И.А. Долгарев

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ

Учебное пособие

В пособии рассмотрены основные этапы в истории математики и приведены краткие сведения о жизни и деятельности крупнейших математиков и выдающихся отечественных математиках. Описано зарождение счета, освещена математика древней Греции, рассказано о первых крупных ученых – Фалесе и Пифагоре. Огромна роль в математике основателя учения о логике Аристотеля, отмечено его влияние на первых исследователей, в том числе и на Евклида. Дан анализ работы Евклида «Начала», ее выдающейся роли как в геометрии, так и во всей математике. Рассказано о других трудах Евклида. Освещен важный этап в истории математики – этап количественного изучения явлений окружающего мира. Особо отмечено выдающееся значение открытия великого русского ученого Н.И. Лобачевского. Открыв неевклидову геометрию, Н.И. Лобачевский произвел революцию в математике, обозначив новое отношение к математике у потомков. Аксиоматический метод в математике укрепился благодаря работам Н.И. Лобачевского.

Рассматривается история возникновения переменных величин и функций в результате исследования механических движений и других физических явлений. Это связано с исследованиями Галилея, Декарта, Ньютона, Лейбница. Затронуты вопросы истории дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений, геометрия кривых и поверхностей, функций комплексной переменной, алгебры и теории вероятностей, а также вопросы истории логического обоснования и систематизации математики.

Уделено внимание жизни и деятельности выдающихся российских математиков С.В. Ковалевской и А.Н. Крылова. Отдана дань роли М.В. Ломоносова, первого великого российского ученого. Большую часть своей жизни в России работал математический гений Л. Эйлер, по праву считающийся российским математиком, хотя он родился и учился в Швейцарии.

Пособие предназначено студентам университета математической специальности.

О Г Л А В Л Е Н И Е

«Если мы о чем-нибудь не знаем, как оно образовалось, то и не понимаем его.»
А. Шлейхер.

ШЛЕЙХЕР, АВГУСТ (Schleicher, August) (1821–1868), немецкий лингвист, представитель сравнительно-исторического языкознания. Родился 19 февраля 1821 в Майнингене в семье врача. В 1840 поступил в Лейпцигский университет, в 1841 перешел в Тюбигенский университет. Еще через два года, оставив занятия теологией и философией, Шлейхер перешел в Боннский университет, в котором изучал классические языки, языки Ближнего Востока и германскую диалектологию. Окончив университет в 1846, работал приват-доцентом, постепенно включая в сферу своих интересов славянские языки. Во время революционных событий 1848–1849 в Европе занимался журналистской деятельностью в ряде европейских столиц, прежде всего в Праге. В 1850–1857 экстраординарный, а с 1853 ординарный профессор Пражского немецкого университета. С 1857 профессор университета в Йене. С 1858 иностранный член-корреспондент Российской Академии наук. Несмотря на относительно недолгий срок преподавательской деятельности Шлейхера, его студентами успели побывать И.А.Бодуэн де Куртенэ, А.Лескин, Й.Шмидт, Х.Шухардт.

«История вовсе не имеет своей единственной целью удовлетворение бесполезного любопытства: изучение пришедшего должно в конце концов освещать будущее.»
П. Таннери.

ТАННЕРИ, ПОЛЬ (Tannery, Paul) (1843-1901), французский математик и историк философии и науки. Брат математика и философа Жюля Таннери. Родился в Манте 20 декабря 1843. В 1861 поступил в Высшую политехническую школу в Париже. С 1865 служил в Пантене в государственных табачных мануфактурах, с 1886 — директор мануфактур. В свободное время занимался изучением истории наук. Читал курс истории арифметики в Сорбонне, в 1892 был назначен профессором греческой и латинской философии в Коллеж де Франс.

Научные интересы Поля Таннери были сосредоточены в сфере истории философии и истории математики, в особенности древнегреческой и Нового времени. Поль Таннери — автор работ, ставших классическими в истории античной науки. Его исследования в этой области, в том числе выполненные им переводы сочинений греческих мыслителей, до сих пор не утратили своего значения и служат важным подспорьем для историков науки. Он издал научные труды греческого математика Диофанта и сочинения Ферма; участвовал в издании Полного собрания сочинений Декарта. Сотрудничал в журналах "Revue philosophique", "Bulletin des sciences mathématiques", "Revue des Etudes Grecques", "Archiv für Geschichte der Philosophie", где опубликовал множество статей на разные темы. Статьи, опубликованные в "Revue philosophique", составили позднее книгу За историю эллинской науки (Pour l’histoire de la science hellène).

Среди его работ — Геометрия греков (La géométrie grecque, 1887); Исследования по истории древней астрономии (Recherches sur l’histoire de l’astronomie ancienne, 1893).

ВВЕДЕНИЕ

Множество крупных и мелких, главных и второстепенных научных фактов, из которых слагается всякая отрасль знания, часто заслоняет основные части сложной конструкции науки, подобно тому как внешние особенности изучаемого организма могут отвлечь внимание биолога от основных характерных признаков типа. Историческая точка зрения на предмет изучения дает наилучшую гарантию от ошибок подобного рода.
В математике сама грандиозная широта научной области затрудняет проведение видимых ее границ, и все детали этой науки — истины, накопившиеся веками, - вплетены такими прочными логическими нитями в ее сложную конструкцию, что выделить основу ткани можно, только наблюдая за ее постепенным образованием.

Чтобы ориентироваться среди многочисленных разветвлений науки, нужно знать, как возникли главные течения научной мысли и какими изгибами дошли они да главного русла, сохраняющего свое положение среди протоков, иногда временных. Наконец, особенно важно, следя за историей математической науки, убедится в неразрывной связи ее развития с успехами научных завоеваний в других областях знания и подметить соотношения, связывающие работу математической мысли с культурной и политической историй, а также с характерными особенностями эпохи.

Все эти задачи недостижимы в беглом историческом обзоре. Много существует литературы по истории математики. Много ученых занимались историей математики. Написано много работ о творцах математики:

В нашем курсе мы тем более не можем охватить за 8 лекций все разделы по истории математики. Поэтому излагать исторические сведения мы будем фрагментарно.

Глава 1

НАЧАЛО

1. Первоначальные представления человечества о числе и форме относятся к очень отдаленной исторической эпохе древнего каменного периода – палеолита. В течении сотен тысячелетий указанного периода люди жили в пещерах, в примитивных условиях, мало отличавшихся от условий жизни животных, и их энергия уходила на добывание пищи простейшим способом – собиранием ее, где только это было возможно. Люди изготовляли орудия для охоты и рыболовства, вырабатывали язык для общения между собой, а в эпоху позднего палеолита украшали свое существование, создавая произведения искусства: статуэтки и рисунки. Возможно, что рисунки в пещерах Франции и Испании (возраста порядка 15 тысяч лет) имели ритуальное значение, но несомненно в них обнаруживается замечательное чувство формы.

Пока не произошел переход от простого собирания пищи к активному ее производству, от охоты и рыболовства к земледелию, люди мало продвинулись в понимании числовых величин и пространственных отношений. Лишь с наступлением фундаментального перелома, переворота, когда пассивное отношение человека к природе сменилось активным, люди вступают в новый каменный период, в неолит.

Это великое событие в истории человечества произошло примерно 10 тысяч лет тому назад, когда ледовый покров в Европе и в Азии начал таять и уступать место лесам, степям и пустыням. Постепенно прекращались кочевые странствия в поисках пищи. Рыбаловы и охотники все больше вытеснялись первобытными земледельцами. Земледельцы оставались на одном месте, пока почва сохраняла плодородие, строили жилища, рассчитанные на долгие сроки. Стали возникать поселения для защиты от непогоды и от врагов-хищников. Немало таких неолитических поселений к настоящему времени раскопано. По их остаткам видно, как постепенно развивались такие простейшие из ремесел, как гончарное, ткацкое, плотничье. Существовали житницы, так что население могло, производя излишки, запасать продукты на зиму и на случай неурожая. Выпекали хлеб, варили пиво, в эпоху позднего неолита плавили и обрабатывали медь и бронзу. Совершались открытия и изобретения; появился гончарный круг и тележное колесо; совершенствовались жилища и лодки. Все эти замечательные новшества возникали лишь в пределах той или иной зоны жизни и не всегда распространялись вне ее. Например, американские индейцы узнали о существовании тележного колеса лишь после прихода к ним европейцев. Тем не менее, темп технического прогресса в неолите в колоссальной мере ускорился по сравнению с более древним каменным периодом.

Древние люди вели между собой значительную торговлю, которая настолько развилась, что можно проследить наличие торговых связей между местностями, удаленными на сотни километров друг от друга. Указанную коммерческую деятельность сильно стимулировали открытие техники выплавки меди и бронзы и изготовление сначала медных, а затем и бронзовых орудий и оружия. Это в свою очередь содействовало дальнейшему формированию языков. Слова этих языков выражали вполне конкретные вещи и весьма немногочисленные абстрактные понятия, но языки уже имели известный запас слов для простых числовых терминов и для некоторых пространственных образов. На таком уровне находились многие племена в Австралии, Америке и Африки, когда они впервые встретились с белыми людьми, а некоторые племена и сейчас живут в тех же условиях, так что есть возможность изучить их обычаи и способы выражения мыслей.

2. Числовые термины, выражающие некоторые из «наиболее абстрактных понятий, какие в состоянии создать человеческий ум», как сказал Адам Смит, медленно входили в употребление. Впервые они появляются как качественные, чем количественные термины, выражая отличие между одним и двумя и многими. Древнее качественное происхождение числовых понятий и сейчас еще выявляется в тех особых двоичных терминах, которые имеются в некоторых языках, как, например, греческом и кельтском. С расширением понятия числа бо̀льшие числа сначала образовывались с помощью сложения: 3 путем сложения 2 и1, 4 путем сложения 2 и 2, 5 путем сложения 2 и 3.

Вот примеры счета некоторых австралийских племен: племя реки Муррей – 1 есть энза, 2 есть петчевал, 3 есть петчевал-энза; племя Камиларон – 1 есть мал, 2 есть булан, 3 есть гулиба, 4 есть булан-булан, 5 есть булан-гулиба.

Развитие ремесла и торговли содействовало кристаллизации понятия числа. Числа группировали объединяли в большие единицы, обычно пользуясь пальцами одной руки, или обеих рук – обычный в торговле прием. Это вело к счету сначала с основанием 5, потом с основанием 10, который дополнялся сложением, а иногда вычитанием, так что 12 воспринималось как 10+2, а 9 как 10-1. Иногда за основу принимали 20 – число пальцев на руках и ногах. Из 307 систем счисления первобытных американских народов, исследованных Илсом, 146 были десятичными, 106 – пятиричными и пятирично-десятичными, остальные – двадцатиричными и пятирично-двадцатиричными. В наиболее характерной форме система с основанием 20 существовала у майя в Мексике и у кельтов в Европе. Числовые записи велись с помощью пучков, зарубок на пальцах, узлов на веревках, камешков или ракушек, сложенных по 5 в кучки, – приемами, весьма схожими с теми, к каким в давние времена прибегал хозяин постоялого двора, пользовавшийся бирками. Для перехода от таких приемов к специальным символам для 5, 10, 20 и т.д. надо было лишь сделать один шаг, а именно такие символы мы обнаруживаем в пользовании в начале писанной истории, на так называемой заре цивилизации.

Древнейший пример пользования бирками приходится на эпоху палеолита. Это – обнаруженная в 1937 году в Вестонице (Моравия) лучевая кость молодого волка длиной около 17 см. с 55 глубокими зарубками. Первые 25 зарубок размещены группами по 5, за ними идет зарубка двойной длины, заканчивающая этот ряд, а затем с новой зарубки двойной длины начинается новый ряд зарубок (Исис, 1938). Итак, очевидно, что неправильно старое утверждение, которое мы находим у Якоба Гримма и которое часто повторяли, будто счет возник как счет на пальцах. Пальцевый счет, т.е. счет пятками и десятками, возник только на известной ступени общественного развития. Но раз до этого дошли, появилась возможность выражать числа в системе счисления, что позволяло образовывать большие числа. Так возникла примитивная разновидность арифметики. 14 выражали как 10+4, иногда как 15-1. Умножение зародилось тогда, когда 20 выразили не как 10+10, а как 2×10. Подобные действия с числами выполнялись в течении тысячелетий, представляя собой нечто среднее между сложением и умножением, в частности в Египте и в доарийской культуре Мохенджо-Даро на Инде. Деление началось с того, что 10 начали выражать как «половину тела», хотя сознательное применение дробей оставалось крайне редким явлением. Например, у североамериканских племен известны только немногие случаи применения дробей, и почти всегда это только дробь $\frac{1}{2}$, хотя $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$ иногда встречаются.

Любопытно, что увлекались очень большими числами, к чему, может быть, побуждало общечеловеческое желание преувеличивать численность стада или убитых врагов; пережитки такого уклона заметны в библии и в других религиозных книгах.

3. Возникла и необходимость измерять длину и емкость предметов. Единицы измерения были грубы и часто исходили из размеров человеческого тела. Об этом нам

напоминают такие единицы как *палец, фут* (ступня), *локоть*. Когда начали строить дома такие, как у земледельцев Индии или обитателей свайных построек Центральной Европы, стали вырабатываться правила построения по прямым линиям под прямым углом. Английское слово straight (прямой) родственно глаголу stretch (натягивать), что указывает на использование веревки. Английское слово line (линия) родственно слову linen (полотно), что указывает на связь между таким ремеслом и зарождением геометрии. Таков был один из путей, по которому шло развитие математических знаний.

Человек неолита обладал также острым чувством геометрической формы. Обжиг и раскраска глиняных сосудов, изготовление камышовых циновок, ковров и тканей, позже – обработка металлов, вырабатывали представление о плоских и пространственных соотношениях. Должны были сыграть свою роль и танцевальные фигуры. Неолитические орнаменты радовали глаз, выявляя равенство, симметрию и подобие фигур. В этих фигурах могут проявляться и числовые соотношения, как в некоторых доисторических орнаментах, изображающих треугольные числа; в других орнаментах мы обнаруживаем «священные» числа. Такого рода орнаменты оставались в ходу и в исторические времена. прекрасные образцы имеются на диниловых вазах минойского и раннегреческого периода, позже – в византийской и арабской мозаике, в персидских и арабских коврах. Первоначально ранние орнаменты имели религиозное или магическое значение, но постепенно преобладающим стало их эстетическое назначение.

В религии каменного века улавливаются первые попытки вступить в борьбу с силами природы. Религиозные обряды были насквозь пронизаны магией, магический орнамент входил в состав существовавших тогда числовых и геометрических представлений, проявляясь также в скульптуре, музыке, рисунке. Существовали магические числа такие, как 3,4,7 и магические фигуры, как, например, пятиконечная звезда и свастика; некоторые авторы даже считают, что эта сторона математики была решающим фактором ее развития, но, хотя общественные корни математики в новейшие времена, возможно, стали менее заметны, они вполне очевидны в раннем периоде истории человечества. Современная «нумерология» – пережиток магических обрядов, восходящих к неолитической, а может быть, даже к палеолитической эпохе.

4. Даже у самых отсталых племен мы находим какой-то отсчет времени и, следовательно, какие-то сведения о движении Солнца, Луны и звезд. Сведения этого рода впервые приобрели более общий характер, когда стали развиваться земледелие и торговля. Пользование луны календарем относится к более давней эпохе в истории человечества, так как изменение в ходе произрастания растений связывали с фазами Луны. Примитивные народы обратили внимание и на солнцестояние, и на восход Плеяд в сумерках. Самые древние цивилизованные народы относили астрономические сведения к наиболее отдаленному, доисторическому периоду своего существования. Другие первобытные народы пользовались при плавании по морям созвездиями как ориентирами. Эта астрономия дала некоторые сведения о свойствах сферы, окружностей и углах.

5. Изложенные краткие сведения из эпохи зарождения математики показывают, что наука в своем развитии не проходит обязательно все те этапы, из которых теперь складывается ее преподавание. Лишь недавно ученые обратили должное внимание на некоторые из древнейших известных человечеству геометрических фигур, таких, как узлы или орнаменты. С другой стороны, некоторые более элементарные ветви нашей математики, как построение графиков и элементарная статистика, сравнительно недавнего происхождения. А. Шпайзер заметил, что: «За позднее происхождение элементарной математики говорит хотя бы то, что она явно склонна быть скучной, – свойство, видимо ей присущее, – тогда как творческий математик всегда предпочитает заниматься задачами интересными и красивыми.

Глава 2

ПЕРВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ НАУКИ В ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ

Древнеэллинская культура, быть может, не в одной отрасли знания не оставила нам такого богатого и прочного наследия, как в области математических наук. Главные научные факты, приемы исследования и изложения, терминология и самое название науки — все это результаты тысячелетней умственной деятельности высокоодаренного племени эллинов на небольшой территории Греции и ее колоний. И предание доисторической древности, и свидетельство греческих историков и сопротивление новейших исследователей согласны в том, что первые математические сведения были заимствованы греками по геометрии — от египтян, по арифметике — от финикян и от древнейших культурных племен Месопотамии из Вавилона. Определенно указывается и на время, к которому относится первые шаги греческой науки, - время египетского царя Псамметиха (7 век до н. э.), открывшего свободный доступ иноземцам в свою страну, и на место — малоазиатские ионийские колонии, по самому географическому положению составлявшие аванпост Греции в ее отношениях с востоком. Трудно решить вопрос о количестве первоначального запаса сведений, внесенного извне в культуру эллинов. Легче составить понятия об их качестве, о коренных изменениях в характерных чертах этого знания с пересадкой его на эллинскую почву.

