза наказания) так, чтобы вектор $\vec{W}[i+1]$ приблизился к границам или попал внутрь полосы допустимых погрешностей решения СЛН. Если точка с радиусом-вектором $\vec{W}[i]$ находится внутри ε -полосы, то функция $\delta_j^{(k)}(\vec{W}[i]) = 0$ и

$\overline{W}[i+1] = \overline{W}[i]$, т. е. оптические параметры цели не корректируют (фаза подкрепления).

Существенной проблемой является обеспечение условий сходимости алгоритма Качмажа к компромиссному решению несовместной СЛН (4.13). Алгоритм (4.14) регуляризуют введением параметра релаксации $\mu \leq \lambda \leq 2 - \mu$ [62]. Здесь μ — положительная достаточно малая постоянная, которая задает значение шага коррекции вектора $\overline{W}[i]$ в долях от расстояний до границ ε -полосы. Очевидно, что для значения $\lambda = 1$ последующее приближение $\overline{W}[i+1]$ вектора оптических параметров цели представляет собой ортогональную проекцию вектора $\overline{W}[i]$ на граничную гиперплоскость ε -полосы. Значению $\lambda = 2$ соответствует зеркальное отражение относительно граничной гиперплоскости.

Дополнительный механизм формирования устойчивой «быстрой» модели тепловизионного изображения состоит в снижении числа L_2 реконструируемых оптических параметров объекта локации. В соответствии со структурой разреженной проецирующей матрицы A алгоритм (4.14) за одну итерацию обучения корректирует три компоненты вектора \overline{W} . Это $w_1[n]$ — полусферический коэффициент отражения и $w_3[n]$ — яркость, излученная (n_1, n_2) -м факетом цели в направлении его нормали. Третья компонента $w_4[m_{kn}]$ представляет собой значение нормированной индикатрисы излучения факета, наблюдаемого под углом $\theta_k[n] \approx (m_{kn} - 1)\Delta\theta$. Важно отметить, что первые два параметра — $w_1[n]$ и $w_3[n]$ — зависят от температуры $T_s[n]$ факета [63]. Их число $2N$ можно сократить благодаря наличию на поверхности объекта изотермических зон. Идентификацию областей равных температур выполняют на этапе сегментации экспериментальных изображений цели. В качестве примера на рис. 4.8 представлена схема распределения областей равных температур по поверхности танка на его виде сверху. Пусть p_l — это l -я изотермическая зона объекта локации ($l = 1, \dots, P$), а P — их число. Тогда алгоритм обучения (4.14) рационально дополнить ограничениями в форме равенств $w_1[n] = w_1[l]$ и $w_3[n] = w_3[l]$, если (n_1, n_2) -й факет принадлежит p_l области.

В результате число степеней свободы модельного изображения цели сокращают до величины $\tilde{L}_2 = (2P + M)$ порядка нескольких десятков, что сопоставимо с числом экспериментальных снимков K .

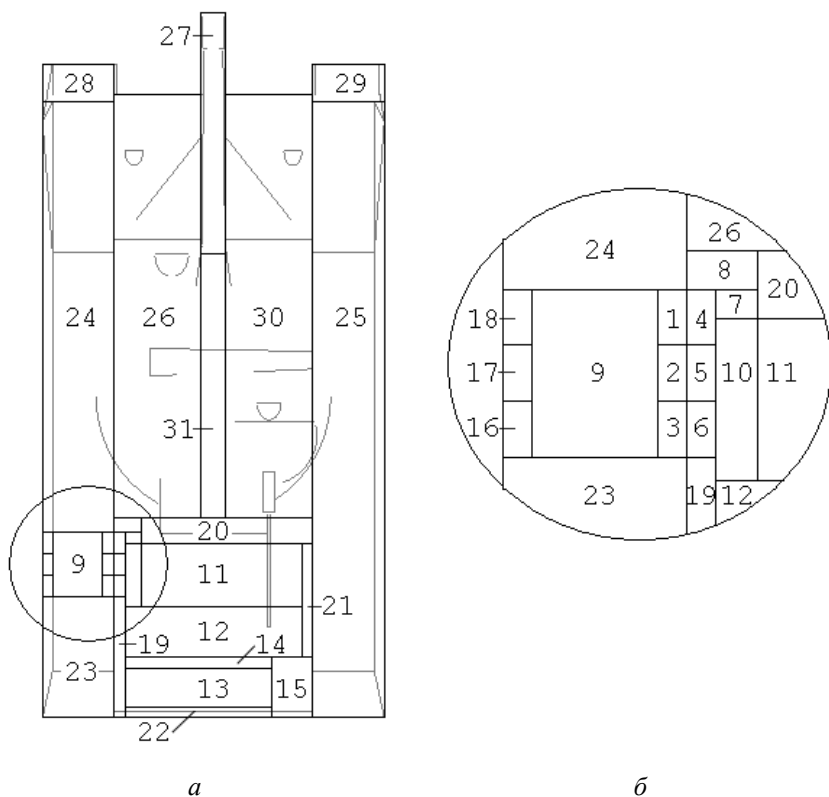


Рис. 4.8. Схема распределения изотермических зон по поверхности танка Т-72:

a — вид сверху; *б* — участок поверхности в увеличенном масштабе

Алгоритм Качмажа (4.14) функционирует в последовательном режиме обучения. В этом режиме вектор оптических параметров \bar{W} корректируют для очередной обучающей пары $\{\bar{a}_n^{(k)}; b_n^{(k)}\}$. Циклический перебор экспериментальных данных $j = (i)_{2L_1}$ моделирует

принцип «повторение — мать учения». Здесь функция $(u)_v$ означает остаток от деления нацело u на v . Цикл обучения, за который перебирают все обучающие пары, называют эпохой. В итоге объем вычислительных затрат за одну эпоху обучения пропорционален величине $3 \times 2L_1$. Известно [62], что порядок перебора примеров в пределах эпохи существенно влияет на скорость сходимости алгоритма (4.14). Эффективной является последовательность, в которой соседние акты проецирования в наибольшей степени независимы [61]. Иными словами, в W -пространстве гиперплоскости последовательных обучающих пар должны быть ортогональными. Этому требованию в алгоритме (4.14) удовлетворяет выбор, например, соседних пикселей k -го экспериментального снимка. В этом случае $\{\bar{a}_n^{(k)}\}^T \bar{a}_{n+1}^{(k)} \equiv 0$. Таким образом, рациональная последовательность перебора примеров содержит три цикла итераций, а именно: внешний цикл по ракурсам $k = 1, \dots, K$ экспериментальных снимков цели, средний цикл по изотермическим зонам $l = 1, \dots, P$ и внутренний по пикселям $n = 1, \dots, N$ фиксированного снимка при условии, что $\delta_k[n] \neq 0$ и (n_1, n_2) -й фацет принадлежит p_l области равных температур. Альтернативный вариант состоит в случайном выборе пикселей фиксированного снимка.

