МГИМО²
Инновационная образовательная программа

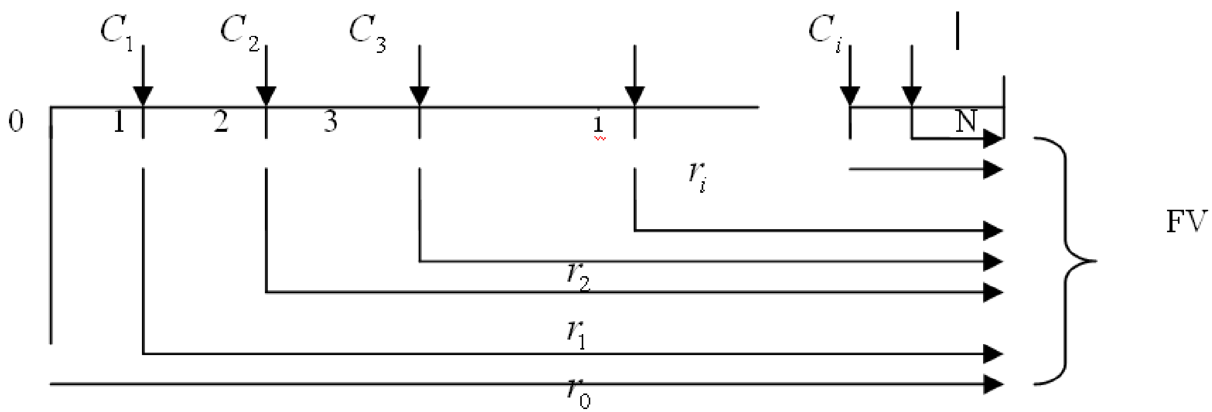
Количественные методы в финансах

Денежные потоки (DCF) .

Стоимость денежных потоков.(FV, PV)

Аннуитет. Кредиты. Консолидация платежей. Конверсия.

Потоки платежей. Будущая стоимость.



$$FV = \sum_i C_i \cdot (1 + r_i)^{N-i}$$

где - C_i величина платежа в момент времени ,

r_i - процентная ставка, соответствующая i - тому периоду.

Величины C_i r_i могут быть как положительными, так и отрицательными,

процентные ставки за период и длительность i периода во времени могут быть различны.

Наращенная сумма, полученная в результате потока платежей, называется будущей стоимостью FV (future value).

Регулярные и постоянные платежи

Члены регулярного потока платежей равны, платежи поступают через равные промежутки времени, члены потока либо положительны (доход), либо отрицательны (выплаты), либо подчинятся какому-то определенному закону. Члены нерегулярного потока платежей поступают в разные промежутки времени и могут быть, как положительными, так и отрицательными

$$FV = C\sum_{i=1}^{N}(1+r)^{i}$$

Используем формулу геометрической прогрессии

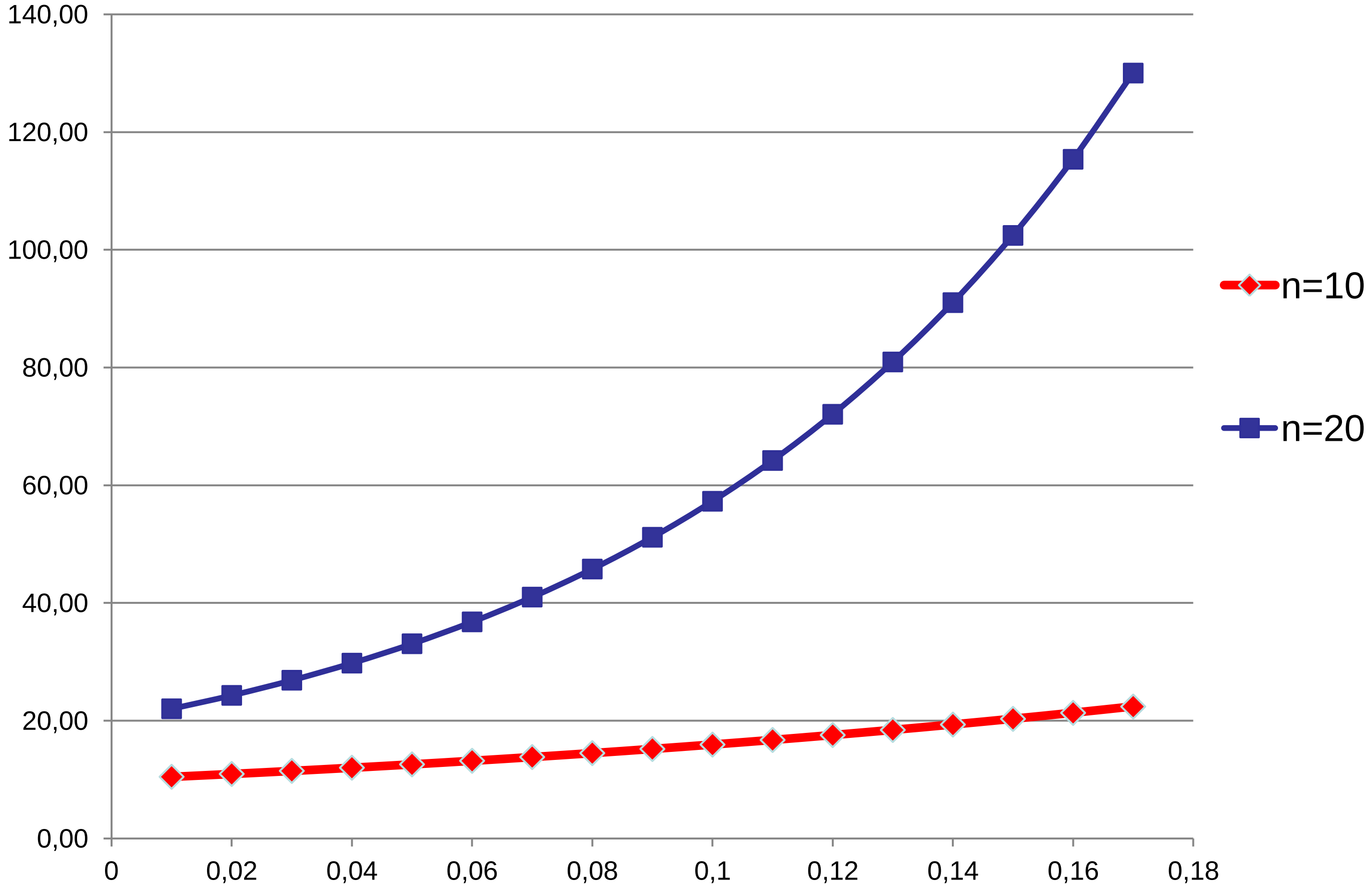
$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

