

# Эконометрика

Кафедра математических методов в экономике

# Основные аспекты эконометрического моделирования

**Эконометрика** – дословно «**Экономическое измерение**»

**Эконометрика** – раздел экономики, занимающийся разработкой и применением статистических методов **для измерений взаимосвязей между экономическими переменными** (С. Фишер).

Эконометрика – это самостоятельная научная дисциплина, объединяющая совокупность теоретических результатов, приемов, методов и моделей, предназначенных для того, чтобы на базе:

- экономической теории;
- экономической статистики;
- математическо-статистического инструментария

**придать конкретное количественное выражение общим качественным закономерностям, обусловленной экономической теорией** (С.А. Айвазян).

**Основная цель эконометрики** – модельное описание конкретных количественных взаимосвязей, обусловленных общими качественными закономерностями, изучаемыми в различных экономических науках.

# Эконометрическая модель и эконометрическое моделирование

**Математическая модель** – это абстракция реального мира, в которой отношения между реальными элементами, интересующие исследователя, заменены подходящими математическими категориями (уравнения, неравенства между переменными).

**Вероятностная модель** – это математическая модель, которая имитирует функционирование гипотетического (не конкретного) реального явления стохастической природы (случайной).

**Вероятностно-статистическая модель** – это вероятностная модель, значения отдельных характеристик (параметров) которой оцениваются по результатам наблюдений, характеризующих функционирование моделируемого **конкретного** явления.

Вероятностно-статистическая модель, которая описывает механизм функционирования экономической или социально-экономической системы называется **эконометрической**.

# Основные виды эконометрических моделей

- Регрессионные модели с одним уравнением

Зависимая переменная  $Y$  является функцией

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m) + \varepsilon = f(X, \beta) + \varepsilon,$$

где  $X_1, X_2, \dots, X_k$  - независимые (объясняющие переменные)

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$  - коэффициенты (параметры) модели,

$\varepsilon$  – ошибка модели, независящая от объясняющих переменных (случайное возмущение).

Регрессионные модели делятся на линейные и нелинейные.

✓ 1-я задача регрессионного анализа – выбор уравнения регрессии.

Осуществляется в соответствии с экономической сущностью изучаемого явления

Основные виды уравнений регрессии:

## Линейные

- $\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1 x$  - двумерное линейное
- $\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k$  – многомерное линейное

## Нелинейные

Преобразование к линейному:

- $\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \dots + \beta_k x^k$  - полиномиальное ( $x^j = u_j \rightarrow$  лин.)
- $\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot 1/x$  – гиперболическое ( $1/x = z \rightarrow$  лин.)
- $\tilde{y} = \beta_0 x_1^{\beta_1} \cdot x_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot x_k^{\beta_k}$  – степенное ( $\lg x_j = u_j; \lg \tilde{y} = z; \lg \beta_i = \beta_i' \rightarrow$  лин.) и т. д.

✓ 2-я задача (основная) регрессионного анализа –

оценивание параметров уравнения регрессии – генеральных коэффициентов регрессии  $\beta_j$  ( $j=1,2,\dots,k$ ) по результатам выборки объёмом  $n$ .

Осуществляется обычно с помощью **метода наименьших квадратов (МНК)**, который позволяет получить несмещённые оценки, а в случае линейной модели - с минимальной дисперсией, дающие хорошее приближение оценок  $b_j$  к истинным значениям коэффициентов регрессии  $\beta_j$

МНК:

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \xrightarrow{b_j} \min$$

$y_i$  – фактические значения зависимой переменной,

$\hat{y}_i$  - расчётные значения, полученные на основе уравнения регрессии

# Пример эконометрической модели

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k) + \varepsilon$$

$Y$  – цена автомобиля (зависимая переменная),

$X_1, X_2, \dots, X_k$  – факторы, от которых зависит цена автомобиля (независимые переменные);

$\varepsilon$  – случайная величина (случайная ошибка, случайное возмущение модели).

$f(X_1, X_2, \dots, X_k)$  – объясненная часть эконометрической модели.

