МОСКОВСКИЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ) филиал в г. Смоленске

М.А. Амелина

Кафедра промышленной электроники

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

по курсу

«Электронные промышленные устройства»

Смоленск 2006

1. **ФИЛЬТРЫ**

Фильтром называют устройство, которое передает (пропускает) синусоидальные сигналы в одном определенном диапазоне частот (в полосе пропускания) и не передает (задерживает) их в остальном диапазоне частот (в полосе задержания). Естественно, фильтры используют для передачи не только синусоидальных сигналов, но, определяя полосы пропускания и задерживания, ориентируются именно на синусоидальные сигналы. Зная, как фильтр передает синусоидальные сигналы, обычно достаточно легко определить (с помощью спектрального анализа), как он будет передавать сигналы и другой формы. В устройствах электроники фильтры используются очень широко. Различают аналоговые и цифровые фильтры. В аналоговых фильтрах обрабатываемые сигналы не преобразуют в цифровую форму, а в цифровых перед обработкой сигналов осуществляют такое преобразование.

Ниже рассматриваются аналоговые фильтры. Такие фильтры строят на основе как пассивных (конденсаторов, катушек индуктивности, резисторов), так и активных элементов (транзисторов, операционных усилителей). Для аналоговой фильтрации широко используют также электромеханические фильтры: пьезоэлектрические и механические. В пьезоэлектрических фильтрах используют естественный и искусственный кварц, а также пьезокерамику. Основу механического фильтра составляет то или иное механическое устройство.



Рис. 1.1. Диапазоны частот фильтров и эквивалентная схема кварцевого резонатора

Важно различать требования, предъявляемые к фильтрам силовой и информационной электроники. Фильтры силовой электроники должны иметь как можно больший коэффициент полезного действия. Для них очень важной является проблема уменьшения габаритных размеров. Такие фильтры часто строят на основе только пассивных элементов. К фильтрам силовой электроники относятся сглаживающие фильтры, рассматриваемые при изучении вторичных источников питания. Фильтры информационной электроники чаще разрабатывают при использовании активных элементов. При этом широко используют операционные усилители.

Фильтры, содержащие активные элементы, называют активными. Ниже рассматриваются активные фильтры, в которых обычно не используются катушки индуктивности. Поэтому они могут быть изготовлены с применением технологии интегральных микросхем (катушки с большой индуктивностью не удается изготовить по указанной технологии). Нередко активные фильтры оказываются дешевле соответствующих фильтров на пассивных элементах и занимают меньшие объемы. Активные фильтры способны усиливать сигнал, лежащий в полосе пропускания. Во многих случаях их достаточно легко настроить. Укажем также и недостатки активных фильтров:

- использование источника питания;
- невозможность работы на таких высоких частотах, на которых используемые операционные усилители уже не способны усиливать сигнал.

1.1. Общее математическое описание фильтров

Фильтры вообще и активные фильтры, в частности, являются настолько важными устройствами электроники, что вопросам их строгого, математического описания уделялось и уделяется самое серьезное внимание. Публикуется большое число научных статей и книг, посвященных фильтрам. Для того, чтобы инженер или научный работник был в состоянии воспользоваться указанными источниками информации, а также средствами автоматизированного проектирования, он должен хотя бы в общих чертах знать особенности математического описания фильтров.

Обычно фильтр анализируется как конечная линейная электронная схема с сосредоточенными параметрами. Если реальная схема фильтра является нелинейной (например, содержит транзисторы или операционные усилители), то при анализе она линеаризуется и затем рассматривается как линейная.

В соответствии с изложенным фильтр описывается обыкновенным линейным дифференциальным уравнением некоторого порядка *n*:

$$a_{n}\frac{d^{n}y}{dt^{n}} + a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{1}\frac{dy}{dt} + a_{0}y = b_{m}\frac{d^{m}x}{dt^{m}} + b_{m-1}\frac{d^{m-1}x}{dt^{n-1}} + \dots + b_{1}\frac{dx}{dt} + b_{0}x$$

где x = x(t) — входной сигнал фильтра (обычно — входное напряжение);

y = y(t) — выходной сигнал фильтра (обычно — выходное напряжение);

a_i, i= 0, ..., n; b_i, i = 0, ..., m — вещественные коэффициенты.

Для фильтров, которые могут быть реализованы, выполняется соотношение *n*≥*m*. Величину *n* называют также порядком фильтра. Если, например, *n*=2, то говорят, что фильтр второго порядка.

Необходимо отметить, что вместо записанного одного уравнения фильтр может быть описан линейной системой из *n* дифференциальных уравнений первого порядка (системой дифференциальных уравнений в форме Коши). Показано, что величина *n* равна или меньше количества реактивных элементов (конденсаторов и катушек индук-

тивности) фильтра. Например, если в фильтре три конденсатора, то он может быть третьего или меньшего порядка. Инженеру нужно знать, что порядок фильтра определяется количеством тех напряжений на конденсаторах и токов катушек индуктивности, которые могут задаваться как начальные независимо друг от друга.

Для примера обратимся к схеме, приведенной на рис. 1.2.



Рис. 1. 2. Пример схемы 2-го порядка

Уже до составления одного дифференциального уравнения или эквивалентной системы дифференциальных уравнений можно сказать, что это схема второго порядка, так как начальные напряжения при расчете переходного процесса можно задавать независимо для двух из трех конденсаторов.

Применим к приведенному выше уравнению прямое преобразование Лапласа и определим передаточную функцию T(s) как отношение операторного изображения Y(s) выходной величины к операторному изображению X(s) входной величины:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s^1 + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0} .$$

где *s* — комплексная частота.

Запишем передаточную функцию в следующем виде:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = K \cdot \frac{(s - z_1) \cdot (s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1) \cdot (s - p_2) \dots (s - p_n)}$$
(1).

где K — вещественный коэффициент; $Z_1...Z_m$ — корни полинома числителя (их принято называть нулями);

*p*₁...*p*_{*n*} — корни полинома знаменателя (их принято называть полюсами).

Известно, что полюсы и нули могут быть или вещественными, или комплексносопряженными.

Как уже отмечалось, при описании свойств фильтров обычно ориентируются на синусоидальные сигналы. При этом имеют в виду установившийся режим работы. В такой ситуации широко используют частотную передаточную функцию $T(j\omega)$, которую получают из обычной передаточной функции при использовании подстановки $S = j\omega$.

где *о* — круговая частота, рад/сек. Получаем:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = K \cdot \frac{(j\omega - z_1) \cdot (j\omega - z_2) \dots (j\omega - z_m)}{(j\omega - p_1) \cdot (j\omega - p_2) \dots (j\omega - p_n)}$$
(2).

Укажем три характеристики, которые широко используются для описания фильтров:

- амплитудно-частотная;
- фазочастотная;
- групповой задержки (группового времени задержки).

Амплитудно-частотная характеристика представляет собой зависимость вида

$$A(\omega) = |T(j\omega)|$$

Значение $A(\omega)$ на некоторой частоте дает отношение действующих (или амплитудных) значений сигналов на выходе и входе фильтра. На практике широко используют амплитудно-частотную характеристику в децибелах, которая представляет собой зависимость вида:

$$A_{\partial\delta}(\omega) = 20 \cdot \lg |T(j\omega)|$$
.

Фазочастотная характеристика — это зависимость вида

$$\varphi(\omega) = \arg(T(j\omega))$$
.

Значение $\varphi(\omega)$ на некоторой частоте является сдвигом по фазе выходной величины по отношению ко входной.

Характеристика времени задержки — это зависимость вида

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

Величина $\tau(\omega)$ — это время замедления (групповое). Оно характеризует сдвиг по времени выходной величины по отношению к входной.

Наиболее широко используют амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики. Характеристика времени задержки не несет принципиально новой информации по сравнению с фазочастотной характеристикой, но является весьма полезной и используется достаточно часто. Для уяснения роли времени замедления при анализе фильтров кратко рассмотрим проблему искажения формы сигнала, содержащего несколько гармоник, при прохождении его через фильтр. Напомним, что фильтр рассматривается как линейное устройство, поэтому речь идет не о нелинейных искажениях. Имеются в виду искажения, причиной которых является несовершенство фазочастотной характеристики фильтра.

Вначале рассмотрим фильтр с настолько совершенной фазочастотной характеристикой, что искажение формы сигнала отсутствует. Такая фазочастотная характеристика является линейной однородной функцией круговой частоты и определяется выражением

$$\varphi(\omega) = -k \cdot \omega ,$$

где k — постоянная положительная величина. Приведем соответствующий график (рис. 1.3, а). Пусть входным сигналом является напряжение $u_{\text{вх}}$, содержащее две гармоники (рис. 1.3, б):



Рис. 1.3. Иллюстрация линейной ФЧХ фильтра: а — линейная ФЧХ, б — сигнал, содержащий 2 гармонические составляющие с частотой *ω*₁ и 2·*ω*₁

Для первой гармоники фильтр обеспечивает сдвиг по фазе $\varphi_1(\omega) = -k \cdot \omega_1$, а для второй гармоники сдвиг по фазе будет равен $\varphi_2(\omega) = -k \cdot \omega_2$. Обозначим через T_1 и T_2 периоды соответственно первой и второй гармоник, а через f_1 и f_2 — их частоты. Определим сдвиги по времени t_1 и t_2 , соответствующие сдвигам по фазе φ_1 и φ_2 . Обратимся к первой гармонике. Для нее сдвиг по фазе -2π соответствует периоду T_1 , а сдвиг по фазе φ_1 соответствует искомому времени t_1 .

Составим пропорцию:

$$\frac{-2\cdot\pi}{\varphi_1} = \frac{T_1}{t_1}$$

отсюда:

$$t_{1} = \frac{\varphi_{1} \cdot T_{1}}{-2 \cdot \pi} = \frac{\varphi_{1} \cdot \frac{1}{f_{1}}}{-2 \cdot \pi} = \frac{\varphi_{1}}{-\omega_{1}} = \frac{-k\omega_{1}}{-\omega_{1}} = k .$$

Аналогично получаем

$$t_{2} = \frac{\varphi_{2} \cdot T_{2}}{-2 \cdot \pi} = \frac{\varphi_{2} \cdot \frac{1}{2f_{1}}}{-2 \cdot \pi} = \frac{-2 \cdot k \cdot \omega_{1}}{-2 \cdot \omega_{1}} = k$$

Таким образом, в рассматриваемом случае гармоники будут сдвинуты по времени на одну и ту же величину k и поэтому сигнал не будет искажен, т. е. форма его останется прежней. Но, естественно, выходной сигнал будет сдвинут относительно входного на время +k (в рассматриваемом случае выходной сигнал будет отставать от входного на время k).

Определим для рассматриваемого фильтра время замедления:

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = k.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае время замедления — это время, на которое выходной сигнал будет сдвинут относительно входного.

Если фазочастотная характеристика не будет линейной однородной функцией круговой частоты, то различные гармоники будут сдвинуты фильтром на различные отрезки времени, и поэтому форма сигнала, содержащего не одну гармонику, будет искажаться. Чем ближе фазочастотная характеристика некоторого фильтра к линейной однородной функции (и чем меньше значения времени замедления отличаются от некоторой константы), тем искажения будут меньше.

Поэтому при использовании систем автоматизированного проектирования (САПР) характеристику времени замедления часто выводят на экран компьютера и используют для оценки искажений сигналов фильтром. Время замедления называют также временем запаздывания и временем задержки.

Из изложенного следует, что частотные характеристики фильтра полностью определяются значением коэффициента *К* передаточной функции, а также значением ее нулей и полюсов. Нули и полюсы часто изображают в виде точек на плоскости комплексной частоты (s-плоскости), получая так называемую диаграмму нулей и полюсов. Такая диаграмма вместе с коэффициентом *К* несет полную информацию о частотных свойствах фильтра. Имея диаграмму нулей и полюсов, легко определить значения модуля и аргумента частотной передаточной функции, т. е. коэффициент усиления и сдвиг по фазе.

Допустим, что некоторый полюс p_{κ} расположен на s-плоскости так, как показано на рис. 1.4. Пусть круговая частота равна ω_I . Тогда для учета полюса p_k в знаменатель дроби, определяющей величину $|T(j\omega)|$, следует добавить сомножитель, равный длине вектора с началом в полюсе p_k и окончанием на мнимой оси с ординатой ω_I , а в алгебраическую сумму, определяющую величину $arg[T(j\omega)]$, следует добавить слагаемое $-\varphi_k$, где φ_k — угол, указанный на рисунке.



Рис. 1.4. Иллюстрация влияния полюса p_k на частотную характеристику фильтра

1.2. Классификация фильтров по виду их амплитудно-частотных характеристик

Рассмотрим основные типы фильтров, классифицируемых по виду амплитудно-

частотных характеристик.

Фильтры нижних частот. Для фильтров нижних частот (ФНЧ) характерно то, что входные сигналы низких частот, начиная с постоянных сигналов, передаются на выход, а сигналы высоких частот задерживаются.

Приведем примеры амплитудно-частотных характеристик фильтров нижних частот. На рис. 1.5, а показана характеристика идеального (не реализуемого на практике) фильтра (ее иногда называют характеристикой типа «кирпичная стена»). На других рисунках представлены характеристики реальных фильтров.

Полоса пропускания лежит в пределах от нулевой частоты до частоты среза ω_c . Обычно частоту среза определяют как частоту, на которой величина $A(\omega)$ равна 0,707 от максимального значения (т. е. меньше максимального значения на 3 дБ).



Рис. 1.5. АЧХ фильтров нижних частот

Полоса задерживания (подавления) начинается от частоты задерживания ω_3 и продолжается до бесконечности. В ряде случаев частоту задерживания определяют как частоту, на которой величина $A(\omega)$ меньше максимального значения на 40 дБ (т. е. меньше в 100 раз).

Между полосами пропускания и задерживания у реальных фильтров расположена переходная полоса. У идеального фильтра переходная полоса отсутствует.

Фильтры верхних частот. Фильтр верхних частот характерен тем, что он пропускает сигналы верхних и задерживает сигналы нижних частот.

Частотные характеристики фильтров верхних частот, как и характеристики фильтров нижних частот, многообразны в своих деталях.

Изобразим для иллюстрации две характеристики: идеальную, нереализуемую (рис. 1.6, а), и одну из типичных реальных (рис. 1.6, б). Через ω_c и ω_3 обозначены частоты среза и задерживания.



Рис. 1.6. АЧХ фильтров верхних частот

Полосовые фильтры (полосно-пропускающие). Полосовой фильтр пропускает сигналы одной полосы частот, расположенной в некоторой внутренней части оси частот. Сигналы с частотами вне этой полосы фильтр задерживает.

Изобразим амплитудно-частотную характеристику для идеального (нереализуемого) фильтра (рис. 1.7, а) и одну из типичных реальных характеристик (рис. 1.7, б). Через ω_{c1} и ω_{c2} обозначены две частоты среза, ω_0 — средняя частота. Она определяется выражением:



Рис. 1.7. АЧХ полосовых фильтров

Режекторные фильтры (полосно-заграждающие). Режекторные фильтры не пропускают (задерживают) сигналы, лежащие в некоторой полосе частот, и пропускают сигналы с другими частотами. Изобразим амплитудно-частотную характеристику для идеального (нереализуемого) фильтра (рис. 1.8, а) и одну из типичных реальных характеристик (рис. 1.8, б).



Рис. 1.8. АЧХ режекторных фильтров

Всепропускающие фильтры (фазовые корректоры). Эти фильтры пропускают сигналы любой частоты. Построим соответствующую амплитудно-частотную характеристику (рис. 1.9). Такие фильтры используются в электронных системах для того, чтобы

изменить с той или иной целью фазочастотную характеристику всей системы.



Рис. 1.9. АЧХ фазового корректора

Исходя из приведенного выше математического описания фильтров (см. (1), (2)), нетрудно сделать вывод, что ход амплитудно-частотной характеристики на достаточном удалении от полосы пропускания прямо определяется порядком фильтра. Этот факт хорошо иллюстрируют амплитудно-частотные характеристики, выполненные в логарифмическом масштабе. Рассмотрим указанные характеристики для некоторых фильтров различного порядка, имеющих одинаковые коэффициенты усиления на нулевой частоте, равные 100 (рис. 1.10).



Рис. 1.10. ЛАЧХ ФНЧ различных порядков

Из математического описания следует, что на достаточном расстоянии от полосы пропускания наклон характеристики равен -20n дБ/дек, где *n* — порядок фильтра. На-клон -20 дБ/дек означает, что увеличение частоты в 10 раз приводит к уменьшению ко-эффициента усиления в 10 раз, а наклон -40 дБ/дек означает, что увеличение частоты в 10 раз приводит к уменьшению коэффициента усиления в 100 раз.

Из изложенного следует, что если необходимо обеспечить более быстрое изменение коэффициента усиления на удалении от полосы пропускания, то следует увеличить порядок фильтра (но при этом схема фильтра усложняется).

1.3. Классификация фильтров по особенностям полиномов, входящих в передаточные функции

Рассмотрим эту классификацию на примере фильтров нижних частот. Свойства

фильтров сильно зависят от того, какими полиномами описываются их передаточные функции, или, другими словами, от того, как расположены нули и полюсы на комплексной плоскости. Указанные особенности математического описания определяют ход амплитудно-частотных характеристик в полосе пропускания и в переходной полисе. Ход характеристик на удалении от полосы пропускания, как уже отмечалось, определяется порядком фильтра.

На практике широко используются фильтры, отличающиеся характерными особенностями полиномов передаточных функций. Это фильтры Баттерворта, Чебышёва, Бесселя (Томсона).