В результате получим

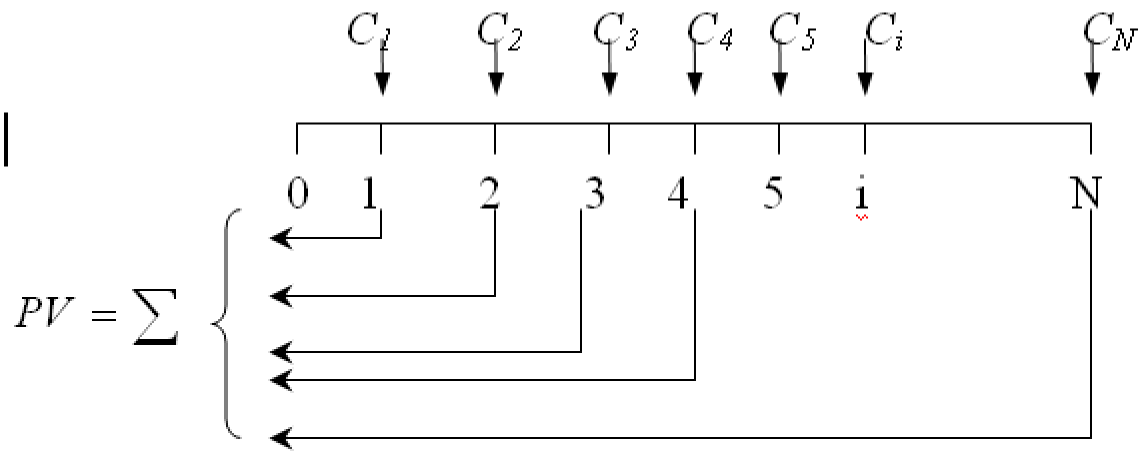
$$FV = C\frac{(1+r)^N - 1}{r}$$

Множитель (коэффициент) наращения $\frac{(1+r)^N - 1}{r} - S_{n\neg i}$

$$FV = C\frac{(1+r)^N - 1}{r}$$



Приведенная стоимость



Начальная стоимость потока платежей называется приведенной стоимостью PV (present value)

Приведенная стоимость такого потока равна сумме дисконтированных стоимостей

платежей.

$$PV = \sum_{i=1}^{N} \frac{C_i}{\left(\left(1 + r_i\right)\right)^i}$$

Для постоянного по величине и регулярного потока платежей при постоянной во времени процентной ставке приведенная стоимость равна сумме убывающей геометрической прогрессии

$$PV = \sum_{i}^{N} \frac{C}{(1+r)^i} = C \sum_{i}^{N} \frac{1}{(1+r)^i}$$

$$PV = \frac{C}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^N}\right)$$

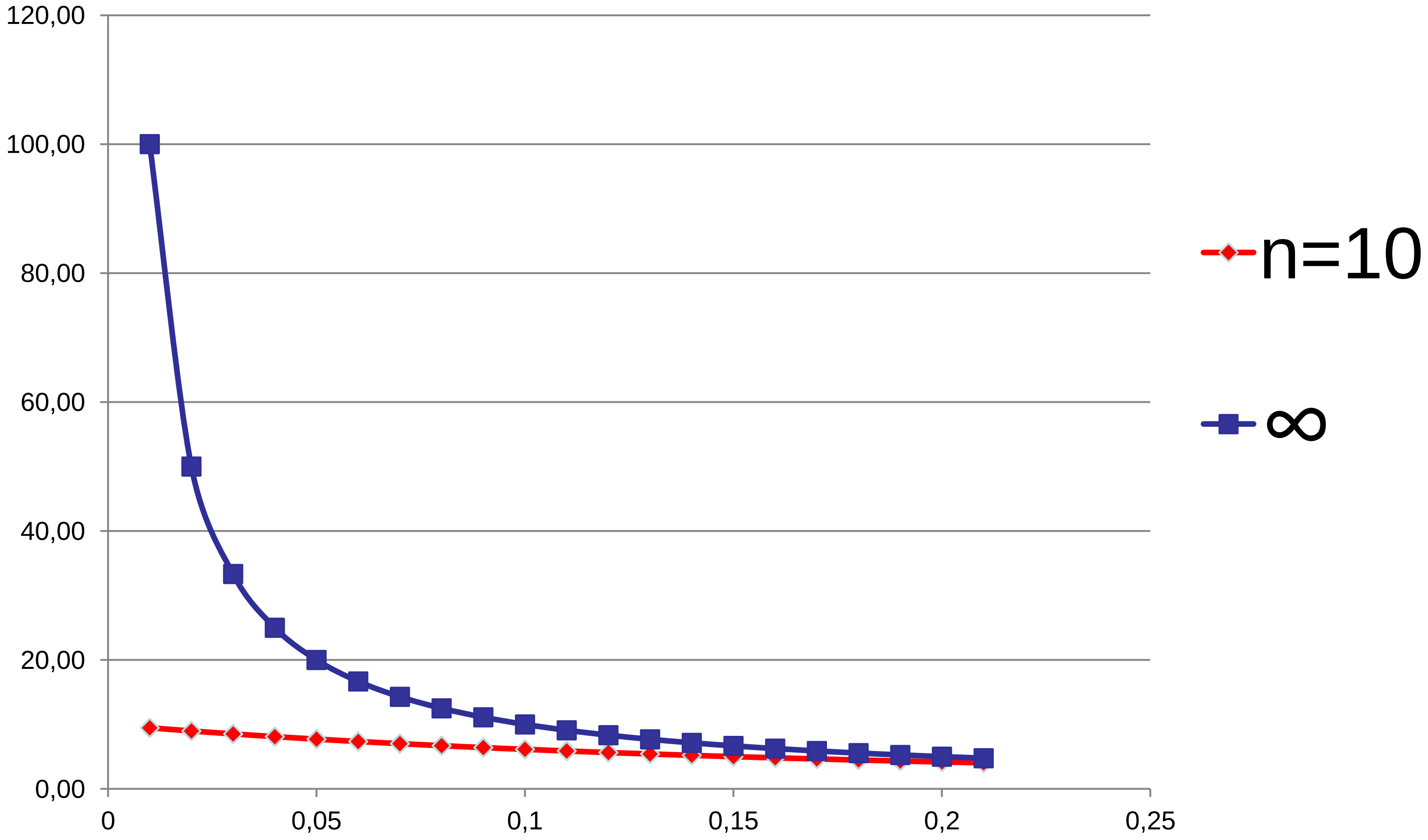
$$\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$$ - коэффициент приведения $a_{n}\neg_{r}$

формулы для расчета приведенной (PV) и будущей (FV) стоимости потока платежей отражают «временной» характер стоимости денег.

они являются основными уравнениями в финансовых расчетах и играют такую же роль в финансовых расчетах, как и второй закон Ньютона в механике.