Например. На стенах храма Эдфу (верхний Египет) сохранилось перечисление земельных участков, принадлежащих храмовым жрецам во времена последних Птолимеев, в первом веке до н. э., записи размеров этих участков указывают на такой же неправильный способ определения площади четырехугольника, какой употреблялся в Египте еще за две тысячи лет до н. э. Т. е. древний ошибочный прием сохранился в Египте до первого века до н. э. Хотя в это время греческая геометрия трудами александрийских ученых была уже доведена до высокого совершенства.

Знания древнего востока составляли монополию жрецов, поддерживали престиж касты жрецов, играли роль в отправлении религиозного культа. Эти знания приобрели неподвижность, а приемы счисления и землемерия — еще не составляли науки, а выйдя из храмов востока под просторное небо Эллады, на первых же шагах начало организоваться в науку.

Фалес Милетский

Родоначальник греческой математики Фалес из Милета (640-548 до н. э.) современник Солона, был торговыми делами приведен в Египет и ознакомился с египетской геометрией. Содержание теорем, «открытие» которых приписывается древними Фалесу как самостоятельная работа, дает понятие о ее характере. Равенство углов при основание равнобедренного треугольника, равенство вертикальных углов, было известно и до Фалеса, так что приписываемое ему открытие нельзя понимать иначе, как открытие доказательств этих элементарных истин. Каковы были эти доказательство, мы не знаем, но потребность в них указывает на научный характер первых познаний греков, на первые зачатки научной организации.

Наибольшее впечатление на умы современников Фалес произвел удачным предсказанием солнечного затмение 585 года. Фалес был основателем ионийской школы философов. Фалес считал воду основной стихией. Из воды состоит весь видимый мир.

Пифагор Самосский

Почти все философы Греции включали математику прямо или косвенно в круг своих научных интересов. В философской школе, основанной Пифагором из Самоса (564-473) математика занимала господствующее положение. Ему приписывают отдаленные путешествия в Индию, Египет, Вавилон с целью ознакомится первоисточниками мудрости востока. Воззрение востока на область чисел. Например. Четные числа были символами злого а нечетные — доброго начала. Придавалось мистическое значение некоторых чисел, например 3 и 7, магические квадраты и тому подобные арифметические амулеты.

Согласно преданию Пифагор путем наблюдения открыл, что три струны дают гармонический аккорд, если числа, представляющие их длины, стоят в определенном отношении чисел 6, 4, 3. обобщая вывод единичного наблюдения Пифагор учил, что в таком же «гармоническом отношении», как длины струн, дающих совершенный аккорд стоят радиусы небесных сфер, несущих на себе луну, солнце и неподвижные звезды. Учения пифагорейцев о числе как основе мира и нашего миропознания.

Нечетное число называлось гномоном, сумма гномонов всегда составляет квадратное число т.е. Всегда разлагается на два равных множителя. Путем наглядного построения они нашли сумму арифметической прогрессии нечетных чисел. Число, разлагающееся на два неравных множителя называлось плоскостным прямоугольным, разлагающееся на три — телесным, а если множители равны — кубом. Этими и подобными исследованиями свойств чисел, - свойств, независящих от принятой системы счисления, пифагорейцы положили начало теории чисел. Связи с этим Пифагор говорил, что он поставил арифметику выше потребностей торгаша. Уже во времена Пифагора и ближайших по времени учеников сумма геометрических сведений была довольно значительна: теоремы о равенстве треугольников, учения о параллельных, сумма углов треугольника, подобие, построение равновеликих фигур, элементы стереометрии. Особое мистическое значение придавалось пяти правильным многогранникам, вписанным в шар, который считался наиболее совершенной формой. Еще среди народов востока было известно, что треугольник со сторонами 3, 4, 5 прямоугольный. Этот факт давал землемерам простейший способ построения прямого угла с помощью трех веревок указанной длины. Это факт стал известен Пифагору и частный случай теоремы сумма квадратов построенных на катетах прямоугольного треугольника равна квадрату, построенному на гипотенузе. Но как Пифагор перешел к общему предложению неизвестно (обычное доказательство приведено у Евклида).

Аристотель (384-322 г. до н.э.)

Хотя величайший мыслитель древности Аристотель не писал специально по математике, в его философских и естественнонаучных сочинениях встречается немало высказываний, представляющих большой интерес для истории математики, характеризующих состояние этой науки в период, непосредственно предшествовавший «Началам» Евклида. У Аристотеля уже изложены основные принципы построения дедуктивной системы, разъяснена сущность аксиом, постулатов, определений, гипотез и доказательств. Аристотель дает определение непрерывности (непрерывное есть само по себе нечто смежное, я говорю о непрерывном, когда граница, по которой соприкасаются оба следующих друг за другом предмета, становятся для обоих одной и той же), понятие единого (сущность единого — в том, что оно известным образом представляет собой начало числа, но при этом единое — не одно и тоже для всех родов: в одном случае это — наименьший интервал, в другом — гласный и согласный звук; особая единица для тяжести и другая для движения), понятие математической бесконечности (бесконечное это то, что может быть пройдено, оно не остается, а становится) для математики он допускал и актуальную бесконечность. Для обозначения величин Аристотель применял буквы алфавита.

Евклид (около 300 г. до н. э.)

Евклид внес большой вклад на выработку научного метода, определенных форм искания строгого доказательства и последовательного изложения математических истин. Соединение математических истин в одно логически неразрывное целое, сведение в систему основных элементов науки дающую прочный фундамент для ее дальнейших построений. Его бессмертные «Элементы» - начала — основы — вначале переписывались, потом перепечатывались бесчисленное количество раз в переводах на языки всего мира, и потому знакомы хоть понаслышке каждому образованному человеку; они составляют вечный памятник эллинской арифметике и элементарной геометрии конца 4 века.

«Начала» Евклида «$\Sigma\tau o\iota\chi\varepsilon\iota\alpha$» состоят из 13 книг, в содержание которых включается прежде всего изучение геометрических фигур на плоскости и, поскольку для этого требуются числа, то и учение о целых (положительных) числах и дробях. Но, так как отношение фигур не всегда выражается рациональными числами, то изучаются так же несоизмеримые геометрические величины. Исследование распространяется с плоскости на пространство. Главная особенность «Начал» в том, что они построены по единой логической схеме, что все содержащие в них теории строго логически обоснованы по принципу построения научных дисциплин, который намечался еще у Аристотеля. «Начала» справедливо считаются образцом дедуктивной системы, строго выдерживающей изложение, исходящее из общих положений и идущее от них к частным. Однако это не означает, что индукция в началах отсутствует.

«Начала» Евклида начинаются с определений, постулатов и общих понятий. Характер определений у Евклида различен. В большинстве они описательны, например «Точка есть то, что не имеет частей». Пример генетического определения: (указывающее на способ происхождения вещи): «Сфера будет, если при неподвижности диаметра полукруга, вращающийся полукруг снова вернется в тоже самое, из которого он начал двигаться, то охваченная фигура и есть сфера». Пример аксиоматического определения (которые могут быть сформулированы в виде аксиом: «Равные круги суть те, у которых диаметры равны или прямые из центра равны».

Определения предпосланы почти каждой отдельной книге. Постулаты (числом 5) и общие аксиомы (9) помещены впереди всего труда в первой книге. Постулат- это требования, построить некоторые простейшие фигуры. Аксиомы — это общепризнанные положения, не нуждающиеся в доказательстве и лежащие в основе доказательства. Постулаты «Начал» - это постулаты идеального циркуля и линейки. Эти ограничения усложнили производства построений и в «Начало» поэтому не вошла теория конических сечений, хотя она была хорошо развита. (Однако Евклид вовсе не пренебрегал изучением конических сечений, и написал о них отдельное сочинение.) В «Начала» также не вошла и логистика (учение о практических вычислениях) т.к. она считалась скорее ремеслом, чем наукой.

Другие сочинения Евклида.

Из чисто математических сохранились лишь два: «Данные» и «О делении фигур». С именем Евклида также связывается одна задача, содержащаяся в арифметических эпиграммах греческой антологии начала 4 века новой эры, сводящаяся к решению линейного уравнения с одним неизвестным. Она гласит:

«Мул и Осел под вьюком по дороге с мешками шагали.
Жалобно охал Осел, непосильною ношей придавлен.
Это подметивший Мул обратился к советчику с речью:
Что ж, старина, ты заныл, и рыдаешь, будто девчонка?
Нес бы в двойне я, чем ты, если б отдал одну ты мне меру,
если ж бы ты у меня лишь одну взял, то мы бы сравнялись,
сколько нес каждый из них, о. геометр, поведай нам это».

Ответ: груз мула равен 7, груз осла равен 5.

Сохранились некоторые сочинения Евклида из области прикладной математики: «Астрономические феномены», «Сферика», «Оптика».

Первые успехи количественного изучения явлений и время упадка античной науки (5 век до н.э. - 6 век н.э.).

Раньше вся жизнь эллинского народа сосредотачивалась вокруг средиземного моря. Мягкий умеренный климат не требовал от них особых усилий физического труда или технической изобретательности. В 4 веке до н.э. Отдаленные экспедиции Александра Македонского ставят эллинов лицом к лицу с грандиозными чудесами тропической природы. За 10 лет (334-323) они становятся обладателями половины древнего мира — от болотистых берегов Аральского моря до безбрежных песков Сахары, от холмов Аркадии до снежных гигантов Гималаев. Среди разнообразных условий чужой природы, к которым приходится приспособляться, основываются греческие поселения, пробуждается интерес к опытному изучению природы.

Великий завоеватель, ученик Аристотеля, во время трудных походов не забывает, как говорит предание, о собирании научных коллекций и отсылает их, как ценный дар ликею старого учителя. Александрия — этот новый пункт международных отношений сделался

научным не только центром эллинского мира, но и школой реального знания. В обширных залах александрийского музея хранились свитки знаменитой библиотеки, обширные естественно научные коллекции и приборы для экспериментальных работ, обсерватория Серапиума была снабжена всеми известными тогда астрономическими инструментами; зоологический и ботанический сады давали материал для наблюдения живой природы.
Уже в армии Александра были инженеры, трактаты которых по практической механике цитировались позднейшими писателями. В начале 3 века Феофраст не только описывает в своей ботанике более 400 растений, но и пытается изучать законы растительной жизни. Эратосфен (250 г до н.э.) дает снабженное географическими картами, описание земли и производит первое измерение ее окружности. Из далеких Сиракуз Архимед присылает на суд своих учителей исследование в области теоретической механики, равновесие твердых и жидких тел, и большую популярность приобретает он своими практическими изобретениями: подъемными и метательными машинами, винтом для подъема воды, зажигательными зеркалами.

Герон (2 век до н.э.) в Александрии прославился изобретением множества разнообразных приборов, основанных на изучении свойствах жидкости, газов, водяного пара оптических и акустических явлений. Ничто, по видимому, не мешало развитию опытного знания. Александрийским ученым покровительствовали греческие властители Египта. Они не жалели денег на содержание музея, библиотек, обсерватории. На содержание целого штата ученых отпускались огромные суммы. По приглашения Птолемея 1, Евклид переселяется в Александрию и делается основателем математического факультета музея, который стал питомником новых научных деятелей.

В демократических Афинах наука была общим достояниям: она соединила бесчисленными нитями со свободно развивающейся народной жизнью. Блестящее развитее всех духовных сил греческого народа в 5-4 веках переносит невзгоды персидского вторжения и научное движение иссякнет в конце четвертого века одновременно с окончательным падением афинской свободы, последовавшего за смертью Александра. Придворные философы и профессора скоро начинают вырождаться в ученый ремесленный цех, с обычной игрой самолюбий и интриг научного самовольства. В 47 году до н.э. При осаде Александрии Цезарем половина книжных сокровищ погибает в пламени, борьба Октавия с Антонием заканчивается обращением Египта в римскую провинцию, какою на сто лет раньше уже сделалась Греция. Античная наука пришла в полный упадок.

Глава 3

ЛОБАЧЕВСКИЙ НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ

(1792-1856).

Н.И. Лобачевский, второй сын мелкого чиновника, родился в нижнем Новгороде. Когда Николаю было 7 лет, его мать, Прасковья Ивановна, осталась одна с 3-мя малыми сыновьями. И до этого жалованье отца с трудом хватало на содержание семьи. Теперь она встретилась с крайней нищетой. Она переехала в Казань, где как могла, подготавливала детей к школе, и они были приняты в гимназию на казенное содержание. Николай приступил к занятиям в 10 летнем возрасте. Его успехи в математике и в древних языках были феноменальными. 14 лет он был подготовлен для университета. В 1807 году он студент Казанского университета, который был основан в 1905 году, в котором ему предстояло провести последующие 40 лет жизни — как студенту, профессору и ректору. Надеясь в конечном счете поставить Казанский университет на один уровень с лучшими университетами Европы, власти пригласили нескольких видных профессоров из германии. Среди них был астроном Литров, который стал потом директором Венской обсерватории. Профессор математики Бартельс распознал гений Лобачевского и оказывал ему полную поддержку. (Бартельс сыграл ранее видную роль в становлении Гаусса как математика)

В 1811 году, в возрасте 18 лет, Лобачевский получил степень магистра с отличаем. В это время его старший брат Алексей вел курсы элементарной математики по подготовке младших правительственных чиновников, и, когда он получил отпуск по болезни, Николай заменил его. В апреле 1814 года он был утвержден адъюнктом чистой математики, а два года спустя ему было присвоено звание профессора.

Назначение Лобачевского профессором состоялось в возрасте 23 лет. Его обязанности были многотрудными. Дополнительно к работе по математике ему поручались лекционные курсы по астрономии и физике. Он блестяще справился с заданием. Это послужило поводом для еще большей нагрузки.

Вскоре Лобачевский взялся за переустройство университетской библиотеке и университетского музея, находившихся в хаотическом состоянии.

Среди неисчислимых обязанностей в 1819 до 1825 года было наблюдение за всеми учащимися Казани — от начальных школ до курсов для окончивших университет. Наблюдать полагалось за политической благонадежностью. Трудности такого неблагодарного поручения можно легко представить. То, что Лобачевский не потерял уважения своих коллег и учащихся говорит о его способностях, может быть, больше, чем его ордена и медали, которыми он любил в торжественных случаях украшать себя. В 1827 году Лобачевского назначили ректором. Под его руководством весь штат был реорганизован, были привлечены лучшие люди, была построена библиотека, были организованны механические мастерские для изготовления научных инструментов, которые требовались для исследования и преподавания, была основана и оборудована обсерватория.

Кажется невероятным, что Лобачевский, так сильно перегруженный преподавательскими и административными обязанностями, мог находить время для научной работы. Он создал один из величайших шедевров всей математики, и поставил веху в человеческом мышлении. Он трудился над этим не менее 20 лет. Его публичное сообщение по этой теме было сделано на физико-математическом факультете Казанского университета в 1826 году. Гаусс не знал о его трудах примерно до 1840 года, а в 1842 году по ходатайству Гаусса Лобачевского избрали иностранным членом-корреспондентом Геттингенского королевского общества за создание неевклидовой геометрии.

Чтобы понять, что сделал Лобачевский, нужно сначала коснутся выдающегося достижения Евклида. Имя Евклида до совсем недавнего времени практически было синонимом школьного курса геометрии. Дополнительно к систематическому изложению элементарной геометрии, его «Начала» содержат все, что было известно в то время по теории чисел. Геометрическое обучение шло согласно Евклиду 2200 лет.

Право Евклида на бессмертие основывается на чем-то совершенно ином, а не на логическом совершенстве которое приписывается ему. Это понимание того, что пятый из его постулатов является лишь предположением. Пятый постулат может быть сформулирован в многих эквивалентных формах, каждая из которых выводится из любой другой с помощью других постулатов евклидовой геометрии. Возможно, простейшей из формулировок является следующая: Если дана прямая L и точка P не лежащая на этой прямой, то в плоскости, определяемой L и P, можно провести только одну прямую, проходящую через P, которая никогда не пересекается с L, как бы далеко эти две прямые ни были продолжены (в том или другом направлениях). Таким образом, пятый постулат Евклида утверждает, что через P проходит одна и только одна прямая параллельная L. Глубокое проникновение Евклида в суть геометрии убедило его в том, что этот постулат не выводим из других постулатов, хотя и было предпринято много попыток доказать его. Будучи сам не в состоянии вывести этот постулат из своих других допущений и желая использовать его в доказательствах многих своих теорем, Евклид честно поместил его в своих постулатах.

В геометрии Евклида сумма углов любого прямолинейного треугольника равна 180 градусов. Это утверждение также эквивалентно 5 постулату.