Третья проблема состоит в рациональном выборе начального приближения $\bar{W}[0]$ для вектора оптических параметров объекта локации. Хорошими начальными значениями неизвестных $w_1[l]$, $w_3[l]$ ($l = 1, \dots, P$) и $w_4[m]$ ($m = 1, \dots, M$) являются оценки, полученные в случае диффузного, серого излучателя. В этой модели $M = 1$, $w_4[m] \equiv 1$, а теплофизические параметры $w_1[l]$ и $w_3[l]$ удовлетворяют линейной СУЭБ [63]

$$B_k^{(R)}[n]w_1[l] + w_3[l] \approx B_k[n], \quad n = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K; \quad l = 1, \dots, P,$$

при условии, что $\delta_k[n] \neq 0$ и (n_1, n_2) -й фацет принадлежит p_l области равных температур. Из этой системы с учетом ограничения $0 \leq w_1[l] \leq 1$ непосредственно следуют оценки для начальных значений параметров:

$$w_1^{(0)}[l] = \frac{1}{2};$$

$$w_3^{(0)}[l] = \frac{1}{q_l} \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \delta_k[n] \vartheta_l[n] \left(B_k[n] - \frac{B_k^{(R)}[n]}{2} \right),$$

$$q_l = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \delta_k[n] \vartheta_l[n] \quad (l = 1, \dots, P);$$

$$w_4[m] = 1 \quad (m = 1, \dots, M).$$

Здесь $\vartheta_l[n]$ — индикаторная функция, равная единице, если (n_1, n_2) -й фаcet принадлежит p_l изотермической зоне, и нулю в противном случае.

Второй алгоритм ортогонального проецирования основан на решении системы двухсторонних неравенств [67, 69]

$$-e_n^{(k)} \leq \overline{W}^T \vec{a}_n^{(k)} - b_n^{(k)} \leq e_n^{(k)} \quad (n = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K).$$

В этом алгоритме гиперплоскость $\overline{W}^T \vec{a}_n^{(k)} = b_n^{(k)}$ каждого обучающего примера ограничена двумя зонами. Внутренняя полоса допустимых ошибок $\pm e_n^{(k)}$ имеет ширину $2e_n^{(k)} / \|\vec{a}_n^{(k)}\|$. Ширина внешней зоны в 2 раза больше (рис. 4.9). Реконструкцию вектора \overline{W} оптических параметров цели выполняют по следующим правилам:

- если текущее приближение параметров лежит на внутренней полосе допустимых погрешностей, то это приближение не корректируют, т. е.

$$\overline{W}[i+1] = \overline{W}[i], \text{ если } -e_n^{(k)} \leq \overline{W}^T [i] \vec{a}_n^{(k)} - b_n^{(k)} \leq e_n^{(k)};$$

- если текущее приближение параметров лежит за пределами внутренней зоны, но на внешней полосе, то это приближение корректируют с помощью зеркального отражения относительно ближайшей границы внутренней зоны:

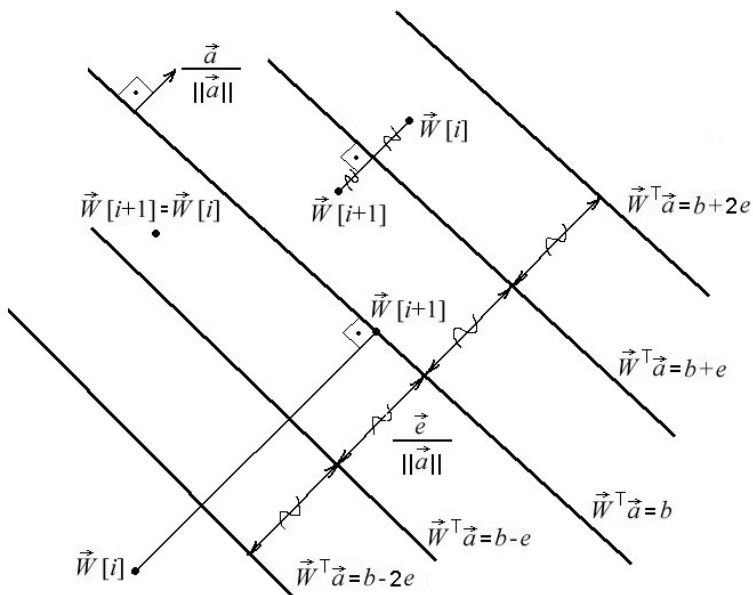


Рис. 4.9. Алгоритм ART3 реконструкции оптических параметров цели

$$\bar{W}[i+1] = \bar{W}[i] - \Delta_n^{(k)}(\bar{W}[i]) \bar{a}_n^{(k)} / \|\bar{a}_n^{(k)}\|;$$

$$\Delta_n^{(k)}(\bar{W}[i]) = \begin{cases} -2 \frac{D_n^{(k)}(\bar{W}[i]) + e_n^{(k)}}{\|\bar{a}_n^{(k)}\|}, & \text{если } -2e_n^{(k)} < D_n^{(k)}(\bar{W}[i]) < -e_n^{(k)}; \\ 2 \frac{D_n^{(k)}(\bar{W}[i]) - e_n^{(k)}}{\|\bar{a}_n^{(k)}\|}, & \text{если } e_n^{(k)} < D_n^{(k)}(\bar{W}[i]) < 2e_n^{(k)}, \end{cases} \quad (4.15)$$