$$PV = \frac{C}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^N}\right)$$

$$PV = \frac{C}{r}$$



Пример

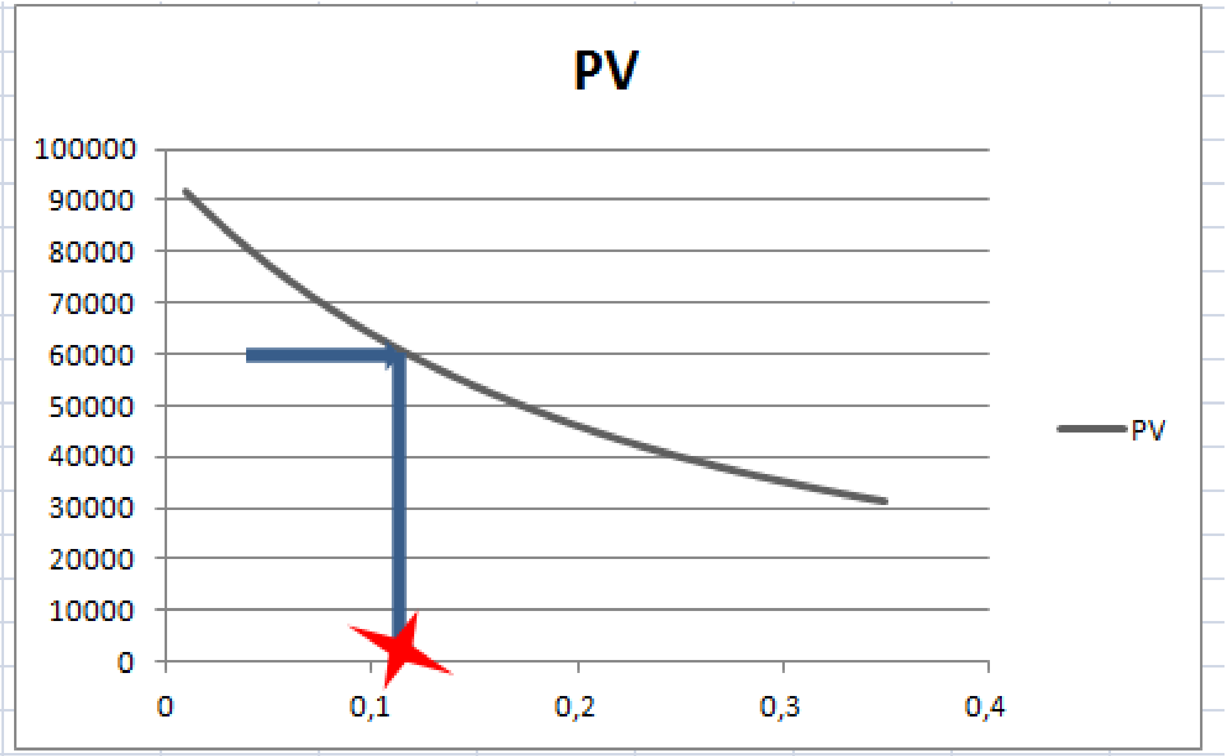
Стоит ли покупать страховку стоимостью $60 000, если по ней предлагаются ежегодные платежи в размере $12000 в течении 8 лет? Годовая процентная ставка 10%.

Найдем приведенную стоимость будущих платежей

$$PV = \frac{12000}{0{,}1}\left(1 - \frac{1}{(1+0{,}1)^8}\right) = \qquad 64019{,}11$$

Процентная ставка дисконтирования

Пусть страховка стоит $60 000, по ней предлагаются ежегодные платежи в размере $12000 в течении 8 лет? Чему равна годовая процентная ставка?



$$PV = \frac{C}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^N}\right)$$

СТАВКА(8;12000;-60000)

Пример. Лото.

Главный приз игры в Лото составляет некоторую большую сумму, например, 21 млн.долларов, но по условиям игры приз выплачивается в течении 21 года по 1 млн. долларов в год.

Сумма главного приза – это будущая стоимость. В банк на депозит надо положить приведенную стоимость

$$PV = \frac{10^6}{0{,}08} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+0{,}08)^{21}}\right) = \quad 10\ 016\ 802{,}16 \text{ долл.}$$

Этот пример демонстрирует существенное отличие номинальной стоимости в 21 млн. руб. и приведенной стоимостью в 10 016803,16 долларов.

Пример

Найти приведенную стоимость инвестиций в течении 3 лет, которые равны соответственно в первый год 10000 руб., во второй год 20000 руб., в третий год 50000 руб. Процентная ставка равна 8%.

Решение.

Приведенная стоимость инвестиций равна дисконтированной сумме инвестиций

$$PV = \frac{10000}{1+0,08} + \frac{20000}{(1+0,08)^2} + \frac{50000}{(1+0,08)^3} = \quad 66\,097,65$$

Финансовая рента. Аннуитет.

- Аннуитет – финансовый термин, описывает операцию по погашению долга или выплат по нему равными суммами через равные промежутки времени.
- Рента - регулярно получаемый доход с капитала, облигаций, имущества, земли и т.д.

Аннуитет

***Потоки платежей бывают регулярные и нерегулярные*.**

Члены регулярного потока платежей равны, платежи поступают через равные промежутки времени, члены потока либо положительные (доход,) либо отрицательные (выплаты), либо подчинятся какому-то закону.

Члены нерегулярного потока платежей поступают в разные промежутки времени и могут быть, как положительными, так и отрицательными.

Финансовый аннуитет характеризуется следующим набором параметров:

- C – величина каждого отдельного платежа
- период – временной интервал между двумя последовательными платежами (частота выплат в год) T_0
- срок – время от начала реализации аннуитета до момента начисления последнего платежа.

$$T = N \cdot T_0$$

Ставка для расчета будущей и приведенной стоимости ренты – процентная ставка за период. Обычно при заключении договора ренты указываются **годовые процентные** ставки, тогда процентная ставка за период равна частному от деления годовой процентной ставки на число периодов в году.

Период платежа

- Если срок ренты *n* лет с начислением процентов *m* раз в году, то число членов ренты равно . Для обыкновенной ренты сроком *n* лет, начислением процентов *m* раз в год и годовой процентной ставке *r*, будущая и приведенная стоимости равны:

$$FV = C\frac{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m\cdot n-1}-1}{\frac{r}{m}}$$

$$PV = \frac{C}{\frac{r}{m}}\left(1-\frac{1}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m\cdot n}}\right)$$

Бессрочный аннуитет.

Если денежные поступления продолжаются достаточно длительное время обычно около 30 лет, то такой аннуитет называется бессрочным (perpetuity). К бессрочным рентам относятся невыкупаемые облигации, приносящие постоянный доход, некоторые виды страховых платежей, арендные платежи. Приведенная стоимость бессрочного аннуитета равна

$$PV = \frac{C}{r}$$

Пример.

Предприятие собирается создать специальный фонд в размере 150 млн.руб . Для этого оно собирается делать ежегодные платежи под 15% годовых в течение 3 лет. Найти размер платежа. Как изменится величина платежа, если платежи и начисление процентов производить два раза в году при номинальной ставке в 15%?

Величина ежегодного платежа равна

$$C = \frac{FV \cdot r}{(1+r)^N - 1}$$

Подставляя данные задачи FV =150 млн.руб., r = 15%, N = 3.

$$C = \frac{150 \cdot 0{,}15}{1{,}15^3 - 1}$$ = 43,196 млн.руб.

Приведенная стоимость аннуитета

Приведенная стоимость **авансового** аннуитета рассчитывается на момент первой выплаты и по формуле

$$PV=\sum_{i=0}^{N-1}\frac{C}{(1+r)^i} \quad = \frac{C\cdot(1+r)}{r}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+r)^N}\right)$$

Приведенная стоимость **обычного** аннуитета рассчитывается за

период до первой выплаты и по формуле

$$PV=\sum_{i=1}^{N}\frac{C}{(1+r)^i}=\frac{C}{r}\left(1-\frac{1}{(1+r)^N}\right)$$

Приведенные стоимости обычного и авансового аннуитета связаны соотношением

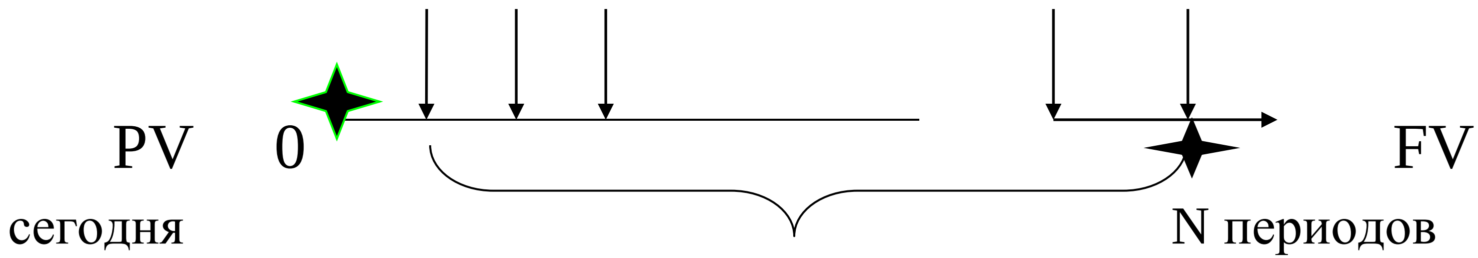
$$PV_{\text{аванс}}=PV_{\text{обыкн}}\cdot(1+r)$$

Авансовый и обыкновенный аннуитет.