Своей первой опубликованной работе об открытой им геометрии, напечатанной в Казани в 1829 году под названием «О началах геометрии», Лобачевский начинает изложение основ новой геометрии (он ее называет воображаемой, а Евклидову — употребительной) следующим образом: «Мы видели, что сумма углов треугольника не может быть больше Пи. Остается предполагать эту сумму равной Пи или меньшей Пи. То и другое может быть принято без всякого противоречия в последствии, отчего и происходит две Геометрии: одна — употребительная до ныне по своей простоте — соглашается со всеми измерениями на самом деле; другая — воображаемая, более общая и потому затруднительная в своих вычислениях — допускает возможность зависимости линий от углов. Если в одном прямолинейном треугольнике принять сумму углов за Пи то она будет такой же во всех других треугольниках. Допуская же, что менее Пи, легко доказать, что сумма углов уменьшается с возрастанием боков треугольника. Всякий раз, следовательно, две линии встречаться на плоскости не могут, когда они с третьей составляют углы, сумма которых Пи. Они могут не пересекаться и в том случае, когда эта сумма меньше Пи, если к тому предположить сумму углов в треугольнике меньше Пи. Итак, все линии на плоскости в отношении к одной могут быть разделены на сходящиеся и несходящиеся. Последние будут называться параллельными, если они представляют границу, или иначе сказать переход от одних к другим между всеми выходящими из одной точки.»

Еще один эквивалент постулата эквивалентности, так называемая «гипотеза прямого угла», наводит на мысль о еще двух возможностях, не одна из которых не эквивалентна предположению Евклида: одна из них приводит к геометрии Лобачевского, вторая к геометрии Римана.

Рассмотрим фигуру AXYB, которая «выглядит как прямоугольник», состоящую из четырех отрезков прямых AX, XY, YB, BA, в которой BA является основанием, AX и YB — перпендикуляры к AB одинаковой длины, восстановленные по одну и туже сторону по AB. Существенно помнить об этой фигуре, что каждый из углов XAB и YBA является прямым и что стороны AX и BY равны.

Без использовании постулата о параллельных можно доказать, что углы AXY и BYX равны между собой, невозможно доказать, что эти углы прямые, хотя они и выглядят такими. Если мы примем постулат о параллельных, мы сможем доказать, что углы AXY и BYX прямые; наоборот, если мы примем, что углы AXY и BYX прямые, мы можем доказать постулат о параллельных. Таким образом, допущение, что углы AXY и BYX прямые, эквивалентно постулату о параллельных. Это допущение теперь называется гипотезой прямого угла.

Известно, что гипотеза прямого угла ведет к непротиворечивой, практически полезной геометрии, а именно к евклидовой геометрии, обновленной, что бы устоять перед современными требованиями логической строгости. Но нарисованная фигура наводит на мысль о двух других возможностях: каждый из равных углов AXY и BYX меньше прямого угла — гипотеза острого угла; каждый из равных углов AXY и BYX больше прямого угла — гипотеза тупого угла. Поскольку всякий угол может быть равным, меньшим или большим прямого угла, то три приведенные гипотезы исчерпывают все возможные случаи.

Повседневный опыт предрасполагает нас к первой гипотезе. Что бы убедится, что каждая из двух других не так бессмысленно, как это может сперва показаться, рассмотрим нечто более близкое к действительному человеческому опыту, чем в высшей степени идеализированная плоскость, в которой Евклид представлял нарисованные свои фигуры. Но прежде заметем, что ни гипотеза острого угла, ни гипотеза тупого угла не дает нам возможности доказать евклидов постулат о параллельных, потому что, как было сказано выше, постулат Евклида эквивалентен гипотезе прямого угла. Следовательно, если мы преуспеем в построении геометрий на двух новых гипотез, мы не найдем в них параллельных в евклидовом смысле.

Чтобы сделать эти гипотезы менее неблагоразумными, чем они могут казаться с первого взгляда, предположим что Земля является идеальной сферой (без неправильностей в виде гор и т.д.). плоскость, проведенная через центр это воображаемой Земли, пересечет ее поверхность по большому кругу. Предположим, что мы желаем перейти на поверхности Земли и из точки A в точку B, причем хотим двигаться по кратчайшему пути. Эта задача «плавания по большому кругу». Вообразим плоскость проходящую через центр Земли и данные точки A и B (имеется одна и только одна такая плоскость); эта плоскость пересечет поверхность Земли по большому кругу. Чтобы путешествие было кратчайшим, мы движемся из A в B по меньшей из двух дуг полученного большого круга, соединяющих эти точки. Если точки диаметрально противоположны, можно двигаться по любой из двух дуг.

Предыдущий пример подводить к важному определению геодезической линии поверхности, которое теперь будет объяснено. Только что мы видели, что кратчайшей линией соединяющей данные две точки на поверхности сферы, является дуга большого круга, проходящего через них. Мы также видели, что самое длинное расстояние между двумя точками будет представлять собой другая дуга большого круга. Вспомним теперь что на плоскости отрезок прямой, соединяющей две точки, определяется обычно как кратчайшее расстояние между этими двумя точками. Перенося это на сферу, мы говорим, что прямой линии на плоскости соответствует большой круг на сфере. Переходя к произвольной поверхности, назовем геодезическими линиями этой поверхности все экстремальные (наибольшие, наименьшие) линии, соединяющие любые две точки поверхности. Таким образом, на плоскости геодезическими являются евклидовы прямые, на сфере — дуги большого круга. Геодезическую линию можно представить себе как положение нити, плотно прилегающей к поверхности и по возможности натянутой между двумя точками поверхности.

Далее, по крайней мере в навигации, океан не мыслится как плоская поверхность (евклидова плоскость), если даже интересуются небольшими расстояниями; он принимается и то очень приближенно, за часть поверхности сферы, так что геометрия в «плавания по большому кругу» не является евклидовой. Таким образом, евклидова геометрия не является единственно полезной для человека геометрией. На плоскости две геодезические пересекаются только в одной точки, пока они не становятся параллельными, когда они вообще не пересекаются (евклидова геометрия), но на сфере любые две геодезические всегда пересекаются ровно в двух точках. Далее, на плоскости никакие две геодезические не могут охватывать части плоскости, в тоже время как на сфере любые две геодезические всегда охватывают часть сферы.

Представим теперь экватор на сфере и две геодезические, проведенные перпендикулярно экватору через северный полюс. В северном полушарии образуется криволинейный треугольник, две боковые стороны которого равны между собой. Каждая сторона этого треугольника является дугой геодезической линии. Нарисуем любую другую геодезическую, пересекающую равные боковые стороны так, что отсеченные их дуги от экватора равны. Мы получим на сфере четырехстороннюю фигуру, соответствующую фигуре AXYB, которую мы имели выше на плоскости. Два угла при основании этой фигуры являются прямыми и соответствующие стороны равны, как и раньше, но каждый из равных углов при X и Y теперь больше прямого угла. Так в геометрии плавания по большому кругу, в высшей степени практичной и гораздо более близкой к реальному человеческому опыту, чем идеализированные чертежи элементарной геометрии, выполняется не евклидов постулат о параллельных, или его эквивалент — гипотеза прямого угла, а гипотеза тупого угла, которая порождает другую геометрию.

Подобным же способом, изучаю другую, менее известную поверхность, мы можем сделать приемлемой гипотезу острого угла. Эта поверхность выглядит как две бесконечно длинных трубы духового оркестра, сложенных вместе широкими концами. Такая фигура называется псевдосферой. Если на этой поверхности нарисовать, как раньше, используя геодезические, четырехугольник с двумя равными сторонами и двумя прямыми углами, мы найдем, что выполняется гипотеза острого угла.

Таким образом, гипотезы прямого угла, тупого угла, и острого угла верны соответственно на евклидовой плоскости, на сфере и на псевдосфере, и во всех случаях «прямыми» являются геодезические линии. Евклидова геометрия представляет собой предельный, или вырожденный случай геометрии сферы, когда ее радиус становится бесконечным.

Вместо того чтобы строить геометрию Земли, какой ее теперь знают люди, Евклид, очевидно, исходил из предположения, что Земля плоская. Так было сделано если не им, то его предшественниками, и со временем теория пространства, или геометрия, доставившая голые предположения которые он воплотил в свои постулаты, уже воспринималась по виду как собрание неизменно необходимых истин, открытых человечеству более возвышенным умом как подлинная суть всех материальных вещей. Понадобилось больше 2000 лет, чтобы освободить геометрию от вечных истин, и это сделал Лобачевский.

Если воспользоваться словами Эйнштейна, Лобачевский бросил вызов одной аксиоме, всякий, кто бросает вызов общепринятой истине, кажущейся необходимой или приемлемой подавляющему большинству здравомыслящих людей не менее 2000 лет, вручает этому большинству, если не свою жизнь, свою научную репутацию. Эйнштейн сам бросил вызов аксиоме, что два события в разных местах могут происходить в одно и тоже время, и анализируя это давнее предположение, пришел к специальной теории относительности. Лобачевский бросил вызов предположению, что евклидов постулат параллельных является необходимым для непротиворечивой геометрии, и подкрепил свой вызов созданием геометрии, основанной на гипотезе острого угла, в которой имеется не одна прямая, параллельная данной прямой и проходящая через данную точку, а две. Не одна из этих двух параллельных прямых Лобачевского не пересекается с прямой, которой они обе параллельны, так же как и любая прямая, лежащая внутри угла, образованного двумя указанными параллельными прямыми, и проходящая через фиксированную точку. Это кажущаяся ситуация «реализуется» геодезическими на псевдосфере.

Для повседневных целей (измерение расстояний и т.д.) различие между геометриями Евклида и Лобачевского слишком мало, что бы его учитывать, но не это самое важное, а то что каждая из них совместна сама по себе и каждая адекватно человеческому опыту. Лобачевский отменил необходимую «истину» евклидовой геометрии. Его геометрия была первой из нескольких построенных его последователями. Некоторые из этих геометрий заменяют евклидову (например, Риманова геометрия общей теории относительности) и сегодня и сегодня по крайней мере так же важны для все еще живущих и растущих частей физической науки, как была и есть сама евклидова геометрия в сравнительно различных классических частях. Для одних целей последняя является наилучшей, для других она не подходит и требуется неевклидова геометрия.

В течении 2200 лет в некотором смысле верилось, что Евклид своей системой геометрии открыл абсолютную истину или необходимый способ человеческого познания. Созданное Лобачевским было настоятельным доказательством ошибочности этого верования. Смелость этого вызова и порожденный им успех вдохновили математиков вообще бросить вызов другим принятым «истинам», например «принципу» причинности.

Сильный стимул от метода Лобачевского бросать вызов аксиомам, вероятно, все еще должен ощущаться и не преувеличение называть Лобачевского Коперником геометрии.

И так, день рождения неевклидовой геометрии настал 11 февраля (23 февраля) 1826 года. На заседании отделения физико-математических наук Казанского университета Лобачевский доложил о своем сочинении: «Сжатое изложение основ геометрии со строгим доказательством теоремы о параллельных». Через три года, в 1829 году, он издал это сочинение в расширенном виде под названием «О началах геометрии». В последующем, в течении всей жизни, Лобачевский развивал свою новую геометрию, опубликовав ряд работ: «Воображаемая геометрия». (1835; немецк. 1837), «Применение воображаемой геометрии к некоторым интегралам» (1836), «Новые начала геометрии с полной теорией параллельных». (1838, немецк. 1840), «Пангеометрия» (1855).

Попытки доказать аксиому о параллельных приведением к противоречию имели место и до работ Лобачевского. Саккери (1733) даже получил ряд предложений, которые затем ошибочно признал противоречивыми, а следовательно аксиому о параллельных — досказанной. Ламберт (1786), следуя по тому же пути, не смог ни примерится с получающейся системой выводов, ни опровергнуть ее. Аналогичные исследования предпринимали Швейкарт (1818) и Тауринус (1825). однако только венгерский математик Янош Больяи (1802-1860) ясно выразил ту же мысль, что и Лобачевский, и к 1832 году, независимо от последнего развил систему неевклидовой геометрии, выпустив сочинение: «Аппендикс, т.е. Приложение, содержащее науку о пространстве, абсолютно истинную». После смерти Гаусса (1855) выяснилось, что он тоже открыл начальные факты геометрии Лобачевского, но молчал о них, из боязни уронить свою научную репутацию. Он даже не решился поддержать молодого Я Больяи, когда тот прислал свою работу. Подлинное мужество ученого, свойственное Лобачевскому, особенно ярко проявилось в обстановке непризнания и нападок, созданной вокруг его работ, и непреодоленной им до самой смерти. Он умер не понятым и не признанным.

Геометрия Лобачевского в абсолютной своей части не отличается по существу от геометрии Евклида. В той же части, которая использует аксиому о параллельных, дело обстоит иначе. К этой части относятся теоремы о: а) расположении параллельных прямых; б) сумме углов в треугольниках и многоугольниках; в) площадях; г) вписанных в окружность и описанных многоугольниках; д) подобии и равенстве фигур; е) тригонометрии; ж) теореме Пифагора; з) измерении круга и его частей. В этих пунктах двумерная геометрия Лобачевского отличается от евклидовой планиметрии.

В сочинениях Лобачевского была построена система, не содержащая логических погрешностей и столь же богатыми фактами, как и геометрия Евклида. Тем самым было показано, что мыслима не только одна система геометрии и, что другие системы можно получать путем видоизменений и обобщений основных положений геометрии Евклида. Но на сочинения Лобачевского академики (в том числе Остроградский) давали отрицательные отзывы, задача, которую не смог решить Лобачевский — эта задача обоснования новой геометрии. Можно сколько угодно далеко идти по пути накопления ее фактов, но не получить уверенности: а) в строгости ее логической основы; б) в ее значимости для практических приложений; в) относительно ее места в науке. Данные всякой теории должны проверятся опытом. Геометрия Евклида возникла как обобщение многовекового опыта людей и подтверждена практикой. Возможная конструкция, созданная Лобачевским, должна опереться на систему реально существующих объектов, что быть признанной не противоречивой.

Как это часто бывает в истории математики, разгадка находилась рядом; математики уже имели все необходимое, что бы решить проблему интерпретации геометрии Лобачевского. Необходимо было лишь привлечь данные теории поверхностей.

Дифференциальная геометрия в начале 19 века получила новую область распространения в теории поверхностей. В трудах Гаусса, особенно в его «Рассуждении о кривых поверхностях», была построена внутренняя геометрия поверхностей. Для этого Гаусс использовал криволинейные координаты u и v на поверхности. Линейный элемент (дифференциал дуги)

$$ds^2=Edu^2+2Fdudv+Gdv^2$$

гауссова кривизна

$$K=1/(R_1R_2)$$

дали возможность найти все элементы поверхности. Факты внутренней геометрии оказались инвариантными относительно изгибания поверхностей, т.е. таких деформаций последней, при которых линейный элемент остается инвариантным.

Около 1840 года Ф. Миндинг, профессор университета в Дерпте, изучал поверхности постоянной гауссовой кривизны. Среди поверхностей постоянной отрицательной кривизны он особо выделил поверхность вращения трактрисы. Он вывел формулу из которой, можно вывести остальные формулы гиперболической геометрии. Тригонометрия геодезических треугольников на поверхности постоянной отрицательной кривизны оказалось гиперболической тригонометрией.

За пять лет выхода этой работы Миндинга Лобачевский в «Воображаемой геометрии» показал, что требование аксиомы параллельности можно свести к вопросу о справедливости соотношений гиперболической тригонометрии. Результат Миндинга означал по существу, что внутренняя геометрия псевдосферы изоморфна планиметрии Лобачевского. Однако ни Миндинг, ни Лобачевский это не заметили.

Обнаружил этот факт итальянский геометр Бельтрами. Он внимательно изучал сочинения Лобачевского по французским и итальянским переводам. При этом, он увидел, что результаты одного его дифференциально-геометрического исследования содержат искомую интерпретацию геометрии Лобачевского.

Бельтрами исследовал задачу картографии: отобразить поверхность на плоскость таким образом, что бы все геодезические линии на поверхности изображались прямыми на плоскости. Он установил, что такое отображение можно установить для сфер и для поверхностей постоянной отрицательной кривизны, а так же обнаружил среди последних псевдосферу. Линейные элементы (основные метрические формы) плоскости Лобачевского и псевдосферической поверхности оказались выраженными одной и той же формулой. Это означало, внутренняя геометрия псевдосферы изоморфна внутренней геометрии гиперболической плоскости Лобачевского. Образом прямых Лобачевского явились геодезические на поверхности, а движения интерпретировались изгибаниями поверхности на себя. Бельтрами опубликовал свои результаты в 1868 году в статье: «Опыт истолкования неевклидовой геометрии». Эта была первая интерпретация геометрии Лобачевского. Она произвела большое впечатление. После нее положение этой части геометрии изменилось. Сомнения в ее непротиворечивости отпали, т.к. Плоскость Лобачевского интерпретировалась на поверхности евклидова пространства. Однако интерпретация была не полной, т.к. Поверхность псевдосферы изображает лишь часть плоскости Лобачевского, что легко заметить на рисунке. Очевидно так же, что не какие комбинации бельтрамиевых поверхностей не устраняют не полноту.