Для фильтров Баттерворта характерно то, что полюсы лежат на полуокружности в левой половине s-плоскости. Полюсы фильтра Чебышёва расположены на части эллипса. Полюсы фильтра Бесселя расположены на окружности, центр которой находится на дейсвительной оси в правой полуплоскости. Сказанное иллюстрируется на рис. 1.11. Характер расположения полюсов определяет следующие особенности этих фильтров.

Фильтры Баттерворта характеризуются наиболее плоской амплитудно-частотной характеристикой в полосе пропускания. Это их достоинство. Но в переходной полосе указанные характеристики спадают плавно, недостаточно резко.

Фильтры Чебышёва отличаются резким спадом амплитудно-частотных характеристик в переходной полосе, но в полосе пропускания эти характеристики не являются плоскими.



Рис. 1.11. Расположение полюсов (нормированных по частоте среза) на комплексной плоскости для фильтров НЧ на основе различных полиномов

Фильтры Бесселя характеризуются очень пологими участками амплитудночастотных характеристик в переходной полосе, еще более пологими, чем у фильтров Баттерворта. Их фазочастотные характеристики достаточно близки к идеальным, соответствующим постоянному времени замедления, поэтому такие фильтры мало искажают форму входного сигнала, содержащего несколько гармоник.

Изобразим амплитудно-частотные характеристики фильтров указанных типов в различных масштабах (рис. 1.12, 1.13). Предположим, что все фильтры имеют одинаковый порядок и близкие коэффициенты усиления в полосе пропускания. Для того чтобы характеристики были особенно наглядными, воспользуемся линейным масштабом.







Рис. 1.13. АЧХ различных фильтров в линейном (а) и логарифмическом (б) масштабах: 1 — фильтр Бесселя, 2 — фильтр Баттерворта, 3 — фильтр Чебышева

Полезно выполнить сравнение типов фильтров и по их переходным характеристикам (т. е. во временной области). На рис. 1.12, б показаны типичные переходные характеристики фильтров, т. е. временные диаграммы выходных напряжений при подаче на вход скачка напряжения. Из рисунка следует, что во временной области фильтр Бесселя имеет наилучшие свойства, фильтр Чебышёва — наихудшие свойства, а фильтр Баттерворта по своим свойствам занимает промежуточное положение.

1.4. Подробная информация по типам фильтров

Идеальная форма АЧХ фильтров всех четырех типов показана на рис. 1.5-1.8, а. Однако такая идеальная (прямоугольная) форма АЧХ не может быть физически

реализована. Поэтому в теории аналоговых фильтров разработан ряд методов аппроксимации прямоугольных АЧХ. Функции, реализующие эти методы, будут рассмотрены ниже.

Кроме того, рассчитав ФНЧ, можно несложными преобразованиями изменить его частоту среза, превратить его в ФВЧ, полосовой либо режекторный фильтр с заданными параметрами. Поэтому расчет аналогового фильтра начинается с расчета так называемого фильтра-прототипа, представляющего собой ФНЧ с частотой среза, равной 1 рад/с. Далее применяются функции преобразования частоты среза и преобразования типов фильтров, которые также будут рассмотрены ниже.

1.4.1. Фильтр Баттерворта

Функция передачи фильтра-прототипа Баттерворта (Butterworth filter) не имеет нулей, а ее полюсы равномерно расположены на s-плоскости в левой половине окружности единичного радиуса (см. рис. 1.11).

Благодаря такому размещению полюсов формула для АЧХ фильтра Баттерворта оказывается очень простой:

$$|F(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^{2n}}}; \qquad |F(u)| = \frac{1}{\sqrt{1 + |U|^{2n}}} \tag{3},$$

где ω_c — частота среза (для фильтра-прототипа она равна 1 рад/с), *n* — порядок фильтра, а $U = j \cdot \frac{\omega}{\omega_c}$ — нормированная комплексная частота.

Несложно показать, что для того, чтобы модуль коэффициента передачи для звена 2-го порядка вычислялся согласно (3), нормированная комплексная передаточная функция ФНЧ должна быть следующей:

$$F(U) = \frac{1}{U^2 + \sqrt{2} \cdot U + 1}$$
(4).

Отметим, что здесь и далее для других типов фильтров, нормированная передаточная функция ФНЧ может рассматриваться и как передаточная функция ФНЧпрототипа F(s) с частотой среза $s_C = j\omega_c = 1$ рад/с.

Коэффициент передачи на нулевой частоте равен 1, а на частоте среза независимо от порядка фильтра составляет $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ≈0,707, что соответствует затуханию на -3 дБ. При $\omega \rightarrow \infty$ АЧХ стремится к нулю.

АЧХ фильтра Баттерворта (см. рис. 1.14, б) является максимально плоской при $\omega = 0$ и $\omega \rightarrow \infty$. Это означает, что в данных точках равны нулю 2n-1 производных АЧХ по частоте.

В целом АЧХ монотонно спадает от единицы до нуля при изменении частоты от ну-

ля до бесконечности.

На рис. 1.11 показано расположение полюсов фильтра Баттерворта 5-го порядка на комплексной плоскости, а нас рис. 1.14, б — АЧХ.



Рис. 1.14. Нормированные АЧХ фильтров нижних частот 5-го порядка

1.4.2. Фильтр Чебышева первого рода

Функция передачи фильтра Чебышева первого рода (*Chebyshev type I filter*) также не имеет нулей, а ее полюсы расположены в левой половине эллипса на s-плоскости (см. рис. 1.11, а).

АЧХ фильтра Чебышева первого рода описывается следующим образом:

$$|F(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)}}; \qquad |F(U)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n^2 (U)}} \tag{5}.$$

Здесь ω_{C} — частота среза (для фильтра-прототипа она равна 1 рад/с), $T_{n}(U)$ — полином Чебышева *n*-го порядка, *n* — порядок фильтра, ε — параметр, определяющий величину пульсаций АЧХ в полосе пропускания, ω_{C} — частота среза, $U = j \cdot \frac{\omega}{\omega_{C}}$ — нормированная комплексная частота.

Полином Чебышева $T_n(x)$ при x<1 колеблется в диапазоне -1... +1, а при x>1 неограниченно возрастает по абсолютной величине. Поэтому АЧХ фильтра Чебышева первого рода в полосе пропускания (при $|\omega| < \omega_C$) колеблется между значениями $\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$ и 1, а вне полосы пропускания (при $|\omega| > \omega_C$) монотонно затухает до нуля (см. рис. 1.14, в).

Коэффициент передачи на нулевой частоте равен 1 при нечетном порядке фильтра и $\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$ — при четном. На частоте среза коэффициент передачи фильтра равен 1

 $\frac{1}{\sqrt{1+arepsilon^2}}$, то есть уровню пульсаций АЧХ в полосе пропускания. При $\omega
ightarrow \infty$ АЧХ стремит-

ся к нулю.

По сравнению с фильтром Баттерворта того же порядка фильтр Чебышева обеспечивает более крутой спад АЧХ в области перехода от полосы пропускания к полосе задерживания.

Значение параметра є и уровень пульсаций R_p (в децибелах) связаны следующим образом:

$$R_{P} = 20 \cdot \lg(\sqrt{1 + \varepsilon^{2}}) = 10 \cdot \lg(1 + \varepsilon^{2}) \quad \partial \mathcal{B} ,$$
$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{R_{P}}{10}} - 1} .$$

При *∞*→∞ АЧХ фильтра Чебышева первого рода является максимально плоской.

О синтезе Чебышевских звеньев ФНЧ. Как видно из (5), полюсы коэффициента передачи чебышевского ФНЧ являются корнями уравнения:

$$1 + \varepsilon^2 T_n^2(U) = 0$$

Метод его решения довольно громоздок и с ним читатель можно ознакомиться в литературе. Практические расчеты выполняют так. Прежде всего вычисляют параметр:

$$a = \frac{1}{n} \cdot \operatorname{arsh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon} + \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2} + 1}\right).$$

Затем находят полюсы передаточной функции фильтра Баттерворта того же порядка и с той же частотой среза. Чтобы перейти к полюсам передаточной функции чебышевского фильтра, абсциссу каждого полюса фильтра Баттерворта умножают на sh(a), а ординату — на ch(a).

В то время как полюсы фильтра Баттерворта располагаются на единичной окружности, полюсы фильтра с чебышевской характеристикой лежат на эллипсе, уравнение которого в плоскости $s_{\mu} = \sigma_{\mu} + j\omega_{\mu}$ имеет вид:

$$\left(\frac{\sigma_{_{\scriptscriptstyle H}}}{sha}\right)^2 + \left(\frac{\omega_{_{\scriptscriptstyle H}}}{cha}\right)^2 = 1 \; .$$

Получив координаты полюсов, можно записать выражение передаточной функции чебышевского ФНЧ:

Найдем передаточную функцию чебышевского ФНЧ 2-го порядка с параметром

ε=1. Здесь

$$a = \frac{1}{2} \cdot \ln(1 + \sqrt{2}) = 0.4407.$$

Соответствующий фильтр Баттерворта имеет передаточную функцию с двумя полюсами (см. (4)):

$$U_{B1} = 0.707(-1+j), U_{B2} = 0.707(-1-j).$$

Абсциссы полюсов передаточной функции чебышевского фильтра будут равны — $0.707 \cdot \text{sh}(a) = -0.322$; ординаты полюсов составят $\pm 0.707 \cdot \text{ch}(a) = \pm 0.777$.

$$U_{41} = -0.322 + 0.777j, \quad U_{42} = -0.322 - 0.777j.$$

Передаточная функция нормированного чебышевского ФНЧ 2-го порядка с уровнем пульсаций 3 дБ (*ε*=1):

$$F(U) = \frac{0.70711}{U^2 + 0.64359 \cdot U + 0.70711}$$
(6).

Из этого примера видно, что переход от максимально-плоской к чебышевской характеристике осуществляется путем приближения полюсов к мнимой оси; перемещение их по вертикали незначительно. С физической точки зрения это означает, что колебательная система, образующая чебышевский фильтр, должна обладать меньшим затуханием.

На рис. 1.11 показано расположение на комплексной плоскости полюсов фильтра Чебышева первого рода 5-го порядка с уровнем пульсаций 0,5 дБ, а на рис. 1.14, в — его АЧХ и ФЧХ.

1.4.3. Фильтр Чебышева второго рода

Функция передачи фильтра Чебышева второго рода (Chebyshev type II filter), в от-

личие от предыдущих случаев, имеет и нули, и полюсы (рис. 1.15). Она связана с функцией передачи фильтра Чебышева первого рода следующим образом:

$$H_2(s) = 1 - H_1\left(\frac{1}{s}\right)$$

Здесь *H*₁(*s*) и *H*₂(*s*) — функции передачи фильтров-прототипов Чебышева первого и второго рода соответственно.



Рис. 1.15. Расположение полюсов и нулей инверсного фильтра Чебышева

Полюсы функции передачи фильтров- ^{нулеи инверсного фильтра чеоышева} прототипов Чебышева первого и второго рода (*s*_{1i}, *s*_{2i},...*s*_{Ni} и *s*₁, *s*₂, *s*_N соответственно) связаны друг с другом соотношением:

$$s_{1i} = \frac{1}{s_1};$$
 $s_{2i} = \frac{1}{s_2};$ $s_{Ni} = \frac{1}{s_N}.$

По этой причине фильтры Чебышева второго рода называют еще инверсными фильтрами Чебышева (inverse Chebyshev filter).

АЧХ фильтра Чебышева второго рода описывается следующим образом:

$$|K(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_i^2}{T_n^2\left(\frac{\omega_C}{\omega}\right)}}}; \qquad |K(U)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_i^2}{T_n^2\left(\frac{1}{|U|}\right)}}}; \qquad \varepsilon_i = \frac{1}{\varepsilon} \qquad (7).$$

Здесь ω_C — частота среза, $T_n(x)$ — полином Чебышева n-го порядка, n — порядок фильтра, ε_i — параметр, определяющий величину пульсаций АЧХ в полосе задерживания.

В результате указанного выше преобразования функции передачи АЧХ фильтра Чебышева второго рода ведет себя следующим образом: в полосе пропускания она монотонно затухает, а в полосе задерживания колеблется между нулем и значением

$$\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon_i^2}}$$
 (рис. 1.14, г).

ВНИМАНИЕ

Частотой среза фильтра Чебышева второго рода считается не конец полосы пропускания, а начало полосы задерживания.

Коэффициент передачи фильтра на нулевой частоте равен 1, на частоте среза — заданному уровню пульсаций в полосе задерживания. При *∞*→∞ коэффициент передачи равен нулю при нечетном порядке фильтра, и уровню пульсаций — при четном.

Значение параметра є и уровень пульсаций R_{S_i} (в децибелах) связаны следующим образом:

$$R_{S} = 20 \cdot \lg\left(\sqrt{1 + \varepsilon_{i}^{2}}\right) = 10 \cdot \lg\left(1 + \varepsilon_{i}^{2}\right) \partial E; \qquad \varepsilon_{i} = \sqrt{10^{\frac{R_{S}}{10}} - 1}.$$

При *ω=0* АЧХ фильтра Чебышева второго рода является максимально плоской.

На рис. 1.14, г показана АЧХ фильтра Чебышева второго рода 5-го порядка с уровнем пульсаций в полосе задерживания 20 дБ, на рис. 1.15 — расположение нулей и полюсов на комплексной плоскости.

1.4.4. Эллиптический фильтр

Эллиптические фильтры (фильтры Кауэра; английские термины — elliptic filter, Cauer filter) в некотором смысле объединяют в себе свойства фильтров Чебышева первого и второго рода, поскольку АЧХ эллиптического фильтра имеет пульсации заданной величины как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания (рис. 1.14, д). За счет этого удается обеспечить максимально возможную (при фиксированном порядке фильт-

ра) крутизну ската АЧХ, то есть переходной зоны между полосами пропускания и задерживания.

Функция передачи эллиптического фильтра имеет как полюсы, так и нули. Нули, как и в случае фильтра Чебышева второго рода, являются чисто мнимыми и образуют комплексно-сопряженные пары (рис. 1.16). Количество нулей функции передачи равно максимальному четному числу, не превосходящему порядка фильтра.

АЧХ эллиптического фильтра описывается следующей формулой:

$$|K(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 R_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_C}, L\right)}}$$
(8)

Здесь ω_{c} — частота среза, *n* — порядок фильтра, *R_n*(...) — эллиптическая функция Якоби *n*-го порядка, ε и *L* — параметры, определяющие величину пульсаций в полосах пропускания и задерживания.



Теория эллиптических функций очень сложна и здесь не рассматривается. Заметим только, что при вычислении полюсов передаточной функции необходимо обращаться к эллиптическим интегралам, для вычисления которых в программах синтеза фильтров используются численные методы.

На рис. 1.14, д приведена АЧХ эллиптического фильтра 5-го порядка с уровнем пульсаций в полосе пропускания 0,5 дБ и в полосе задерживания 20 дБ, а на рис. 1.16 — расположение нулей и полюсов на комплексной плоскости.

1.4.5. Фильтр Бесселя

В отличие от фильтров предыдущих типов, фильтры Бесселя (Bessel filter) не аппроксимируют прямоугольную АЧХ — их АЧХ (рис. 1.14, е) по форме близка к гауссовой кривой (точнее, стремится к ней с ростом порядка фильтра). Практическая ценность фильтров Бесселя определяется тем, что для них зависимость группового времени задержки от частоты является максимально гладкой в точке $\omega = 0$ и групповая задержка очень мало меняется в полосе пропускания.

Функция передачи фильтра Бесселя имеет только полюсы, лежащие на окружности с центром в положительной области вещественной оси (рис. 1.11). Сама функция передачи имеет следующий вид:

$$H(s) = \frac{d_0}{\sum_{k=0}^{n} d_k \cdot s^k}$$
(9).

Коэффициенты полинома знаменателя рассчитываются по следующей формуле:

$$d_{k} = \frac{(2n-k)!}{2^{n-k} \cdot k! \cdot (n-k)!}$$

Для нормированного ФНЧ Бесселя 2-го порядка несложно получить:

$$F(U) = \frac{3}{U^2 + 3 \cdot U + 3}$$
(10).

На рис. 1.11 показано расположение на комплексной плоскости нулей и полюсов фильтра Бесселя 5-го порядка, а на рис. 1.14, е — его АЧХ.

1.4.6. Преобразования фильтров-прототипов

Как показывают соотношения (4), (6), (10), общий вид передаточных характеристик нормированных ФНЧ 2-го порядка Батерворта, Чебышева и Бесселя:

$$F(U) = \frac{a}{U^2 + b \cdot U + c} \tag{11},$$

где a, b, c — действительные коэффициенты, имеющие определенные значения для каждого типа фильтра.

Следующий этап после расчета фильтра-прототипа — его преобразование с целью получения фильтра заданного вида с требуемыми частотами среза. Существует 4 типа преобразований ФНЧ-прототипа:

- изменение частоты среза ФНЧ (low-pass);
- преобразование ФНЧ в ФВЧ (high-pass);
- преобразование ФНЧ в полосовой фильтр (band-pass);
- преобразование ФНЧ в режекторный фильтр (band-stop).

Все эти функции могут преобразовывать фильтры, заданные двумя способами — в виде коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции передачи либо в пространстве состояний. Различаются эти два варианта по числу входных и выходных параметров.

Изменение частоты среза ФНЧ

Изменение частоты среза ФНЧ-прототипа сводится к простому масштабированию частотной оси и выполняется путем следующей замены переменной *s* в выражении для функции передачи:

$$s \leftarrow \frac{s}{\omega_c} = \frac{s}{2\pi F_c}$$

где *F_C* — требуемая частота среза ФНЧ.

