

ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Найти и изобразить в декартовой системе координат области выпуклости и вогнутости функции $f(x, y) = (x-1)^3 - 6xy + y^3$. Выпуклы ли построенные области?

2. Задачу нелинейного программирования

$$-(x_1 - 4)^2 - x_2^2 \Rightarrow \max \text{ при } \begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

привести к стандартному виду. Изобразить допустимое множество и линии уровня целевой функции; решить задачу графически. Проверить, выполняются ли условия теоремы Вейерштрасса о существовании решения. На рисунке проверить выполнение условий Куна-Таккера в угловых точках допустимого множества (т.е. в точках, в которых число активных ограничений не меньше числа переменных) и в точках касания линии уровня целевой функции с границами допустимой области. Найти точки, в которых условия Куна-Таккера выполняются, и определить, какие из ограничений являются активными в таких точках. Выписать условия Куна-Таккера в найденных точках и рассчитать значения двойственных переменных. Сделать обоснованный вывод о наличии или отсутствии локального (глобального) максимума во всех рассмотренных точках.

3. Фабрика по производству мороженого может выпускать пять сортов мороженого. При производстве мороженого используется два вида сырья: молоко и наполнители, запасы которых известны. Известны также удельные затраты сырья, а также цены продукции. Требуется построить план производства, который обеспечивает максимум дохода.

4. Рассмотреть задачу целевого программирования, в которой множество допустимых решений задается неравенствами $x_1 + 2x_2 \leq 4$, $4x_1 + x_2 \leq 4$ и $x_{1,2} \geq 0$, критерии заданы соотношениями $z_1 = 2x_1 + x_2$, $z_2 = 2x_2$, а целевая точка совпадает с идеальной точкой z^* , отклонение от которой задается функцией $\rho(z, z^*) = \max \{(z_1^* - z_1), (z_2^* - z_2)\}$. Найти и изобразить множество достижимых критериальных векторов Z , его паретову границу $P(Z)$ и идеальную точку z^* . Изобразить линии уровня функции $\rho(z, z^*)$. Графически решить задачу нахождения достижимой точки (z'_1, z'_2) , дающей минимум отклонения от идеальной точки; аналитически записать задачу минимизации отклонения от идеальной точки в виде задачи линейного программирования.

5. Рассмотреть задачу двухкритериальной максимизации

$$z_1 = F_1(x) = 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \rightarrow \max, \quad z_2 = F_2(x) = -5x_1 + x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$

на множестве допустимых решений $X \subset E^3$

$$2x_1^2 + x_2^2 + (x_3 + 1)^2 \leq 1, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.$$

Найти Парето-эффективное решение, максимизирующее линейную свертку критериев

$$\phi(z_1, z_2) = 0,6z_1 + 0,4z_2.$$

Проверить, выполняется ли для возникающей задачи нелинейного программирования условия теоремы Вейерштрасса и является ли эта задача задачей выпуклого программирования. Проверить возможность использования условий Куна-Таккера в данной задаче. Выписать и проверить выполнение условий Куна-Таккера в градиентной форме для различных наборов активных ограничений. Найти решение рассматриваемой задачи нелинейного программирования. Выписать функцию Лагранжа и условия Куна-Таккера через функцию Лагранжа; проверить выполнение условий Куна-Таккера в найденном решении.