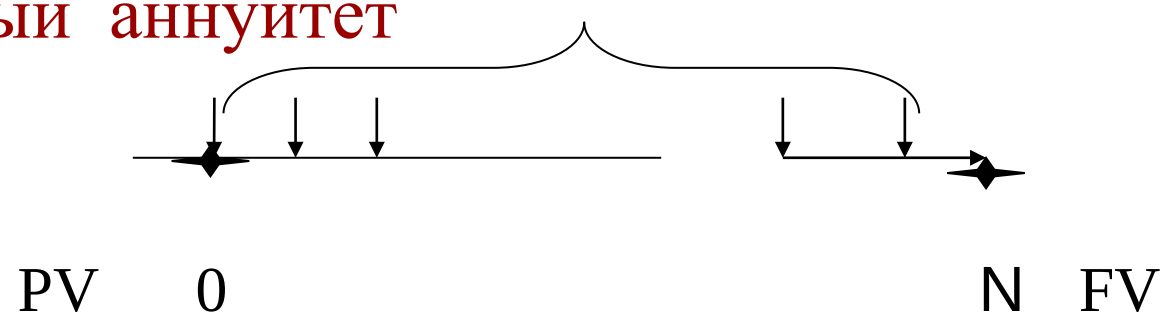
Аннуитеты различают *по моментам начисления процентов:*

- Обыкновенный - проценты начисляются в конце периода (обычная рента или постнумерандо),
- Авансовый - проценты начисляются в начале периода (авансовые ренты или пренумерандо).

Обыкновенный аннуитет



Авансовый аннуитет



Звездочкой отмечены моменты соответственно будущей приведенной стоимости

Будущая стоимость аннуитета

Будущая стоимость **обычного** аннуитета рассчитывается в момент
последней выплаты по формуле

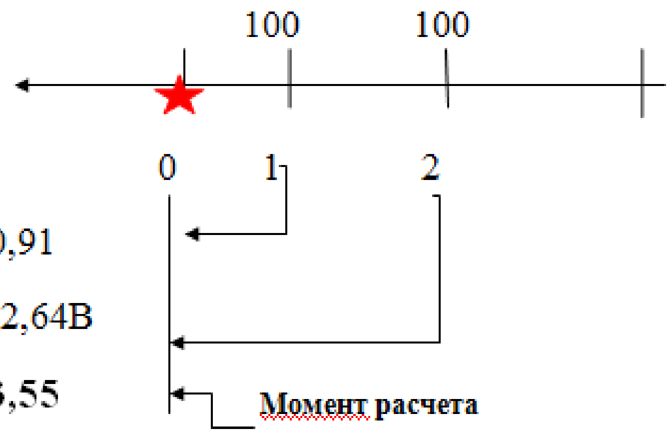
$$FV = \sum_{i=0}^{N-1} C(1+r)^i = C\frac{(1+r)^{N-1}-1}{r}$$

Будущая стоимость **авансового** аннуитета рассчитывается через период
после последней выплаты

$$FV = \sum_{i=1}^{N} C(1+r)^i = C\frac{(1+r)^{N}-1}{r}$$

Приведенная стоимость аннуитета

Обыкновенный



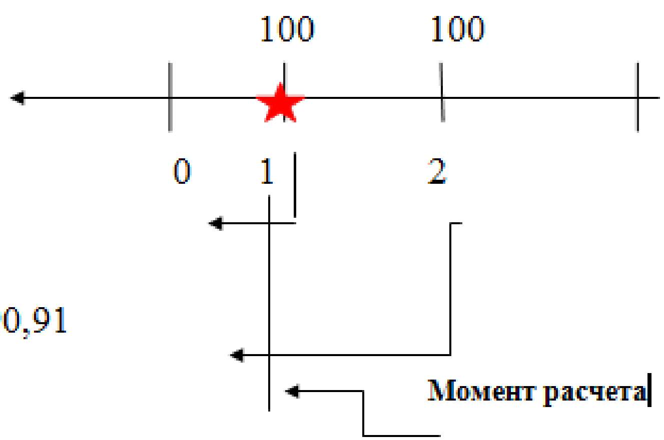
PV = 100/1,1= 90,91

PV =100/1,1^2 = 82,64В

Итого **PV = 173,55**

Авансовый

$$PV_{аванс} = PV_{обыкн} \cdot (1 + r)$$



PV = 100

PV =100/1,1 = 90,91

Итого **PV = 190,91**

Пример 3. *Найти будущую стоимость инвестиции через 5 лет, если ежегодно раз в год в конце каждого года вносится 100 тыс. руб. Годовая процентная ставка равна 10%. Рассмотреть случай, а) начисление процентов происходит в начале года (авансовая рента), б) начисление процентов я в конце года (обыкновенная рента).*

Таблица 2.1 Будущая сумма от регулярных взносов.

		Обыкновенная рента	Авансовая
		Начисление процентов в конце года	Начисление процентов в начале года
период взноса	Величина взноса	наращенная сумма	наращенная сумма
0			
1	100	146,41	161,051
2	100	133,1	146,41
3	100	121	133,1
4	100	110	121
5	100	100	110
	ИТОГО	**610,51**	**671,56**

Пример 2. *Ежегодная процентная ставка по потребительскому кредиту равна 15%. Кредит в размере 150 тыс. руб. должен быть погашен ежемесячными выплатами в течении 1,5 лет. Найти величину выплаты (член ренты), если она производится а) в конце месяца, б) в начале месяца*

Решение. Приведенная стоимость кредита PV = 150 тыс. руб., процентная ставка за период равна = 0,0125, период ренты один месяц, срок ренты года, число периодов платежей (периодов ренты) равно месяцев. Для случая а) – обыкновенной ренты, величину члена ренты найдем из формулы

$$C = \frac{PV \cdot r}{\left(1-(1+r)^{-N}\right)} = \frac{150 \cdot 0{,}0125}{\left(1-1{,}0125^{-18}\right)} = 9357{,}72 \text{ руб.}$$

Для случая б) – авансовой ренты, величину платежа найдем из формулы

$$C = \frac{PV \cdot r}{\left(1-(1+r)^{-N}\right)\cdot 1{,}075} = \frac{150 \cdot 0{,}0125}{\left(1-1{,}0125^{-18}\right)\cdot 1{,}075} = 9242{,}19 \text{ руб.}$$

.Найти величину члена ренты можно также с помощью финансовой функции Excel ПЛТ(0,15/12; 18; -150; 0;1) = 9242,19

Приведенная стоимость бесконечного аннуитета с постоянным ростом

Пусть платежи C растут с темпом g.

$$PV = \frac{C}{1+r} + \frac{C(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C(1+g)^2}{(1+r)^3} + \ldots\ldots + \frac{C(1+g)^i}{(1+r)^{i+1}} + \ldots..$$

Это сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии со знаменателем

$$q = \frac{1+g}{1+r} < 1$$

В результате получим

$$PV = \frac{C}{(r-g)}\left[1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^N\right]$$

Для бесконечного аннуитета

$$PV = \frac{C}{r-g}$$

Пример

Найти приведенную стоимость аннуитета, если взносы ежегодно возрастают на

2%. Первоначальный взнос 20000. Срок аннуитета 10 лет, взносы ежегодные, процентная ставка 8,00%.

$$PV = \frac{C}{(r-g)}\left[1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^{N}\right]$$

PV= **145123,24**

Пример 4. *Вы хотите создать благотворительный фонд. Какую сумму денег надо положить в банк, чтобы получать ежегодно \$2000, если процентная ставка составляет 10% годовых. Если имеет место инфляция равная 3% в год, то какова должна быть начальная сумма, чтобы получаемая сумма не обесценивалась?*

Решение.