где $D_n^{(k)}(\bar{W}) = \bar{W}^T \bar{a}_n^{(k)} - b_n^{(k)}$ — дискриминантная функция текущего обучающего примера $\{\bar{a}_n^{(k)}; b_n^{(k)}\}$;

- если текущее приближение параметров лежит за пределами внешней зоны удвоенных допустимых погрешностей, то это приближение корректируют с помощью ортогонального проецирования

(4.15) на гиперплоскость $\bar{W}^T \bar{a}_n^{(k)} = b_n^{(k)}$ текущего обучающего примера, т. е.

$$\Delta_n^{(k)}(\bar{W}[i]) = \begin{cases} -2 \frac{D_n^{(k)}(\bar{W}[i])}{\|\bar{a}_n^{(k)}\|}, & \text{если } D_n^{(k)}(\bar{W}[i]) < -2e_n^{(k)}; \\ 2 \frac{D_n^{(k)}(\bar{W}[i])}{\|\bar{a}_n^{(k)}\|}, & \text{если } D_n^{(k)}(\bar{W}[i]) > 2e_n^{(k)}. \end{cases}$$

В вычислительном эксперименте исследовались погрешности восстановления изображений танка Т-72 по относительно малому набору K его ракурсных снимков. Критерием качества являлась относительное СКО

$$\sigma_0 = \left\{ \frac{\sum_{n=1}^N (B_R[n] - B_I[n])^2}{\sum_{n=1}^N B_I^2[n]} \right\}^{1/2} \quad (4.16)$$

между имитационной цифровой моделью $\{B_I[n]\}_{n=1}^N$ тепловизионного изображения цели и его реконструкцией $\{B_R[n]\}_{n=1}^N$.

Модельные изображения $\{B_I[n]\}_{n=1}^N$ танка представляли собой решения исходной СУЭБ для заданного вектора \bar{W}_I оптических параметров объекта локации [63]. Имитационное цифровое моделирование выполнялось для ракурса $k=0$, соответствующего виду сверху. Размер синтезированных изображений составлял $N=200 \times 200$ пикселей с глубиной цвета 8 бит, в оттенках серого. Спектральную и температурную зависимости степени черноты в направлении нормали $\epsilon_{\lambda N}(T_S)$ аппроксимировали моделью Хагена — Рубенса [9] для металлической поверхности цели. Расчеты проводили для диапазона длин волн 7...14 мкм. Распределение температуры facets на поверхности танка (см. рис. 4.8) задавали значениями, представленными в табл. 4.3 для приращений температуры в каждой из $P=31$ изотермических зон по отношению к температуре внешней среды для различных режимов работы двигателя. В качестве нормированной индикатрисы степени

черноты $\rho(\theta)$ анализировали диффузную и направленную модели [59] с параметрами, представленными в табл. 4.1.

Восстановленные изображения $\{B_R[n]\}_{n=1}^N$ танка представляли собой результат решения исходной СУЭБ для вектора \bar{W}_R оптиче-

Таблица 4.3

Температуры изотермических зон танка Т-72

Номер зоны	Пасмурно (14°C)		Солнечно (30...35°C)		Осадки (10...15°C)	
	После пробега	После 40 минут остывания	После пробега	После 40 минут остывания	После пробега	После 40 минут остывания
1	162	55	182	50	200	70
2	161	54	181	49	195	65
3	106	56	126	52	170	60
4	106	56	126	52	170	60
5	76	48	70	61	80	64
6	74	47	68	59	78	63
7	26	23	28	24	32	26
8	20	17	23	20	26	21
9	15	13	20	17	20	16
10	11	10	13	11	15	12
11	5	4	7	6	7	6
12	0	0	3	3	4	3
13	43	37	45	39	48	38
14	9	8	15	13	11	9
15	9	8	15	13	11	9
16	26	23	24	21	29	23
17	16	14	15	13	18	14
18	8	7	7	6	13	10
19	7	6	10	9	10	8
20	5	4	8	7	7	6
21	8	7	12	10	11	9
22	19	17	17	15	23	18
23-31	0	0	12	12	0	0

ских параметров цели, реконструированных с помощью проекционных алгоритмов Качмажа. В вычислительном эксперименте исследовались зависимости СКО (4.16) от вида алгоритма ART2 — (4.14) и ART3 — (4.15), формы нормированной индикатрисы степени черноты $\rho(\theta)$ и числа K ракурсных снимков. Результаты анализа сведены в табл. 4.4. В качестве примера на рис. 4.10 представлены модельное тепловизионное изображение танка Т-72 (а) и изображение, восстановленное с помощью алгоритма ART3 (б) для направленной нормированной индикатрисы степени черноты (в) и параметров реконструкции: $K = 16, M = 9, \varepsilon = 0,1$.

Таблица 4.4

СКО восстановленного изображения танка Т-72 по отношению к модельному изображению

K	Диффузная индикатриса		Направленная индикатриса	
	ART2	ART3	ART2	ART3
8	26,2	20,0	36,5	25,0
16	10,1	9,3	15,3	12,8
24	9,2	8,8	10,7	10,2
32	8,8	8,2	9,5	10,0

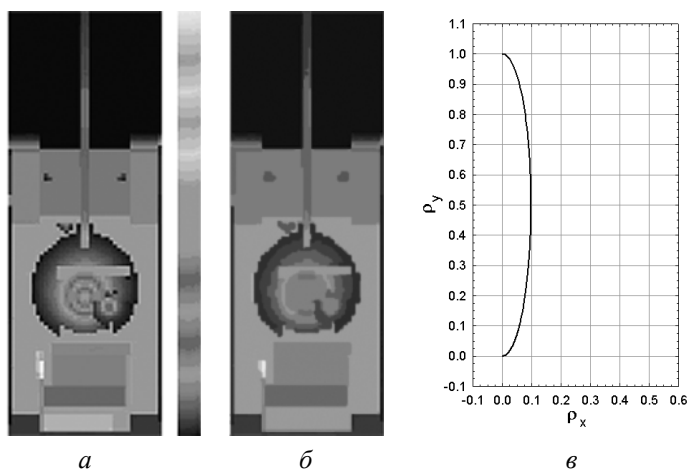


Рис. 4.10. Тепловизионное изображение танка Т-72:

а — модельное; б — восстановленное;

в — направленная нормированная индикатриса степени черноты

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте понятие серого излучателя и эффективного излучения участка поверхности цели.
2. Дайте определение углового коэффициента элемента поверхности 3D-объекта.
3. Проанализируйте структуру уравнения энергетического баланса в приближении серого излучателя для элемента поверхности цели.
4. Перечислите вычислительные этапы процедуры синтеза изображения объекта локации с заданного ракурса по набору экспериментальных снимков.
5. Изложите методику линеаризации системы нелинейных уравнений энергетического баланса.
6. Проанализируйте вычислительные этапы реконструкции оптических параметров цели методами компьютерной томографии.
7. Опишите процедуру кусочно-линейной интерполяции яркости facets 3D-объекта локации на ортогональном растре ракурсно-го снимка цели.
8. Поясните смысл принципа реализуемости, применяемого при решении несовместных систем уравнений энергетического баланса.
9. Проанализируйте проекционный алгоритм Качмажа для решения несовместных систем линейных неравенств.
10. Поясните геометрический смысл и содержание алгоритма последовательного учета столбцов проецирующей матрицы при реконструкции оптических параметров цели.
11. Проанализируйте основные факторы, обеспечивающие устойчивую сходимость алгоритма реконструкции оптических параметров 3D-объекта локации к компромиссному решению.
12. Сформулируйте правило рациональной последовательности перебора обучающих примеров в последовательном режиме функционирования алгоритма Качмажа.
13. Проанализируйте методику рационального выбора начального приближения для вектора оптических параметров объекта локации.
14. Поясните смысл алгоритма реконструкции оптических параметров цели на основе решения системы двухсторонних неравенств.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Производные формирующего распределения

Некоторые неудобства практического применения ряда (2.27) связаны с необходимостью многократного дифференцирования распределения $F_B\{\varphi(u)\}$, где $u = \{A - A_{\min}\}/\{A_{\max} - A_{\min}\}$. Первую производную получим по правилу дифференцирования сложной функции:

$$\frac{d}{dA}(F_B\{\varphi(u)\}) = 2f_B\{2\varphi(u) - 1\}\Phi_1(u); \quad \Phi_1(u) = \frac{d\{\varphi(u)\}/du}{A_{\max} - A_{\min}}, \quad (\text{П.1})$$

где

$$f_B(x) = \frac{\Gamma(g_2 + g_1 + 2)}{2\Gamma(g_2 + 1)\Gamma(g_1 + 1)} \left(\frac{1-x}{2}\right)^{g_2} \left(\frac{1+x}{2}\right)^{g_1} \quad (-1 \leq x \leq 1) \quad (\text{П.2})$$

— плотность вероятности модифицированного бета-распределения. Для последующего дифференцирования выражения (П.1) целесообразно предварительно получить формулы для дифференцирования плотности вероятности (П.2).

Производные высших порядков $d^{n-1}\{f_B(x)\}/dx^{n-1}$ ($n = 2, 3, \dots$) удобно вычислять с помощью формулы Родрига [45, с. 591]:

$$\frac{d^{n-1}\{f_B(x)q^{n-1}(x)\}}{dx^{n-1}} = c_{n-1}P_{n-1}(x)f_B(x) \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (\text{П.3})$$

Здесь $q(x) = 1 - x^2$; $c_{n-1} = (-1)^{n-1}2^{n-1}(n-1)!$ — функциональный ряд; $P_{n-1}(x)$ — ортогональные полиномы Якоби с весом $(1-x)^{g_2}(1+x)^{g_1}$ на интервале $[-1, 1]$.

Рекуррентная формула для вычисления полиномов Якоби имеет вид

$$P_0(x) = 1; \quad P_1(x) = \frac{(g_2 + g_1 + 2)x + g_2 - g_1}{2};$$

$$P_{n+1}(x) = \frac{(G_{n2} + G_{n3}x)P_n(x) - G_{n4}P_{n-1}(x)}{G_{n1}} \quad (n = 1, 2, \dots);$$

$$G_{n1} = 2(n+1)(n+g_2+g_1+1)(2n+g_2+g_1);$$

$$G_{n2} = (2n+g_2+g_1+1)(g_2^2 - g_1^2);$$

$$G_{n3} = \frac{\Gamma(2n+g_2+g_1+3)}{\Gamma(2n+g_2+g_1)};$$

$$G_{n4} = 2(n+g_2)(n+g_1)(2n+g_2+g_1+2).$$

Дифференцируя левую часть равенства (П.3) в соответствии с теоремой Лейбница и разрешая его относительно старшей производной, по индукции получим

$$\frac{d^{n-1} \{f_B(x)\}}{dx^{n-1}} = f_B(x)W_{n-1}(x) \quad (n = 2, 3, \dots), \quad (\text{П.4})$$

где функция $W_{n-1}(x)$ удовлетворяет рекуррентному соотношению

$$W_0(x) = 1;$$

$$Q_{2n-m-2}(x) = \frac{d^m}{dx^m} \{q^{n-1}(x)\} = \sum_{k=[m/2]+1}^{n-1} (-1)^k \binom{n-1}{k} \binom{2k}{m} m! x^{2k-m};$$

$$W_{n-1}(x) = \frac{c_{n-1}P_{n-1}(x) - \sum_{m=1}^{n-1} \binom{n-1}{m} W_{n-m-1}(x)Q_{2n-m-2}(x)}{(1-x^2)^{n-1}}.$$

Здесь символ [*] в нижнем пределе суммирования означает целую часть числа.