Бельтрами смог таким образом доказать непротиворечивость геометрии Лобачевского лишь для некоторой ограниченной части плоскости. Остался открытым вопрос об интерпретации всей плоскости Лобачевского. Только в 1901 году Д. Гильберт доказал что в 3-х мерном пространстве не существует аналитической поверхности постоянной отрицательной кривизны, не имеющей ни где особенностей и по всюду регулярной. По этому осуществить интерпретацию типа Бельтрами всей плоскости Лобачевского не возможно.

Следующая по времени интерпретация, проведенная в 1871 г. Ф. Клейном в работе, «О так называемой неевклидовой геометрии», основывается на введенном Кэли проективном мероопределении на плоскости. Кэли ввел это понятие в 1859 г. в «Шестом мемуаре о формах» следующим образом: формы — это однородные многочлены. Для геометрического истолкования теории форм Кэли привлек аналитическую геометрию проективного пространства, построенную Плюккером. С бинарной формой он связал систему точек прямой, однородные координаты которых обращают эту форму в ноль. Аналогично тернарная форма представляется кривой проективной плоскости; если эта форма квадратична, соответствующая кривая есть коническое сечение. Затем Кэли фиксирует одну из бинарных квадратичных форм и пару точек соответствующей ей на прямой. Его определение абсолюта по существу вводит его как образ, относительно которого рассматриваются автоморфизмы. Для определения расстояния между двумя точками Кэли строит ангармоническое отношение этих двух точек и точек абсолюта. Логарифм ангармонического отношения и есть, по Кэли расстояние. На плоскости абсолютом является кривая второго порядка; ее пересечение с любой прямой плоскости определит на ней абсолют проективной метрики.

Клейн в упомянутой выше работе доказал, что проективная метрика Кэли, определяемая действительной кривой второго порядка, совпадает с метрикой пространства постоянной отрицательной кривизны. Теперь Клейн отображает плоскость Лобачевского на внутренность абсолюта, например, внутрь круга. Точки плоскости отображаются на внутренние точки абсолюта, прямые переходят в хорды без конечных точек, параллельные прямые — в хорды общим концом. Движение — проективное преобразование, переводящее круг сам в себя и хорды — в хорды. Расстояния, как и у Кэли. В пространстве используется проективное отображение на внутренность сферы. Геометрия Лобачевского интерпретируется через посредство абсолюта Клейна. Например, из точки О можно провести две прямые ОМ и ОН, не пересекающиеся с данной прямой МН и тем самым параллельные ей в смысле Лобачевского. Геометрия Лобачевского оказывается с этих позиций геометрии подгруппы всех проективных преобразований, при которой абсолют отображается сам в себя. Модель Клейна явилось долгожданным полным доказательством непротиворечивости геометрии Лобачевского и наличие у нее реального смысла.

После этой работы Клейна появились и продолжают появляться новые интерпретации, обнаруживая новые связи геометрии Лобачевского с другими областями математики. Например, модель Пуанкаре, предложенную им в 1882 году в связи с задачами геометрическими теориями функций комплексного переменного. Плоскость Лобачевского изображается тоже внутренностью круга, прямые - дугами окружности, перпендикулярными данной окружности, и диаметрами. Движения интерпретируются комбинациями инверсий (гиперболическая инверсия).

Становление аксиоматического метода в геометрии.

Идея Лобачевского о том, что логически мыслимо не одна геометрия Евклида, получила во второй половине 19 века подтверждение; возникли многочисленные геометрические системы. Воплотилась в жизнь в виде разнообразных интерпретаций, а затем и приложений, и другая его идея — что истинность геометрии проверяется лишь опытом и что расширяющийся опыт потребует введения не только евклидовой геометрии. Истинная природа пространства может оказаться и неевклидовой.

Третья большая идея Лобачевского состояла в том, что новые геометрии могут быть построены путем видоизменения и обобщения системы аксиом и вообще исходных положений евклидовой геометрии. Эта идея повлекла целую серию исследований по основаниям геометрии. Еще в 1866 году Гельмгольц ввел движение в качестве основного понятия геометрии. Кантор (1871 г) и Дедекинд (1872 г) исследовали аксиому непрерывности. Паш (1882), добиваясь решения проблемы включения метрической геометрии в проективную, глубоко исследовал две группы аксиом: порядка и принадлежности. Вслед за Пашем эти группы аксиом исследовали Пеано(1889) и Пиери(1899). В 1899 г. появилось первое издание «Оснований геометрии» Гильберта, в котором впервые была изложена полная и достаточно строгая система аксиом геометрии.

Таким образом, к концу 19 века в геометрии укоренился аксиоматический метод. С того же времени аксиоматический метод распространился на другие области, сделавшись одним из основных методов современной математики. Геометрические теории оказались едва не самой удобной частью математики для становления аксиоматического метода. Вместо громоздкой системы определений, аксиом и постулатов принятой в «Началах» Евклида теперь сделалось возможным ввести лишь совокупность аксиом, которая и служит описанием основных понятий и их свойств. В геометрии сложились первые требования логической строгости, которым должны удовлетворять аксиомы, требование независимости, непротиворечивости и полноты.

Развитие геометрии в 20 веке из-за громадного фактического объема и сложностей связи не оказалось возможным включить в состав настоящих лекций. Первоначальные представления об этом предмете можно получить, например, из статьи А.Д. Александрова «Геометрия» (БСЭ, изд. 2, т. 10, стр. 533-550).

Глава 4

МАТЕМАТИКА ПЕРЕМЕННЫХ ВЕЛИЧИН

1. К XVII веку исследование движения стало центральной задачей естествознания. К исследованию движения, исследованию различных процессов изменения и зависимостей между изменяющимися величинами естественные науки были подведены запросами практики и всем развитием самих этих наук.

Как отражение общих свойств изменяющихся величин и зависимостей между ними в математике возникли понятия переменной величины и функции, и это кардинальное расширение предмета математики по сравнению с предыдущими задачами математики определило переход к новому ее этапу – математике переменных величин.

Закон движения тела по данной траектории, например по прямой, определяется тем, как нарастает со временем пройденный телом путь. Так, Галилей (1564 – 1642) открыл закон движения, установив, что путь, проходимый падающим телом, нарастает пропорционально квадрату времени. Это выражается известной формулой

$$s = \frac{gt^2}{2} \qquad (1)$$

где $g \approx 9{,}81 м/сек^2$. Вообще закон движения задает путь, пройденный за время t. Здесь время t и путь s – две переменные: «независимая» и «зависимая», а тот факт, что каждому t отвечает пройденный путь s, означает, что путь s есть функция времени t.

Математические понятия переменной и функции представляют собой не что иное, как абстрактное обобщение конкретных переменных величин (как время, путь, скорость, угол поворота, зачерчиваемая площадь и т.д.) и конкретных зависимостей между ними (как зависимость пути от времени и т.д.). Как понятие действительного числа есть отвлеченный образ значения любой величины, так «переменная» есть отвлеченный образ изменяющейся величины – величины, необходимо принимающей в рассматриваемом процессе разные значения. Математическая переменная величина x есть не что иное, как «нечто», или лучше сказать, «что угодно», что может принимать различные численные значения. Это есть, стало быть, переменная вообще; под ней можно разуметь и время, и путь, и любую другую величину.

Совершенно также функция есть отвлеченный образ зависимости одной величины от другой. Утверждение, что y есть функция x, обозначает в математике только то, что каждому значению, которое может принять x, отвечает определенное значение y. (Функцией называют также самое соответствие или закон соответствия значений y значениям x.) Например, по закону падения, пройденный путь связан со временем падения формулой (1). Путь есть функция времени.

Энергия движущегося тела выражается через его массу и скорость по формуле

$$E = \frac{mv^2}{2}. \qquad (2)$$

Для данного тела энергия E есть функция скорости v. По известному закону количество тепла, выделяемое в проводнике в единицу времени при прохождении тока, выражается формулой

$$Q = \frac{RI^2}{2}, \tag{3}$$

где I – сила тока, а R – сопротивление проводника. При данном сопротивлении каждой силе тока I отвечает определенное количество тепла Q, выделенное в единицу времени. Стало быть, Q есть функция I.

Площадь S прямоугольного треугольника с данным острым углом α и прилежащим катетом x выражается формулой

$$S = \frac{1}{2}x^2 tg\alpha . \tag{4}$$

При данном угле площадь есть функция катета x.

Все формулы (1) – (4) могут быть объединены в одной

$$y = \frac{1}{2}ax^2. \tag{5}$$

Это и есть переход от конкретных переменных величин t, s, E, Q, v и т.д. к переменным вообще x и y, от конкретных зависимостей (1), (2), (3), (4) – к их общему виду (5). Если механика и теория электричества имеют дело с конкретными формулами (1), (2), (3), связывающими конкретные величины, то математическое учение о функциях имеет дело с общей формулой (5), не связывая ее ни с какими конкретными величинами.

Следующая ступень отвлечения от конкретного состоит в том, что рассматривают не данную зависимость y от x, как $y = \frac{1}{2}ax^2$, $y = \sin x$, $y = \lg x$ и т.д., а функциональную зависимость y от x вообще, выраженную отвлеченной формулой

$$y = f(x).$$

Эта формула означает, что величина y есть вообще *некоторая* функция от x, т.е. каждому значению, которое может принять x, *каким-либо* способом отвечает определенное значение y. Предметом математики становятся не только те или иные данные функции ($y = \sin x$, $y = \lg x$ и т.д.), но *любые* (точнее: более или менее любые) функции. Эти ступени отвлечения сначала от конкретных величин, а потом от конкретных функций аналогичны ступеням абстракции, пройденным при образовании понятия о целом числе: сначала отвлечение от конкретных совокупностей предметов приводит к понятию об отдельных числах (1, 3, 12 и т.д.), а дальнейшее отвлечение приводит к понятию любого целого числа вообще. Это обобщение есть результат глубокого взаимодействия анализа и синтеза: анализа: анализа отдельных зависимостей и синтеза выявленных их общих черт в форме новых понятий.

Область математики, посвященная изучению функций, называется анализом, или чаще, анализом бесконечно малых. Последнее название связано с тем, что важным средством изучения функций является понятие о бесконечно малой величине.

Так как функция есть отвлеченный образ зависимости одной величины от другой, то можно сказать, что анализ имеет своим предметом зависимости между переменными величинами, но между теми или иными конкретными величинами, а между переменными вообще, в отвлечении от их содержания. Такое отвлечение обеспечивает широту применений анализа, так как в одной формуле, в одной теореме он охватывает бесконечное число возможных конкретных случаев. Пример тому дают уже наши простые формулы (1) – (5). Здесь видна полная аналогия анализа с арифметикой и алгеброй. Все они возникли из определенных практических задач и отражают в общем, отвлеченном виде реальные количественные отношения действительности.

2. Итак, новый период в математике, начавшийся в XVII веке – период математики

переменных величин, можно определить как период появления и развития анализа. (Это третий из крупных этапов развития математики.) Понятно, однако, что никакая теория не возникает в результате одного образования новых понятий, так и анализ не мог появится из одних понятий переменной и функции. Для создания теории, и тем более целой области науки, какой является математический анализ, нужно, чтобы новые понятия., так сказать, пришли в действие, чтобы через них открывались новые взаимосвязи, чтобы они позволяли решать новые задачи.

Более того, сами новые понятия зарождаются, развиваются, уточняются, обобщаются только на основе тех задач, которые они позволяют решить, только на основе тех теорем, в которые они входят. Понятия переменной и функции не возникли сразу в готовом виде у Галилея, Декарта, Ньютона или кого-либо еще. Они зарождались у многих математиков (как, например, у Непера в связи с логарифмами), потом приняли более или менее отчетливую, но далеко не окончательную форму у Ньютона и Лейбница и уточнялись и обобщались дальше с развитием анализа. Современное определением их сложилось только в XIX веке, но и оно не является *абсолютно* строгим и *совершенно* окончательным. Развитие самого понятия функции продолжается и в настоящее время.

Математический анализ создавался на материале зарождавшейся механики, на задачах геометрии и методах и задачах, идущих из алгебры.

Первым и решительным шагом в создании математики переменных величин был выход в 1637 году книги Декарта «Геометрия», где были заложены основы так называемой аналитической геометрии. Основные идеи Декарта следующие.

Пусть мы имеем, например, уравнение

$$x^2 + y^2 = a^2. \qquad (6)$$

В алгебре x и y понимали как неизвестные, и так как данное уравнение не позволяет их определить, то оно не представляло для алгебры существенного интереса. Декарт же рассматривает x и y не как неизвестные, которые нужно находить из уравнения, но как *переменные*; само же уравнение выражает тогда зависимость между этими переменными. Такое уравнение в общем виде можно, перенося все члены в левую часть, записать так:

$$F(x, y) = 0.$$

Далее, Декарт вводит на плоскости координаты x, y, называемые теперь декартовыми. Тем самым, с каждой парой значений x, y сопоставляется точка, и обратно: каждой точке отвечают ее координаты x и y. Благодаря этому, уравнение $F(x, y) = 0$ определяет множество точек на плоскости, координаты которых удовлетворяют этому уравнению. Это есть, вообще говоря, некоторая линия. Например, уравнение (6) определяет окружность радиуса a с центром в начале координат. По теореме Пифагора, $x^2 + y^2$ есть квадрат расстояния от начала O до точки M с координатами x и y.

Обратно, множество точек, заданное тем или иным геометрическим условием, можно задать уравнением, выражающим то же условие на языке алгебры с помощью координат. Так, например, геометрическое условие, определяющее окружность, – то, что она есть множество точек, равноудаленных от данной, – это условие на алгебраическом языке выражается уравнением (6).

Таким образом, общая задача и метод аналитической геометрии состоят в следующем: представить то или иное уравнение с двумя переменными линией на плоскости и по *алгебраическим* свойствам уравнения исследовать *геометрические* свойства соответствующей линии, и обратно: по геометрическим условиям, задающим линию, найти ее уравнение и потом опять по *алгебраическим* свойствам уравнения исследовать *геометрические* свойства этой линии. Таким путем геометрические задачи можно сводить к алгебраическим и, в коне концов, к вычислениям.

Обращаем внимание на то, что, как видно из предыдущего, источником этого метода служит сочетание геометрии, алгебры и общей идеи переменной величины. Главное геометрическое содержание начал аналитической геометрии составляет теория конических сечений (эллипс, гипербола, парабола). Эта теория, как уже упоминалось, была развита еще древними: выводы Аполлония уже содержали в геометрической форме уравнения конических сечений. Соединение этого геометрического содержания с алгебраической формой, подготовленной развитием математики после греков, и с общей идеей переменной величины, возникшей в связи с изучением движения, и дало аналитическую геометрию.

Если для греков конические сечения были предметом чисто математического интереса, то ко времени Декарта их изучение приобрело реальное значение для астрономии, механики и техники. Кеплер (1571 – 1630) открыл, что планеты движутся вокруг Солнца по эллипсам, а Галилей установил, что брошенное тело, будь то камень или пушечное ядро, летит по параболе (в первом приближении, если можно пренебречь сопротивлением воздуха). В результате, вычисление разных данных, относящихся к коническим сечениям, стало насущной необходимостью. Метод Декарта решал именно эту насущную задачу. Словом, он был подготовлен предшествующим развитием математики и вызван к жизни назревшими потребностями науки и техники.

3. Следующим шагом в математике переменных величин было создание Ньютоном и Лейбницем во второй половине XVII века дифференциального и интегрального исчисления. Это и было фактическим возникновением анализа, так как предмет этих исчислений составляют свойства функций самих по себе, в отличие от аналитической геометрии, предмет которой все-таки составляют еще геометрические фигуры. Ньютон и Лейбниц в действительности только завершили огромную подготовительную работу, в которой участвовали многие математики и начала которой восходят еще к приемам определения площадей и объемов, выработанным древними греками.

Мы не будем объяснять здесь содержание основных понятий дифференциального и интегрального исчисления, а также последовавших за ними теорий анализа, – это сделано позже. Обратим только внимание на источники дифференциального и интегрального исчисления, которыми служили главным образом новые задачи механики и достаточно старые задачи геометрии: задачи проведения касательных к кривым линиям и определения площадей и объемов. Этими задачами занимались еще древние (достаточно упомянуть Архимеда); в начале XVII века ими занимались многие математики: Кеплер, Кавальери и другие. Однако решающим было открытие замечательной связи обоих видов задач и формулировка общего метода их решения, – это составляло заслугу Ньютона и Лейбница.

В основе открытия названной связи задач механики и геометрии лежит вытекающая из метода координат возможность графического изображения зависимости одной величины от другой, т.е. графического изображения функций. Опираясь на графическое изображение функций линиями, легко формулировать, в чем состоит связь задач механики и геометрии, лежащая в истоках дифференциального и интегрального исчисления, в чем содержание этих исчислений.

Дифференциальное исчисление в своей основе имеет метод нахождения скорости движения в любой данный момент времени, когда известна зависимость пути от времени. Эта задача решается «дифференцированием». Оказывается, она равносильна задаче проведения касательной к той линии, которая дает графическое изображение зависимости пути от времени. Скорость в момент времени t просто равна тангенсу угла наклона касательной в точке, отвечающей этому t на графике.