Инфляция уменьшает реальную стоимость денег. Для того, чтобы сохранить покупательную способность, получаемая сумма C = \$2000 должна расти с темпом инфляции, т.е.

$$PV = \frac{C}{r - g}$$

В результате получим PV=2000/(0.1-0.03)=\$28 571,43

Пример

Как победитель соревнования по приготовлению завтраков вы можете выбрать один из призов

1) 100 000 сейчас

2) 180 000 через 5 лет

3) 11 400 ежегодно и неограниченно

4) 19 000 каждый год в течении 10 лет

5) 6 500 в следующем году с ежегодным постоянным увеличением суммы на 5% неограниченный период времени.

Процентная ставка равна 10%.

Эффективная ставка по кредиту

Новый автомобиль стоит сейчас 10 000. Вы желаете купить его в кредит, Годовая ставка 12%, платежи ежемесячные в течении 3 лет. Какова сумма ежемесячных платежей. Найти эффект, процентную ставку по кредиту. Найти эффект, процентную ставку по кредиту, если ежемесячно за обслуживание кредита оплата составляет т 0,5% от суммы кредита.

$$C = PV * r * \left(\left(1 - \frac{1}{(1+r)^n}\right)\right)^{-1} \qquad = 332,14$$

Эффективная процентная ставка 12,68%

Эффективная ставка по кредиту

Комиссия при погашении кредита 50

В результате разовый платеж равен

332,14+50= 382,14.

Таким платежам соответствует ежемесячная процентная ставка, которая является решением уравнения

$$10000 = \frac{382,14}{r}(1 - \frac{1}{(1+r)^{36}})$$

Применяя функцию СТАВКА получим 1,84%, что соответствует номинальной ставке 22,05%

Эффективная ставка 24,42%

Отложенная рента. (аннуитет)

Кредит в размер был выдан на 6 лет под 12% годовых. По условиям договора отплата кредита производится ежегодно в размере 20 000 руб. и первый платеж поступает через два года. Найти приведенную стоимость кредита.

Решение.

периоды	0	1	2	3	4	5	6
платежи		0	0	20000	20000	20000	20000
PV	48427,126	0	0	14235,60	12710,36	11348,54	10132,62
ЧПС	48 427,13р.						

Бесконечная отложенная рента

Найти приведенную стоимость следующей ренты. Первые два года 100 тыс. руб. , следующие годы 120 тыс. руб. бесконечно.

периоды	**0**	**1**	**2**	∞
платежи		100	100	120
	1165,29	90,91	82,64	991,74
	PV=	100/1,1	100/1,1^2	120/0,1/1,1^2

Пример

- Стиву сыну Джона сейчас 10 лет. В 18 лет он собирается поступать в колледж. Ему понадобится для обучения 15 000; 16 000, 17 000, 18 000 соответственно за 1, 2,3 и 4 годы обучения. Чтобы иметь эти суммы к началу каждого года обучения Джон планирует сделать 8 ежегодных взносов начиная с 10 года со дня рождения сына, последний взнос в год 17 - летия. Все деньги остаются на счете. Процентная ставка 10% годовых. Сколько надо вносить каждый год, чтобы оплатить обучение.

Негосударственные пенсионные фонды

- При заключении договора о дополнительном пенсионном обеспечении участник берет на себя обязательство уплачивать единовременно или в рассрочку пенсионные взносы. Негосударственный пенсионный фонд (НПФ) в свою очередь обязуется периодически выплачивать участнику, в пользу которого действует указанный договор, пенсию в форме денежных выплат пожизненно или в течение длительного промежутка времени.
- Последовательность платежей участника и НПФ являются по определению финансовыми рентами.
- Основная задача при задании параметров предлагаемых НПФ пенсионных схем состоит в корректном определении (с учетом принятых ограничений и допущений) размеров пенсионных взносов и выплат, позволяющих в последующем выполнить взятые НПФ обязательства перед участниками.
- При расчете размеров пенсионных взносов и выплат должен выполняться принцип эквивалентности обязательств участника и НПФ. Это означает, что на дату начала пенсионных выплат будущая стоимость пенсионных взносов должна быть равна приведенной стоимости пенсионных выплат со стороны НПФ.

Основные типы НПФ

Существуют две основные схемы, реализуемых негосударственными пенсионными фондами (НПФ).

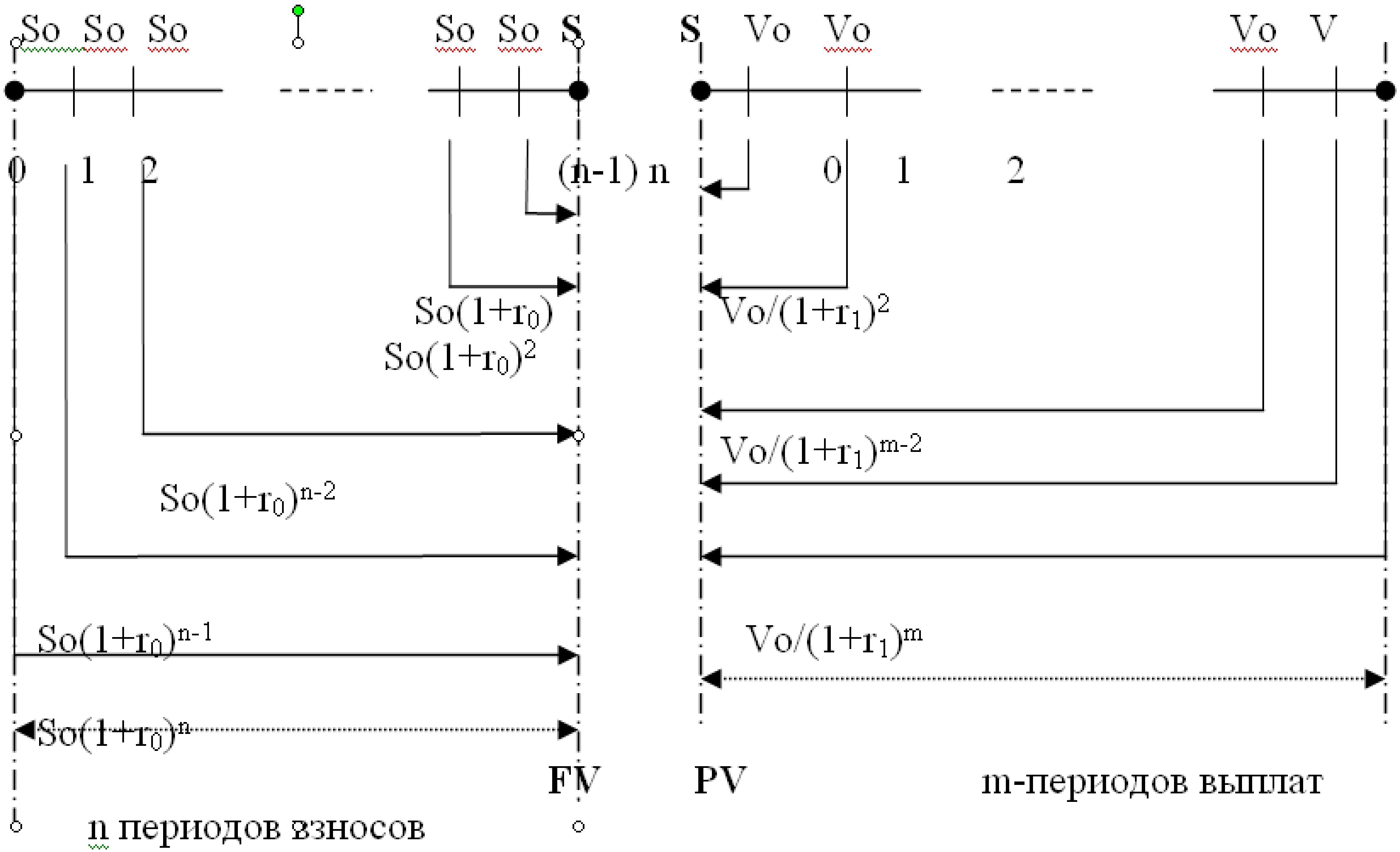
Фонд с фиксированными взносами.