Преобразование ФНЧ в ФВЧ

Преобразование ФНЧ-прототипа в ФВЧ требует инверсии частотной оси и выполняется путем следующей замены переменной *s* в выражении для функции передачи:

$$s \leftarrow \frac{\omega_C}{s} = \frac{2\pi F_C}{s}$$

где *w*_C — требуемая частота среза ФВЧ.

Рассмотрим преобразование звена НЧ фильтра 2-го порядка в ФВЧ для нормированной частоты *U*. В этом случае в нормированную характеристику ФНЧ (11) необходимо подставить вместо *U* — *1/U*:

$$F_{BY}(U) = \frac{a}{\frac{1}{U^2} + \frac{b}{U} + c} = \frac{a \cdot U^2}{c \cdot U^2 + b \cdot U + 1}$$
(12).

Преобразование ФНЧ в полосовой фильтр

Преобразование ФНЧ-прототипа в полосовой фильтр требует более сложной трансформации частотной оси, чем в предыдущих случаях. Так, нулевая и бесконечная частоты должны преобразовываться в бесконечное значение на частотной оси ФНЧ-прототипа (там, где его коэффициент передачи стремится к нулю). Частоты, соответствующие краям требуемой полосы пропускания, должны после преобразования давать значения ±1, равные частоте среза ФНЧ-прототипа. Наконец, преобразование должно выполняться с помощью дробно-рациональной функции, чтобы сохранить дробно-рациональную структуру функции передачи.

Перечисленным требованиям удовлетворяет следующая замена переменной s:

$$s \leftarrow Q \cdot \frac{\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^2 + 1}{\frac{s}{\omega_c}}$$

где $\omega_c = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$, $Q = \frac{\omega_c}{\omega_2 - \omega_1}$, ω_l и ω_2 — соответственно нижняя и верхняя гра-

ницы (круговые частоты) полосы пропускания фильтра. В терминологии программы МС8 $\omega_C = 2 \cdot \pi \cdot F_C$ $Q = \frac{F_C}{PB}$, где F_C центральная частота полосы пропускания в Гц, $PB=F_2-F_1$ — полоса пропускания фильтра в Гц.

ВНИМАНИЕ

Обратите внимание на то, что средняя частота полосы пропускания — это среднее геометрическое, а не среднее арифметическое частот среза: $\omega_{c} = \sqrt{\omega_{1}\omega_{2}}$.

Следует обратить внимание на то, что характеристики фильтра несимметричны — они сжаты слева и растянуты справа. Если проанализировать формулу замены переменной, использованную для преобразования ФНЧ в полосовой фильтр, окажется, что частоты, на которых коэффициент передачи имеет одинаковые значения, связаны соотношением $\omega_1 \omega_2 = \omega_C^2$. Поэтому графики станут симметричными, если использовать ло-

гарифмический масштаб по оси частот.

Асимметрия частотных характеристик проявляется тем сильнее, чем больше отношение граничных частот полосы пропускания фильтра.

Рассмотрим преобразование звена НЧ фильтра 1-го порядка для нормированной частоты *U* в полосовой фильтр 2-го порядка. В этом случае в нормированную характеристику ФНЧ необходимо подставить вместо $U - Q \cdot (U^2 + 1)/U$:

$$F_{H^{q_1}}(U) = \frac{1}{1+U} ; \quad F_{\Pi\Pi}(U) = \frac{1}{\frac{Q \cdot (U^2 + 1)}{U} + 1} = \frac{U/Q}{U^2 + \frac{1}{Q} \cdot U + 1} ;$$
$$F_{\Pi\Pi}(U) = \frac{U}{Q \cdot U^2 + U + Q}$$
(13).

Преобразование ФНЧ в режекторный фильтр

Для преобразования ФНЧ-прототипа в режекторный фильтр трансформация частотной оси должна быть обратной по отношению к предыдущему случаю. Нулевая и бесконечная частоты должны преобразовываться в нулевое значение на частотной оси ФНЧ-прототипа (там, где коэффициент передачи велик). Частоты, соответствующие краям требуемой полосы задерживания, должны после преобразования давать значения ±1, равные частоте среза ФНЧ-прототипа. Кроме того, некоторое значение частоты в полосе задерживания должно преобразовываться в бесконечность (там, где коэффициент передачи ФНЧ-прототипа стремится к нулю). Наконец, преобразование должно выполняться с помощью дробно-рациональной функции, чтобы сохранить дробнорациональную структуру функции передачи.

Перечисленным требованиям удовлетворяет следующая замена переменной s:

$$s \leftarrow \frac{\frac{s}{\omega_C}}{Q \cdot \left[\left(\frac{s}{\omega_C} \right)^2 + 1 \right]}$$

где $\omega_c = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$, $Q = \frac{\omega_c}{\omega_2 - \omega_1}$, ω_l и ω_2 — соответственно нижняя и верхняя гра-

ницы (круговые частоты) полосы задерживания фильтра. В терминологии программы MC8 $\omega_c = 2 \cdot \pi \cdot F_c$ $Q = \frac{F_c}{PB}$, где F_c центральная частота полосы пропускания в Гц, $PB = F_2 - F_1$ — полоса пропускания фильтра в Гц.

Все сказанное выше применительно к полосовым фильтрам о связи средней частоты с частотами среза и об асимметрии характеристик справедливо и для ре-жекторных фильтров. Рассмотрим преобразование звена НЧ фильтра 1-го порядка для нормированной частоты *U* в режекторный фильтр 2-го порядка. В этом случае в нормированную характеристику ФНЧ необходимо подставить вместо *U* — *Q*·*U*/(*U*²+1):

$$F_{H^{q_1}}(U) = \frac{1}{1+U} ; \quad F_{\Pi^3}(U) = \frac{1}{\frac{U}{Q \cdot (U^2 + 1)} + 1} = \frac{U^2 + 1}{U^2 + U/Q + 1} ;$$

$$F_{\Pi^3}(U) = \frac{U^2 + 1}{U^2 + U/Q + 1}$$
(14).

1.5. Особенности проектирования фильтров

1.5.1. Пассивные RLC-фильтры

Простые RC-фильтры верхних или нижних частот обеспечивают пологие характеристики коэффициента передачи с наклоном 20 дБ/декада после точки, соответствующей значению коэффициента передачи –3 дБ. Можно построить полосовой фильтр, соединяя каскадно фильтры верхних и нижних частот; при этом характеристики такого фильтра опять же имеют пологие «склоны» с наклоном 20 дБ/декада. Для многих целей такие фильтры вполне подходят, особенно в тех случаях, когда сигнал, который должен быть подавлен, далеко сдвинут по частоте относительно желательной полосы пропускания. В качестве примеров можно указать шунтирование радиочастотных сигналов в схемах усиления звуковых частот, «блокирующие» конденсаторы для исключения постоянной составляющей и разделение модулирующей и несущей частот.

Однако часто возникает необходимость в фильтрах с более плоским участком характеристики в полосе пропускания и более крутыми склонами. Такая потребность существует всегда, когда надо отфильтровать сигнал от близкой по частоте помехи. Немедленно возникает следующий очевидный вопрос: можно ли (соединяя каскадно одинаковые фильтры, скажем, нижних частот), получить аппроксимацию идеальной характеристики фильтра нижних частот типа «кирпичная стена»?

Простое каскадное соединение не дает результата без ухудшения общей характеристики, так как входное сопротивление каждого звена будет служить существенной нагрузкой для предыдущего звена. Но если поставить буферы между всеми звеньями (или сделать полное входное сопротивление каждого звена намного выше, чем у предыдущего) то, казалось бы, можно добиться желаемого эффекта. Тем не менее, ответ на поставленный вопрос будет отрицательным. Соединенные каскадно RC-фильтры действительно дадут суммарную характеристику с крутым наклоном, но «излом» этой амплитудно-частотной характеристики не будет резким. Это можно сформулировать так: из многих плавных перегибов не сделать одного крутого. Чтобы проиллюстрировать этот вывод, можно промоделировать с помощью, скажем MICROCAP-8, подобные фильтры, применяя в качестве развязывающего звена, например линейный ИНУН.

Фильтры, построенные из конденсаторов и катушек индуктивности, могут иметь

очень хорошие характеристики. Примером этого может служить параллельный резонансный LC-контур. Введение в конструкцию катушек индуктивности дает возможность создать фильтр с любой желаемой близостью участка характеристики в полосе пропускания к горизонтальной прямой в сочетании с резкостью переходной области и крутизной спада вне полосы пропускания. На рис. 1.17 приведен в качестве примера телефонный фильтр и его частотные характеристики (АЧХ, ФЧХ, групповая задержка).



Рис. 1.17. Телефонный фильтр и его характеристики

Очевидно, что введение катушек индуктивности в схему дает некий магический эффект, который без них не может быть достигнут. По терминологии теории цепей, эта магия заключается в наличии «внеосевых полюсов». Тем не менее, сложность фильтра возрастает по мере ужесточения требований к горизонтальности и плавности амплитудно-частотной характеристики в полосе пропускания и к крутизне спада вне ее, приводя к увеличению числа элементов по сравнению с предыдущим фильтром. Переходная и фазочастотная характеристики, вообще говоря, также ухудшаются по мере приближения амплитудно-частотной характеристики к идеальной прямоугольной форме (кирпичной стене).

Синтез фильтров из пассивных элементов (R, L, C) — хорошо исследованная область. Единственной проблемой является то, что катушки индуктивности как элемент схемы часто оставляют желать лучшего. Они нередко бывают дорогими и громоздкими, их характеристики далеки от идеала, поскольку имеют значительное последовательное сопротивление, вызывающее потери. Кроме того, имеются и другие недостатки, такие, как нелинейность характеристики $\Psi(i)$, распределенная межвитковая емкость обмотки и чувствительность к магнитным помехам.

Следовательно, нужно найти способ построения фильтров без катушек индуктивности с характеристиками идеальных RLC-фильтров

При использовании в качестве элемента схемы фильтра ОУ можно синтезировать характеристику любого RLC-фильтра без применения катушек индуктивности. Такие безиндуктивные фильтры известны под названием «активные фильтры» из-за наличия в их схеме активного элемента (усилителя).

Активные фильтры можно использовать для реализации фильтров нижних и верхних частот, полосовых и полосно-заграждающих фильтров. При этом можно выбирать тип фильтра в зависимости от наиболее важных заданных свойств характеристики, таких, как: максимальная равномерность усиления в полосе пропускания, крутизна переходной области или независимость времени запаздывания от частоты (см. предыдущий подраздел). Кроме того, можно построить как «всепропускающие фильтры» с плоской амплитудно-частотной характеристикой, но нестандартной фазочастотной характеристикой (они также известны как «фазовые корректоры»), так и наоборот — фильтр с постоянной групповой задержкой, но с произвольной амплитудно-частотной характеристикой.

Конвертеры отрицательного полного составления и гираторы. Есть два интересных схемных элемента, которые следует упомянуть: это — конвертер отрицательного полного сопротивления (КОС) и гиратор. Эти устройства могут имитировать свойства катушек индуктивности, хотя в них кроме ОУ используются только конденсаторы и резисторы.

Раз это так, то мы можем делать безиндуктивные фильтры с идеальными свойствами RLC-фильтра — это является одним из способов реализации активных фильтров.

КОС преобразует полное комплексное сопротивление в ему противоположное (т. е. с обратным знаком), в то время как **гиратор** преобразует полное сопротивление в обратное (т.е. емкость в индуктивность).



Рис. 1.18. Конвертер отрицательного сопротивления



$$I_{IN} = \frac{U_{IN} - U_{OUT}}{R}; \quad U_{IN} = \frac{U_{OUT} \cdot Z}{Z + R};$$

$$I_{IN} = \frac{U_{OUT} \cdot Z - U_{OUT} \cdot (Z + R)}{R \cdot (Z + R)}; \quad I_{IN} = \frac{-U_{OUT}}{(Z + R)};$$

$$Z_{IN} = \frac{U_{IN}}{I_{IN}};$$

$$Z_{\rm IN} = \frac{U_{\rm OUT} \cdot Z}{Z+R} \cdot \frac{Z+R}{-U_{\rm OUT}}; \qquad \qquad Z_{\rm OUT} = -Z. \label{eq:ZIN}$$

Покажем, что схема на рис. 1.19 есть гиратор, в частности, что $Z_{IN} = R^2/Z$. Её можно рассматривать как набор делителей напряжения, начиная справа:

$$Z_{IN} = -\left(R + \frac{-R \cdot (R+Z)}{-R+R+Z}\right) = -\frac{R \cdot Z - R^2 - R \cdot Z}{Z} \qquad Z_{IN} = \frac{R^2}{Z}$$



Рис. 1.19. Гиратор

Таким образом, схема с 2-мя КОС превращает конденсатор в «обратную» катушку индуктивности:

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}; \quad Z_{IN} = j\omega CR^2.$$

Т.е. ток через конденсатор опережает приложенное напряжение, а его полное сопротивление имеет неправильную частотную зависимость (при возрастании частоты оно не растет, а убывает). Гиратор же, напротив, превращает конденсатор в чисто индуктивный элемент, индуктивность которого:

$$L = C \cdot R^2$$

Существование гиратора делает интуитивно ясным тот факт, что можно построить безиндуктивный фильтр, имитирующий любой фильтр, использующий катушки индуктивности: просто заменить каждую катушку «гиратированным» конденсатором. Такое применение гираторов вполне корректно, и ранее упомянутый телефонный фильтр построен именно таким способом. Кроме того, простая вставка гираторов в существующие RLC-схемы позволяет создавать много иных структур фильтров. На рис. 1.20. показана схема гиратора на ОУ на основе структуры 1.19.



Рис. 1.20. Гиратор на основе двух ОУ и его частотные характеристики

1.5.2. Схемы активных фильтров

Известны очень хитроумные конструкции активных фильтров, каждый из которых используется для того, чтобы в качестве характеристики фильтра получить нужную функцию, как, например, функции Баттерворта, Чебышева и др. Возникает вопрос: зачем вообще нужно больше одной схемы активного фильтра? Причина состоит в том, что каждая схемная реализация является наилучшей в смысле тех или иных желательных свойств, и поэтому «абсолютно лучшей» схемы активного фильтра не существует.

Некоторые свойства, желательные для» схемы активного фильтра, таковы:

а) малое число элементов, как активных, так и пассивных;

б) легкость регулировки;

в) малое влияние разброса параметров элементов, в особенности значений емкостей конденсаторов;

г) отсутствие жестких требований к применяемому операционному усилителю, в особенности требований к скорости нарастания, ширине полосы пропускания и полному выходному сопротивлению;

д) возможность создания высокодобротных фильтров;

е) нечувствительность характеристик фильтра по отношению к параметрам элементов и коэффициенту усиления ОУ (в частности, произведению коэффициента усиления на ширину полосы пропускания).

По многим причинам последнее свойство является одним из наиболее важных. Фильтр, который требует соблюдения высокой точности значений параметров элементов, трудно настраивать, и по мере старения элементов настройка теряется. Кроме того, дополнительной неприятностью является требование использовать элементы с малым допуском значений параметров. Схема фильтра на ИНУН (источник напряжения, управляемый напряжением или фильтр Саллена-Ки) обязана широкой популярностью в основном своей простоте и малому числу деталей. Однако эта схема страдает недостатком, а именно высокой чувствительностью к изменениям значения параметров элементов.

Для сравнения: более сложные гиратороподобные схемы нечувствительны к малым изменениям параметров элементов.

Далее будет рассмотрено несколько схем для реализации фильтров нижних и верхних частот, а также полосовых фильтров.

Начнем же с популярного фильтра Саллена-Ки (или ИНУН) и звеньев MFB, затем рассмотрим построение полосовых фильтров на основе метода переменных состояния, выпускаемых в виде интегральных схем различными фирмами-изготовителями, и наконец, упомянем о двойном Т-образном фильтре с высоким избирательным подавлением («фильтр-пробка») и о реализации фильтров на переключаемых конденсаторах.

При проектировании фильтров высокого порядка *n* часто используют следующий подход. Вначале будем считать, что *n* — четное число. Передаточную функцию *T*(*s*) представляют в виде произведения сомножителей, причем каждый сомножитель является передаточной функцией второго порядка:

$$T(s) = \prod_{i=1}^{\frac{n}{2}} T_i(s) \, .$$

При этом фильтр порядка *n* строится как схема, состоящая из каскадов в количестве n/2, причем каждый каскад является фильтром второго порядка и соответствует определенному сомножителю T(s). Часто используют одну и ту же базовую схему для всех каскадов. Параметры элементов этой схемы (сопротивления резисторов и емкости конденсаторов) для каждого *i*-го каскада определяют так, чтобы каскад описывался передаточной функцией $T_i(s)$. В общем случае параметры элементов различных каскадов различны. Если число *n* нечетное, то в схему фильтра дополнительно включают один каскад, являющийся цепью первого порядка (RC-цепь с буферным усилителем).

1.6. Звенья схем активных фильтров

Приведем в качестве примера несколько схем фильтров второго порядка.

1.6.1. Звенья Саллена-Ки

Вначале изобразим обобщенное звено 2-го порядка Саллена-Ки, представленное на рис. рис. 1.21. Схемы фильтров на основе этого звена используются в программе МС8 при синтезе активных фильтров.