Интегральное исчисление в своей основе есть метод нахождения пройденного пути, когда известна зависимость скорости от времени (или вообще – суммарного результата действия переменной величины). Это задача, очевидно, обратная задаче дифференциального исчисления, т.е. задаче нахождения скорости; она решается «интегрированием». Оказывается, она совершенно равносильна задаче нахождения площади под кривой, которая дает графическое изображение зависимости скорости от времени. Путь, пройденный за промежуток времени от момента t_1 до t_2, просто равен площади под изображающей график скорости кривой, между прямыми, отвечающими на графике значениям t_1 и t_2.

Стоит отвлечься от механической формулировки задач дифференциального и интегрального исчисления и говорить о функциях вообще, а не о зависимости пути или скорости от времени, как мы получим общее представление о задачах дифференциального и интегрального исчисления в их чистом виде.

В основе дифференциального и интегрального исчисления, как и всего анализа в его дальнейшем развитии, помимо понятий переменной и функции, лежит также сложившееся позже понятие предела. В период формирования анализа оно заменялось употреблением несколько расплывчатого в то время понятия бесконечно малой величины. Способы фактического вычисления скорости по закону изменения пути – «дифференцирование» и пути по скорости – «интегрирование» основаны на применении алгебры в соединении с понятием предела. Анализ возник в результате соединения этих понятий и приемов с упомянутыми задачами геометрии и механики и некоторыми другими (например, задачами на максимум и минимум). Он был насущно необходим для развития механики, в самой формулировке законов которой уже фигурируют, хотя бы в скрытом виде, понятия анализа. Второй закон Ньютона в формулировке самого Ньютона говорит, что «изменение количества движения пропорционально действующей силе». Точнее: скорость изменения количества движения пропорциональна силе. Стало быть, для того, чтобы пользоваться этим законом, нужно уметь определять скорость изменения некоторой величины, т.е. дифференцировать. Если мы будем формулировать тот же закон, говоря, что ускорение пропорционально силе, то проблема сохранится, потому что ускорение есть ни что иное, как скорость изменения скорости. Само собой также понятно, что для определения закона движения, вызываемого данной переменной силой, т.е. происходящего с данным, вообще говоря, переменным ускорением, нужно уметь решать обратную задачу – находить самую величину по скорости ее изменения, т.е. нужно интегрировать. Можно сказать, что Ньютон был просто *вынужден* изобрести дифференцирование и интегрирование, чтобы иметь возможность развивать механику.

4. Вместе с дифференциальным и интегральным исчислением зародились и другие отделы анализа: теория рядов, теория дифференциальных уравнений, применение анализа к геометрии, выделившееся позже в особую область геометрии – общую теорию кривых линий и поверхностей, называемую дифференциальной геометрией. Все эти теории также были вызваны к жизни и побуждались к развитию задачами механики, физики, техники.

Теория дифференциальных уравнений – важнейшая ветвь анализа – имеет дело с такими уравнениями, где неизвестной уже не величина, а функция, т.е. закон зависимости одной величины от другой или нескольких других величин. Легко понять, откуда возникают такие задачи. В механике требуется определить закон движения тела в данных условиях, а не какое-нибудь одно значение скорости или пути. В механике жидкостей требуется найти распределение скоростей по всей массе текущей жидкости, т.е. найти зависимость скорости от всех трех координат в пространстве и еще от времени. Аналогично в теории электричества и магнетизма требуется найти напряжение поля во всем пространстве, т.е. зависимость этого напряжения от тех же координат. И тому подобное.

Такого рода задачи постоянно возникали в механике, включая гидродинамику и теорию упругости, в акустике, в теории электричества и магнетизма, в теории тепла. Вообще с момента своего возникновения анализ развивался в самой тесной связи с развитием механики и вообще физики. Крупнейшие достижения анализа были связаны с решением задач, поставленных этими науками. Начиная с Ньютона, крупнейшие аналитики Д. Бернулли (1700 – 1782) и Л. Эйлер (1707 – 1783), Ж. Лагранж (1736 – 1813) и А. Пуанкаре (1854 – 1912), М.В. Остроградский (1801 – 1861) и А.М. Ляпунов (1867 -1918), как и многие другие в своих работах, прокладывавших новые пути в анализе, исходили, как правило, из насущных задач современного им точного естествознания.

Так возникли новые теории: Эйлер и Лагранж создают в прямой связи с механикой новую ветвь анализа – так называемое вариационное исчисление, а в конце XIX века Пуанкаре и Ляпунов, опять-таки исходя из задач механики, создают так называемую качественную теорию дифференциальных уравнений.

В XIX веке анализ обогатился новой важной ветвью – теорией функций комплексного переменного. Зачатки этой теории имелись еще в трудах Эйлера и некоторых других математиков, но оформление ее в стройную теорию произошло в середине XIX века и исходило в большой степени от французского математика Коши (1789 – 1857). Эта теория скоро достигла значительного развития и приобрела большое значение вследствие богатства своего содержания, а также потому, что она позволила глубже проникнуть в ряд законов анализа и нашла существенные приложения к решению важных задач самой математики, физики и техники.

Анализ бурно развивался, став не только центром и главной частью математики, но и проникнув в более старые ее области: алгебру, геометрию и даже теорию чисел. Алгебру стали понимать в основном как учение о функциях, выражаемых с виде многочленов от одной или нескольких переменных. В геометрии стала господствовать аналитическая и дифференциальная геометрия. Наконец, еще Эйлер ввел методы анализа в теорию чисел, положив тем самым начало так называемой аналитической теории чисел, с развитием которой связаны глубочайшие достижения науки о целом числе.

Через анализ с его понятиями переменной, функции и предела во всю математику проникает идея движения, изменения и, стало быть, диалектика. Точно также, в основном через анализ, математика испытывает на себе влияние точного естествознания и техники и сама включается в их развитие в качестве метода точной формулировки его законов и решения его задач. Как у греков математика была в основном геометрией, так, можно сказать, после Ньютона она стала в основном анализом. Конечно, анализ не поглотил математики целиком; в геометрии, теории чисел и алгебре всегда сохранялись специфические для них задачи и методы. Так, еще в XVII веке одновременно с аналитической геометрией зародилась другая глава геометрии – проективная геометрия, в которой господствовали чисто геометрические методы. Она имела своим источником задачи изображения предметов на плоскости (проектирование) и соответственно применяется, в частности, в начертательной геометрии.

Тогда же зародилась новая важная область математики – теория вероятностей, имеющая своим предметом закономерности, обнаруживающиеся в больших массах явлений, как серии выстрелов или бросаний монеты. Она приобрела в последнее время особое значение для физики и техники; ее рассвет, в достижении которого сыграли большую роль труды русских и советских математиков, также обусловлен идущими от естествознания и практики проблемами и применением методов анализа. Своеобразие этой теории состоит том, что она имеет дело с законами «случайных событий», давая математические методы исследования необходимости, которая проявляется в случайности.

5. Анализ со всеми его ответвлениями дал естествознанию и технике мощные методы решения разнообразных задач. Мы уже упоминали первые из них: нахождение скорости изменения какой-либо величины, когда известна зависимость самой величины от времени; определение площадей криволинейных фигур и объемов тел; определения суммарного результата какого-либо процесса или суммарного или суммарного действия переменной величины. Так, интегральное исчисление позволяет определить работу газа при расширении, когда давление изменяется по известному закону; то же исчисление позволяет вычислять, например, напряжение электрического поля сколь угодно сложной системы зарядов, исходя из закона Кулона, определяющего напряжение поля от одного точечного заряда, и т.п.

Далее, анализ дал метод нахождения наибольших и наименьших значений величин при тех или иных условиях. Так, с помощью анализа легко определить форму цилиндрической цистерны, которая при данном объеме требует наименьшей затраты материала. Оказывается, это будет, когда высота цистерны рана диаметру ее основания.

Анализ позволяет найти форму линии, по которой должно скатываться тело, чтобы в наименьшее время попасть из одной данной точки в другую (эта линия – так называемая циклоида).

Как решаются эти и другие подобные задачи, показывает вариационное исчисление и другие методы оптимизации.

Анализ, точнее теория дифференциальных уравнений, дает возможность не просто находить отдельные значения переменных величин, но и неизвестные функции, т.е. законы зависимости одних величин от других. Так, мы имеем возможность, исходя из общих законов электрического тока, рассчитывать зависимость силы тока от времени при включении напряжения в любой цепи с сопротивлением, емкостью и самоиндукцией. Мы имеем возможность определить закон течения жидкости, закон распределения скоростей по все массе жидкости при данных условиях ее течения. Мы имеем возможность вывести общие законы колебания струн, мембран, законы распределения колебаний в различных средах: это относится к звуковым волнам, упругим колебаниям, распространяющимся в земле при землетрясениях и взрывах; кстати, это дает новые методы разведки полезных ископаемых и глубинного исследования грунтов.

Наконец, анализ дает не только способы решения тех или иных задач, он дает общие методы для самой математической формулировки количественных законов точного естествознания. Как уже сказано раньше, общие законы механики нельзя формулировать математически, не прибегая к понятиям анализа, а без такой формулировки мы не имели бы возможности решать задачи механики. Точно также общие законы теплопроводности, диффузии, распространения колебаний, течения химических реакций, основные законы электромагнетизма и многие, многие другие просто не могут быть математически точно формулированы без понятий анализа. Только благодаря такой формулировке эти законы дают основу для применения их в разнообразнейших конкретных случаях, дают основу для точных математических выводов в отдельных задачах, касающихся теплопроводности, колебаний, растворения, электромагнитного поля, в задачах механики, астрономии, всех многочисленных разделов физики, химии, теплотехники, энергетики, машиностроения, электротехники и т.д. и т.п.

.

6. Подобно тому, как в истории геометрии у греков строгое и систематическое изложение, данное Евклидом, завершало долгий путь предшествующего развития, так по мере развития анализа нарастала необходимость его обоснования, более строгого и систематического, чем то, какое давали первые творцы его действенных методов: Ньютон, Эйлер, Лагранж и другие. Создаваемый ими анализ по мере его роста, во-первых, шел к все более и более глубоким и трудным задачам, а во-вторых, самый его объем требовал уже большей систематичности и продуманности его основ. Так, количественный рост теории необходимо порождает задачу ее лучшего обоснования, систематизации, критического разбора ее основ. «Обоснование» теории появляется как итог ее известного развития, а не исходный пункт, потому что без теории попросту неизвестно еще, что нужно обосновывать. Кстати, об этом забывают некоторые современные формалисты, полагающие наиболее целесообразным излагать и даже развивать теории, исходя из аксиом, не предваренных никаким разбором того реального содержания, которое они должны суммировать. Но аксиомы сами по себе нуждаются в содержательном обосновании; они лишь суммируют другой материал и дают начало логическому построению теории.

Необходимый период критики, систематизации и обоснования наступил для анализа к середине прошлого столетия. Усилиями ряда выдающихся ученых эта важная и трудная работа была успешно выполнена. В частности, получили строгие определения основные понятия действительного числа, предела, непрерывности.

Впрочем, как мы уже имели случай заметить, ни какое из этих определений нельзя считать абсолютно строгим и совершенно окончательным. Развитие этих понятий продолжатся. Евклид и все математики в течение двух тысяч лет после него, несомненно, считали евклидовы «Начала» почти пределом логической строгости. Но теперь, на современный взгляд, евклидово обоснование геометрии выглядит довольно поверхностным. Этот исторический пример учит, что не следует обольщаться на счет «абсолютной» строгости современной математики. В науке, которая еще не умерла и не превратилась в мумию, нет и не может быть ничего вполне завершенного. Однако мы можем сказать с уверенностью, что, во-первых, установленные теперь основания анализа достаточно хорошо отвечают современным задачам науки и современному понятию о логической точности и что, во-вторых, продолжающееся углубление этих понятий и идущая вокруг них дискуссия не заставляют и не заставят просто отбросить эти основания; но они ведут к новому, более точному и глубокому их пониманию, о результатах которого в полной мере пока еще, может быть, трудно судить.

Хотя установление принципов теории – это итог ее развития, но он не служит ее концом, а напротив, служит новому ее движению. Так было с анализом. В связи с уточнением его основ возникла новая математическая теория – созданная немецким математиком Кантором в 70-х годах прошлого столетия общая теория бесконечных множеств абстрактных объектов, будь то множества чисел, точек, функций или других «вещей» в том же роде. На почве этих идей выросла новая глава анализа – так называемая теория функций действительного переменного. Вместе с тем общие идеи теории множеств проникли во все области математики. И эта «теоретико-множественная точка зрения» неразрывно связана с новым этапом в развитии математики.

Глава 5

ИЗ ИСТОРИИ ЖИЗНИ РОССИЙСКИХ УЧЕНЫХ

Гордиться славою предков не только можно, но и должно.

А.С. Пушкин

Читать жизнеописания известных художников, писателей, ученых всегда познавательно и поучительно. «В жизни гения, – говорил академик П.Л. Капица, – есть что-то вечное, что никогда не теряет интереса, что заставляет людей интересоваться жизнью великих людей любой эпохи.» Да и судьба у таланта, как правило, необычная, неординарная. Даже у ученых, этих, по мнению многих, «кабинетных червей», биографии богаты удивительными событиями, часто героическими или трагическими. Вспомним, например, гибель Архимеда при взятии Сиракуз, его родного города, который благодаря уму и воле гениального старца долгое время сопротивлялся римским захватчикам. Или смерть Эвариста Галуа в двадцать лет на дуэли, более похожей на убийство. А судьба механика и математика Д`Аламбера, несчастного подкидыша, ставшего великим ученым…

«У всякого человека есть своя история, - писал В.Г. Белинский, - а в истории свои критические моменты; и о человеке можно безошибочно судить только смотря по тому, как он действовал и каким он является в эти моменты, когда на весах судьбы лежала его и жизнь и честь и счастье. И чем выше человек, тем история его грандиознее, критические моменты ужаснее, а выход из них торжественнее и поразительнее.»

«НАШ ПЕРВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

М.В. ЛОМОНОСОВ (1711 – 1765)

Говоря о Ломоносове, невольно приходится часто произносить слово «первый». Он был первым крупным отечественным ученым, основоположником русской науки, одним из первых русских академиков и т.д. А.С. Пушкин писал: «Ломоносов был великий человек… Он создал первый университет. Он, лучше сказать, сам был первым университетом». Ломоносов был не только выдающимся ученым, но и страстным пропагандистом научных знаний, прекрасным популяризатором науки. Как никто, он понимал необходимость обучения народа и много внимания уделял просветительской деятельности, помня завет Петра I «науки производить и оные распространять».

М.В. Ломоносов не проводил математических исследований, но он первый великий российский ученый. С него начинается плеяда крупных российских ученых.

Михаил Васильевич Ломоносов родился 19 ноября 1711 года в деревне Мишанинской (по другим данным – в соседней Денисовке), расположенной на одном из островов в дельте Северной Двины в 140 км. от ее впадения в Белое море. Семья Ломоносовых имела небольшой земельный надел, но достаток ей давал морской промысел. С десятилетнего возраста будущий ученый помогал отцу и выходил вместе с ним в море. Тяжелая и полная опасностей жизнь помора закалила характер юноши и развила в нем любознательность. В конце 1730 года, выправив тайком от домашних паспорт, Михаил примкнул к рыбному обозу и отправился в Москву.

В январе 1731 года Ломоносов, скрыв свое крестьянское происхождение, поступил в Славяно-греко-латинскую академию. Обучение было рассчитано на тринадцать лет. ломоносов овладел всей программой за пять лет. В ноябре 1735 года ректор академии получил распоряжение послать в Петербург для дальнейшего обучения при академии наук двадцать наиболее способных учеников. Были отобраны двенадцать человек, среди них и М.В. Ломоносов. 1 января 1736 года Ломоносов прибыл в высшее научное учреждение страны, а в сентябре выехал из Петербурга за границу для продолжения образования, так как показал замечательные способности и огромное стремление к знаниям. После пятилетнего обучения в Марбурге и Фрейберге в июне 1741 года Ломоносов вернулся в Петербург. В течении семи месяцев он числился студентом. Тридцатилетний студент составлял каталог Минерального кабинета Кунсткамеры и выполнял другие поручения академии. 1 января 1742 года молодой ученый был назначен адъюнктом физического класса, через три года стал профессором химии, академиком. Началась плодотворная научная деятельность М.В. Ломоносова в стенах академии, которая продолжалась почти четверть века.

В 1739 году, находясь за границей, студент Ломоносов женился на дочери своей квартирной хозяйки Елизавете-Христине Цильх, через год у них родилась дочь Екатерина-Елизавета. В Россию он приехал один. В конце 1743 года Ломоносов вызвал семью в Петербург, когда его положение в академии упрочилось.