В пенсионной схеме с фиксированными взносами работодатель или сам участник пенсионной схемы делает взносы, составляющие некоторую долю заработной платы. При этом не гарантируется уровень величины пенсионных выплат. Эта величина зависит от накоплений, следовательно, от качества управления фондом. Весь риск будущей величины пенсии участник берет на себя.

Фонд с фиксированными выплатами.

В пенсионной схеме с фиксированными выплатами участник получает постоянные выплаты после наступления пенсионного срока в течении определенного промежутка времени Весь риск по обеспечению фиксированных выплат согласно договору берет на себя пенсионный фонд.

Структура платежей в НПФ.



Пример.

Пусть Данилов Петр выбрал пенсионный фонд с фиксированным пособием. Он желает получать в течении 15 лет после выхода на пенсию дополнительную пенсию в размере 3000 руб. ежемесячно. Пусть процентная ставка на этот период постоянна и равна 10%. Данилову до пенсии 20 лет. Сколько надо вносить ежемесячно в пенсионный фонд, чтобы получать дополнительную пенсию? Доходность пенсионного фонда на этот период равна 8% годовых.

Приведенная стоимость ежемесячных пенсионных выплат в течении 15 лет равна

$$PV = \frac{V_0}{\frac{r}{m}}\left(1 - \frac{1}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m\cdot n}}\right) = \frac{3000}{0{,}08/12}\cdot\left(1-\frac{1}{(1+0{,}08/12)^{15\cdot 12}}\right) = 313921{,}78 \text{ руб.}$$

Будущая стоимость ежемесячных взносов за 20 лет

Равна

$$FV = S_0 \cdot \frac{(1+\frac{r}{m})^{m \cdot n} - 1}{\frac{r}{m}}$$

Величина ежемесячного взноса равна

$$S_0 = \frac{FV \cdot r/12}{\cdot((1+r/12)^{12 \cdot 20} - 1)} = \frac{313921{,}78 \cdot 0{,}1/12}{\cdot\left((1+0{,}08/12)^{240} - 1\right)} = 532{,}96 \text{ руб.}$$

Пример

- Пусть зарплата растет ежегодно с темпом g. В счет будущей пенсии работник откладывает в пенсионный фонд долю своей зарплаты в течении 30 лет b. В течении следующих 30 лет он будет получать пенсию. Целью пенсионного фонда является обеспечения пенсии в размере αX от заработной платы.
- Возможны несколько пенсионных схем.
- A) Работник откладывает постоянную часть b своей зарплаты. Чему равна эта доля зарплаты b?
- B) Пусть выплаты пенсионерам финансируются за счет взносов всех работающих пенсионеров. Какую долю свокй своей зарплаты они должны вносить, чтобы обеспечить тот же уровень пенсии.
- C) Какой вариант лучше?

Погашение кредита

- При определении срочных выплат будем пользоваться обозначениями:

D - сумма кредита;

Y – срочная выплата;

I – выплаты процентов по кредиту;

R –выплаты по обслуживанию основной суммы кредита (долга);

r - процентная ставка по кредиту;

n - срок кредита;

L - продолжительность льготного периода;

D_k - остаток долга в начале k-го периода.

Погашение кредита

Срочная выплата равна

$$Y = I + R$$

Где R – расходы по обслуживанию кредита

I – процентные платежи по кредиту

Погашение кредита.

Равные срочные выплаты.

Срочный аннуитет.

$$D = \frac{Y}{1+r} + \frac{Y}{(1+r)^2} + ... + \frac{1}{(1+r)^n} = Y \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(1+r)^i} = Y \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n \cdot r}$$

Выплаты равны

$$Y = D \cdot \frac{r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

Погашение кредита.

Равные срочные выплаты.

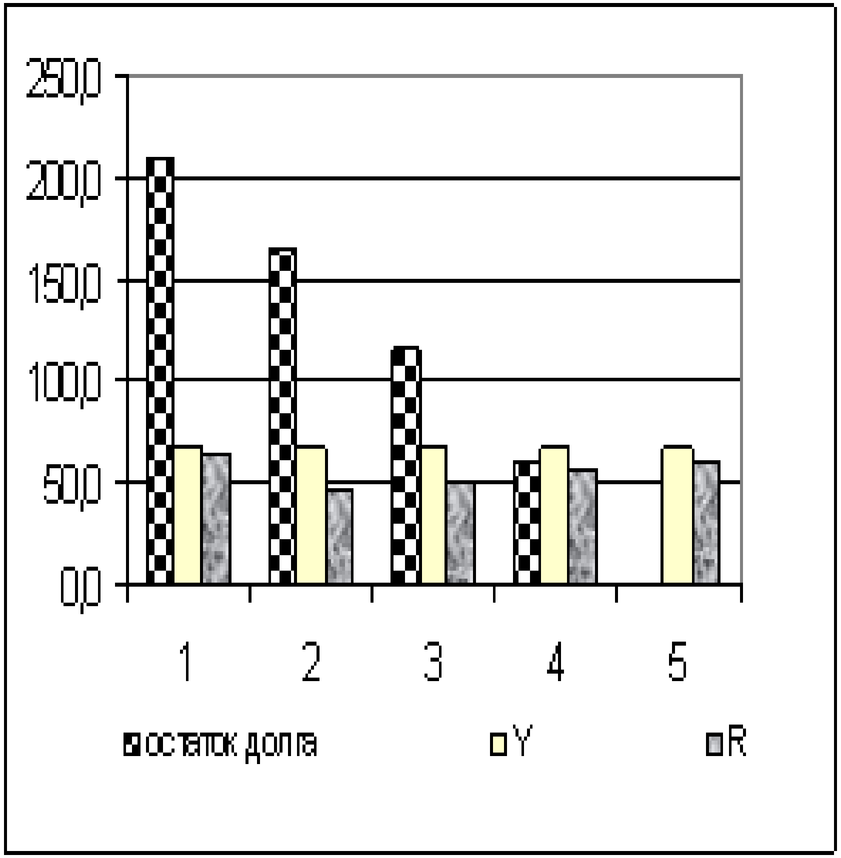
Пример. Пусть следует погасить кредит S=250 тыс. руб., выданный на 5 лет под 10% годовых. Погашение осуществлять равными срочными платежами (аннуитетные платежи) в конце года. Найти величину платежа. Составить план погашения кредита.