В итоге последовательное дифференцирование левой части равенства (П.1) с учетом формулы (П.4) дает

$$\frac{d^n (F_B \{\varphi(u)\})}{dA^n} = 2f_B \{2\varphi(u) - 1\} C_n(u) \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (\text{П.5})$$

Первые пять функций $C_n(u)$ имеют вид

$$C_1(u) = \Phi_1(u); \quad C_2(u) = 2W_1 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1^2(u) + \Phi_2(u);$$

$$C_3(u) = 4W_2 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1^3(u) + 6W_1 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1(u)\Phi_2(u) + \Phi_3(u);$$

$$C_4(u) = 8W_3 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1^4(u) + 24W_2 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1^2(u)\Phi_2(u) + \\ + 6W_1 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_2^2(u) + 8W_1 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1(u)\Phi_3(u) + \Phi_4(u);$$

$$C_5(u) = 16W_4 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1^5(u) + 80W_3 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1^3(u)\Phi_2(u) + \\ + 40W_2 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1^2(u)\Phi_3(u) + 60W_2 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1(u)\Phi_2^2(u) + \\ + 10W_1 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_1(u)\Phi_4(u) + 20W_1 \{2\varphi(u) - 1\} \Phi_2(u)\Phi_3(u) + \Phi_5(u).$$

Здесь $\Phi_n(u)$ — n -я производная формирующей функции. Дифференцируя отрезок ряда Фурье — Чебышева (2.4), получим

$$\Phi_n(u) = \frac{d^n \{\varphi(u)\} / du^n}{(A_{\max} - A_{\min})^n} = \begin{cases} \frac{1 + 2 \sum_{k=1}^K h_k p_k^{(1)}(2u - 1)}{A_{\max} - A_{\min}}, & n = 1; \\ \frac{2^n \sum_{k=n}^K h_k p_k^{(n)}(2u - 1)}{(A_{\max} - A_{\min})^n}, & 2 \leq n \leq K, \end{cases}$$

где $p_k^{(n)}(x) = d^n \{q_k(x)\} / dx^n$ — n -я производная ортонормированного полинома Чебышева. Ясно, что $\Phi_n(u) \equiv 0$ при $n > K$. Кроме того, из рекуррентной формулы для полиномов Чебышева и теоремы

Лейбница непосредственно следует пошаговая рекуррентная процедура вычисления производных.

Шаг 0. Начальная инициализация:

$$n = 1; \quad q_0(x) = 1; \quad q_1(x) = d_1 x; \quad p_0^{(1)}(x) = 0; \quad p_1^{(1)}(x) = d_1,$$

где $d_1 = 1$ для полиномов Чебышева первого рода; $d_1 = 2$ для полиномов второго рода.

Шаг 1. Вычисление полиномов и их первой производной:

$$\begin{aligned} p_{k+1}^{(1)}(x) &= 2xp_k^{(1)}(x) + 2q_k(x) - p_{k-1}^{(1)}(x); \\ q_{k+1}(x) &= 2xq_k(x) - q_{k-1}(x) \quad (k = 1, 2, \dots, K). \end{aligned}$$

Шаг 2. Текущая инициализация или окончание:

если $n < K$, то $n = n + 1$; $p_0^{(n)}(x) = 0$; $p_1^{(n)}(x) = 0$, иначе стоп.

Шаг 3. Вычисление высших производных полиномов:

$$p_{k+1}^{(n)}(x) = 2xp_k^{(n)}(x) + 2np_k^{(n-1)}(x) - p_{k-1}^{(n)}(x) \quad (k = 1, 2, \dots, K).$$

Шаг 4. Цикл по порядку производных полиномов. Перейти к шагу 2.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Модифицированный ЕМ-алгоритм

Шаг 0. Инициализация: $i = 0$. Для заданного числа N областей интенсивного отражения выбрать начальные приближения

$$T_n[0] = \frac{\tau_{2n-1}^{(S)} + \tau_{2n}^{(S)}}{2}; \quad \sigma_n[0] = \frac{\tau_{2n}^{(S)} - \tau_{2n-1}^{(S)}}{2};$$

$$t_n = T_n[0] - 3\sigma_n[0]; \quad M_n = \frac{6\sigma_n[0]}{\Delta t};$$

$$w_n[0] = \sum_{m=0}^{M_n} f(t_{n,m}); \quad t_{n,m} = t_n + m\Delta t;$$

$$W_n[0] = \frac{w_n[0]}{\sum_{k=1}^N w_k[0]} \quad (n = 1, \dots, N)$$

для компонентов вектора параметров $\vec{p}[0]$ модели (3.16) разрывной составляющей импульсной ЭПР цели. Здесь отсчеты времени t_n согласованы с исходной сеткой дискретизации $m\Delta t$, $m = 0, \dots, M$, временного профиля ЭПР (см. разд. 1).

В качестве цели обучения выбрать правдоподобие (3.17) или расстояние (3.18). Оценить качество модели по критериям правдоподобия

$$L(\vec{p}[0]) = \Delta t \sum_{m=0}^M \ln \left\{ \tilde{f}(m\Delta t | \vec{p}[0]) \right\} f(m\Delta t)$$

и расстояния

$$D(\vec{p}[0]) = - \ln \left\{ \Delta t \sum_{m=0}^M \sqrt{\tilde{f}(m\Delta t | \vec{p}[0]) f(m\Delta t)} \right\}.$$

Шаг 1. Оценивание: $i = i + 1$. Вычислить элементы матрицы апостериорных весов

$$W(n, m | \bar{p}[i - 1]) = W_n[i - 1] \frac{\tilde{f}_n(m\Delta t | T_n[i - 1], \sigma_n[i - 1])}{\tilde{f}(m\Delta t | \bar{p}[i - 1])}$$

$$(n = 1, \dots, N; \quad m = 0, \dots, M)$$

ассоциации текущего отсчета $f(m\Delta t)$ нормированной разрывной составляющей импульсной ЭПР с n -й областью интенсивного отражения на поверхности 3D-объекта.

Обнулить погрешности вычислений парциальных нормированных ЭПР:

$$\text{если } W(n, m | \bar{p}[i - 1])f(m\Delta t) < \varepsilon_2, \text{ то } W(n, m | \bar{p}[i - 1]) = 0,$$

где $\varepsilon_1 > 0$ — выбранный пользователем уровень значимости.