Ломоносов первым открыл «законы сохранения» материи, движения, силы. Отказался от господствующей в химии теории флогистона и объяснил все тепловые явления движением мельчайших частиц материи (корпускул). Вплотную подошел к понятию абсолютного нуля. Значительные результаты получены и в геологии, минералогии, технике, астрономии, оптике (изобрел «ночезрительную трубу»), в истории (история ранней Руси излагается в настоящее время по Ломоносову), экономике, филологии, искусстве (известны его мозаики).

Научная деятельность Ломоносова еще при жизни получила международное признание. Он был членом Шведской и Болонской академий.

Молодая русская наука в то время делала свои первые шаги, и Петербургская академия наук состояла в основном из иностранцев, не все из которых стремились развивать русскую науку. С такими чиновниками от науки Ломоносов вел борьбу. Ломоносов первым стал читать лекции на русском языке для широкой публики и в академических собраниях; в то время во всем мире научные лекции было принято читать по латыни.

Весной 1765 года М.В. Ломоносов простудился, проболев две недели, умер. Имя Ломоносова носит основанный им Московский университет, город в Ленинградской области, течение в Атлантическом океане, горный хребет на Новой Земле и многие другие объекты.

ВЫДАЮЩАЯСЯ ДОЧЬ РОССИИ

С.В. КОВАЛЕВСКАЯ (1850 – 1891)

В истории науки известно немало женских имен. Это гречанка Гипатия – V век новой эры, философ и математик; француженка Эмилия Дю-Шатле (1706 – 1749), переведшая на французский язык «Начала» Ньютона; итальянка Мария Гаетана Аньези (1718 – 1799), в честь которой названа одна из кривых третьего порядка. Наибольшей известностью и славой пользуется наша соотечественница Софья Васильевна Ковалевская.

С.В. Ковалевская родилась 3(15) января 1850 года в Москве. Ее отец генерал Василий Васильевич Корвин-Круковский начальник московского арсенала, мать Елизавета Федоровна была дочерью почетного члена академии наук Ф.Ф. Шуберта, сына математика и астронома Ф.И. Шуберта. Детские и юношеские годы Софьи прошли сначала в Москве, потом в имении Палибино Витебской губернии. Она получила хорошее образование. Беседы с дядей П.В. Корвин-Круковским зародили у нее интерес к математике. Прочитав учебник по элементарной физике соседа по имению профессора Н.Н. Тыртова, Софья сказала ему, что поняла прочитанное. После беседы с нею, Тыртов уговорил отца разрешить Софье занятия математикой. В течении зимы она с известным петербургским преподавателем А.Н. Страннолюбским изучила аналитическую геометрию, дифференциальное и интегральное исчисление.

В то время в высшие учебные заведения России женщин не допускали. Чтобы получить образование за границей, Софья вступила в 1868 году в фиктивный брак с В.О. Ковалевским и уехала с ним в Германию в следующем году. В университете г. Гейдельберга она слушала лекции Кирхгофа, Дюбуа-Реймона и Гельмгольца. В 1870 году С.В. Ковалевская переехала в Берлин и начала занятия у Карла Вейерштрасса. В университет ее не приняли, занятия проходили четыре года на дому у Вейрштрасса. За это время Софья Васильевна провела значительные научные исследования. По представлению К. Вейерштрасса в 1874 году, Гёттингенский университет за работы «К теории уравнений в частных производных», «Дополнения и замечания к исследованию Лапласа о форме кольца Сатурна», «О приведении одного класса абелевых интегралов третьего ранга к интегралам эллиптическим» присудил заочно степень доктора философии с высшей похвалой. Это редкая честь.

В июле 1874 года С.В. Ковалевская вернулась в Россию. Отдохнув в Палибино, Ковалевские приехали в Петербург. Начались хлопоты о получении места преподавателя в каком-либо высшем учебном заведении. По законам Российской империи женщина могла преподавать математику только в начальных классах гимназии. Хлопоты Ковалевской окончились провалом. Ей не разрешили преподавать даже на высших женских курсах.

В жизни Ковалевских произошла важная перемена. Их фиктивный брак перешел в любовь, у них родилась дочь София. В этот период Софья Васильевна отошла от занятий математикой, занялась домашним хозяйством и журналистикой. В печати появляются ее научно-популярные статьи, критические заметки, театральные заметки. Гостеприимный дом Ковалевских посещали Д.И. Менделеев, И.М. Сеченов, С.П. Боткин, А.М. Бутлеров, А.Г. Столетов, И.С. Тургенев, Ф.М. Достоевский и другие. Чета Ковалевских занялась коммерцией, но неудачно. В.О. Ковалевский разорился, не перенес этого и покончил жизнь самоубийством. С.В. Ковалевская в это время была в Париже, хлопотала о месте преподавателя на высших женских курсах. Получив трагическое известие, она заболела. Преодолев болезнь, вернулась в Москву.

В 1883 году С.В. Ковалевская получила приглашение от шведского математика Г. Миттаг-Лефлера (с которым она вместе училась у Вейерштрасса) занять должность приват-доцента в Стокгольмском университете, которое она и заняла в ноябре того же года. По освоении шведского языка летом 1884 года Софья Васильевна была назначена профессором Стокгольмского университета. У С.В. Ковалевской были способности к языкам, она знала английский, французский, немецкий, шведский. Однажды, отдыхая в Италии, она за несколько недель выучила итальянский. За восемь лет преподавания она прочла двенадцать различных курсов, в том числе теорию уравнений в частных производных, курс механики, теорию алгебраических, абелевых и эллиптических функций и другие.

Софья Васильевна исследовала вращение твердого тела вокруг неподвижной точки. В 1888 году написала работу, посвященную этой проблеме, и послала ее на конкурс в Парижскую академию наук под девизом «Говори, что знаешь, делай, что должен. Будь, чему быть.» Выполненное исследование понравилось членам жюри, за него была назначена повышенная премия в 5000 франков, вместо 3000. Члены жюри очень удивились, узнав, что работу выполнила русская женщина-математик Ковалевская.

Решить указанную задачу означает определить, как будет двигаться тело под действием всех приложенных к нему сил. Задача очень трудна. В 1758 году Леонард Эйлер составил систему дифференциальных уравнений движения такого тела, но смог проинтегрировать систему для единственного частного случая: равнодействующая приложенных сил проходит через неподвижную точку. Сюда относится и случай, в котором неподвижная точка тяжелого тела совпадает с его центром тяжести. Ж.Л. Лагранж проинтегрировал уравнения Эйлера еще в одном частном случае. С.В. Ковалевская решила задачу для третьего частного случая. Эти случаи теперь носят имена Эйлера, Лагранжа, Ковалевской. При решении задачи используется эллипсоид инерции. В случае Эйлера эллипсоид инерции движется без скольжения по некоторой неподвижной плоскости. В случае Лагранжа имеется эллипсоид вращения. В случае Ковалевской центр тяжести тела лежит в экваториальной плоскости эллипсоида инерции с соотношением между осями $a = b = 2c$. После Ковалевской уравнения Эйлера решили другие ученые в других случаях, среди них С.А. Чаплыгин, Д.Н. Горячев. Указанная задача используется в проектировании гороскопов для управления движением кораблей и при нарезке стволов оружия.

В 1889 году С.В. Ковалевская получила премию в 1500 крон от Стокгольмской академии наук на новую работу о вращении твердого тела.

Русские математики неоднократно пытались привлечь Ковалевскую к научной и педагогической работе на родине, но преодолеть чиновничью бюрократию сложно. Признание пришло 4(16) ноября 1889 года, когда в академии был принципиально решен вопрос «о допущении лиц женского пола к избранию в члены-корреспонденты». По предложению академиков П.Л. Чебышева, В.Г. Имшенецкого и В.Я. Буняковского С.В. Ковалевская была избрана в члены-корреспонденты Российской академии и 2(14) декабря 1889 года общее собрание академии утвердило это избрание. Одним из первых с избранием Ковалевскую поздравил ее учитель К. Вейерштрасс.

Возвращаясь в январе 1891 года из Парижа в Стокгольм, Софья Васильевна простудилась и 29 января (10 февраля) умерла, не приступив к работе в России.

К настоящему времени Софья Васильевна Ковалевская занимает подобающее ей место среди выдающихся ученых России, ее математические заслуги признаны во всем мире. Также Ковалевская была незаурядным, интересным писателем и публицистом.

КОРАБЛЕСТРОИТЕЛЬ, ПЕДАГОГ, ПОПУЛЯРИЗАТОР

А.Н. КРЫЛОВ (1863 – 1945)

Алексей Николаевич Крылов был талантливым кораблестроителем и изобретателем, выдающимся математиком и механиком, замечательным педагогом точных научных знаний. Академик с 1916 года, полный императорский генерал флота безоговорочно принял октябрьскую революцию 1917 года и продолжал честно и верно служить своему народу, как и до 17-го года.

А.Н. Крылов родился 15 августа 1863 года в селе Висяга Симбирской губернии. Дед Александр Андреевич участвовал в итальянском походе А.В. Суворова и во всех войнах с Наполеоном, был ранен под Бородино и контужен под Бауценом, при преследовании французской армии. Полковник А.А. Крылов награжден золотым оружием за храбрость. Отец Николай Александрович служил артиллерийским офицером, по болезни вышел в отставку. Для поправки здоровья по совету врачей жил во Франции с семьей. После возвращения в Россию, Алексей учился в Севастопольском уездном училище, а после переезда семьи в Ригу – в частном пансионе и классической гимназии, где обучение велось на немецком языке. В течении жизни Крылов в совершенстве владел французским, немецким, английским и латынью.

С детских лет Алексея влекло море. В сентябре 1879 года он поступил в младший приготовительный класс морского училища в Петербурге, которое окончил через пять лет с высшей похвалой и занесением фамилии на мраморную доску. При выпуске из училища 30 сентября 1884 года гардемарин Алексей Крылов получил по всем предметам высший бал – 12. Дополнительно к программе он занимался самостоятельно математикой. В этом сказалось влияние его двоюродного дяди А.М. Ляпунова.

А.Н. Крылов был произведен в мичманы и за блестящее окончание училища получил премию и право совершить кругосветное путешествие, от которого отказался ради научной работы. Службу начал в главном гидрографическом управлении. В 1886 году опубликовано его первое исследование «О расположении стрелок в катушке компаса», которое посвящено важному практическому вопросу уничтожения девиации компаса на корабле.

К этому же времени относится изобретение Крыловым дромоскопа – прибора, механически воспроизводящего зависимость девиации компаса от курса корабля, так что одна его стрелка показывает компасный курс, другая соответствующий магнитный, а по особой линейке индекс указывает величину магнитной силы, действующей на стрелку компаса. Морской ученый комитет доложил министру, что «принимая во внимание громадное значение прибора как по его практичности, так и теоретической точности в деле уничтожения девиации» он «считает справедливым ходатайствовать о награждении мичмана Крылова 1000 рублей» а «прибор ввести в употребление на судах военного флота».

В 1887 году Крылов занялся вопросами теории и практики кораблестроения. После годичной стажировки на Финско-русском судостроительном заводе он был зачислен в сентябре 1888 года слушателем Морской академии, которую окончил через два года тоже с высшей оценкой и занесением имени на мраморную доску. Крылов был оставлен в академии, чтобы вести научную работу и практические занятия с учащимися по математике на механическом и кораблестроительном отделениях. Позже он читал в академии лекции по всем разделам математики и всем вопросам, входящим в общий курс теории корабля.

Доцентом и профессором Морской академии Крылов состоял полвека.

Одновременно Крылов был зачислен преподавателем Морского училища. Пока не было учебной нагрузки, с разрешения начальства записался вольнослушателем в Петербургский университет, стал посещать лекции по дифференциальным уравнениям, теоретической механике и теории вероятностей. Это позволило ему еще более поднять свою математическую культуру. В Морском училище А.Н. Крылов преподавал десять лет (1890 – 1900). Читал в разное время тригонометрию, начертательную и аналитическую геометрии, дифференциальное и интегральное исчисление.

В 1893 году Крылов опубликовал работу, посвященную новому методу расчета подводной части корабля. В следующем году появилось еще одно исследование, в котором была разработана теория качки корабля во время волнения на море. Эти и последующие работы по теории и практике судостроения сделали известным имя ученого за границей и составили славу русской корабельной науке.

1 января 1900 года А.Н. Крылов был назначен заведующим Опытовым бассейном Морского ведомства. При нем объем научно-исследовательской работы этого учреждения резко возрос. Особенно интересовали ученого вопросы остойчивости и непотопляемости корабля. Эти проблемы приобрели чрезвычайно важное значение в предвидении вооруженного конфликта на Дальнем Востоке. Военные корабли должны были быть готовыми ко всем превратностям морского боя.

В начале 1902 года к Крылову в Опытовый бассейн приехал известный флотоводец Степан Осипович Макаров. Он готовил доклад о непотопляемости судов и просил ученого математически доказать правильность и обоснованность сделанных им выводов. Речь шла о парадоксальной на первый взгляд идее: если корабль получил пробоину, то предлагалось не откачивать воду, а наоборот заполнить отсек с противоположной стороны и устранить тем самым крен. Если, скажем, вода вливается в носовой части корабля с правого борта, то для сохранения остойчивости надо затопить левые отсеки, расположенные в корме корабля. Доклад Макарова с добавлениями Крылова состоялся и произвел на слушателей большое впечатление.

Ученый произвел расчеты и составил таблицы непотопляемости в октябре 1902 года. По таблицам можно было судить, как влияет затопление того или иного отсека на крен, дифферент и остойчивость корабля. А.Н. Крылов предлагал разработать для каждого корабля таблицы непотопляемости, чтобы командир во время скоротечного боя сразу же мог решить, какой отсек затопить при той или иной пробоине, чтобы судно не перевернулось. Ученый писал: «… выравнивание может быть достигнуто единственно затоплением других отделений, кроме поврежденных. Вот выбор то этих отделений и придется делать личному составу при грозной обстановке, при которой промедление или ошибка может вести к гибели корабля. Поэтому и надо облегчить личному составу этот выбор и вместе с тем доставить данные о том, что при данном повреждении может быть выравниванием достигнуто в какое состояние корабль может быть приведен. С этой целью и составлены вышеприведенные таблицы, именно, чтобы, приступая к выравниванию корабля, руководствоваться не глазомером, а заранее заготовленными данными расчета, принимая какую-либо меру, вперед знать и последствия ее.» Но докладная записка ученого была положена под сукно. В марте 1903 года в Кронштадтском морском собрании Крылов прочитал лекцию «О непотопляемости судов и ее обеспечении», которую закончил следующими словами: «Все, что я вам здесь изложил, принадлежит не мне, а целиком взято из ряда статей «Морского сборника», охватывающих тридцать лет; эти статьи подписаны» Степаном Макаровым, последняя – вице-адмиралом Макаровым, «вот кто истинный основатель учения о непотопляемости судов». И хоты Крылов в своем докладе прямо назвал виновников того, что корабли русского военного флота строятся с недостатками и ошибками, положение не изменилось. Только после трагедии 1904 года все поняли правоту ученого. В Цусимском сражении корабли тонули от незначительных пробоин

7 апреля 1904 года на заседании Морского технического комитета, на котором

присутствовал высший командный состав флота, А.Н. Крылов сделал доклад «О снабжении судов флота таблицами, показывающими влияние затопления отделений на крен, дифферент и остойчивость корабля и общих мерах к обеспечению непотопляемости судов при повреждениях». Докладчик отметил, что внедрение таблиц непотопляемости на флоте сознательно тормозил Главный инспектор кораблестроения генерал-лейтенант Н.Е. Кутейников. Тот вскоре был уволен в отставку, а в 1907 году на эту должность был назначен А.Н. Крылов. Через полгода он возглавил технический комитет Морского министерства и активно взялся за восстановление и обновление русского военного флота. Все боевые корабли были снабжены таблицами непотопляемости; много позже они были приняты во всех флотах иностранных держав.

Борьба Крылова с тупостью, невежеством и бюрократизмом, увольнение со службы некоторых некомпетентных, нерадивых чиновников снискали ему любовь одних и ненависть других. Крылову пришлось вести борьбу и с завистниками, и с кляузниками, в которой он одержал победу.

В 1908 году была напечатана монография А.Н. Крылова «Теория корабля», в которой он обобщил свои многолетние исследования по плавучести, остойчивости и непотопляемости корабля, его килевой и бортовой качке во время волнения на море, многим другим вопросам. В том же году вышел из печати еще один труд ученого – созданный им первый в мире систематический курс «Теория вибраций», вызванный к жизни также потребностями судостроения.

За 60 лет научной деятельности Крылов написал свыше трехсот трудов, посвященных помимо корабельного и компасного дел, решению различных задач математики и механики. Крылов был не только выдающимся ученым, но и прекрасным инженером. Он считал, что «сила и мощность науки беспредельны. Также беспредельны и практические ее приложения на благо человечества». В своей работе он соединял научные исследования и инженерную деятельность, понимая, что «теория без практики мертва или бесплодна, практика же без теории невозможна или пагубна».

Не оставлял Алексей Николаевич и изобретательскую деятельность. Вот некоторые. 1900г. Прибор для обучения наводке при стрельбе с качающегося корабля. Удостоено премии. Принято для снабжения судов флота. 1909г. Прибор для определения установки при стрельбе с движущегося корабля по подвижной цели. Удостоено премии. 1911г. Дальномер для стрельбы по движущейся цели. Принято для снабжения судов флота. И т.д.