Несложно показать (используя свойства идеального ОУ), что на постоянном токе (и на НЧ) коэффициент усиления ФНЧ (рис. 1.22):

$$K = 1 + \frac{\left(K - 1\right) \cdot R}{R} = K \,,$$

где K — величина, определяющая сопротивление в цепи обратной связи $(K-1) \cdot R$ (рис. 1.22).

Найдем комплексную передаточную функцию рассматриваемого звена в общем виде (рис. 1.21). Учитывая, что в идеальном ОУ входы тока не потребляют и разность потенциалов на входах стремится к нулю, можно записать:



Рис. 1.21. Обобщенная схема звена 2-го порядка Саллена-Ки

$$\frac{U_{IN} - U_A}{Z_1} = \frac{U_A}{Z_2} + \frac{U_A - U_{OUT}/K}{Z_3} + \frac{U_A - U_{OUT}}{Z_5} \Longrightarrow$$
$$U_{IN} = U_A \cdot \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_3} + \frac{Z_1}{Z_5}\right) - U_{OUT} \cdot \left(\frac{Z_1}{K \cdot Z_3} + \frac{Z_1}{Z_5}\right);$$

$$U_{IN} = \frac{U_{OUT}}{K} \cdot \left(\frac{Z_3}{Z_4} + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_3} + \frac{Z_1}{Z_5}\right) - \frac{U_{OUT}}{K} \cdot \left(\frac{Z_1}{Z_3} + \frac{K \cdot Z_1}{Z_5}\right);$$

$$U_{OUT} = \frac{K \cdot U_{IN}}{\left(\frac{Z_3}{Z_4} + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_1}{Z_3} + \frac{Z_1}{Z_5}\right) - \left(\frac{Z_1}{Z_3} + \frac{K \cdot Z_1}{Z_5}\right)} \quad u_{IU}$$

$$T_{SK}(s) = \frac{K}{\left(\frac{Y_4}{Y_3} + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{Y_2}{Y_1} + \frac{Y_3}{Y_1} + \frac{Y_5}{Y_1}\right) - \left(\frac{Y_3}{Y_1} + \frac{K \cdot Y_5}{Y_1}\right)} \quad (15).$$

Теперь рассмотрим схему фильтра нижних частот на основе рассматриваемого звена (см. рис. 1.22). Учтем значения комплексных сопротивлений (проводимостей) в рассматриваевом звене:



Рис. 1.22. ФНЧ 2-го порядка Саллена-Ки

$$Y_1 = \frac{1}{R_1}; \quad Y_2 = 0; \quad Y_3 = \frac{1}{R_2}; \quad Y_4 = s \cdot C_1; \quad Y_5 = s \cdot C_2.$$

$$U_{OUT} = \frac{K \cdot U_{IN}}{\left(sC_1R_2 + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + sC_2R_1\right) - \left(\frac{R_1}{R_2} + sC_2R_1K\right)};$$

$$T_{SKHY}(s) = \frac{K}{\left(sC_1R_2 + 1\right)\cdot\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + sC_2R_1\right) - \left(\frac{R_1}{R_2} + sC_2R_1K\right)}, \text{ сравните } c (11).$$

При увеличении частоты входного сигнала напряжение на выходе уменьшается. Укажем две причины этого уменьшения. Во-первых, уменьшается напряжение на неинвертирующем входе (т. е. на емкости C_1) из-за уменьшения модуля комплексного сопротивления емкости C_1 . Во-вторых, уменьшается напряжение и из-за того, что модуль комплексного сопротивления емкости C_2 уменьшается и через эту емкость с выхода усилителя в точку «а» подается ток, который значительно сдвинут по фазе относительно напряжения u_{ex} .

Далее рассмотрим схему фильтра верхних частот (рис. 1.23). На высоких частотах коэффициент усиления фильтра равен K. Рассмотренные фильтры могут составлять основу фильтров Баттерворта, Чебышёва, Бесселя или фильтров другого типа в зависимости от параметров резисторов R_1 и R_2 и и конденсаторов C_1 и C_2 .



Рис. 1.23. ФВЧ 2-го порядка Саллена-Ки

$$Y_1 = sC_1; \quad Y_2 = 0; \quad Y_3 = sC_2; \quad Y_4 = \frac{1}{R_2}; \quad Y_5 = \frac{1}{R_1}.$$

$$U_{OUT} = \frac{K \cdot U_{IN}}{\left(\frac{Y_4}{Y_3} + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{Y_2}{Y_1} + \frac{Y_3}{Y_1} + \frac{Y_5}{Y_1}\right) - \left(\frac{Y_3}{Y_1} + \frac{K \cdot Y_5}{Y_1}\right)}.$$

$$U_{OUT} = \frac{K \cdot U_{IN}}{\left(\frac{1}{sC_2R_2} + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{C_2}{C_1} + \frac{1}{sC_1R_1}\right) - \left(\frac{C_2}{C_1} + \frac{K}{sC_1R_1}\right)}$$

$$U_{OUT} = \frac{K \cdot U_{IN} \cdot s^2}{\left(\frac{1}{C_2 R_2} + s\right) \cdot \left(\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) \cdot s + \frac{1}{C_1 R_1}\right) - \left(\frac{C_2}{C_1} s^2 + \frac{Ks}{C_1 R_1}\right)}.$$

$$T_{SKBY}(s) = \frac{K \cdot s^2}{s^2 + s\left(\frac{1}{C_2 R_2} + \frac{1}{C_1 R_2} + \frac{1 - K}{C_1 R_1}\right) + \frac{1}{C_2 C_1 R_2 R_1}}, cpa$$

сравните с (12).



Рис. 1.24. Полосовые фильтры 2-го порядка: Саллена-Ки

Для полосового фильтра схемы рис. 1.24, а:

$$\begin{split} Y_{1} &= \frac{1}{R_{1}}; \quad Y_{2} = 0; \quad Y_{3} = sC_{1}; \quad Y_{4} = \frac{1}{R_{3}} + sC_{2}; \quad Y_{5} = \frac{1}{R_{2}}. \\ U_{OUT} &= \frac{K \cdot U_{IN}}{\left(\frac{Y_{4}}{Y_{3}} + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{Y_{2}}{Y_{1}} + \frac{Y_{3}}{Y_{1}} + \frac{Y_{5}}{Y_{1}}\right) - \left(\frac{Y_{3}}{Y_{1}} + \frac{K \cdot Y_{5}}{Y_{1}}\right); \\ U_{OUT} &= \frac{K \cdot U_{IN}}{\left(\frac{1}{sC_{1}R_{3}} + \frac{C_{2}}{C_{1}} + 1\right) \cdot \left(1 + sC_{1}R_{1} + \frac{R_{1}}{R_{2}}\right) - \left(sC_{1}R_{1} + K\frac{R_{1}}{R_{2}}\right); \\ \hline T_{SKITI}(s) &= \frac{K \cdot s}{\left(\frac{1}{C_{1}R_{3}} + s\left(\frac{C_{2}}{C_{1}} + 1\right)\right) \cdot \left(1 + sC_{1}R_{1} + \frac{R_{1}}{R_{2}}\right) - \left(s^{2}C_{1}R_{1} + s \cdot K\frac{R_{1}}{R_{2}}\right)}, cp. c (13). \end{split}$$

Для полосового фильтра схемы рис. 1.24, б:

$$Y_1 = \frac{1}{R_1};$$
 $Y_2 = \frac{1}{R_6} + sC_1;$ $Y_3 = sC_2;$ $Y_4 = \frac{1}{R_2};$ $Y_5 = \frac{1}{R_5}$

30

$$U_{OUT} = \frac{K \cdot U_{IN}}{\left(\frac{Y_4}{Y_3} + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{Y_2}{Y_1} + \frac{Y_3}{Y_1} + \frac{Y_5}{Y_1}\right) - \left(\frac{Y_3}{Y_1} + \frac{K \cdot Y_5}{Y_1}\right)};$$

$$U_{OUT} = \frac{K \cdot U_{IN}}{\left(\frac{1}{sC_2R_2} + 1\right) \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_6} + sC_1R_1 + sC_2R_1 + \frac{R_1}{R_5}\right) - \left(sC_2R_1 + K\frac{R_1}{R_5}\right)};$$

$$\overline{I_{SK II2}(s)} = \frac{K \cdot s}{\left(\frac{1}{C_2R_2} + s\right) \cdot \left(sR_1(C_1 + C_2) + \left(1 + \frac{R_1}{R_6} + \frac{R_1}{R_5}\right)\right) - \left(s^2C_2R_1 + s \cdot K\frac{R_1}{R_5}\right)}, cp. c (13).$$



Рис. 1.25. Режекторное звено Саллена-Ки

$$\frac{U_{IN} - U_A}{R_1} = \frac{U_A - U_{OUT}}{X_{C1}} + \frac{U_A - U_{OUT}/K}{R_5} \qquad \frac{U_{IN} - U_B}{X_{C2}} = \frac{U_B}{R_2} + \frac{U_B - U_{OUT}/K}{X_{C3}} \Rightarrow$$

$$U_A = \frac{U_{IN}}{1 + R_1/X_{C1} + R_1/R_5} + \frac{U_{OUT}}{K} \cdot \frac{K/X_{C1} + 1/R_5}{1/R_1 + 1/X_{C1} + 1/R_5};$$

$$U_B = \frac{U_{IN}}{1 + X_{C2}/R_2 + X_{C2}/X_{C3}} + \frac{U_{OUT}}{K} \cdot \frac{1}{X_{C3}/X_{C2} + X_{C3}/R_2 + 1};$$

$$\frac{U_A - U_{OUT}/K}{R_5} + \frac{U_B - U_{OUT}/K}{X_{C3}} = \frac{U_{OUT}}{K} \cdot \left(\frac{1}{X_{C4}} + \frac{1}{R_6}\right);$$

$$U_{OUT} = \frac{K \cdot \left(\frac{U_A}{R_5} + \frac{U_B}{X_{C3}}\right)}{\frac{1}{X_{C3}} + \frac{1}{X_{C4}} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_5}};$$

$$T(s) = K \cdot \frac{\frac{1}{R_1 + R_5 + s \cdot R_1 R_5 C_1} + \frac{s^2 \cdot C_2 C_3}{s \cdot (C_2 + C_3) + 1/R_2}}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + s \cdot (C_3 + C_4) - \frac{s \cdot K C_1 + 1/R_5}{R_5/R_1 + s \cdot C_1 R_5 + 1} - \frac{s^2 C_3^2}{1/R_2 + s \cdot (C_2 + C_3)}}$$

1.6.2. **Звенья** MFB Multiple Feedback

Приведем в качестве примера еще 3 схемы фильтров второго порядка со сложной отрицательной обратной связью или MFB-звенья 2-го порядка, как они называются в программе MICROCAP-8.



Рис. 1.26. Обобщенное звено MFB 2-го порядка

Вначале изобразим обобщенное MFB звено 2-го порядка, представленное на рис. рис. 1.26 Схемы фильтров на основе этого звена также используются в программе MC8 при синтезе активных фильтров. Используя свойства идеального ОУ, можно записать:

$$\frac{U_{A}}{Z_{4}} = -\frac{U_{OUT}}{Z_{5}} \implies U_{A} = -\frac{Z_{4}}{Z_{5}}U_{OUT}$$

$$\frac{U_{IN} - U_{A}}{Z_{1}} = \frac{U_{A}}{Z_{3}} + \frac{U_{A} - U_{OUT}}{Z_{2}} + \frac{U_{A}}{Z_{4}} \implies$$

$$\implies U_{IN} = U_{A} \cdot \left(1 + \frac{Z_{1}}{Z_{3}} + \frac{Z_{1}}{Z_{2}} + \frac{Z_{1}}{Z_{4}}\right) - U_{OUT} \cdot \frac{Z_{1}}{Z_{2}};$$

$$U_{IN} = -U_{OUT} \cdot \frac{Z_{4}}{Z_{5}} \cdot \left(1 + \frac{Z_{1}}{Z_{3}} + \frac{Z_{1}}{Z_{2}} + \frac{Z_{1}}{Z_{4}}\right) - U_{OUT} \cdot \frac{Z_{1}}{Z_{2}};$$

$$U_{OUT} = \frac{-U_{IN}}{\frac{Z_{4}}{Z_{5}} \cdot \left(1 + \frac{Z_{1}}{Z_{3}} + \frac{Z_{1}}{Z_{4}}\right) + \frac{Z_{1}}{Z_{2}}} = \frac{-U_{IN}}{\frac{Y_{5}}{Y_{4}} \cdot \left(1 + \frac{Y_{3}}{Y_{1}} + \frac{Y_{2}}{Y_{1}} + \frac{Y_{4}}{Y_{1}}\right) + \frac{Y_{2}}{Y_{1}}} \quad unu$$

$$\boxed{T_{MFB}(s) = \frac{-Y_{I}Y_{4}}{Y_{5} \cdot (Y_{1} + Y_{2} + Y_{3} + Y_{4}) + Y_{2}Y_{4}}} \qquad (16)$$



Рис. 1.28. Звено ФВЧ MFB 2-го порядка

$$\begin{split} T_{MFB}(s) &= \frac{-Y_1Y_4}{Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_2Y_4} \\ Y_1 &= sC_1 \quad Y_2 = sC_3 \quad Y_3 = \frac{1}{R_2} \quad Y_4 = sC_2 \quad Y_5 = \frac{1}{R_1} \\ T_{MFBB''}(s) &= \frac{-s^2C_1C_2}{\frac{1}{R_1}(sC_1 + sC_2 + sC_3 + 1/R_2) + s^2C_2C_3} \\ \hline T_{MFBB''}(s) &= \frac{-s^2C_1C_2R_1R_2}{s^2C_2C_3R_1R_2 + sR_2(C_1 + C_2 + C_3) + 1}, \ cpabhume \ c \ (12) \end{split}$$

33



Рис. 1.29. Звено полосового фильтра MFB 2-го порядка

$$\begin{split} T_{MFB}(s) &= \frac{-Y_1Y_4}{Y_5 \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_2Y_4};\\ Y_1 &= \frac{1}{R_3} \quad Y_2 = sC_1 \quad Y_3 = \frac{1}{R_1} \quad Y_4 = sC_2 \quad Y_5 = \frac{1}{R_2};\\ T_{MFBII}(s) &= \frac{-sC_2/R_3}{\frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{R_3} + sC_1 + \frac{1}{R_1} + sC_2\right) + s^2C_1C_2};\\ \hline T_{MFBII}(s) &= \frac{-sC_2R_1R_2}{s^2C_1C_2R_1R_2R_3 + sR_1R_3(C_1 + C_2) + R_1 + R_3}, cpabhume c (13). \end{split}$$

Кроме рассмотренных звеньев программа синтеза фильтров использует и другие звенья 2-го порядка, включающие 3-4 ОУ. Это звенья: Toy-Tomaca и Toy-Tomaca 2 (Tow-Thomas), Флейшера-Toy (Fleischer-Tow), KHN, Acker-Mossberg (Аккер-Моссберга), DABP (Dual Amplifier Band Pass). Их можно исследовать самостоятельно, используя при этом встроенный в программу MC-8 модуль синтеза активных фильтров.

1.6.3. Фильтры, построенные на основе метода переменных состояния

Изображенный на рис. 1.30, а двухполюсный фильтр куда более сложен по сравнению с фильтрами на ИНУН, но он широко применяется благодаря повышенной устойчивости и легкости регулировки. Он называется *фильтром на основе метода переменных состояния*. Этот фильтр выпускается в виде интегральной схемы фирмами National (AF100 и AF150), Burr-Brown (серия UAF) и другими. Поскольку этот фильтр является готовым модулем, то все элементы у него встроенные, за исключением резисторов RG, RQ и двух RF. Среди прочих достоинств этой схемы следует отметить возможность путем коммутации выходов получать из одной схемы фильтры верхних и нижних частот, а также полосовой фильтр (см. рис. 1.30, б). Кроме того, частоту фильтра можно регулировать при неизменном значении добротности Q (или неизменной полосе пропускания по выбору) характеристики в полосе пропускания. Как при работе с фильтрами на ИНУН,

34

несколько секций могут быть соединены каскадно для создания фильтров более высоких порядков.



Рис. 1.30. Фильтр на основе метода переменных состояния (а), и его частотные характеристики (б)

Изготовители этих интегральных схем предлагают для пользователей подробные расчетные формулы и таблицы. Они дают рекомендации по выбору номиналов сопротивлений внешних резисторов для получения фильтров Баттерворта, Бесселя и Чебышева разных порядков; при этом можно получать фильтры с характеристиками верхних, нижних частот яда полосовые и полосноподавляющие. Привлекательной особенностью этих гибридных схем является то, что в модуль встроены конденсаторы; так что остается добавить только внешние резисторы.

Модуль синтеза активных фильтров MC8 использует подобное звено 2-го порядка ППФ, которое называется KHN. Отличие его от рассмотренного выше (см. рис. 1.30) состоит в том, что в звене KHN сигнал подключается к левому выводу резистора R_Q , а резистор R_G — отсутствует.

1.6.4. Биквадратные фильтры

Наиболее близко к фильтру на основе метода переменных состояния примыкает изображенный на рис. 1.31 так называемый биквадратный фильтр (или звено Флейшера-Toy — Fleischer-Tow). В этой схеме также используются три ОУ и ее можно сконструировать с помощью упомянутой ранее ИС на основе метода переменных состояния. Замечательным свойством такого фильтра является возможность регулировки его частоты (с помощью R_F) при сохранении постоянства ширины полосы пропускания (это предпочтительнее, чем сохранение неизменности добротности Q).

