

ФИО ученика _____
ФИО учителя _____
Город/район _____
Школа _____

Таблица полученных ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

ВАРИАНТ 1

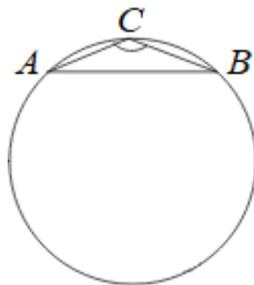
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь.

1. Найдите корень уравнения $2^{\log_8(5x-3)} = 4$.

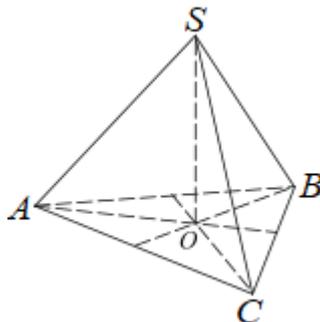
2. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

3. Сторона AB треугольника ABC равна 1. Противлежащий ей угол C равен 150° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



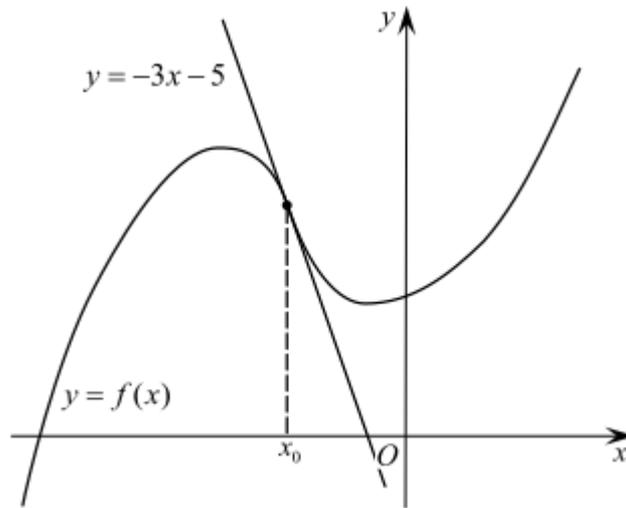
4. Найдите значение выражения $2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$.

5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 4; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS .



ФИО ученика _____

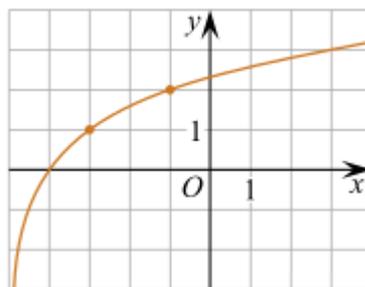
6. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $g(x) = -7f(x) + 21x + \frac{1}{441}$ в точке x_0 .



7. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = const$, где p (атм.) – давление газа, V – объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

8. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой - за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

9. На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x+b)$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 4$.



10. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска? Ответ округлите до сотых.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3$ на отрезке $\left[\frac{5}{6}; \frac{7}{6}\right]$.

Часть 2

Для заданий 12-18 запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)\left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}\right) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$.

13. На ребре AB правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ отмечена точка Q , причём $AQ : QB = 1 : 2$. Точка P - середина ребра AS .

а) Докажите, что плоскость DPQ перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

б) Найдите площадь сечения DPQ , если площадь сечения DSB равна 6.

14. Решите неравенство $\frac{2 \cdot 3^{2x+1} - 7 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x}{3 \cdot 9^x - 3^x \cdot 2^{x+1}} \leq 1$.

15. Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год $p = 10$, а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?

16. В прямоугольнике $ABCD$, в котором $AD = 3 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$, а $AB = 6$, расположены две окружности. Окружность с центром в точке K , радиус которой равен 2, касается сторон AB и AD . Окружность с центром в точке L , радиус которой равен 1, касается стороны CD и первой окружности.

а) Докажите, что точки A, K, L лежат на одной прямой.

б) Найдите площадь треугольника CLM , если M - основание перпендикуляра, опущенного из вершины B на прямую, проходящую через точки K и L .

17. При каждом значении a решите систему

$$\begin{cases} 6x^2 + 17xy + 7y^2 = a, \\ \log_{2x+y}(3x + 7y) = 3. \end{cases}$$

18. За прохождение каждого уровня платной сетевой игры можно получить от одной до трех звезд. При этом со счета участника игры списывается 75 рублей при получении одной звезды, 60 рублей - при получении двух звезд и 45 рублей при получении трех звезд. Миша прошел несколько уровней игры подряд.

а) Могла ли сумма на его счете уменьшиться при этом на 330 рублей?

б) Сколько уровней игры прошел Миша, если сумма на его счете уменьшилась на 435 рублей, а число полученных им звезд равно 13?

в) За пройденный уровень начисляется 5000 очков при получении трех звезд, 3000 - при получении двух звезд и 2000 - при получении одной звезды. Какую наименьшую сумму (в рублях) мог потратить на игру Миша, если он набрал 50 000 очков, получив при этом 32 звезды?