Шаг 2. Максимизация. Вычислить весовую функцию

$$r(m\Delta t | \bar{p}[i - 1]) = \begin{cases} f(m\Delta t) & \text{для правдоподобия;} \\ \sqrt{\tilde{f}(m\Delta t | \bar{p}[i - 1])f(m\Delta t)} & \text{для расстояния} \\ (m = 0, \dots, M); \end{cases}$$

$$R(\bar{p}[i - 1]) = \begin{cases} 1 & \text{для правдоподобия;} \\ \Delta t \sum_{m=0}^M r(m\Delta t | \bar{p}[i - 1]) & \text{для расстояния.} \end{cases}$$

Обновить оценки параметров модели конечной смеси парциальных ЭПР:

$$W_n[i] = \frac{\Delta t}{R(\bar{p}[i - 1])} \sum_{m=0}^M W(n, m | \bar{p}[i - 1])r(m\Delta t | \bar{p}[i - 1]);$$

$$T_n[i] = \frac{(\Delta t)^2}{W_n[i]R(\bar{p}[i - 1])} \sum_{m=0}^M m W(n, m | \bar{p}[i - 1])r(m\Delta t | \bar{p}[i - 1]);$$

$$\sigma_n^2[i] = \frac{(\Delta t)^3}{W_n[i]R(\bar{p}[i - 1])} \sum_{m=0}^M m^2 W(n, m | \bar{p}[i - 1])r(m\Delta t | \bar{p}[i - 1]) - T_n^2[i]$$

$$(n = 1, \dots, N).$$

Оценить качество модели по критериям правдоподобия

$$L(\bar{p}[i]) = \Delta t \sum_{m=0}^M \ln \left\{ \tilde{f}(m\Delta t \mid \bar{p}[i]) \right\} f(m\Delta t)$$

и расстояния

$$D(\bar{p}[i]) = - \ln \left\{ \Delta t \sum_{m=0}^M \sqrt{\tilde{f}(m\Delta t \mid \bar{p}[i]) f(m\Delta t)} \right\}.$$

Шаг 3. Критерии продолжения итераций. Если выполняется хотя бы одно из условий

$$|L(\bar{p}[i]) - L(\bar{p}[i-1])| > \varepsilon_2;$$

$$|D(\bar{p}[i]) - D(\bar{p}[i-1])| > \varepsilon_3$$

$$(i \leq I_{\max}),$$

то перейти к шагу 1. В противном случае закончить обучение модели. Здесь I_{\max} и $\varepsilon_{2,3} > 0$ — наибольшее число итераций и выбранные пользователем уровни значимости критериев сходимости алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лабунец Л.В.* Цифровые модели изображений целей и реализаций сигналов в оптических локационных системах: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 216 с.
2. *Гливенко В.И.* Интеграл Стильтьеса. М.; Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1936. 216 с.
3. *Лабунец Л.В.* Математическое и физическое моделирование переходных характеристик 3D-объектов в однопозиционной системе оптической локации // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 3. С. 308–321.
4. *Анищенко Н.Н., Лабунец Л.В.* Цифровое моделирование и обработка переходных характеристик объектов в оптической локационной системе наведения // Электромагнитные волны и электронные системы. 2002. Т. 7. № 8. С. 60–77.
5. *Грязнов М.И.* Интегральный метод измерения импульсов. М.: Сов. радио, 1975. 280 с.
6. *Cooper P.A., Holloway P.F.* The Shuttle Tile Story // *Astronautics and Aeronautics*. 1981. Vol. 19. No 1. P. 24–34.
7. Исследование эффективной площади рассеяния аэрокосмического корабля в однопозиционной оптической локации / Л.В. Лабунец, В.В. Федотов, М.Н. Шашлов и др. // Вопросы специального машиностроения. 1989. Сер. 4. Вып. 7 (187). С. 11–23.
8. *Дрейпер Н., Смит Г.* Прикладной регрессионный анализ: В 2 кн. Кн. 1 / Пер. с англ. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 1986. 366 с.
9. *Зигель Р., Хауэлл Дж.* Теплообмен излучением / Под ред. Б.А. Хрусталева: Пер. с англ. М.: Мир, 1975. 934 с.
10. *Миснар А.* Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций / Пер. с франц. М.Г. Беды и др. М.: Мир, 1968. 464 с.
11. *Сапожников Р.А.* Теоретическая фотометрия. Л.: Энергия, 1967. 203 с.
12. *Тымкул Л.В., Тымкул В.М., Алеев Р.М.* Метод и результаты расчета пространственного распределения силы света излучающих тел ламп накаливания // Оптико-механическая промышленность. 1981. № 2. С. 36–39.
13. *Гуревич М.М.* Введение в фотометрию. Л.: Энергия, 1968. 244 с.
14. *Kubelka P.* Theory of Diffuse Reflectance // *Journal Optical Society of America*. 1948. Vol. 38. No 5. P. 448–457.