Формулы для расчета этого фильтра:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot R_F C}; \qquad BW = \frac{1}{2\pi \cdot R_B C}; \qquad G = \frac{R_B}{R_G}$$

Сама добротность Q определяется как f_0/BW и равна R_B/R_F . При изменении значения центральной частоты (с помощью R_F) пропорционально изменяется и добротность Q, при этом сохраняется неизменной ширина полосы пропускания f_0/Q .



Рис. 1.31. Биквадратный фильтр (а), и его частотные характеристики (б)

Когда вы проектируете биквадратный фильтр вчерновую (правильнее использовать ИС активного фильтра, которая уже содержит большинство необходимых элементов), то основная методика определяется следующим образом:

1. Выбирается ОУ с шириной полосы пропускания Δf_i , которая по крайней мере в 10-20 раз превышает $G_i f_0$.

2. Подбирается округленный номинал конденсатора, ближайший к следующему значению *С* — *10/f₀* мкФ.

3. Исходя из требуемого значения центральной рассчитывается значение сопротивления *R_F* согласно приведенному выше первому уравнению.

4. Вычисляется по 2-ой формуле по заданному значению ширины полосы пропускания номинал сопротивления R_B .

5. Исходя из требуемого коэффициента передачи на центральной частоте полосы пропускания из третьей формулы вычисляется значение сопротивления *R*_{*G*}.

Если расчетные значения сопротивлений получаются слишком велики или слишком малы, что неудобно в некоторых случаях, то можно подобрать другой номинал конденсатора. Например в высокодобротном фильтре потребуется использовать увеличенное значение конденсатора C, отчасти для того, чтобы предотвратить существенное увеличение значение сопротивления R_B . Следует отметить, что каждое из сопротивлений R_F , R_B и R_G является нагрузкой для ОУ и, следовательно, их значение не должно становиться меньше, скажем, 5 кОм.

Полосовые фильтры высокого порядка. Как и для рассмотренных ранее фильтров нижних и верхних частот имеется возможность проектировать полосовые фильтры более высоких порядков с приблизительно плоской полосой пропускания и крутым переходом к полосе задерживания.

Это можно сделать с помощью каскадного соединения нескольких полосовых фильтров более низкого порядка, комбинируя их таким образом, чтобы обеспечить характеристику фильтра требуемого вида (Баттерворта, Чебышева и любые другие). Как и раньше фильтр Баттерворта имеет «максимально плоскую» характеристику, в то время
как фильтр Чебышева удовлетворяет требованиям плоской характеристики в полосе пропускания при крутых скатах (переходной области). Только что рассмотренные полосовые схемы, такие как фильтры на ИНУН, биквадратные фильтры и фильтры на основе метода переменных состояния, являются фильтрами второго порядка (два полюса). Увеличение крутизны характеристики фильтра путем добавления дополнительных секций приводит, как правило, к ухудшению переходной и фазо-частотной характеристик. Сама «ширина полосы пропускания» полосового фильтра определяется как ширина характеристики между точками —3 дБ, кроме, естественно, равноволновых фильтров, для которых эта ширина определяется точками, где характеристика спадает на величину пульсации в полосе пропускания.

В справочниках по активным фильтрам или в технических руководствах по применению ИС активных фильтров приводятся таблицы и методики проектирования таких сложных фильтров. Существует также модули синтеза фильтров в составе пакетов программ схемотехнического анализа MICROCAP, Design Lab, Orcad.

1.6.5. Двойной Т-образный фильтр-пробка

Рассмотрим схему двойного Т-образного моста (см. рис. 1.32). Найдем частотнозависимую связь между потенциалом инвертирующего входа U_{IN} и напряжением на выходе схемы U_{OUT} . Для этого воспользуемся методом суперпозиции (наложения), т.е. на первом шаге будем считать, что на схему воздействует лишь источник ЭДС U_{IN} (источник U_{OUT} заземлен), а на втором — что на схему воздействует источник ЭДС U_{OUT} (источник U_{IN} заземлен). На каждом шаге будем искать отклик в точках D и E. Затем эти отклики просуммируем и получим:

$$\varphi_{D} = \frac{0.5 \cdot (U_{IN} + U_{OUT})}{1 + s \cdot R_{t} \cdot C_{t}}, \quad \varphi_{E} = \frac{0.5 \cdot s \cdot R_{t} \cdot C_{t} \cdot (U_{IN} + U_{OUT})}{1 + s \cdot R_{t} \cdot C_{t}}$$
(17)
$$U_{DE} = \frac{0.5 \cdot (U_{IN} + U_{OUT})(1 - sR_{t}C_{t})}{1 + s \cdot R_{t} \cdot C_{t}}.$$

Напряжение на выходе Т-образного моста может быть определено как:

$$U_{OUT} = \varphi_D - \frac{U_{DE} \cdot R_t}{R_t + 1/(sC_t)} = \frac{0.5(U_{IN} + U_{OUT})}{1 + sR_tC_t} \cdot \left[1 - \frac{(1 - sR_tC_t) \cdot sR_tC_t}{(1 + sR_tC_t)}\right];$$
$$U_{OUT} = \frac{0.5(U_{IN} + U_{OUT})}{(1 + sR_tC_t)} \cdot \frac{1 + s^2R_t^2C_t^2}{(1 + sR_tC_t)};$$
$$U_{OUT} = \frac{0.5(U_{IN} + U_{OUT})(1 + s^2R_t^2C_t^2)}{(1 + sR_tC_t)^2}$$
(18)

Выражая из (18) U_{OUT} окончательно получаем:

$$\frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = \frac{1 + s^2 R_t^2 C_t^2}{s^2 + 4s R_t C_t + s^2 R_t^2 C_t^2} \quad cpabhume \ c \qquad (14).$$

$$T(s)_{\Pi 3\Phi-T} = \frac{1}{1 + \frac{4sR_tC_t}{1 + s^2R_t^2C_t^2}}$$



Рис. 1.32. Пассивный фильтр-пробка на основе двойного Т-образного моста (а), и его частотные характеристики (б)



Рис. 1.33. Активный фильтр-пробка на основе двойного Т-образного моста (a), и его частотные характеристики (б)

Изображенная на рис. 1.32 пассивная RC-цепь имеет бесконечное затухание на частоте, равной $f_C = 1/(2\pi R_t C_t)$. Такое бесконечное ослабление для LC-фильтров, вообще говоря, не характерно — данный фильтр действует столь эффективно благодаря сложению двух сигналов, которые на частоте среза имеют разность фаз в 180. Получение достаточно близкого к нулю значения характеристики на частоте f_C , требует хорошего согласования элементов. Этот фильтр называется двойным Т-образным и может употребляться для устранения сигнала помехи, например сетевой наводки 60 Гц. Труд-

ность состоит в том, что характеристика этой цепи такая же «мягкая», как и у всех пассивных RC-цепей, и лишь в окрестности частоты f_C обрывается почти отвесно. Например, двойная T-образная цепь, управляемая идеальным источником напряжения, имеет затухание 10 дБ на частоте, равной удвоенной (или половинной) частоте f_C , и ослабление 3 дБ на частоте, равной учетверенной (или деленной на четыре) частоте f_C .

Один из способов улучшить характеристику этой цепи — сделать ее «активной», по типу фильтра Саллена-Ки (рис. 1.33). Эта идея кажется в принципе хорошей, но на практике разочаровывает из-за невозможности сохранения хорошего затухания на частоте нуля. Дело в том, что при увеличении резкости провала характеристики (большее усиление в петле следящей связи) ослабление на частоте нуля уменьшается.

Двойные Т-образные фильтры выпускаются в виде готовых модулей на диапазон частот от 1 Гц до 50 кГц с глубиной ослабления на частоте провала около 60 дБ (с некоторым ухудшением при высоких и низких температурах). Такие фильтры легко собрать из отдельных элементов, но для получения глубокого и стабильного провала следует выбирать конденсаторы и резисторы со стабильными параметрами и низкой температурной зависимостью. Один из элементов должен быть регулируемым.

1.6.6. Построение фильтров на гираторах

Интересный тип активного фильтра можно создать с помощью гираторов. В основном они используются для замены катушек индуктивности в традиционных конструкциях фильтров. Распространенная гираторная схема показана на рис. 1.34. Эта же схема используется как индуктивный компонент звена DABP модуля синтеза активных фильтров программы MICROCAP-8 (рис. 1. 35).



Рис. 1.34. Гираторная схема звена DABP

Обычно Z_2 — конденсатор, а остальные полные сопротивления заменяют резисторами, имитируя, таким образом, катушку индуктивности L = KC. где $K = R_1 R_3 R_5 / R_4$. Можно показать, что эта гираторная схема мало чувствительна к отклонениям параметров, как и ее пассивный LC-прототип.



Рис. 1.35. Полосно-пропускающее звено 2-го порядка DABP

1.6.7. Фильтры на переключаемых конденсаторах

Один из недостатков биквадратных фильтров или фильтров, построенных на основе метода переменных состояния, связан с необходимостью обеспечения точного согласования конденсаторов. Если при построении схемы используются операционные усилители, то следует запастись парой стабильных конденсаторов (не керамических и не электролитических); для обеспечения оптимальных рабочих характеристик точность их согласования должна быть порядка 2%. Необходимо также провести многочисленные коммутации, поскольку эти схемы содержат по крайней мере три ОУ и шесть резисторов на каждую двухполюсную секцию фильтра. С другой же стороны, можно купить фильтр в виде ИС, предоставляя право изготовителям самим решать проблему согласования конденсаторов с номиналом 1000 пФ в своей ИС. И, надо сказать, что изготовители ИС успешно решают эти проблемы, но за счет увеличения их стоимости. Например, ИС АF100 — «универсальный активный фильтр» производства фирмы National представляет собой гибридную ИС с ценой приблизительно 10 долларов за штуку.



Известен и другой способ построения интеграторов, которые составляют основу биквадратных фильтров и фильтров на основе метода переменных состояния. Главная идея заключается в использовании аналоговых МОП-ключей, синхронизированных внешним сигналом прямо-

Рис. 1.36. Схема на переключаемых конденсаторах угольной формы и высокой частоты (как правило, в 100 раз выше, чем у обрабатываемых аналоговых сигналов), как это показано на рис. 1.36. На этом рисунке необычный треугольный объект представляет собой цифровой инвертор, который переворачивает прямоугольное колебание «вверх ногами», так что два МОП-ключа замыкаются на противоположных полуволнах этого прямоугольного колебания.

Анализ такой схемы весьма прост. При замыкании ключа S1 происходит заряд кон-

40

денсатора С1 до напряжения U_{BX_i} т.е. он накапливает заряд $C_1 \cdot U_{BX_i}$ на другой же половине рабочего цикла конденсатор C_1 разряжается через виртуальную землю, передавая свой заряд конденсатору C_2 . Само же напряжение на конденсаторе C_2 изменяется, следовательно, на величину $\Delta U = \Delta Q/C_2 = U_{BX}C_1/C_2$. Следует отметить, что выходное напряжение меняется в течение каждого цикла высокочастотного прямоугольного колебания пропорционально напряжению U_{BX} (изменение которого за один период прямоугольного колебания предполагается весьма незначительным), т. е. эта схема представляет собой интегратор! Покажем, что функционирование переключаемых конденсаторов описывается приведенными на рисунке уравнениями.

Допустим, что конденсаторы коммутировались достаточное большое число тактов n, причем изменение входного напряжения U_{BX} в течение одного такта пренебрежимо мало (так, что можно считать, что при $i \cdot T < t < (i+1) \cdot T$ $U_{BX}(t) = U_{BXi} = U_{BX}(i \cdot T)$, $T = 1/f_0$). Однако изменение входного напряжения за n тактов работы — существенно. Определим за это время изменение напряжения на выходе ΔU_{BbIX} .

$$\Delta U_{BbIXi} = \frac{C_1}{C_2} U_{BXi};$$

$$\begin{split} \Delta U(nT)_{BbIX} &= \frac{C_1}{C_2} \Big(U_{BX0} + U_{BX1} + \ldots + U_{BXi} + \ldots U_{BX(n-1)} + U_{BXn} \Big) = \\ &= \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{\Big(U_{BX0} \cdot T + U_{BX1} \cdot T + \ldots + U_{BXi} \cdot T + \ldots U_{BX(n-1)} \cdot T + U_{BXn} \cdot T \Big)}{T} = \frac{C_1}{C_2} \cdot \frac{\int_0^{nT} U_{BX}(t) dt}{T} ; \\ &\Delta U_{BbIX}(t) = \frac{C_1}{C_2} \cdot f_0 \cdot \int_0^t U_{BX}(T) dt \; . \end{split}$$

Применение переключаемых конденсаторов вместо обычных интеграторов дает два существенных преимущества. Первое, как было указано ранее, он может быть менее дорогим при реализации на кремниевой подложке, так как коэффициент передачи самого интегратора зависит только от отношения двух конденсаторов, а не их индивидуальных значений. Вообще говоря, достаточно просто на кремниевой подложке создать пару любых согласованных элементов, в то время как получение подобных элементов (резистора или конденсатора) с точными значениями и высокой стабильностью весьма затруднительно. Вследствие этого монолитная ИС фильтра на переключаемых конденсаторах очень дешевая.

Второе преимущество фильтров на переключаемых конденсаторах состоит в возможности настройки их частоты (т. е. центральной частоты полосового фильтра или точки –3 дБ фильтра нижних частот) изменением только частоты входного прямоугольного колебания («тактовой частоты»). Это объясняется тем, что характеристическая частота биквадратного фильтра или фильтра на основе переменных состояния пропорциональна и зависит только от коэффициента передачи интеграторов.

Фильтры на переключаемых конденсаторах выпускаются как в виде специализированной, так и «универсальной» структуры. Первая структура со встроенными компонентами формирует полосовые фильтры или фильтры нижних частот, в то время как вторая имеет дополнительные промежуточные входы и выходы, так что при подключении к ней внешних элементов можно получить любую желаемую характеристику. При этом платой за такую универсальность является увеличение размера корпуса ИС и необходимость в подключении внешних резисторов. Например, автономный фильтр Баттерворта нижних частот MF4 фирмы National выпускается в 8-выводном DIP-корпусе и стоит 1,3 долл., в то время как их универсальный фильтр MF5 выпускается в 14-выводном DIP-корпусе (цена 1,45 долл.), при этом в зависимости от выбора типа фильтра требуется 2 или 3 внешних резистора.

Теперь о неприятном. Фильтры на переключаемых конденсаторах имеют три раздражающие» характеристики, которые связаны и обусловлены присутствием периодического тактового сигнала. Первое — это сквозное прохождение сигнала тактовой частоты, а именно наличие некоторого выходного сигнала (с напряжением приблизительно от 10 до 25 мВ) с частотой тактового колебания, напряжение которого не зависит от прикладываемого входного сигнала. Обычно это не имеет значения, поскольку этот сигнал значительно удален от полосы, занимаемой и обрабатываемым сигналом. Если же такое сквозное прохождение тактового сигнала нежелательно, то для его подавления обычно используется простой RC-фильтр.

Вторая проблема более тонкого свойства. Если во входном сигнале присутствуют спектральные компоненты, расположенные вблизи частоты тактового колебания, то они будут «накладываться» на полосу пропускания. Сформулируем это более корректно, а именно: любые спектральные компоненты входного сигнала, которые отстоят по частоте от тактового сигнала на величину, соответствующую частотам полосы пропускания, будут присутствовать (неподавленными!) в полосе пропускания. Например, при использовании ИС MF4 в качестве фильтра нижних частот с частотой среза 1 кГц (т.е. при этом 1такт = 100 кГц) все спектральные компоненты входного сигнала в диапазоне от 99 до 101 кГц выделятся в полосе выходного сигнала, т. е. в диапазоне от постоянного тока до частоты 1 кГц. И никакой дополнительный выходной фильтр не сможет их ликвидировать! Таким образом, следует твердо уяснить, что во входном сигнале не должно быть спектральных составляющих вблизи частоты тактового колебания. Если же этого невозможно избежать, то можно как обычно использовать простой RC-фильтр (предфильтр), поскольку частота тактового сигнала отстоит, как правило, довольно далеко от полосы пропускания. Третье нежелательное свойство, присущее фильтрам на переключаемых конденсаторах, связано с типичным снижением динамического диапазона сигнала (возрастание уровня «шума»), вследствие неполного гашения инжекции заряда МОП-ключа. В типовой ИС фильтра динамический диапазон составляет 80-90 дБ.

Как и для любой линейной схемы, фильтрам на переключаемых конденсаторах (и их аналогам на трех ОУ) присущи характерные ошибки усилительных схем, а именно

выходное напряжение смешения и низкочастотный шум с характеристикой вида 1/f. Это может стать проблемой, если, например, нежелательно при подаче на фильтр нижних частот сигнала низкого уровня получать ошибки в виде колебания среднего значения его постоянной составляющей. Основная идея борьбы с этим эффектом состоит в том, чтобы вывести фильтр из пути прохождения постоянной составляющей, пропуская низкочастотные компоненты сигнала на выход через пассивную цепь; сам же фильтр захватывает только более высокочастотные компоненты сигнала, где он заваливает характеристику, шунтируя сигнал на землю. В результате этого ошибка в постоянной составляющей равна нулю, а характерный для переключаемых конденсаторов шум присутствует только в непосредственной близости от частоты среза.