Высоко ценилась работа Морского технического комитета. Совещания комитета под руководством Крылова проводились со знанием дела, без проволочек, исключительно успешно разрешались спорные вопросы. К работе привлекались наши заводы и молодые силы. Был создан русский проект линейных кораблей типа «Севастополь», к тому времени наиболее совершенный по конструкции корпуса, расположению вооружения и защиты. Эти корабли оправдали себя в деле. В 1910 году он был назначен генералом для поручений при морском министре. Участвовал в различных правительственных комиссиях, решавших оборонные вопросы, вырабатывавших законоположения, относящиеся к морскому ведомству, составлял доклады для министра, с которыми тот выступал в Государственной думе. Одновременно Крылов консультировал по всем вопросам судостроения Металлический, Путиловский и другие заводы России.

В 1914 году Алексей Николаевич Крылов был избран членом-корреспондентом Академии наук. В представлении, подписанном группой академиков, указывалось: «Во всех этих разнообразных областях знания он является одинаково компетентным и оригинальным, внося при всей простоте, ясности и строгости изложения всегда много нового и важного. По характеру своему труды А.Н. Крылова ближе всего подходят к математической физике, причем он является в них далеко не односторонним теоретиком, а человеком, ищущим вполне научно обоснованного применения физико-математических знаний к решению целого ряда вопросов, выдвигаемых современной техникой, в частности же, задач военного судостроения и военно-морского дела вообще. А.Н.Крылов является, кроме того, автором целого ряда специальных, в высшей степени остроумных, но секретных приборов, имеющих громадное значение в боевой обстановке при управлении кораблем и артиллерийским огнем.»

Крылов был избран в действительные члены Академии наук в 1916 году. С этого же года он – директор Главной физической обсерватории и начальник Главного военно-метеорологического управления. С 1917 года Крылов – директор физической лаборатории (позже института) Академии наук; в 1919 году его назначают начальником Военно-морской академии.

В это время при ней открылись курсы для подготовки командного и инженерно-технического состава. Лекции читали многие старые преподаватели, привыкшие к иному контингенту слушателей, новые же не имели никакой математической подготовки. На этой почве возникало много недоразумений. Бывшие участники революционных боев с недоверием относились к своим преподавателям, получившим генеральские звания еще при царском режиме, а те, в свою очередь, не могли приспособиться к необычному для них составу слушателей. В этой напряженной обстановке на занятия пришел Алексей Николаевич Крылов. Бывший полный генерал флота был в простом бушлате, в матросских брюках и сапогах. Спросил: «Кто из вас знает математику?» Затем сказал: «Первый раз в жизни буду читать лекции по теории корабля лицам, не знающим математику. Не знаю, как это можно сделать. Приходите в следующий раз.» Первую лекцию академик Крылов начал простыми словами. Ни мудреных названий, ни вульгарного упрощенчества. После основных определений следовал занимательный рассказ из истории кораблестроения. Постепенно профессор переходил к более сложным вопросам. Лекции сопровождались чертежами и цифровыми выкладками. В опытовом бассейне на моделях судов академик пояснял изложенное на лекциях. Теория подкреплялась яркими примерами из истории мореплавания. Простои естественно Крылов объяснил значение таблиц непотопляемости, о которых комиссары слышали полулегендарные рассказы в связи с гибелью доблестного адмирала Макарова. Уважение и внимание аудитории было завоевано окончательно. В двенадцати лекциях академик Крылов дал своим слушателям полное представление о самых необходимых для моряка вещах.

Преподавание – одна из важных граней деятельности А.Н. Крылова. Ему он отдал полвека своей жизни. Много писал о преподавательской работе, например, «начинать всегда с простейшего, легко, доступно и постепенно восходить к сложнейшему». В 1943 году Крылов выпустил книгу «Мысли и материалы о преподавании механики», которая оказалась полезной не одному начинающему преподавателю средней и высшей школы.

Еще одна важная грань творчества А.Н. Крылова – перевод на русский язык трудов великих зарубежных ученых, что делало их доступными простому инженеру. Он перевел «Математические начала натуральной философии» И. Ньютона, «Новую теорию Луны» Л. Эйлера, труды Гаусса, Дирихле и других творцов науки. Свои переводы Крылов снабжал комментариями, для улучшения понимания текста. Например, Ньютон изложил «Начала» геометрически, не используя изобретенный им анализ бесконечно малых. Крылов перевел труд Ньютона с латинского на русский и со старинного на современный математический язык. Современная трактовка трех законов Ньютона также принадлежит Крылову. Перевод Крылова «Начал» на русский язык появился раньше, чем перевод на английский язык.

Академик Крылов написал ряд популярных статей и книг без использования высшей математики, которые отличались от обычных научно-популярных произведений. Они предназначались не школьникам и студентам, а научно-технической общественности, специалистам в области точных естественных наук. Примером такой работы служит книга Крылова «Некоторые случаи аварии и гибели судов». В ней есть чертежи, схемы, формулы, простейшие расчеты, она интересна не только специалистам по судостроению. Одна из глав книги посвящена «Титанику». Крылов показывает, что пароход был обречен, так как при его сооружении не были учтены все условия, необходимые для непотопляемости корабля. Указывается, как можно было избежать гибели судна.

Особое внимание А.Н. Крылов уделял истории науки. Он считал, что «всякая новая научно-техническая мысль должна быть не только глубоко понята, но и усвоена, а для этого не бесполезны и исторические аналогии, и освежающий голову юмор». Исторические сведения имеются во всех трудах А.Н. Крылова. Это краткие экскурсы в историю в сугубо специальных исследованиях, очерки по истории отдельных областей знаний, научно-биографические статьи о жизни и деятельности замечательных ученых прошлого и настоящего: в работах о Лагранже и Эйлере, Галилее и Гауссе, Ляпунове и Чебышеве, Жуковском, Чаплыгине, Стеклове и Карпинском.

Крылова очень интересовал Леонард Эйлер. Вот что он написал о становлении Академии наук в Петербурге и об Эйлере. «Здесь полезно вспомнить о состоянии той страны в которую Эйлер переселился. Попал он в эту страну из маленькой Швейцарии, где культура восходила от Юлия Цезаря и древних римлян, построивших в ней такие дороги и мосты, которые почти без ремонта стоят и поныне. Со времени Вильгельма Телля там безвозвратно был свергнут деспотизм императорских наместников, панских легатов и иезуитов, хотя одно время и процветало едва ли лучшее изуверство Кальвина.

Екатерина I в самый день приезда Эйлера умерла и началась при малолетнем Петре II борьба временщиков Меньшикова и Долгоруких. «Тайная канцелярия», сменившая «Преображенский приказ» работала не хуже, чем при князе-кесаре Ромодановском; кнутобойство шло вовсю, допросы чинились с «пристрастием»; «дыба», «виска», «угольки», «подноготная» достигли затем апогея с воцарением Анны Иоанновны и ее фаворита Бирона, после чего десять лет шла «бироновщина».

Хотя существовала сразу ставшая знаменитой Академия, но в стране не только не было науки, но даже самого этого слова не существовало в тогдашнем русском языке, и Академия именовалась «ди сиянс Академия», а ее ученики «елевами». Батогами были биты не только академические переводчики Барков и Лебедев «за велие пьянство и дебоширство», но и сам «элоквенции» профессор В.К. Тредьяковский, правда, собственноручно кабинет-министром, которому он чем-то не угодил. Все это подавляюще действовало на юного, скромного, чинного сына благочестивого швейцарского пастора, - он замкнулся в себе и с необыкновенным рвением и творческим гением занялся наукою. Не удивительно, что когда «коронованный философ» Фридрих, преобразовывая в Берлине Академию, пригласил в нее Эйлера, он в 1741 году это предложение принял и переехал в Берлин.

За два года Кирилл Разумовский, брат фаворита императрицы Елизаветы Петровны, объездил чуть ли не дюжину столичных и университетских городов, изучил в них самым обстоятельным образом все вертепы, публичные и игорные дома и, снабженный пачками дипломов и свидетельств, выданных щедро оплаченными из данного братом неограниченного кредита профессорами, вернулся в Россию. Малограмотная Елизавета, которая, может быть, и в самом деле верила, что Кирилл «все науки превзошел», назначила его в возрасте 18 лет президентом Академии наук, которую он начал реформировать, поучая знаменитейших академистов тому, что им следует делать и как истинно научно работать… Эйлеру, бывшему в Берлине, не пришлось поучаться у Кирилла, но зато его поучал «коронованный философ», который тоже считал, что он все знает и все может. Когда в 1766 году Екатерина II пригласила Эйлера вернуться «на любых условиях» в Петербург, Фридрих не хотел его отпускать, но должен был уступить настояниям Екатерины.»

В 1921 – 1927 годах Крылов жил за границей, выполняя различные поручения советского правительства. Он наблюдал за постройкой и консультировал сооружение нефтеналивных судов, следил за отгрузкой в СССР различного оборудования, участвовал во всевозможных международных комиссиях. Благодаря ему были возвращены в нашу страну богатейшее собрание подлинных рукописей А.С. Пушкина и другие ценные материала.

После возвращения на родину А.Н. Крылов продолжал преподавательскую деятельность в Морской академии и читал отдельные курсы в других высших учебных заведениях. В Ленинградском университете он прочитал цикл лекций о приближенных вычислениях и о методах интегрирования дифференциальных уравнений математической физики. Студентам кораблестроительного факультета Ленинградского политехнического института Крылов прочитал курс вибрации судов, а в Военно-воздушной академии – общий курс теории гироскопов. В ЭПРОНе ученый вел занятия по теории судоподъема, в НИИ военного кораблестроения он рассказывал о методе наименьших квадратов, а на заводах читал лекции по высшей алгебре, по аналитическим и численным методам приближенного интегрирования дифференциальных уравнений, по теории колебаний.

Когда началась Великая отечественная война, ученый, которому в то время было уже 78 лет, наотрез отказался эвакуироваться из Ленинграда. «Моряки Балтики, - говорил он, - и рабочие нашего города не позволят осквернить священную землю ни одному фашисту, чего бы это им ни стоило». И с улыбкой добавлял: «Что касается артобстрела и бомбежки с воздуха, то я подсчитал, что вероятность попадания в мой дом почти эквивалентна вероятности выигрыша ста тысяч по трамвайному билету».

По настоянию друзей и руководства академии А.Н. Крылов все же эвакуировался в Казань. Здесь он закончил книгу «Мои воспоминания», начатую еще до войны. Это произведение может считаться образцом мемуарной литературы. Она тем более ценна, что написана ученым.

В 1944 году А.Н. Крылов переехал в Москву, а в августе 1945 года вернулся в Ленинград. 1 октября он последний раз выступил на собрании Высшего военно-морского инженерного училища имени Ф.Э. Дзержинского.

26 октября 1945 года Алексей Николаевич Крылов скончался. Его последними словами были: «Вот идет большая волна».

В указе о присвоении А.Н. Крылову звания Героя Социалистического труда (от 14 июля 1943 года) говорится, что эта высокая награда дается ему «за выдающиеся достижения в области математических наук, теории и практики отечественного кораблестроения, многолетнюю плодотворную работу по проектированию и строительству военно-морских кораблей, а также крупнейшие заслуги в деле подготовки высококвалифицированных специалистов для Военно-Морского Флота».

В этих немногих словах – вся жизнь и деятельность академика Алексея Николаевича Крылова.

ВОПЛОЩЕННЫЙ АНАЛИЗ

ЭЙЛЕР (1770 – 1783)

Эйлер вычислял без всякого видимого усилия, как человек дышит или как орел парит над землей. – Доминик Араго

Афоризм Араго не преувеличивает несравненных математических способностей Леонарда Эйлера, самого продуктивного математика в истории, человека, которого современники назвали «воплощенным анализом». Эйлер писал свои великие работы также легко, как опытный литератор пишет письма друзьям. Даже полная слепота в течении последних 17 лет жизни не сдержала его беспрецедентной активности. Более того, у Эйлера с потерей зрения обострилось восприятие внутреннего мира математики, обострилось воображение.

Леонард Эйлер большую часть своей жизни провел в России и вполне заслуженно может считаться русским математиком.

Объём научного наследия Эйлера не был точно известен вплоть до 1936 года, но делались оценки, что понадобится от60 до 80 больших томов, чтобы издать полное собрание его сочинений. В 1909 годы Швейцарская ассоциация естественных наук предприняла публикацию рассеянных трудов Эйлера, опираясь на финансовую помощь со стороны математических обществ и частных лиц всего мира, справедливо полагая, что Эйлер принадлежит не одной Швейцарии, а всей мировой цивилизации. Предполагаемая сумма расходов неожиданно намного возросла, когда в Петербурге была обнаружена до того неизвестная масса рукописей Эйлера.

Математическая деятельность Эйлера началась в год смерти Ньютона. Более благоприятного периода для гения, подобного Эйлеру, нет возможности указать. Аналитическая геометрия, опубликованная в 1637 году была в ходу уже 90 лет, анализ – около 50, а закон всемирного тяготения Ньютона, являющийся ключом к изучению вселенной, был известен ученым 40 лет. В каждой из этих областей было решено множество отдельных задач, то здесь, то там делались заметные попытки к унификации, но систематическое наступление на всю тогдашнюю чистую и прикладную математику не предполагалось. В частности, мощные аналитические методы Декарта, Ньютона и Лейбница еще не были разработаны до пределов их возможностей, особенно в механике и геометрии.

Находившиеся на более низком уровне развития алгебра и тригонометрия также ожидали систематизации и распространения; последняя была почти готова для полного завершения. В области диофантова анализа и изучения свойств целых чисел, чем занимался Ферма, не было возможностей такого «временного совершенства», но даже и здесь Эйлер показал себя мастером. Действительно, одной из наиболее замечательных черт универсального гения Эйлера была его одинаковая устремленность в оба главных течения математики, математики непрерывного и дискретного.

Как алгоритмист Эйлер не превзойден никем, и здесь, вероятно, к нему даже никто не приближается, кроме, может быть, Якоби. Алгоритмист – это математик, который изобретает алгоритмы для решения задач специальных видов. Укажем пример. Предположим, что всякое положительное число имеет действительный квадратный корень. Как этот корень может быть вычислен? Для этого имеется множество способов; алгоритмист изобретает практически осуществимые методы. Точно также в диофантовом анализе или в интегральном исчислении решение задачи может не получаться, пока не будет сделана какая-то остроумная, часто простая, замена одной или большего числа переменных функциями других переменных; алгоритмист – это математик, у которого такие остроумные расчеты (выкладки) появляются естественно. Здесь нет однообразного способа действий, – алгоритмисты, подобно поэтам, импровизаторами рождаются, а не делаются.

Когда такая одаренность действительно высока, как у индийца Рамануджана, и появляется совершенно неожиданно, то даже искусные аналитики считают ее высшим даром: глубокое проникновение в явно не связанные между собой формулы обнаруживает скрытые следы, ведущие из области в другие, и аналитики получают новые задачи, рождаются новые пути.

В XVIII столетии университеты не являлись основными научными центрами Европы. Ведущее положение занимали королевские академии. Развитию математики способствовали прусский король Фридрих Великий и русская царица Екатерина Вторая. Для Эйлера Берлин и Петербург были оплотами математической деятельности. Названные академии были исследовательскими учреждениями, которые содержали своих членов с целью выполнения ими научных исследований. Обеспечение было достаточно высоким. (Одно время у Эйлера была семья в 18 человек, его жалования хватало на их содержание должным образом.) Случилось так, что важнейшая проблема математических исследований во времена Эйлера тесно переплеталась с практической проблемой, по-видимому, первостепенного значения для этого века, с проблемой контроля над морями. Большое значение имела навигация, выигрывали те навигаторы, которые оказались способными извлечь практические приложения из чисто математических исследований XVIII века в области небесной механики.

Одно из таких применений обосновано Эйлером. Основателем современной навигационной науки является Ньютон. Для решения практических навигационных задач нужно было решить особенно трудную задачу трех тел, задачу о взаимном расположении Солнца, Земли и Луны. Эйлером была создана теория Луны, дававшая хороший приближенный метод задачи трех тел; метод позволил рассчитать положение Луны на будущее и обеспечить практические навигационные требования. Вычислитель британского Адмиралтейства составил соответствующие таблицы, за что получил большую премию 5000 фунтов стерлингов, а Эйлер, открывший метод, получил 300 фунтов.

Леонард Эйлер родился в Базеле 15 апреля 1707 года, его родители Пауль Эйлер и Маргарита Брюкер. В следующем году семья переехала в соседнюю деревеньку Рюген, где отец стал священником. Пауль Эйлер сам был хорошим математиком, учился у Якова Бернулли. Отец хотел, чтобы сын унаследовал его приход, но допустил ошибку, став учить сына математике.

Юный Эйлер поступил в Базельский университет изучать богословие и древние языки. Его успехи в математике привлекли внимание Иоганна Бернулли, который стал давать юноше частные уроки математики по одному уроку в неделю. Эйлер тратил почти всю неделю на подготовку к следующему уроку, чтобы задавать своему учителю как можно меньше вопросов. Скоро его прилежание и способности были замечены Даниилом и Николаем Бернулли, которые стали его близкими друзьями.