$M(Y|x_1, x_2, \dots, x_k)$  – среднее значение – условное математическое ожидание, полученное при фиксированном наборе объясняющих переменных  $x_1, x_2, \dots, x_k$ .



# Пример эконометрической модели

$$M(Y|x_1, x_2, \dots, x_k) = M(f(x_1, x_2, \dots, x_k)) + M(\varepsilon|x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (1)$$

$\varepsilon$  не зависит от  $X_1, X_2, \dots, X_k$ , поэтому

$$(M(\varepsilon|x_1, x_2, \dots, x_k)) = M(\varepsilon) \quad (2)$$

$$M(Y|x_1, x_2, \dots, x_k) = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + M(\varepsilon) \quad (3)$$

$$M(\varepsilon) = 0 \quad (4)$$

При условии, что  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k) + \varepsilon$ , тогда

$$Y = M(Y|x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon \quad (5)$$

(5) – **регрессионная эконометрическая модель**

# Пример эконометрической модели

$f(x_1, x_2, \dots, x_k)$  - функция регрессии зависимой переменной  $Y$  на независимые переменные  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , если она описывает изменение условного среднего значения переменной  $Y$  в зависимости от значений независимых переменных  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , т. е.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k) = M(Y|x_1, x_2, \dots, x_k)$$

$M(Y|x_1, x_2, \dots, x_k) = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$  - уравнение регрессии.

$$f(x_1, x_2) = 26000 - 1200x_1 - 6x_2.$$

1. Зависимость от факторов

2. Прогноз

$$x_1 = 5, x_2 = 70$$

$$f(5, 70) = 26000 - 1200 \cdot 5 - 6 \cdot 70 = 19580 \text{ (усл. ден. ед.)}$$

Требование к эконометрической модели – адекватность объекту-оригиналу

- **Модели временных рядов**

- *тренд*

$$Y(\tau) = t(\tau) + \varepsilon_{\tau},$$

где  $\tau$  – время,

$t(\tau)$  - временной тренд заданного параметрического вида,

$\varepsilon_{\tau}$  - случайная составляющая;

- *сезонные колебания*

$$Y(\tau) = s(\tau) + \varepsilon_{\tau}$$

где  $\tau$  – время,

$s(\tau)$  -периодическая функция,

$\varepsilon_{\tau}$  - случайная составляющая.

*Более сложные - аддитивные и мультипликативные модели*

- **Системы одновременных уравнений**

Системы могут состоять из тождеств и регрессионных уравнений.

Пример – модель спроса и предложения.

$$Q_s(\tau) = \alpha_1 + \alpha_2 P(\tau) + \alpha_3 P(\tau - 1) + \varepsilon_\tau \quad \text{предложение}$$

$$Q_D(\tau) = \beta_1 + \beta_2 Y(\tau) + \beta_3 Y(\tau) + u_\tau \quad \text{спрос}$$

$$Q_s(\tau) = Q_D(\tau) \quad \text{равновесие}$$

$Q_D(\tau)$  - спрос на товар в момент времени  $\tau$ ;  $Q_s(\tau)$  - предложение товара в момент времени  $\tau$ ;  
 $P(\tau)$  - цена товара в момент времени  $\tau$ ;  $Y(\tau)$  - доход в момент времени  $\tau$ .

# Основные этапы эконометрического моделирования

1. **Постановочный** – определение целей моделирования, отбор факторов и показателей.
2. **Априорный** – предмодельный анализ экономической сущности изучаемого объекта или явления, формирование и формализация априорной информации и исходных допущений.
3. **Параметризация** – выбор общего вида модели, состава и форм, входящих в нее связей между переменными (выбор вида функции  $f(X_1, X_2, \dots, X_k)$ )
4. **Информационный** – сбор статистической информации (регистрация значений, участвующих в модели факторов и переменных).
5. **Идентификация модели** – статистический анализ модели (статистическое оценивание параметров модели).
6. **Верификация модели** – сопоставление реальных и модельных данных, проверка адекватности модели, оценка точности модельных данных.

Этапы 1-3 – **спецификация модели.**