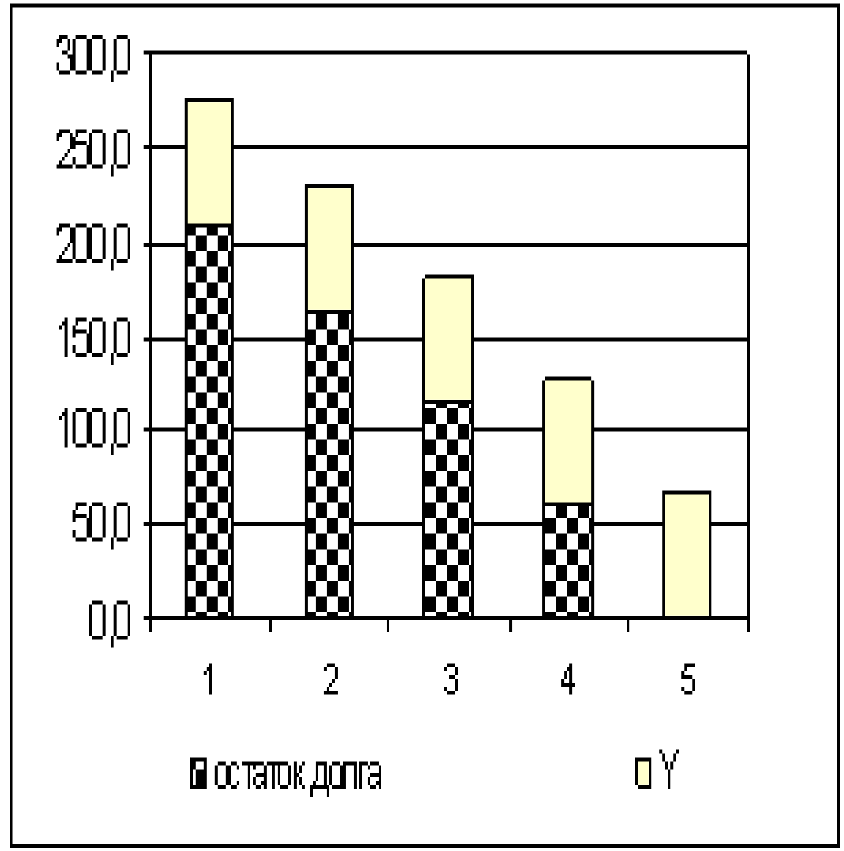
$$Y = 250\frac{0,1\cdot(1+0,1)^5}{(1+0,1)^5-1} =$$

годы	остаток долга в тыс.руб.	Y- срочная выплата в тыс.руб.	I – проценты по займу	R – выплаты по основному долгу в в тыс.руб.
1	209,0506	65,9494	2,0000	63,9494
2	164,0063	65,9494	20,9051	45,0443
3	114,4576	65,9494	16,4006	49,5487
4	59,9540	65,9494	11,4458	54,5036
5	0,0000	65,9494	5,9954	59,9540

Погашение кредита.

Равные срочные выплаты.





Погашение кредита.
Равные выплатами основного долга.

Величина срочной выплаты в k – том каждом расчетном периоде равна

$$Y_k = D_k r + R$$

Где

$$R = \frac{D}{n} \qquad D_k = D - R(k-1)$$

Величина процентного платежа K- том периоде в равна

$$I_k = D_k r = (D - R(k-1))r$$

Погашение кредита. Равные выплаты основного долга.

Кредит в размере 250 млн. руб. выдан на 5 лет под 20% годовых. Погашение кредита происходит ежегодно равными платежами на основную сумму долга, начисление процента осуществляется на остаток долга. Составить план погашения кредита.

годы	D_k остаток долга	R – выплаты по основному долгу	I – проценты по займу	Y - срочные выплаты
0	250	50	50	100
1	200	50	50	100
2	150	50	40	90
3	100	50	30	80
4	50	50	20	70
5	0	50	10	60

Погашение кредита.
Переменные выплаты.

Величина выплаты основного долга изменяется по арифметической прогрессии.

$$R_k = R_i \pm (n-k)d$$

Величина долга равна сумме всех выплат, т.е. сумме арифметической прогрессии

$$D = \frac{n}{2}\left[2R_1 + (n-1)d\right]$$

Величина первой выплаты равна:

для возрастающей прогрессии

$$R_1 = \frac{D}{n} - \frac{n-1}{2}d$$

Для убывающей

$$R_1 = \frac{D}{n} + \frac{n-1}{2}d$$

Погашение кредита.

Переменные выплаты.

Кредит в 250 млн. руб. выдан под 20% годовых на 5 лет. Погашение основного долга осуществляется ежегодно и возрастает в арифметической прогрессии на

5 млн. руб. Начисление процента осуществляется в конце года. Составить план погашения кредита.

годы	долг	остаток долга	Y- срочная выплата	I - проценный платеж	R- платеж по погашению тела долга
0	250				
1	300	210	90	50	40
2	210	165	87	42	45
3	165	115	83	33	50
4	115	60	78	23	55
5	60	0	72	12	60

Формирование погасительного фонда.

- Фирма получила кредит в 50 млн. на 4 года под 8% сложных годовых процентов. Кредитный контракт предусматривает погашение долга разовым платежом. в банке А. Одновременно с получением кредита фирма начала создавать погасительный фонд, для чего открыла счет в банке Б. Банк Б начисляет проценты в 10%(6%) годовых Найти величину ежегодных платежей в погасительный фонд при условии внесения в погасительный фонд равных сумм. Найти величину ежегодных расходов на погашение долга

Погашение ипотечного кредита.

Тип ипотечного кредита	Способ погашения
Стандартная ипотека (аннуитет)	Погашение осуществляется равными взносами.
Ссуды с ростом платежей (GPM)	Рост расходов по обслуживанию долга происходит первые 5-10 лет. Затем погашение происходит постоянными взносами. В первые годы расходы должника оказываются меньше суммы процентов, и величина долга может несколько увеличиться.
Ссуды с периодическими увеличением взносов. (SRM)	Сумма взносов увеличивается каждые 3-5 лет.
Ссуда с льготным периодом.	Предполагается наличие льготного периода, в течение которого выплачиваются только % по долгу. Такая схема сдвигает во времени финансовую нагрузку должника.
Ссуда с залоговым счетом.	Эта ссуда сочетает черты стандартной ипотеки, и ипотеки GPM Клиент в начале вносит на залоговый счет некоторую сумму денег и периодически выплачивает погасительные взносы по схеме GPM (постоянный рост). В этом случае взносы меньше. Погашение долга осуществляется равными ежемесячными выплатами.

Стандартная ипотечная ссуда.

Погашение задолженности осуществляется равными ежемесячными срочными уплатами. Приведенная стоимость ренты равна *m* взносам в году в течении n лет и годовой процентной ставкой r равна. Величина рентного платежа Y равна

$$Y = \frac{PV \cdot \frac{r}{m} \cdot (1 + \frac{r}{m})^{m \cdot n}}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n} - 1}$$

Остаток долга в i период равен

$$D_i = PV \frac{(1 + \frac{r}{m})^{m \cdot (n-i)}}{(1 + \frac{r}{m})^{n \cdot m} - 1}$$

Пример

- Ипотечный кредит в сумме 20 млн. руб. выдан на 25 лет под 12% годовых. Погашение основного долга и выплата процентов по нему ежемесячная. Определить величину ежемесячной срочной уплаты. Чему равен остаток долга через 10 лет после получения кредита?
- Ежемесячная выплата равна

$$Y = 20\frac{\frac{0,12}{12}\cdot(1+\frac{0,12}{12})^{12\cdot 25}}{(1+\frac{0,12}{12})^{12\cdot 25}-1} \approx 210,644$$

- Остаток долга через 10 лет равен

- $$D = 20\frac{1,01^{1215}}{1,01^{12\cdot 25}-1}$$ = 6382,428 тыс. руб.