Фильтры на переключаемых конденсаторах широко предлагают такие фирмыизготовители как AMI-Gould, Exar, National и EGG-Reticon. Как правило, можно располагать частоту среза фильтра (или центр полосы пропускания) в любом месте диапазона частот от постоянного тока до нескольких десятков килогерц с помощью выбора определенного значения тактовой частоты. Сама характеристическая частота получается путем деления значения тактовой частоты на фиксированное число, обычно $f_{maкm} \cdot 50$ или $f_{makm} \cdot 100$. Большинство ИС на переключаемых конденсаторах предназначено для построения фильтров нижних частот, полосовых или режекторных (полоснозаграждающих), хотя некоторые из них (например, AMI 3529) спроектированы как фильтры верхних частот. Следует отметить, что сквозное прохождение тактового сигнала и эффект дискретизации формы выходного сигнала (на частоте тактового колебания) являются особенно вредными в последнем случае (ФВЧ), поскольку они попадают в полосу пропускания.

1.7. Синтез активных и пассивных фильтров с помощью программы MICROCAP-8

В процессе синтеза с помощью программы Microcap-8 можно задать тип фильтра, частотную характеристику, схемную реализацию каждого звена. Оба вида синтеза фильтров (активных и пассивных) выбираются из пункта меню *Design*. Программа синтеза MC8 создаёт схему фильтра с заданными параметрами в виде схемного файла или макромодели.

Особенностью синтеза фильтров в пакете программ MICROCAP является то, что принципиальная схема фильтра вместе с текстовыми директивами видна на заднем плане во время выполнения синтеза.

Особенностью конкретной реализации (последней версии) программы MICROCAP-8 по сравнению с предшествующими версиями является возможность построения импульсных и переходных характеристик (наряду с АЧХ) фильтра непосредственно из диалогового окна синтеза фильтра.

1.7.1. Синтез активных фильтров

Несколько слов о том, как работает программа создания активных фильтров.

Выбирается команда синтеза активных фильтров из пункта меню *Design*. Она позволяет задать тип фильтра по полосе пропускания и типу полиномов передаточной характеристики в s-области, схемную реализацию каждого звена, затем на заключительном этапе создать схему фильтра.

Основные типы фильтров:

- ФНЧ (Low Pass)
- ΦΒΥ (High Pass)
- Полосовые фильтры (Bandpass)
- Заграждающие или режекторные (Notch)
- Фазовые фильтры или всепропускающие фильтры, имеющие заданную ФЧХ (Delay).

Первые 4 вида определяются своей диаграммой Боде — передаточной характеристикой в частотной области (совокупностью АЧХ и ФЧХ). Фазовые фильтры (Delay) характеризуются временем задержки или фазочастотной характеристикой.

Возможны следующие способы реализации активных фильтров:

- В виде фильтра Баттерворта (Butterworth)
- В виде фильтра Чебышева (Chebyshev)
- В виде фильтра Бесселя (Bessel)
- В виде эллиптического фильтра (Elliptic)
- В виде инверсного фильтра Чебышева (Inverse-Chebyshev)

Не все виды реализаций возможны для каждого конкретного выбранного типа фильтра (ФНЧ, ФВЧ, полосового, режекторного, фазового). Например, для реализации фазовых фильтров, можно использовать только фильтр Бесселя.

Для каждого звена синтезируемого фильтра в режиме диалога могут быть выбраны следующие схемные реализации:

- звено Саллена-Ки (Sallen-Key) наиболее распространенное звено при создании активных фильтров (см. рис. 1.22–1.25);
- с многопетлевой обратной связью MFB (Multiple Feedback) (см. рис. 1.27–1.29);
- Toy-Toмaca (Tow-Thomas)
- Флейшера-Toy (Fleischer-Tow)
- КНN (Кервина-Хьюлсмана-Ньюкомба, см. рис. 1.30)
- Acker-Mossberg (Аккерберга-Мосберга)
- Toy-Tomaca 2 (Tow-Thomas 2)
- DABP (Dual Amplifier Band Pass, см. рис. 1.35)

Не все из указанных схем подходят для реализации конкретного типа фильтра, поскольку некоторые звенья не могут обеспечить заданный вид полинома АЧХ в s-области. Доступный порядок схем от 3 до 8.

Дизайнер активных фильтров расположен в меню *Design*. Выбор из этого меню пункта *Active Filters* вызывает появление следующего диалогового окна, которое имеет 3 основные закладки, доступ к которым осуществляется мышью или с помощью нажатия <TAB>: *Design*, *Implementation*, *Options*.

<u>Закладка Design</u>

Эта закладка позволяет выбрать тип фильтра (ФНЧ, ФВЧ...), спецификации и реализацию в виде одного из основных типов (Батерворта, Чебышева и т.д.). Каждый раз, когда вы делаете выбор в любой группе параметров, в нижнем правом углу выводятся полюсы, нули и значения Q-фактора. Для подгонки формы частотной характеристики можно редактировать частоту полюса F0, значение Q0, и частоту нуля FN.

Закладка Design содержит 3 секции:

<u>Туре:</u> В этой секции можно выбрать один из 5 основных видов фильтров (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ, ФФ).

<u>Response</u>: В этой секции Вы можете выбрать математическую аппроксимацию идеального фильтра в виде полиномов Баттерворта, Чебышева, Бесселя, эллиптического фильтра, инверсного Чебышева.

Число звеньев для реализации фильтра с заданными параметрами показывается справа от типа аппроксимации.

<u>Specifications:</u> Здесь вводятся численные значения параметров для реализуемого фильтра. Есть два способа задания фильтра Mode 1 и Mode 2.

В режиме 1 (Mode 1) указываются полные характеристики АЧХ фильтра. Общими характеристиками всех фильтров (ВЧ, НЧ, полосовых, режекторных) являются:

- *Passband Gain* (коэффициент передачи в полосе пропускания) представляет собой коэффициент передачи фильтра в полосе пропускания, выраженный в дБ.
- Passband Ripple R (пульсации коэффициента передачи в полосе пропускания) изменение коэффициента передачи в пределах полосы пропускания, обычно 3 дБ;

- 46
- Stopband Attenuation A (ослабление в полосе задержания) это максимальный коэффициент передачи в полосе пропускания минус максимальный коэффициент передачи в полосе задержания, выраженный в дБ. Ослабление всегда является положительным числом.

Для **ФНЧ** (Low Pass Filters) параметры Mode 1 иллюстрируются рис. 1.37:

• *Passband Frequency Fc* (нижняя граница переходной полосы или частота среза) — до этой частоты коэффициент передачи равен коэффициенту в полосе пропускания ±пульсации (PB gain±R).



Рис. 1.37. Основные параметры фильтра нижних частот (ФНЧ)

 Stopband Frequency Fs (верхняя граница переходной полосы). Выше этой частоты коэффициент передачи фильтра меньше или равен коэффициенту передачи в полосе пропускания ± пульсации за вычетом ослабления в полосе задержания (stoppband attenuation), т.е. /K(jω) /[∂Б] ≤PB gain ±R-A.

ФВЧ (High Pass Filters) полностью подобны своим типовым аналогам фильтрам нижних частот и их параметры Mode 1 иллюстрирует рис. 1.38.

- *Passband Frequency* **F***c* (верхняя граница переходной полосы или частота среза) — выше этой частоты коэффициент передачи равен коэффициенту в полосе пропускания ±пульсации.
- *Stopband Frequency* **F**s (нижняя граница переходной полосы). Ниже этой частоты коэффици-

ент передачи меньше или равен коэффициенту передачи в полосе пропускания \pm пульсации, за вычетом ослабления в полосе задержания (stoppband attenuation), *m.e.* $/K(j\omega)/[\partial E] \leq PB gain \pm R-A$.

Параметры полосовых фильтров (Bandpass Filters) в Mode 1 иллюстрирует рис. 1.39.

- *Center Frequency Fc* (центральная частота) центральная частота полосы пропускания.
- *Passband* **PB** (полоса пропускания) полоса частот, в которой коэффициент передачи фильтра равен passband gain ± пульсации.
- *Stopband* **SB** (границы полосы задержания) это полоса частот, включающая полосу пропускания РВ и две переходные области выше и ниже верх-



Рис. 1.39. Основные параметры полосового (Bandpass) фильтра



Рис. 1.38. Основные параметры фильтров верхних частот (ФВЧ)

ней и нижней граничных частот полосы пропускания. Также этот диапазон можно определить как область частот, в которой коэффициент передачи фильтра $/K(j\omega)/[\partial B] \ge PB \ gain \pm R-A.$

Параметры заграждающих фильтров (Notch Filters) в Mode 1 иллюстрирует рис. 1.40.

- *Center Frequency* **F***c* (центральная частота) центральная частота полосы задержания Stopband.
- Passband PB полоса частот, которая включает в себя полосу частот задержания Stopband SB плюс 2 переходные области выше и ниже границ полосы задержания.



Рис. 1.40. Основные параметры заграждающего (Notch) фильтра

Stopband SB (полоса задержания) — это полоса частот, в которой коэффициент передачи фильтра /K(jω) /[∂Б] ≤ PB gain±R-A.

При синтезе указываются те параметры, которые хотят получить от готового фильтра, а программа вычисляет количество звеньев фильтра, требуемых для их достижения при использовании конкретной аппроксимации.

Следует отметить, что для всех типов фильтров (нижних частот, верхних частот, полосовых, заграждающих) при реализации в виде эллиптических фильтров и фильтров Чебышева коэффициент передачи в полосе пропускания изменяется в зависимости от значения (четности-нечетности) порядка фильтра:

Режим 2 (Mode 2), наоборот позволяет непосредственно задать порядок и лишь основные параметры и фильтра.

Общим параметром, задаваемом в этом режиме для всех типов фильтров (НЧ, ВЧ, полосовых, заграждающих фазовых) является порядок Order. Для фазовых (Delay) фильтров Order всегда равен 2.

Параметры фильтров нижних (верхних) частот для Mode 2

- *Gain* коэффициент передачи на нижних (верхних) частотах в дБ для ФНЧ (ФВЧ) соответственно.
- *Passband Frequency* частота, ниже (выше) которой, коэффициент передачи фильтра равен Gain.
- *Ripple* изменение коэффициента передачи в дБ в пределах полосы пропускания (passband).

Параметры полосовых и заграждающих фильтров для Mode 2

- *Gain* коэффициент передачи фильтра на центральной частоте *Fc* в дБ для полосового фильтра или коэффициент передачи на нижних/верхних частотах (за пределами полосы задержания) для заграждающих фильтров.
- Center Frequency Fc частота, на которой достигается максимальный коэффици-

ент передачи (для полосовых) фильтров или минимальный коэффициент передачи для заграждающих фильтров.

- *Ripple* **R** изменение коэффициента передачи в дБ в пределах полосы пропускания РВ для полосового фильтра или за пределами полосы задержания РВ для заграждающего фильтра.
- *Q* Q-фактор фильтра. Это мера резонансных свойств фильтра вблизи центральной частоты (добротность).

Параметры фильтров задержки (Delay Filters) для Mode 2:

- *Gain* коэффициент передачи на нижних частотах в дБ.
- *Delay* задержка, вносимая фильтром, в секундах.

<u>Poles and Zeros:</u> Эта секция закладки Design показывает численные значения полюсов, нулей (корней полиномиальной характеристики) и добротности Qs. Она в сущности представляет математическое описание фильтра. Если вносятся изменения в поля типа (Type), характеристики (Response) и параметров (Specifications), то программа заново вычисляет полиномиальные коэффициенты и обновляет численные значения этой секции. Если нажать кнопку <Bode>, <Step> или <Impulse>, в открывшемся окне будут нарисованы амплитудно-частотная, переходная или импульсная характеристики фильтра соответственно. Кроме того, при нажатии кнопки <Bode>, возможен вывод модуля коэффициента передачи, фазы и групповой задержки вместе или по отдельности в зависимости от установок в закладке *Options*.

Выводимые графики всегда являются идеализированными, поскольку они строятся по полиномиальной формуле для выбранной характеристики, причем величины F0, Q0, и FN доступны для редактирования. Этот график может быть реализован в точности только при наличии совершенных компонентов (идеальных операционных усилителей). Реальный фильтр, изготовленный из реальных электронных компонентов, может вести себя по-другому. Когда схема синтезирована, вы можете запустить анализ и посмотреть, как хорошо она соответствует заданной идеальной характеристике.

Реальная схема может быть выполнена на любом операционном усилителе из библиотеки от идеального до любой из наиболее широко распространенных микросхем; и на резисторах и конденсаторах, которые могут иметь точные значения или быть выбранными из стандартного ряда. Реальные операционные усилители и компоненты, величина которых берется из стандартного ряда и лишь приближенно равна истинному номиналу, могут сильно изменять ход частотной характеристики.

Можно редактировать величины (F0, Q0, FN), чтобы исследовать их влияние на ход графика. Вы даже можете создать фильтр с модифицированными коэффициентами. Хотя при этом не удастся повторить на реальных компонентах идеальный фильтр, но характеристика синтезированной программой схемы приблизится к изображенному идеализированному графику. Заметим, что любое редактирование в областях типа (Туре), апроксимации (Response), и параметров АЧХ (Specifications) заставит программу заново вычислить величины полюсов и нулей в соответствующей секции, уничтожив результаты предшествующего редактирования.

Закладка Implementation

Эта закладка позволяет:

1) выбрать схему для реализации звеньев фильтра;

2) выбрать, использовать ли точные значения пассивных компонентов или воспользоваться номиналами из стандартных рядов;

3) выбрать тип операционного усилителя

4) способ построения звеньев фильтра нечетного порядка.

Говоря коротко, секции закладки Implementation, позволяют задать способ реализации фильтра. Закладка имеет несколько секций.

<u>Stage Values (Параметры звеньев)</u>. Эта позиция позволяет указать для каждого звена тип схемной реализации и коэффициент передачи. Она также позволяет редактировать частоты полюсов и нулей, значение добротности звеньев. Вы можете менять значения полюсов/добротности (F0/Q0) между различными звеньями фильтра с помощью клика правой клавиши мыши в поле F0 или Q0. Выпадающее меню в колонке *Circuits* позволяет вам выбрать другой тип звена для обмена установками F0/Q0. Это иногда бывает необходимо для оптимизации размаха сигнала и чувствительность к шумам. Некоторые схемные реализации позволяют воздействовать на размах сигнала (увеличивать его) и уменьшать чувствительность к шумам. В этом случае нули передаточной функции должны быть фиксированными и не должны меняться местами между звеньями. После создания схемы фильтра звенья нумеруются слева направо, начиная с первого. Вход фильтра всегда расположен у крайнего слева звена, выход — у крайнего справа звена.

<u>Same Circuit for Each Stage.</u> Эта опция заставляет использовать для реализации фильтра одинаковые схемные звенья. Если она не установлена, то разрешается указывать различные цепи для реализации отдельных звеньев.

Impedance Scale Factor. Эта опция позволяет задавать масштабный коэффициент, применяемый к номиналам всех пассивных компонентов схемы. На этот коэффициент умножаются сопротивления всех резисторов и делятся емкости всех конденсаторов.

<u>Оратр Model to Use.</u> По умолчанию используемая модель — \$IDEAL. Это модель источника тока, управляемого напряжением (ИТУН) с малым выходным сопротивлением. Она имеет очень большой коэффициент передачи, неограниченную полосу пропускания, в ней отсутствуют токи утечки и ограничение выходного сигнала. Главная цель использования этой модели — посмотреть, как фильтр будет себя вести, имея в своем составе идеальные компоненты. Вы можете выбрать любую другую модель из открывающегося списка.

<u>Resistor Values.</u> Эта опция определяет, как выбираются величины сопротивлений резисторов. Во время реализации фильтра, когда синтезируется его схема, MC8 рассчитывает точные значения сопротивлений, требуемые для надлежащей работы фильтра.

Естественно резисторы с величинами, имеющими 16 значащих цифр не используются на практике, поэтому вы должны выбрать одно из двух: 1) хотите ли вы создать схему, используя точные значения сопротивлений или 2) используя наиболее подходящие значения из стандартного ряда величин. Выбор между этими двумя вариантами заключается в том, что можно использовать большинство компонентов из стандартного ряда и точно подгонять лишь некоторые номиналы резисторов. Существуют несколько рядов стандартных значений, можно внести в них добавочные значения или сделать новые ряды в соответствии со специфическими требованиями. См. «Синтез активных фильтров в программе MC8». Кнопка «Browse» позволяет выбрать файл, содержащий ряд величин резисторов, когда выбор точных значений запрещен.

<u>Capacitor Values.</u> Эта опция позволяет выбрать, как будут определяться величины емкостей конденсаторов. Она действует так же, как аналогичная опция для резисторов.

<u>Odd Low Pass Stage (Нечетное звено ФНЧ).</u> Опция позволяет выбрать последнее звено в реализации НЧ фильтра нечетного порядка (см. рис. 1.41). Существуют несколько вариантов.



Рис. 1.41. Последние звенья для реализации НЧ и ВЧ фильтров нечетного порядка

- LODD1 это простой RC-фильтр.
- LODD2 это буферированный RC-фильтр с неинверт. повторителем на выходе.
- LODD3 это буферированный RC-фильтр с инверт. повторителем на выходе.
 Odd High Pass Stage (Нечетное звено ФВЧ). Опция позволяет выбрать последнее

звено в реализации ВЧ фильтра нечетного порядка (см. рис. 1.41). Существуют несколько вариантов:

- HODD1 это простой RC-фильтр.
- HODD2 это буферированный RC-фильтр с неинверт. повторителем на выходе.
- HODD3 это буферированный RC-фильтр с инверт. повторителем на выходе.