15. *Середенко М.М.* Влияние подложки и толщины лакокрасочного покрытия на его коэффициент излучения // Оптико-механическая промышленность. 1979. № 5. С. 10–11.
16. *Морозова Л.Н., Середенко М.М.* Характеристики поглощения и рассеяния теплоизолирующих тканей в инфракрасной области спектра // Оптико-механическая промышленность. 1983. № 3. С. 10–11.
17. *Войшвилло Н.А.* Теория Гуревича — Кубелки — Мунка для рассеивающих слоев с двумя отражающими границами // Оптика и спектроскопия. 1974. Т. 37. Вып. 1. С. 136–143.
18. *Непогодин И.А., Козенко А.А.* Статистическая модель эффективной площади рассеяния тел в оптическом диапазоне // Импульсная фотометрия. Л.: Машиностроение, 1984. Вып. 8. С. 21–25.
19. Вероятностное распределение эффективной площади рассеяния летательных аппаратов в однопозиционной лазерной локации / Л.В. Лабунец, М.П. Мусьяков, В.В. Федотов и др. // Вопросы специального машиностроения. 1987. Сер. 4. Вып. 9 (165). С. 36–43.
20. *Лабунец Л.В.* Цифровая обработка переходных характеристик 3D-объектов в однопозиционной системе оптической локации // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 4. С. 452–460.
21. *Лабунец Л.В.* Обобщенная статистическая модель характеристик заметности целей в одно- и двухпозиционных локационных системах // Электромагнитные волны и электронные системы. 2002. Т. 7. № 8. С. 14–25.
22. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
23. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование: Пер. с англ. М.: Мир, 1975. 534 с.
24. *Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений / Пер. с англ. Х.Д. Икрамова М.: Мир, 1980. 279 с.
25. *Суетин П.К.* Классические ортогональные многочлены. 2-е изд., доп. М.: Наука, 1979. 416 с.
26. *Beckmann P.* Scattering by Non-Gaussian Surface // IEEE Transactions. 1973. Vol. AP-21. No 2. P. 169–175.
27. *Мартынов Г.В.* Вычисление функций нормального распределения // Итоги науки и техники. Сер. Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика / Под ред. Р.В. Гамкрелидзе. М.: ВИНТИ. 1979. Т. 17. С. 23–37.
28. *Chambers M.* On Methods of Asymptotic Approximation for Multivariate Distributions // Biometrika. 1967. Vol. 54. P. 367–383.

29. *Фомин Я.А.* Теория выбросов случайных процессов. М.: Связь, 1980. 216 с.
30. *Лабунец Л.В.* Корреляционное приближение многомерных вероятностных распределений // Вопросы проектирования кибернетических устройств: Труды МВТУ. 1987. Вып. 493. С. 3–12.
31. *Малахов А.Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Сов. радио, 1978. 376 с.
32. *Devroye L., Györfi L.* Nonparametric Density Estimation: The L1 View. New York: John Wiley & Sons, 1985. 408 p.
33. *Фукунага К.* Введение в статистическую теорию распознавания образов / Пер. с англ. И.Ш. Торговицкого под ред. А.А. Дорофеюка. М.: Наука, 1979. 368 с.
34. *Cramer H.* Mathematical methods of statistics. Princeton: University Press, 1946. 427 p.
35. *Верлань А.Ф., Сизиков В.С.* Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы: Справ. пособие. Киев: Наук. думка, 1986. 544 с.
36. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности: Справ. изд. / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин; Под ред. С.А. Айвазяна. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с.
37. Обработка экспериментальных данных с использованием компьютера: Пер. с япон. / С. Минами, Т. Утида, С. Кавата и др.; Под ред. С. Минами. М.: Радио и связь, 1999. 256 с.
38. *Scott D.W.* Multivariate Density Estimation: Theory, Practice and Visualization. New York: John Wiley, 1992. 317 p.
39. *Кравченко В.Ф., Рвачев В.А.* Wavelet-системы и их применение в обработке сигналов // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1996. № 4. С. 3–20.
40. *Кравченко В.Ф., Басараб М.А., Перес-Меана Х.* Спектральные свойства атомарных функций в задачах цифровой обработки сигналов // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 5. С. 534–552.
41. *Лабунец Л.В.* Распределение длительности выбросов нестационарного нормального процесса // Радиотехника. 1985. № 11. С. 47–50.
42. *Лабунец Л.В.* Оценка распределения длительности выбросов одного класса негауссовских случайных процессов // Радиотехника. 1986. № 9. С. 64–67.
43. *Лабунец Л.В.* Интерполяционное приближение распределения длительности выбросов случайного процесса // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45. № 12. С. 1459–1469.

44. *Лабунец Л.В.* Интерполяционное приближение вероятности затенений луча шероховатой поверхностью // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 4. С. 464–470.
45. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица и И. Стигана; Пер. с англ. под ред. В.А. Диткина и Л.Н. Кармазиной. М.: Наука, 1979. 630 с.
46. Статистические характеристики эффективной площади рассеяния аэрокосмического корабля в однопозиционной оптической локации / Л.В. Лабунец, М.П. Мусьяков, М.Н. Шашлов и др. // Вопросы специального машиностроения. 1990. Сер. 4. Вып. 9 (193). С. 21–36.
47. *Ермаков С.М., Михайлов Г.А.* Курс статистического моделирования М.: Наука, 1982. 296 с.
48. *Быков В.В.* Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Советское радио, 1971. 328 с.
49. *Шурыгин А.М.* Прикладная стохастика: робастность, оценивание, прогноз. М.: Финансы и статистика, 2000. 224 с.
50. *Meshalkin L.D.* Some mathematical methods for the study of non-communicable diseases // Proceedings 6-th International Meeting of Uses of Epidemiology in Planning Health Services. Primosten, Yugoslavia. 1971. Vol. 1. P. 250–256.
51. *Шурыгин А.М.* Оценка параметров нормального распределения по «загрязненной» выборке и статистический кластер-критерий // Теория вероятностей и ее применения. № 1. 1979. С. 233–234.
52. *Шурыгин А.М.* Оценка параметров нормального распределения с экспоненциальным взвешиванием наблюдений: асимптотическая теория // Ученые записки по статистике. Алгоритмическое и программное обеспечение прикладного статистического анализа. М.: Наука, 1980. Т. 36. С. 241–259.
53. *Лабунец Л.В., Анищенко Н.Н.* Структурный анализ переходных характеристик 3D-объектов в однопозиционной системе оптической локации // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 56. № 2. С. 163–177.
54. *Goshtasby A., O'Neill W.D.* Curve Fitting by a Sum of Gaussians // CVGIP: Graphical models and Image Processing. 1994. Vol. 56. No 4. P. 281–288.
55. *McLain D.H.* Drawing contours from arbitrary data points // The Computer Journal. 1974. Vol. 17. No 4. P. 318–324.
56. *Лабунец Л.В.* Рандомизация многомерных распределений в метрике Махаланобиса // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45. № 10. С. 1214–1225.