В 1724 году в возрасте 17 лет, Леонард защитил магистерскую степень. Отец стал настаивать, чтобы он оставил математику и все свое время посвятил богословию. Но после того, как Бернулли сказали ему, что удел его сына стать великим математиком, Пауль Эйлер отступил.

Первую самостоятельную работу Эйлер написал в 19 лет. Сильной стороной работы является использование математических средств исследования, слабой – отдаленность от каких-либо связей с практикой. А работа была представлена в Париж на конкурс о расположении мачт корабля. В то время Эйлер еще не видел ни одного корабля. Работа получила похвальный отзыв.

Эйлера не раз критиковали за то, что его математические рассуждения расходятся с его пониманием реальности. Физический мир побуждал Эйлера заниматься математикой, но едва ли был для него достаточно интересным сам по себе, и если вселенная не соответствовала его анализу, то именно в ней было что-то неладно.

Эйлер претендовал на профессорскую кафедру в Базеле, но потерпел неудачу. Отправившиеся в Петербург Даниил и Николай Бернулли обещали Эйлеру подыскать место в Петербургской академии. Когда Бернулли написали Эйлеру об ожидаемом открытии отделения медицины в Петербургской академии наук, он занялся физиологией и стал посещать лекции по медицине в Базеле. Физиология уха связана с математическим исследованием звука, которое, в свою очередь, влекло за собой исследование распространения волн и т.д. Бернулли были надежными людьми. В 1728 году Эйлер получил официальный вызов в Петербург для поступления на отделение медицины Академии наук. Но радость Эйлера была вскоре омрачена. В день его приезда в Россию умерла Екатерина I. Новые правители России смотрели на Академию как на ненужную роскошь и в течении нескольких месяцев обдумывали, как разделаться с ней и выслать иностранных членов академии домой. В это время Эйлер проскользнул на отделение математики, предварительно чуть не став с горя лейтенантом флота.

Но все устроилось и Эйлер приступил к работе. В течение 6 лет он не отрывался от стола: был полностью поглощен математикой и не решался вести нормальную жизнь в обществе из-за окружавших его вероломных соглядаев. В 1733 году Даниил Бернулли возвратился в Швейцарию и в 26 лет Эйлер занял положение ведущего математика в академии. Чувствуя, что ему придется провести в Петербурге остаток жизни, Эйлер решил жениться и устроить свой быт. Его выбор пал на Катарину, дочь живописца Гзелля, которого Петр Великий привез с собой в Россию. С наступлением ухудшения политической обстановки, Эйлер все более решительно стремился уехать, но ввиду скорого появления ребенка и дальнейшего увеличения семейства, чувствовал себя на новом месте связанным еще больше, чем раньше и нашел прибежище в непрестанных трудах. Некоторые биографы Эйлера объясняют его, не имеющую себе равной, продуктивность первого пребывания в России так: благоразумие заставило его выработать неукоснительный режим работы и трудолюбие.

Эйлер был одним из нескольких великих математиков, которые умели работать всюду при любых условиях. Он очень любил детей. У него своих было 13, из которых 5 умерло в раннем детстве. Часто писал свои работы, держа на коленях ребенка, в то время как старшие дети играли вокруг него. Невероятна легкость, с которой он разрабатывал наиболее трудные вопросы математики.

О потоке идей, исходивших от него, сохранилось много легенд. Говорят, что Эйлер мог набросать математическую статью за полчаса – между первым и вторым во время обеда. Как только статья была закончена, она занимала место наверху постоянно растущей кипы работ, ожидающих издания. Когда был нужен материал для трудов академии, издателю оставалось лишь взять какую-то подкорку из этой кипы. Поэтому часто получалось, что дата публикации работы отличалась от даты ее написания. Эта путаница осложнялась тем, что у Эйлера была привычка много раз возвращаться к тому или иному вопросу, чтобы внести улучшения в его освещение или дать более широкое изложение уже сделанного; так что последовательность печатных работ Эйлера по определенным вопросам, случается, представляется такой, будто смотришь в телескоп не с того конца.

Когда в 1730 году малолетний царь умер, императрицей стала Анна Иоанновна, племянница Петра, и это событие благоприятно отразилось на судьбе академии. Но во время фактического правления фаворита Анны Бирона, Россия испытала террор и кровопролитие, каких мало было в ее истории. Эйлер на 10 лет безмолвно погрузился в работу. В этот период его постигло первое большое несчастье. Он сделал попытку получить парижскую премию, назначенную за решение астрономической задачи, на что ведущие математики считали необходимым потратить несколько месяцев. Эйлер решил задачу за 3 дня. Но умственное перенапряжение привело к болезни, в результате которой он ослеп на правый глаз.

Во время пребывания в России математика не всецело поглощала энергию Эйлера. Его часто просили заняться и не исследовательскими математическими делами и другими проблемами; отдача с лихвой покрывала назначенное ему правительственное содержание. Эйлер писал учебники по элементарной математике для учебных заведений России, наблюдал за работой географического отделения, помогал организовать службу мер и весов, предлагая практические способы проверки весов. Это лишь некоторые стороны его деятельности. Независимо от объема посторонней работы, Эйлер всегда много занимался математическими исследованиями.

Одной из наиболее важных работ этого периода является трактат по механике, относящийся к 1736 году. Почти через 100 лет после основного трактата Декарта по геометрии, Эйлер сделал в механике то, что Декарт сделал в геометрии: он ввел в механику аналитические методы. Считается, что «Начала» Ньютона могли бы быть написаны Архимедом, настолько идеи Архимеда близки к идеям Ньютона. Механику Эйлера не мог бы написать никто из древних греков. Впервые вся мощь анализа была обращена на механику и в этой фундаментальной науке началась современная эра. В этом направлении Эйлера обошел его близкий друг Лагранж, но первый шаг был сделан Эйлером.

С 1740 года, после смерти императрицы Анны, русское правительство стало более либеральным, но Эйлеру за 13 лет уже достаточно надоели российские порядки и он был рад принять приглашение Фридриха Великого стать членом Берлинской академии наук. Следующие 24 года Эйлер прожил в Берлине, правда, не всегда счастливо. Фридрих предпочитал лощеных придворных скромному простому Эйлеру. Хотя Фридрих считал своим долгом поощрять занятия математикой, он презирал эту науку, будучи сам в ней не силен. Однако он достаточно ценил талант Эйлера, чтобы привлекать его к решению практических проблем – чеканки монет, прокладки водопровода, строительства каналов, пенсионного обеспечения других дел.

Россия никогда не забывала об Эйлере, и даже, когда он жил в Берлине, платила ему часть жалования. Несмотря на обилие иждивенцев, Эйлер жил в достатке и помимо своего берлинского дома владел мызой в Шарлоттенбурге.

Одной из причин непопулярности Эйлера при дворе Фридриха была его неспособность избегать философских споров, в которых он был не силен. Вольтер легко опутывал Эйлера узами метафизической паутины. Эйлер принимал все это добродушно и смеялся вместе с остальными над собственными нелепыми промахами. Фридриха это злило, он стал подумывать о более изощренном философе, который бы возглавил академию и развлекал двор. В Берлин был приглашен Даламбер для того, чтобы ознакомиться с положением. Между ним и Эйлером возникли небольшие разногласия в личных взглядах и во взглядах на математику, однако Даламбер прямо заявил Фридриху, что было бы кощунством поставить любого другого математика над Эйлером. Это только сделало Фридриха упрямее и злее, чем раньше и обстановка стала для Эйлера нетерпимой. В 1766 году, в возрасте 59 лет он возвратился в Петербург, куда его сердечно пригласила Екатерина II.

Екатерина встретила математика как члена королевской фамилии, предоставив ему полностью меблированный для него и его 18 иждивенцев дом и также выделив одного из своих поваров.

В это время стало слабеть зрение Эйлера на второй глаз и вскоре он ослеп совершенно. Развитие у него слепоты вызвало тревогу и сочувствие у Лагранжа, Даламбера и других ведущих математиков того времени. Сам Эйлер ожидал наступление слепоты хладнокровно. Он не «ушел в отставку» в безмолвие, в темноту и немедленно нашел способ поправить непоправимое. Перед тем, как свет угас для него, он наловчился писать свои формулы мелом на большой грифельной доске. После этого он диктовал объяснения формул своим сыновьям, главным образом Альберту, выступавшим в качестве секретарей. Его математическая производительность не уменьшилась, а, наоборот, возросла.

Эйлер в течении всей жизни обладал феноменальной памятью. Наизусть знал

«Энеиду» Вергилия, мог всегда процитировать первую и последнюю строки любой страницы своего экземпляра знаменитой поэмы. У него была развита и зрительная и слуховая память. Он также обладал необыкновенной способностью производить сложные вычисления в уме, не толь арифметического характера, но и более трудного типа, требующие обращения к высшей алгебре и анализу. Все основные формулы в полном объеме математики того времени точно укладывались в его памяти. Эти удивительные качества Эйлера теперь пригодились ему, и он не очень много потерял как математик, лишившись зрения. Теория Луны – исследование ее движения, что было единственной задачей, когда-либо вызывавшей головную боль Ньютона, – получила свою полную разработку у Эйлера. Весь сложный анализ был проведен им полностью в уме.

Через 5 лет после возвращения Эйлера в Петербург с ним произошла другая беда. Во время большого пожара 1771 года его дом и вся обстановка были разрушены, и только благодаря героизму слуги-швейцарца Петра Грима сам Эйлер избежал гибели. Библиотека сгорела, но рукописи Эйлера были спасены при использовании энергии графа Орлова. Екатерина II быстро восполнила весь материальный ущерб, и вскоре Эйлер снова был погружен в свою работу.

В 1776 году в 69-летнем возрасте Эйлер испытал тяжелую потерю: умерла его жена. В следующем году он женился снова на сводной сестре первой жены Саломее Гзелль. Большой его трагедией была неудачная операция с целью восстановить зрение левого глаза – правый был безнадежен. Эйлер стал видеть, радости его не было границ, однако вскоре в глаз попала инфекция, и после длительных страданий, которые он сам находил ужасными, он снова погрузился во тьму.

Обозревая огромное математическое наследие Эйлера, можно вначале склониться к мысли, что любой одаренный человек мог бы сделать большую часть тог же почти также легко, как и Эйлер. Но знакомство с современной математикой быстро опровергает это предположение. В теперешнем своем состоянии математика с ее джунглями теорий относительно ненамного сложнее, если учесть мощь располагаемых ею методов, чем та, что противостояла Эйлеру. Математика созрела для нового Эйлера. В свое время Эйлер систематизировал и унифицировал обширные области, напичканные частными результатами и изолированными теоремами, расчищая почву и увязывая значительные вещи с помощью легко реализуемой мощи своего аналитического аппарата. Даже сейчас многое из того, что изучается в курсах математики высших учебных заведений, практически является тем же, каким оно осталось у Эйлера. Например, рассмотрение конических сечений и поверхностей второго порядка в 3-мерном пространстве с точки зрения унифицированного подхода на основе общего уравнения второй степени принадлежит Эйлеру. Далее, расчеты ежегодных рент и все, что выросло из них – страхование, пенсии и т.д., Эйлером приведены к виду, известному теперь студентам под названием «математической теории инвестирования».

Как указывает Араго, один из источников выдающегося и прямого успеха Эйлера как учителя состоит в полном отсутствии у него ложной гордости. Когда требовались сравнительно непритязательные работы для пояснения уже имевшихся более впечатляющих трудов, Эйлер не медлил написать их и при этом не опасался, что его репутация пострадает. В творческом отношении Эйлер сочетал учебные цели со своими открытиями. Его великие трактаты 1748, 1755 и 1768 – 1770 годов по анализу (введение в анализ бесконечно малых; дифференциальное исчисление; интегральное исчисление) немедленно стали классическими и в течении трех четвертей века продолжали вдохновлять молодых людей, которым предстояло стать великими математиками. В своем труде 1744 года по вариационному исчислению «Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимуму и минимума», Эйлер впервые раскрыл себя как математик высшего класса.

Как уже отмечалось, громадный шаг Эйлера вперед состоял в том, что он сделал механику аналитической; каждый студент, изучающий механику твердого тела, знает теперь эйлерово исследование вращательного движения, – это лишь один из достигнутых им здесь успехов. Аналитическая механика является ветвью чистой математики, так что у Эйлера не было при этом соблазна, как в некоторых других его взлетах в сторону практики, устремиться по первой увиденной им касательной, ведущей в бесконечную голубизну чистых вычислений. Наиболее суровой критике со стороны современников Эйлера его работы подвергались именно за то, что в них проявлялся неудержимый порыв вычислять только ради красоты анализа. Возможно, иногда недостаточно понимая физическую картину, он пытался сводить все к вычислениям, не видя, что стоит за ними. Тем не менее, основные уравнения движения жидкости, используемые и сегодня в гидродинамике, – это уравнения Эйлера. Он мог быть достаточно практичным, когда это было достойно его работ.

Одна особенность эйлерова анализа должна быть упомянута, так как она в значительной мере повлияла на одно из главных направлений развития математики в XIX веке. Это признание того факта, что пока не установлено, что бесконечный ряд сходится, пользоваться им небезопасно. Исследование сходимости показывает, как избежать абсурдных результатов. Интересно, что хотя Эйлер сознавал необходимость осторожности, когда приходится иметь дело с бесконечными процессами, он не соблюдал ее в большинстве своих работ. Его вера в анализ была так велика, что он иногда искал превратное «объяснение», чтобы сделать явную нелепицу приемлемой.

После всего сказанного нужно добавить, что мало кто может сравниться по количеству выполненных им безупречных новых трудов первостепенной важности. Те, кто любит арифметику, – возможно, не очень «важный» предмет, – отдадут пальму первенства Эйлеру в диофантовом анализе, где сделанное им имеет те же объем и свежесть, как у Ферма и у самого Диофанта. Эйлер был первым и, вероятно, величайшим из математиков-универсалов.

Но он не был только математиком. В литературе и во всех естественных науках, включая биологию, он по крайней мере был хорошо начитан. Но даже когда Эйлер наслаждался «Энеидой», он не мог не искать новых задач, чтобы подвергнуть их атаке своего математического гения. Строка «Якорь брошен, стремительный киль останавливается» заставляла его в таких обстоятельствах заниматься движением судна. Его неуемная любознательность поглотила однажды даже астрологию, но он показал, что не привел ее в надлежащий вид, вежливо отказавшись составить гороскоп царевича Ивана в 1740 году, сославшись на то, что это относится к компетенции придворного астронома.

Одно сочинение берлинского периода – его прославленные «Письма к одной немецкой принцессе», содержащие уроки механики, физической оптики, астрономии, акустики и т. д., – показывает нам Эйлера как изящного литератора. Письма немедленно стали популярными и распространялись в виде книг на 7 языках. Общественный интерес к науке вовсе не является привилегией нашего времени, как мы иногда склонны думать.

Эйлер оставался полноценным математиком, здоровым душой и телом до самой последней секунды своей жизни. Смерть наступила на 77-ом году его жизни, 18 сентября 1783 году. Насладившись после полудня вычислением законов поднятия воздушного шара на грифельной доске, как обычно, он пообедал с Лекселем и своей семьей. «Планета Гершеля» Уран была тогда только что открыта; Эйлер набросал вычисления его орбиты. Немного позже он попросил принести ему внука. Удар случился, когда он играл с ребенком и пил чай. Трубка выпала из рук, и со словами «я умираю» «Эйлер перестал жить и вычислять», как написал Кондорсе в некрологе.

Из 77 лет жизни Эйлер, родившийся в Швейцарии, работал 56 лет. Он прожил и проработал в России 32 года и 24 года в Германии. Похоронен он в Петербурге, на Смоленском кладбище.

ЛИТЕРАТУРА ПО ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

1. Кольман Э. История математики в древности. – М.: Гостехиздат, 1961. – 236с.
2. Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России. – М.- Л., Гомтехиздат, 1946. – 248с.
3. Лишевский В.П. Охотники за истиной: Рассказы о творцах науки. – М.: Наука. 1990. – 288с.
4. Ливанова А.М. Три судьбы. – М.: Знание, 1975. – 224с.
5. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. – М.: Наука, 1984. – 286с.
6. Белл Э.Т. Творцы математики. – М.: Просвещение, 1979. – 256с.
7. Шереметевский В.П. Очерки по истории математики.- М.: Учпедгиз, 1940. – 180с.
8. Рыбников К.А. История математики, I. – М.: МГУ. – 190с.
9. Колесников М.С. Лобачевский. – М.: Молодая гвардия, 1965. – 320с.
10. Математика XIX века. Под ред. А.Н. Колмогорова и А.П. Юшкевича. – М.: Наука, 1978. – 256с.; 1981. – 370с.
11. Математика, ее содержание, методы и значение. I. Под ред. А.Д. Александрова. – М.: АН СССР, 1956. – 296с.
12. История отечественной математики. Т. 1 – 4. Киев, Наукова думка, 1966 – 1970.