<u>Gain Adjust Stage.</u> Опция позволяет выбрать звено для реализации регулировки коэффициента передачи. Существуют два варианта. NULL не добавляет дополнительное звено, что означает, что величина коэффициента передачи фильтра будет проигно-

Закладка Options

В этой закладке выбирается точность и способ представления используемых пассивных компонентов, графики для построения при нажатии <Plot>, сохранение синтезированного фильтра в виде макромодели или схемы, перенос результатов синтеза в текущую схему или создание новой.

<u>Component Value Format.</u> Позволяет выбрать способ представления величин компонентов в научной (scientific), инженерной (engineering), или умолчательной (default) нотации. Можно также установить число значащих цифр при представлении величин. В основном это чисто косметическое средство для улучшения восприятия, однако для некоторых фильтров высокого порядка увеличение количества значащих цифр больше принятого по умолчанию 5, требуется для получения соответствующих точных частотных характеристик.

<u>Polynomial Format.</u> Опция позволяет выбрать в какой нотации представлять полиномиальные коэффициенты — научной (scientific), инженерной (engineering) или умолчательной (default). Работает аналогично опции *Component Value Format*, но для коэффициентов полинома. Коэффициенты полинома используются для определения передаточной функции фильтров. Полиномиальные функции используются в малосигнальном частотном анализе (AC) для построения идеальной передаточной функции рядом с реальной для сравнения.

<u>Plot.</u> Позволяет выбрать какие графики строить на диаграмме Боде. Можно выбрать:

- Gain модуль коэффициента передачи;
- Phase фазовый сдвиг коэффициента передачи;
- Group delay групповую задержку;
- Separate plots построить каждый график в отдельном окне.

Установки указанной панели работают следующим образом. Во-первых они воздействуют на графики, которые показываются при нажатии кнопки «Bode». Этот график представляет собой график идеальной комплексной частотной передаточной функции. Он показывает, как будет работать схема, собранная на идеальных компонентах. Вовторых, если выбрана опция *Save To >New Circuit* она изменяет установки AC анализа создаваемой схемы. Она устанавливает выражения для частотного анализа такими, чтобы при выборе AC анализа и его запуске (F2) сразу же строились только те графики, которые выбраны, причем для двух вариантов: идеализированного и реального фильтров.

- Auto Scale. При установке этого флага производится автоматическое масштабирование построенных графиков.
- Number of Data Points. Редактируя это поле, можно устанавливать количество расчетных точек на графике. График для идеального фильтра и график частотного анализа для реальной схемы чаще используют фиксированный логарифмический

шаг, чем автоматический. Это поле определяет, сколько точек данных будет на графике. Умолчательное значение 500 обычно бывает достаточным, однако для фильтров очень высокого порядка, может потребоваться его увеличение для улучшения точности воспроизведения частотных характеристик в окрестности крутых участков.

Save To. Опция позволяет выбрать, где будет сохранена схема фильтра:

- New Circuit в этом случае фильтр помещается в новую схему;
- Current Circuit в этом случае фильтр помещается в текущую выбранную схему. <u>Text.</u> Позволяет включить в создаваемую схему фильтра текстовые блоки:
- Show Title это самодокументирующий текстовый блок, формируемый как заголовок. Он показывает основные спецификации фильтра;
- Show Polynomials полиномиальные функции, которые включают в себя серию директив .DEFINE. Это иногда удобно использовать как примечание. Полиномиальная функция это функция символической переменной, которая может быть выведена как функция частоты для сравнения с частотной характеристикой реальной схемы. Имена полиномиальных характеристик следующие:

Туре	Symbolic Polynomial Name
Low Pass	LΡ (ΦΗ Ϥ)
High Pass	НР (ФВЧ)
Bandpass	BP (полосовой фильтр)
Notch	BR (заграждающий фильтр)
Delay	LP (фильтр задержки)

<u>Circuit.</u> При установленном флаге *Show Circuit* в процессе синтеза на заднем фоне показывается схема фильтра в соответствии с пользовательскими изменениями в параметрах.

<u>Create.</u> Позволяет выбрать в каком виде фильтр будет создаваться:

- Circuit в этом случае синтезированный фильтр помещается либо в текущую схему либо в новый схемный файл.
- Macro в этом случае фильтр создается как макроопределение в виде подсхемы и помещается либо в текущую схему, либо в новый схемный файл. Макроопределение включает в себя количество звеньев фильтра, как в опциях схемы фильтра, кроме того, сами звенья содержат внутри себя схемное макроопределение, которое хранится на диске. Эти макроопределения содержатся в отдельном библиотечном файле с именем FILTERS.CMP и доступны для использования в других схемах.

1.7.2. Синтез пассивных фильтров

Синтез пассивных фильтров практически полностью подобен синтезу активных фильтров, за некоторыми исключениями:

- В синтезированном фильтре нельзя получить коэффициент передачи больше 0 дБ.
- Нельзя синтезировать фазовые фильтры (фильтры задержки)

- Можно реализовывать в синтезированных схемах только полиномиальные аппроксимации Баттерворта и Чебышева.
- Для реализации звеньев фильтра можно использовать лишь 2 типа RLC-цепей (стандартную и дуальную).

2. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТОВ

2.1. Синтез асинхронных автоматов на RS-триггерах

2.1.1. Пример 1 (вариант 10 лр. №3).

На основе асинхронных RS-триггеров синтезировать JK-триггер (Master-slave), запоминающий состояние J и K входов при низком уровне синхроимпульса и меняющий состояние на выходе по положительному перепаду синхроимпульса (переход из низкого в высокое состояние).

Синтезируем устройство как асинхронный автомат, управляющими сигналами для которого являются уровень синхроимпульса (0 — \overline{C} , 1 — C) и значение информационных сигналов на J и K входах (0 — \overline{J} , 1 — J; для K-входа 0 — \overline{K} , 1 — K).

Составим граф переходов разрабатываемого автомата (рис. 2.1), используя словесный алгоритм описания его работы, данный в техническом задании. Вершины графа (устойчивые состояния автомата) будем кодировать противогоночно (с использованием кода Грея). Т.к. для формирования сигнала на выходе устройства необходим единичный уровень сигнала на синхровходе, а информация записывается при нулевом уровне сигнала *С*, вводятся промежуточные состояния на графе, переход в которые осуществляется отрицательным уровнем син-

хроимпульса \overline{C} . Таким образом, всего получается 4 устойчивых состояния, для кодирования которых необходимо 2 запоминающих элемента — RS-триггера (см. рис. 2.1).

Охватим замкнутой линией все состояния на графе переходов, в которых значения одной и той же переменной (состояние одного элемента памяти) равны 1. Эти замкнутые кривые показаны



Рис. 2.1. Граф переходов асинхронного автомата (JK-триггера Master-Slave).

штрих-пунктирной и пунктирной линиями соответственно.

Поскольку вход в подобную замкнутую область и выход из нее требуют линий сигналов возбуждения, обозначаются соответствующие сигналы возбуждения. Стрелками, входящими в область, указывают возбуждение установки (присваивающее переменной единичное значение), а стрелками, выходящими из области, — возбуждение сброса (присваивающее ей нулевое значение).

Составляются два выражения в форме ДНФ (суммы произведений): одно для функции возбуждения установки, а другое для функции возбуждения сброса. Каждое произведение должно содержать входные переменные (сигналы по которым совершается переход) и вторичные переменные, связанные с данным переходом, но не меняющие свои значения. В качестве вторичных переменных выступают двоичные разряды кода состояния в коде Грея. Включение вторичных переменных гарантирует выполнение переходов в правильной последовательности.

Строится схема на основе асинхронных RS-триггеров, реализующая полученные логические выражения. Для последующего моделирования с помощью программы MICROCAP в качестве асинхронных RS-триггеров используются JK или D-триггера с асинхронными входами установки (PREBAR) и сброса (CLRBAR). При этом входы синхронизации и информационные входы не задействуются.

Схема для моделирования с обозначениями необходимых сигналов приведена на рис. 2.2, а на рис. 2.3 приведены временные диаграммы работы автомата, доказывающие его работоспособность.





Рис. 2.2. Двухтактный ЈК-триггер, меняющий состояние по положительному фронту

Рис. 2.3. Временные диаграммы работы двухтактного ЈК-триггера

2.1.2. Пример 2 (вариант 12 лр №3)

На основе асинхронных RS-триггеров синтезировать JK-триггер, устанавливающийся в соответствии с управляющими сигналами на J и K входах по отрицательному перепаду синхроимпульса (переходу из высокого в низкое состояние).

Синтезируем устройство как асинхронный автомат, управляющими сигналами для которого являются уровень синхроимпульса (0 — \overline{C} , 1 — C) и значение информационных сигналов на J и K входах (0 — \overline{J} , 1 — J; для K-входа 0 — \overline{K} , 1 — K).

Составим граф переходов разрабатываемого автомата (рис. 2.4), используя словесный алгоритм описания его работы, данный в техническом задании. Вершины графа

(устойчивые состояния автомата) будем кодировать противогоночно (с использованием кода Грея). Т.к. для формирования сигнала на выходе устройства необходимо выделение отрицательного фронта синхроимпульса, вводятся промежуточные состояния на графе, переход в которые осуществляется единичным уровнем синхроимпульса *С*. Таким образом, всего получается 4 устойчивых состоя-



Рис. 2.4. Граф переходов асинхронного автомата (ЈК-триггера по отриц. фронт СИ).

ния, для кодирования которых необходимо 2 запоминающих элемента (RS-триггера).

Охватим замкнутой линией все состояния на графе переходов, в которых значения одной и той же переменной (состояние одного элемента памяти) равны 1. Эти замкнутые кривые показаны штрих-пунктирной и пунктирной линиями соответственно.

Поскольку вход в подобную замкнутую область и выход из нее требуют линий сигналов возбуждения, обозначаются соответствующие сигналы возбуждения. Стрелками, входящими в область, указывают возбуждение установки (присваивающее переменной единичное значение), а стрелками, выходящими из области, — возбуждение сброса (присваивающее ей нулевое значение).

Составляются два выражения в форме ДНФ (суммы произведений): одно для функции возбуждения установки, а другое для функции возбуждения сброса. Каждое произведение должно содержать входные переменные (сигналы по которым совершается переход) и вторичные переменные, связанные с данным переходом, но не меняющие свои значения. В качестве вторичных переменных выступают двоичные разряды кода состояния в коде Грея. Включение вторичных переменных гарантирует выполнение переходов в правильной последовательности.

Строится схема на основе асинхронных RS-триггеров, реализующая полученные

логические выражения. Для последующего моделирования с помощью программы MICROCAP в качестве асинхронных RS-триггеров используются JK или D-триггера с асинхронными входами установки (PREBAR) и сброса (CLRBAR). При этом входы синхронизации и информационные входы не задействуются.

Схема для моделирования с обозначениями необходимых сигналов приведена на рис. 2.5, а на рис. 2.6 приведены временные диаграммы работы автомата, доказывающие его работоспособность



Рис. 2.5. Схема для моделирования с помощью программы MICROCAP



Рис. 2.6. Временные диаграммы работы ЈК-триггера, переключающегося по заднему фронту

2.1.3. Пример 3 — Автомат Мили

Асинхронный автомат Мили, выделяющий второй полный импульс из последовательности U_{M1} , если приходит сигнал запуска U_{S} ; и вторую полную паузу $U_{\Pi1}$, если приходит сигнал запуска U_Z (см. рис. 2.7).

Автоматы Мура описываются функциями переходов и выходов:

$$a_{t+1} = f(a_t, x_t), \qquad z_t = \varphi(a_t),$$

т.е. каждое новое состояние обусловлено предшествующим состоянием и входным сигналом, а выход в каждый момент однозначно определяется состоянием автомата. Таким образом, выходы однозначно определяются состояниями автомата и поэтому могут быть указаны в вершинах графа.

Автоматы Мили отличаются тем, что выход зависит не только от состояния, но и от входного сигнала:

$$a_{t+1} = f(a_t, x_t), \qquad z_t = \varphi(a_t, x_t),$$

Для автомата Мили выходы указываются у концов дуг, т.к. они зависят как от входов, так и от состояний.



Составим граф переходов устройства, разрабатываемого как автомат Мили (см. определение выше). Вершины графа (устойчивые состояния автомата) будем кодировать противогоночно (с использованием кода Грея). Необходимое нам состояние, в котором формируется выходной сигнал (либо второй импульс, либо 2-ая пауза) является 5-м

состоянием автомата. Таким образом, для кодирования номеров состояний необходимо 3 запоминающих элемента — RS-триггера. При этом останутся неиспользуемые состояния, переходы через которые можно кодировать произвольно исходя из имеющихся в наличие сигналов и возможности минимизации аппаратной реализации. Часто проходы через неиспользуемые состояния осуществляются по сигналу «1». Это означает, что сразу же осуществляется переход между последовательными состояниями. В конце необходимо предусмотреть возврат автомата в исходное состояние, который обычно осуществляется при окончании действия управляющих сигналов.

Отметим, что в рассматриваемом примере переход из состояний 111, 101 осуществляется по сигналам Y и X соответственно, что сделано для минимизации аппаратной реализации устройства (как будет показано ниже).

Охватим замкнутой линией все состояния на графе переходов, в которых значения одной и той же переменной (состояние одного элемента памяти) равны 1. Эти замкнутые кривые показаны сплошной (Q₁=1), штрих-пунктирной (Q₂=1) и пунктирной линиями (Q₃=1) соответственно.

Поскольку вход в подобную замкнутую область и выход из нее требуют линий сиг-

налов возбуждения, обозначаются соответствующие сигналы возбуждения. Стрелками, входящими в область, указывают возбуждение установки (присваивающее переменной единичное значение), а стрелками, выходящими из области, — возбуждение сброса (присваивающее ей нулевое значение).



Рис. 2.8. Граф переходов асинхронного автомата МИЛИ

Составляются два выражения в форме ДНФ (суммы произведений): одно для функции возбуждения установки, а другое для функции возбуждения сброса. Каждое произведение должно содержать входные переменные (сигналы по которым совершается переход) и вторичные переменные, связанные с данным переходом, но не меняющие свои значения. В качестве вторичных переменных выступают двоичные разряды кода состояния в коде Грея. Включение вторичных переменных гарантирует выполнение переходов в правильной последовательности.

$$S_{1} = \overline{Q}_{3}\overline{Q}_{2}X \vee Q_{3}Q_{2}X = X \cdot \overline{(Q_{3} \forall Q_{2})} \qquad R_{1} = \overline{Q}_{3}Q_{2}X \vee Q_{3}\overline{Q}_{2}X = X \cdot (Q_{3} \forall Q_{2});$$

$$S_{2} = \overline{Q}_{3}Q_{1}Y \qquad R_{2} = Q_{3}Q_{1}Y;$$

$$S_{3} = Q_{2}\overline{Q}_{1}\overline{Y} \qquad R_{3} = \overline{Q}_{2}\overline{Q}_{1}\overline{S}\overline{Z};$$

$$F_{1} = Q_{3}Q_{2}\overline{Q}_{1}S \qquad F_{2} = Q_{3}Q_{2}\overline{Q}_{1}Z \qquad F = F_{1} \vee F_{2} = Q_{3}Q_{2}\overline{Q}_{1}(Z \vee S).$$

Строится схема на основе асинхронных RS-триггеров, реализующая полученные логические выражения. Для последующего моделирования с помощью программы MICROCAP в качестве асинхронных RS-триггеров используются JK или D-триггера с асинхронными входами установки (PREBAR) и сброса (CLRBAR). При этом входы синхронизации и информационные входы не задействуются.

Схема для моделирования с обозначениями необходимых сигналов приведена на рис. 2.9, а на рис. 2.10 приведены временные диаграммы работы автомата, доказывающие его работоспособность



Рис. 2.9. Асинхронный автомат Мили, выделяющий 2-ой полный импульс при приходе управляющего сигнала S, и 2–ую полную паузу — при приходе Z.



Рис. 2.10. Временные диаграммы работы асинхронного автомата Мили

2.1.4. Пример 4 — автомат Мура

Асинхронный автомат Мура, выделяющий первый полный импульс из последовательности U_{M1} , если приходит сигнал запуска U_{S} ; и вторую полную паузу $U_{\Pi1}$, если приходит сигнал запуска U_Z (см. рис. 2.7).

Автоматы Мура описываются функциями переходов и выходов:

$$a_{t+1} = f(a_t, x_t), \qquad z_t = \varphi(a_t),$$

т.е. каждое новое состояние обусловлено предшествующим состоянием и входным сигналом, а выход в каждый момент однозначно определяется состоянием автомата. Таким образом, выходы однозначно определяются состояниями автомата и поэтому могут быть указаны в вершинах графа.

Составим граф переходов устройства, разрабатываемого как автомат Мура (см. определение выше). Вершины графа (устойчивые состояния автомата) будем кодировать противогоночно (с использованием кода Грея). Исходное состояние автомата 000. Выход из него осуществляется либо по управляющему сигналу S и паузе в последовательности, либо по управляющему сигналу Z и импульсу в последовательности. Такая привязка осуществляется, т.к. в первом случае необходимо выделить 2-ой *полный* импульс, а во втором случае — 2-ую *полную* паузу. Указанные комбинации сигналов дают начало двум путям переходов автомата из состояния 000, показанным на рис. 2.11 стрелками. В конце необходимо предусмотреть возврат автомата в исходное состояние, который обычно осуществляется при окончании действия управляющих сигналов ($\overline{S} \cdot \overline{Z}$).

Охватим замкнутой линией все состояния на графе переходов, в которых значения одной и той же переменной (состояние одного элемента памяти) равны 1. Эти замкнутые кривые показаны сплошной (Q₁=1), штрих-пунктирной (Q₂=1) и пунктирной линиями (Q₃=1) соответственно.