57. Булавский В.А. Методы релаксации для систем неравенств. Новосибирск: НГУ, 1981. 81 с.
58. Дремин И.Л., Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их использование // УФН. 2001. Т. 171. № 5. С. 465–501.
59. Лабунец Л.В., Попов А.В. Математическое моделирование индикатрисы спектрального коэффициента направленного теплового излучения покрытий объектов локации // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2009. № 2. С. 50–61.
60. Барбар Ю.А., Васильев Е.А. Вычисление энергетической светимости нагретых тел // Оптико-механическая промышленность. 1986. № 10. С. 6–8.
61. Herman G.T. Algebraic reconstruction techniques can be made computationally efficient // IEEE Transactions on medical imaging. 1993. Vol. 12. No 3. P. 600–609.
62. Херман Г.Т. Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. М.: Мир, 1983. 352 с.
63. Лабунец Л.В., Попов А.В. Математическое моделирование тепловизионного изображения 3D-объекта в ИК-координаторе цели // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2010. № 3. С. 13–25.
64. Красовский А.А. Аппроксимация функций многих аргументов в системах цифрового моделирования // Известия академии наук СССР. Техническая кибернетика. 1989. № 3. С. 3–11.
65. Бакут П.А., Колмогоров Г.С., Варновицкий И.Э. Сегментация изображений: Методы пороговой обработки // Применение методов сегментации изображений в автономных системах обнаружения, распознавания и сопровождения движущихся целей (специальный выпуск) / Под ред. П.А. Бакута // Зарубежная радиоэлектроника. 1987. № 10. С. 8–24.
66. Ефимов В.М., Резник А.Л. Алгоритмы идентификации фрагментов двух изображений, инвариантные к повороту // Автометрия. 1984. № 5. С. 61–67.
67. Ценсор Я. Методы реконструкции изображений, основанные на разложении в конечные ряды // ТИИЭР. 1983. Т. 71. № 3. С. 148–160.
68. Lent A., Censor Y. Extension of Hildreth's row-action method for quadratic programming // SIAM Journal Control and optimization. 1980. Vol. 18. P. 444–454.
69. Herman G.T. A relaxation for reconstructing objects from noisy X-rays // Mathematical Programming 1975. Vol. 8. P. 1–19.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАМЕТНОСТИ 3D-ОБЪЕКТОВ В СИСТЕМАХ ОПТИЧЕСКОЙ ЛОКАЦИИ	7
1.1. ПЕРЕХОДНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И ИМПУЛЬСНАЯ ЭФФЕКТИВНАЯ ПЛОЩАДЬ РАССЕЯНИЯ ЦЕЛИ В ОДНОПОЗИЦИОННЫХ ЛАЗЕРНЫХ ЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ	8
1.2. ПЕРЕХОДНАЯ ОТРАЖАТЕЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЦЕЛИ В ДВУХПОЗИЦИОННЫХ ЛАЗЕРНЫХ СИСТЕМАХ НАВЕДЕНИЯ	17
1.3. ИНТЕГРАЛЬНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ОТРАЖЕННЫХ ИМПУЛЬСОВ	26
1.4. ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕЛИ В ПАССИВНЫХ ИНФРАКРАСНЫХ ЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ	36
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ	49
2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК 3D-ОБЪЕКТОВ	50
2.1. УНИФИЦИРОВАННАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАМЕТНОСТИ ЦЕЛЕЙ В ЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ	51
2.2. КОВАРИАЦИОННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ МНОГОМЕРНОГО ВЕРОЯТНОСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ	62
2.2.1. Кумулянтное описание вероятностного распределения	62
2.2.2. Ковариационное приближение интегральной функции распределения	66
2.2.3. Смесь одномерных распределений с многомерным гауссовским ядром	70
2.2.4. Ковариационное приближение многомерного интеграла вероятностей	75
2.3. СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ОБОБЩЕННЫХ АМПЛИТУДЫ И ДЛИТЕЛЬНОСТИ ИМПУЛЬСНОЙ ЭПР ЦЕЛИ	83
2.4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ АМПЛИТУДЫ ИМПУЛЬСНОГО ИКЯ ЦЕЛИ	97
2.4.1. Выборочные статистики импульсного ИКЯ	97

2.4.2. Унифицированное распределение импульсного ИКЯ	101
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ	104
3. СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК 3D-ОБЪЕКТОВ	106
3.1. ДАЛЬНОСТНЫЙ ПОРТРЕТ ЦЕЛИ В ОДНОПОЗИЦИОННОЙ ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ	107
3.2. МЕТОДЫ ВЫДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ИМПУЛЬСНОЙ ЭПР ЦЕЛИ	112
3.3. РЕКОНСТРУКЦИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ЭПР ЦЕЛИ В ОДНО- ПОЗИЦИОННОЙ ЛАЗЕРНОЙ ЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ	121
3.3.1. Коррекция временного профиля импульсной ЭПР	122
3.3.2. Структурные составляющие импульсной ЭПР	128
3.3.3. Полигауссовская модель разрывной составляющей переходной характеристики цели	133
3.4. АНАЛИЗ НЕПРЕРЫВНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕЛИ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТО- ДОМ ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ	139
3.4.1. Статистики непрерывной составляющей переходной характеристики	140
3.4.2. Метод главных компонент	144
3.4.3. Компромиссное решение	147
3.4.4. Численный эксперимент	149
3.5. ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ РАЗРЫВНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕЛИ	157
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ	162
4. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК 3D-ОБЪЕКТОВ	164
4.1. СИНТЕЗ ТЕПЛОВИЗИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЦЕЛИ МЕТОДАМИ РЕКОНСТРУКТИВНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТОМОГРАФИИ	164
4.2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ РЕКОНСТРУКЦИИ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ 3D-ОБЪЕКТА	179
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ВОПРОСЫ	197
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Производные формирующего распределения	198
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Модифицированный EM-алгоритм	202
ЛИТЕРАТУРА	205

Учебное издание

Лабунец Леонид Витальевич

**ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ОПТИЧЕСКИХ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕЛЕЙ
В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ**

Редактор С.А. Серебрякова

Корректор О.В. Калашикова

Компьютерная верстка Е.В. Романова

Подписано в печать 25.12.2013. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 12,32. Тираж 100 экз. Изд. № 121. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана.

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.