Доходность кредита. Реинвестирование

Кредит в размере 100 тыс. руб. выдается трем заемщикам на два года. Процент по кредиту 10% годовых.

Способы возвращения кредитов следующие

Сумма возвращается вместе с процентами разовым платежом вместе с процентами

Проценты выплачиваются ежегодно и реинвестируются под 10%(9%; 11%)

Погашение кредита происходит равными ежегодными выплатами и реинвестируются.

Какой вариант наиболее выгоден. Найти эффективную ставку по кредиту для кредитора.

Доходность кредита. Реинвестирование

Процент реинвестирования		r	0,1	
Варианты	Процентные платежи	доход от реинвестирования	возвращаемая сумма	reff
1		0	121,00р.	10,00%
2	10	11,00р.	121,00р.	10,00%
3	57,62р.	63,38р.	121,00р.	10,00%

Процент реинвестирования		r	0,09	
Варианты	Процентные платежи	доход от реинвестирования	возвращаемая сумма	reff
1		0	121,00р.	10,00%
2	10	10,90р.	120,90р.	9,95%
3	57,62р.	62,80р.	120,42р.	9,74%

Конверсия

Конверсия – изменения условий аннуитета /ренты

- Консолидация
- (замены нескольких аннуитетов одной)
- Выкуп
- (замена ренты единовременным платежом)
- Рассрочка
- (замена долга (единовременного) аннуитетом)

Расчет основан на принципе финансовой эквивалентности

Принцип финансовой эквивалентности

Сумма заменяемых платежей, приведенных к одному моменту времени должна быть равна сумме платежей по новому обязательству, приведенному к той же дате.

Реструктуризация

В некоторых случаях по договоренности сторон проводят реструктуризацию кредитного займа. При реструктурировании кредита происходит пересмотр условий действующего обязательства: изменение суммы долга, размеров процентной ставки, изменение сроков и порядка выплат.

Конверсия

Путь необходимо объединить три аннуитета со следующими параметрами:
C1=1000, n_1=3 (n_1 – общее число выплат);

C2=1500, n_2=5

C3=2000, n_3=7

Найти величину консолидированного платежа через 6 периода C_6 ? Процентная ставка равна 10%.

Найти величину С аннуитетного платежа с n= 6 (10) ?

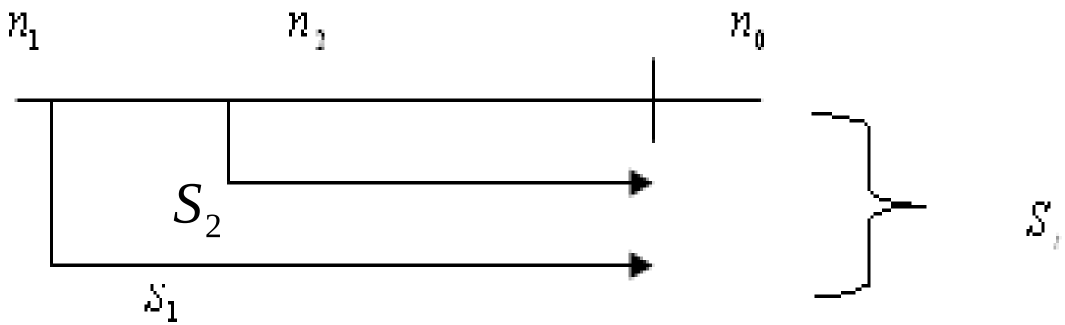
Дать графическое представление финансового процесса.

S_2

Определение величины консолидированного платежа

Срок нового консолидированного платежа больше ранее установленных сроков.

Графически



Уравнение имеет вид

$$S_t = \sum S_i \cdot (1 + t_i r)$$

Временные интервалы между сроками

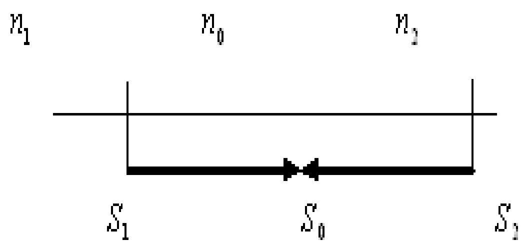
$$t_i = (n_0 - n_i) / T_0$$

Определение величины консолидированного платежа.

Если срок консолидированного $n_1 < n_0 < n_m$

то сумма консолидировано платежа состоит из суммы наращенных и дисконтированных платежей.

Графически



Уравнение имеет вид $$S_0 = \sum S_i (1 + t_i r) + \sum S_k (1 + t_k r)^{-1}$$

Определение величины консолидированного платежа.

Для краткосрочных обязательств консолидация платежей осуществляется на основе простых процентных ставок, для среднесрочных и долгосрочных с помощью сложных процентов.

$$S_0 = \sum S_i (1+r)^{t_i} + \sum S_k (1+r)^{-t_k}$$

При объединении обязательств можно применять и учетные ставки.

Определение величины консолидированного платежа.

Фирма получила кредит на сумму 900 млн. руб. под 10% годовых (простые проценты). Кредит должен быть погашен двумя платежами: первый 500 млн. руб. с процентами через 90 дней; второй 400 млн. руб. с процентами через 120 дней. Впоследствии фирма договорилась с кредитором об объединении платежей в один со сроком погашения через 150 дней. Найти размер консолидированного платежа.

Решение.

Сумма возврата по первому кредиту равна

$$S_1 = 500 \cdot (1 + \frac{90}{360} \cdot 0{,}1) = 512{,}5$$

По второму кредиту

$$S_2 = 400(1 + \frac{120}{360} 0{,}1) = 413{,}3`$$

Сумма погашения консолидированного платежа равна

$$S_0 = S_1(1 + \frac{n_0 - n_1}{T_0} r) + S_2(1 + \frac{n_0 - n_2}{T_0} r)$$

Определение срока консолидированного платежа.

При применении простой процентной ставки срок платежа находится из уравнения

$$S_0(1+n_0 r)^{-1} = \sum S_i(1+t_i r)^{-1}$$

$$n_0 = \frac{1}{r}\left(\frac{S_0}{\sum S_i(1+n_i r)^{-1}} - 1\right)$$

Решение возможно, если размер заменяющего платежа больше суммы приведенных стоимостей заменяемых платежей

Определение срока консолидированного платежа.

Фирма имеет ряд обязательств перед одним кредитором: долг в 2,5 млн. руб. и сроком погашения через 40 дней; долг в 3,1 млн. руб. и сроком погашения через 70 дней; долг в 2,7 млн. руб.и сроком погашения 160 дней. По согласованию сторон решено заменить их одним платежом, равным 9 млн.руб. с продлением срока оплаты, используя простую процентную ставку равную 12%.

Решение.

Приведенная стоимость платежей равна

$$PV = \sum S_i (1 + t_i r)^{-1} = 2{,}5(1 + \frac{40}{360} 0{,}12)^{-1} + 3{,}1(1 + \frac{70}{360} 0{,}12)^{-1} + 2{,}7(1 + \frac{160}{360} 0{,}12)^{-1} = 8{,}062$$

$$n_0 = \frac{1}{0{,}12}(\frac{9{,}0}{8{,}062} - 1) = 0{,}9695$$

= 365 дней.