Поскольку вход в подобную замкнутую область и выход из нее требуют линий сигналов возбуждения, обозначаются соответствующие сигналы возбуждения. Стрелками, входящими в область, указывают возбуждение установки (присваивающее переменной единичное значение), а стрелками, выходящими из области, — возбуждение сброса (присваивающее ей нулевое значение).



Рис. 2.11. Граф переходов асинхронного автомата МУРА

Составляются два выражения в форме ДНФ (суммы произведений): одно для функции возбуждения установки, а другое для функции возбуждения сброса. Каждое

произведение должно содержать входные переменные (сигналы по которым совершается переход) и вторичные переменные, связанные с данным переходом, но не меняющие свои значения. В качестве вторичных переменных выступают двоичные разряды кода состояния в коде Грея. Включение вторичных переменных гарантирует выполнение переходов в правильной последовательности.

$$S_{1} = \overline{Q}_{3}\overline{Q}_{2}S\overline{G} \lor Q_{3}\overline{Q}_{2}\overline{G} \qquad R_{1} = \overline{Q}_{3}Q_{2}\overline{G} \lor Q_{3}Q_{2}\overline{G} = Q_{2}\overline{G};$$

$$S_{2} = Q_{1}G \qquad R_{2} = \overline{Q}_{3}\overline{Q}_{1}\overline{S}\overline{Z};$$

$$S_{3} = \overline{Q}_{2}\overline{Q}_{1}ZG \qquad R_{3} = Q_{2}\overline{Q}_{1}G;$$

$$F_{1} = \overline{Q}_{3}Q_{2}Q_{1} \qquad F_{2} = Q_{3}Q_{2}\overline{Q}_{1} \qquad F = \overline{Q}_{3}Q_{2}Q_{1} \lor Q_{3}Q_{2}\overline{Q}_{1}$$

Строится схема на основе асинхронных RS-триггеров, реализующая полученные логические выражения. Для последующего моделирования с помощью программы MICROCAP в качестве асинхронных RS-триггеров используются JK или D-триггера с асинхронными входами установки (PREBAR) и сброса (CLRBAR). При этом входы синхронизации и информационные входы не задействуются.

Схема для моделирования с обозначениями необходимых сигналов приведена на рис. 2.12, а на рис. 2.13 приведены временные диаграммы работы автомата, доказывающие его работоспособность.



Рис. 2.12. Схема автомата Мура



Рис. 2.13. Временные диаграммы работы автомата Мура

2.2. Синтез асинхронных автоматов на мультиплексорах

2.2.1. Пример 1. Асинхронный автомат Мили

<u>Пример 1.</u> Асинхронный автомат Мили, выделяющий 3-ю полный импульс из последовательности U_{M1} , если приходит сигнал запуска U_{S} ; и первую полную паузу $U_{\Pi1}$, если приходит сигнал запуска U_Z (см. рис. 2.7).

Методика синтеза асинхронных автоматов на основе мультиплексоров подробно рассмотрена в [4–6].

Составим граф переходов устройства, разрабатываемого как автомат Мили (см. определение выше). Вершины графа (устойчивые состояния автомата) будем кодировать противогоночно (с использованием кода Грея). Необходимое нам состояние, в котором формируется выходной сигнал (либо 3-ий импульс, либо 3-я пауза) является 7-м по счету состоянием автомата. Таким образом, для кодирования номеров состояний необходимо 3 запоминающих элемента — RS-триггера. При этом не останется неиспользуемых состояний, поскольку необходим выход из состояния, в котором снимаются выходные сигналы и возврат автомата в исходное состояние.

В соответствии с графом переходов (8=2³ устойчивых состояний) для синтеза устройства понадобится 3 мультиплексора из 8 в 1.

Составим таблицу программирования мультиплексоров по следующим правилам:

1. В первой строке таблицы указываются коды состояний автомата $Q_3 Q_2 Q_1$, кото-

рые соответствуют кодам на селектирующих входах мультиплексоров;

2. Во второй строке таблицы указываются значения сигналов на информационных входах всех 3-х мультиплексоров *D*₀...*D*₇, которые формируются по следующим правилам:

а) в столбце соответствующем *i*-ому (i=0...7) состоянию автомата значения сигналов D_j^i (j=1...3) равны Q_j для тех разрядов, которые остаются неизменными при переходе в следующее (соседнее) состояние. Отметим, что в случае если из данного состояния возможно несколько переходов, D_j^i копирует те разряды Q_j ($Q_3Q_2Q_1$), которые остаются неизменными при всех возможных переходах из данного состояния.

б) остальным информационным сигналам D_{j}^{i} , подаваемым на i-ые входы j-ых мультиплексоров, присваиваются значения переменных, вызывающих данный переход по следующим правилам. Если переход сопровождается изменением значения разряда кода состояния с 0 на 1, то переменная подается на соответствующий вход без инверсии, при изменении с 1 на 0 — переменная, подаваемая на вход, инвертируется.



Рис. 2.14. Граф переходов асинхронного автомата МИЛИ

В соответствии с вышеприведенными правилами таблица настройки мультиплексоров имеет вид:

т	~ 6	- 1		. ~	2	1
11	ac	Ш	ШL	ia.	Ζ.	1

i	0	1	3	2	6	7	5	4
$Q_3 Q_2 Q_1$	000	001	011	010	110	111	101	100
$D^{i}_{3} D^{i}_{2} D^{i}_{1}$	00X	0Y1	$01\overline{X}$	Y10	11X	$1\overline{Y}l$	$10\overline{X}$	$\overline{Z}\cdot\overline{S}00$

Принципиальная схема синтезированного в соответствии с табл. 2.1 асинхронного автомата Мили и результаты его анализа в среде пакета программ MICROCAP 8 приведены на рис. 2.15 и 2.16 соответственно.



Рис. 2.15. Асинхронный автомат Мили (выделения 1-го импульса, 2-ой паузы)



Рис. 2.16. Временные диаграммы работы асинхронного автомата Мили

65

2.2.2. Пример 2. Асинхронный автомат Мура

<u>Пример 2.</u> Асинхронный автомат Мура, выделяющий первый полный импульс из последовательности *U*_{и1}, если приходит сигнал запуска *U*_S; и вторую полную паузу *U*_{П1}, если приходит сигнал запуска *U*_Z (см. рис. 2.7).

Автоматы Мура описываются функциями переходов и выходов:

$$a_{t+1} = f(a_t, x_t), \qquad z_t = \varphi(a_t),$$

т.е. каждое новое состояние обусловлено предшествующим состоянием и входным сигналом, а выход в каждый момент однозначно определяется состоянием автомата. Таким образом, выходы однозначно определяются состояниями автомата и поэтому могут быть указаны в вершинах графа.

Т.к. необходимо выделить либо первый импульс, либо вторую паузу полной длительности, то при запуске автомата привязку необходимо осуществлять к фронту (спаду) импульса периодической последовательности (т.е. из начального состояния возникнет переход в одно состояние по конъюнкции сигналов $S \cdot \overline{G}$, и переход в другое состояние — по конъюнкции сигналов $Z \cdot G$). Следовательно, по одной из этих двух ветвей будет осуществляться начальный переход в графе переходов.



Рис. 2.17. Граф переходов асинхронного автомата Мура.

Построим граф переходов автомата, используя противогоночное (в коде Грея) кодирование состояний (см. рис. 2.17).

При этом выходной сигнал (соответствующий 2-ой полной паузе — *Pause2*) является логическим произведением соответствующих разрядов кода состояния автомата $Q_3 \cdot Q_2 \cdot \overline{Q_1}$, а выходной

сигнал (соответствующий 1-му полному импульсу) является логическим произведением разрядов кода состояния автомата $\overline{Q}_3 \cdot Q_2 \cdot Q_1$. Таким образом, выражение для выходной функции *F* записывается в следующем виде:

$$F = Q_3 \cdot \overline{Q}_2 \cdot Q_1 \vee \overline{Q}_3 \cdot Q_2 \cdot Q_1.$$

В соответствии с графом переходов (8=2³ устойчивых состояний) для синтеза устройства понадобится 3 мультиплексора из 8 в 1.

Составим таблицу программирования мультиплексоров по следующим правилам:

В первой строке таблицы указываются коды состояний автомата *Q*₃*Q*₂*Q*₁, которые соответствуют кодам на селектирующих входах мультиплексоров;

Во второй строке таблицы указываются значения сигналов на информационных входах всех 3-х мультиплексоров $D_0...D_7$, которые формируются по следующим правилам:

а) в столбце соответствующем *i*-ому (*i*=0...7) состоянию автомата значения сигналов D_j^i (*j*=1...3) равны Q_j для тех разрядов, которые остаются неизменными при переходе в следующее (соседнее) состояние. Отметим, что в случае если из данного состояния возможно несколько переходов, D_j^i копирует те разряды Q_j ($Q_3Q_2Q_1$), которые остаются неизменными при всех возможных переходах из данного состояния.

б) остальным информационным сигналам D^{i}_{j} , подаваемым на *i*-ые входы *j*-ых мультиплексоров, присваиваются значения переменных, вызывающих данный переход по следующим правилам. Если переход сопровождается изменением значения разряда кода состояния с 0 на 1, то переменная подается на соответствующий вход без инверсии, при изменении с 1 на 0 — переменная, подаваемая на вход, инвертируется.

В соответствии с вышеприведенными правилами таблица настройки мультиплексоров имеет вид:

Таблица 2.2

							10	201101010 2.2
i	0	1	3	2	6	7	5	4
Q3Q2Q1	000	001	011	010	110	111	101	100
$D^{i}_{3}D^{i}_{2}D^{i}_{1}$	(ZG)0(S <u>G</u>)	0(G)1	01G	0(ZVS)0	<u> </u>	11G	1G1	10 <u>G</u>



Рис. 2.18. Схема для моделирования асинхронного автомата Мили



Рис. 2.19. Временные диаграммы моделирования работы асинхронного автомата Мили

2.3. Синтез синхронных автоматов

2.3.1. Пример 3. Синтез счетчика с изменяемым коэффициентом пересчёта

<u>Пример 3.</u> Синтезировать и протестировать цифровой синхронный автомат (программно-управляемый счетчик), обеспечивающий следующие последовательности счета:

A=1; B=0	0, 1, 2, 3
A=0; B=1	0, 1, 6, 7
В остальных случаях	<pre>0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7</pre>

В соответствии с совокупностью сигналов, управляющих последовательностью переходов синхронного автомата, сформируем новые сигналы, управляющие работой синхронного автомата.

$$X_1 = A \cdot \overline{B}$$
, $X_2 = \overline{A} \cdot B$.

Данные сигналы просто могут быть получены с помощью полного двоичного дешифратора 2Х4.

Обобщенная схема синхронного автомата приведена на рис. 2.20. В соответствии с этой структурой проведем синтез синхронного автомата примера.

Составим граф переходов синтезируемого синхронного автомата (рис. 2.21). Отметим, что поскольку переход из состояние в состояние осуществляется по синхросигналу, в графе переходов нет необходимости использовать противогоночное кодирование состояний, их достаточно закодировать позиционным двоичным кодом.



Рис. 2.20. Структурная схема синхронного автомата

Двоичные переходы на структурной схеме осуществляет мультиплексор МХ1, имеющий выход Y1. Сигнал на счетном входе (приращения) счетчика:

$$SYN = Y1 \cdot G$$

Мультиплексор МХ2 — мультиплексор недвоичных переходов. Его выход Y2 подается на вход параллельной загрузки счетчика WE (PLBAR, имеющий активный низкий



уровень, на схеме примера см. рис. 2.22). В соответствии с этим таблица программирования мультиплексора MX2 рассматриваемого примера следующая:

$$D2 = \overline{X}_2; \qquad D4 = \overline{X}_1.$$

На остальных информационных входах МХ2 — постоянный уровень логической «1».

Инверсия сигналов для входов

Рис. 2.21. Граф переходов синхронного автомата (счетчика с изменяемой последовательностью счета)

недвоичных переходов и уровень лог. «1» для входов двоичных переходов используют-

ся, поскольку вход параллельной загрузки счетчика имеет активный низкий уровень.

Перейдем теперь к синтезу комбинационной схемы преобразователя кодов (КС1 на рис. 2.20), которая подает на входы параллельной загрузки счетчика код следующего состояния при осуществлении недвоичного перехода синхронного автомата.

Таблица недвоичных переходов синхронного автомата:

$Q_2 Q_1 Q_0(t_i)$	$Q_2 Q_1 Q_0(t_{i+1})$
011	000
001	110

Минимизируем логическую функцию для каждого входа параллельной загрузки Q₀ (P₀), Q₁ (P₁), Q₃ (P₂) с помощью карт Карно:

$Q_1 Q_0$ Q_2	00	01	11	10	O_0 (P ₀)	$P_{0} = 0$
0	Х	0	0	Х		0
1	Х	Х	Х	Х		

$Q_1 Q_0$ Q_2	00	01	11	10	O_1 (P ₁)	$P_1 = \overline{O_1}$
0	X	1	0	Х		
1	X	X	Х	Х		

$Q_1 Q_0$ Q_2	00	01	11	10	O ₂ (P ₂)	$P_2 = \overline{O}_1$
0	X	1	0	Х		$2 \mathcal{L}_1$
1	X	0	Х	Х		

Принципиальная схема синхронного автомата для анализа с помощью программы MICROCAP-8 приведена на рис. 2.22, а временные диаграммы работы — на рис. 2.23.

Отметим, что верхний мультиплексор (мультиплексор двоичных переходов) для данной задачи может отсутствовать, поскольку счетчик начинает счет в двоичном режиме независимо от значения управляющих сигналов. Т. е., для рассматриваемой задачи можно подавать импульсы тактового генератора GG непосредственно на счетный вход счетчика.



Рис. 2.22. Схема для моделирования синхронного автомата



Рис. 2.23. Временные диаграммы моделирования синхронного автомата

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Лачин В.И., Савёлов Н.С. Электроника: Учеб. пособие. 4-е изд. Ростов н/Д: издво «Феникс», 2004. — 576 с. (Серия «Высшее образование»).
- 2. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники /Пер. с англ Б.Н. Бронина и др. 5-е изд., перераб.— М.: Мир, 1998 704 с.: ил
- 3. А.Б. Сергиенко Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов СПб.: Питер, 2002 608 с.: ил.
- 4. М.А. Амелина, Ю.В Троицкий Синтез комбинационных и последовательностных логических устройств. Лабораторный практикум по курсу «Электронные промышленные устройства». – М.: МЭИ, 1999. – 48 с.
- 5. Проектирование схем управления на базе микросхем повышенной степени интеграции. Троицкий Ю.В. /Под ред. В.А. Циганкова. – М.: Моск. Энерг. ин-т, 1989. – 80 с.
- 6. Хоуп Г. Проектирование цифровых вычислительных устройств на интегральных схемах: Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 400 с.
- 7. Электронные промышленные устройства: Учеб. Для студ. вузов спец. «Пром. электрон.» /В.И. Васильев, Ю.М. Гусев, В.Н. Миронов и др. М.: Высш. шк., 1988. 303 с: ил.
- 8. Угрюмов Е.П. Цифровая схемотехника: Учеб. Пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: БХВ-Петербург, 2004. 800 с.: ил.
СОДЕРЖАНИЕ

1.	ΦИ	ЛЬТРЫ	2
	1.1.	Общее математическое описание фильтров	3
	1.2.	Классификация фильтров по виду их амплитудно-частотных характеристик.	7
	1.3.	Классификация фильтров по особенностям полиномов, входящих в передаточ	ные
	функц	ции	10
	1.4.	Подробная информация по типам фильтров	12
	1.4.	1. Фильтр Баттерворта	13
	1.4.	2. Фильтр Чебышева первого рода	14
	1.4.	3. Фильтр Чебышева второго рода	16
	1.4.	4. Эллиптический фильтр	17
	1.4.	5. Фильтр Бесселя	18
	1.4.	6. Преобразования фильтров-прототипов	19
	1.5.	Особенности проектирования фильтров	22
	1.5.	1. Пассивные RLC-фильтры	22
	1.5.	2. Схемы активных фильтров	25
	1.6.	Звенья схем активных фильтров	27
	1.6.	1. Звенья Саллена-Ки	27
	1.6.	2. Звенья MFB Multiple Feedback	32
	1.6.	3. Фильтры, построенные на основе метода переменных состояния	34
	1.6.	4. Биквадратные фильтры	35
	1.6.	5. Двойной Т-образный фильтр-пробка	37
	1.6.	6. Построение фильтров на гираторах	39
	1.6.	7. Фильтры на переключаемых конденсаторах	40
	1.7.	Синтез активных и пассивных фильтров с помощью программы MICROCAP-8	44
	1.7.	1. Синтез активных фильтров	44
	1.7.	2. Синтез пассивных фильтров	52
2.	СИ	НТЕЗ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТОВ	54
	2.1.	Синтез асинхронных автоматов на RS-триггерах	54
	2.1.	1. Пример 1 (вариант 10 лр. №3)	54
	2.1.	2. Пример 2 (вариант 12 лр №3)	56
	2.1.	3. Пример 3 — Автомат Мили	57
	2.1.	4. Пример 4 — автомат Мура	60
	2.2.	Синтез асинхронных автоматов на мультиплексорах	63
	2.2.	1. Пример 1. Асинхронный автомат Мили	63
	2.2.	2. Пример 2. Асинхронный автомат Мура	66
	2.3.	Синтез синхронных автоматов	68
	2.3.	1. Пример 3. Синтез счетчика с изменяемым коэффициентом пересчёта	68
Л	ATEP	АТУРА	72