Лабораторная работа № 1

ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ С ПОМОЩЬЮ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы

С помощью баллистического маятника определить скорость пуль с различными массами. Рабочую формулу для экспериментального определения скорости пули и теоретическую зависимость скорости пули от ее массы получить исходя из законов сохранения импульса и энергии.

Описание установки

Баллистический маятник представляет собой массивный цилиндр M, заполненный пластилином. В цилиндр в горизонтальном направлении производят выстрел пулей массы m из пружинного пистолета P, неподвижно закрепленного вблизи маятника (Рис. 1). Пуля проникает в пластилин, застревает в нем и дальше продолжает двигаться вместе с маятником (абсолютно неупругий удар). Маятник закреплен так, чтобы в процессе отклонения он совершал поступательное движение. Максимальное отклонение маятника от его положения равновесия фиксируется механизмом N.

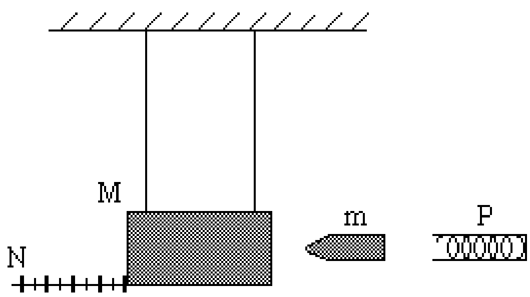

Рис. 1.1

Методика эксперимента, вывод формул

1.Вывод формулы зависимости скорости пули от ее массы

Выбрав пулю массы m_1, зарядим пистолет, сжав его пружину. При этом в пружине будет запасена потенциальная энергия

$$E_{пруж.} = \frac{kb^2}{2}, \qquad (1.1)$$

где k - коэффициент упругости пружины,

b - деформация пружины.

Предположим, что вся энергия сжатой пружины при выстреле полностью превращается в кинетическую энергию пули. Это означает, что мы пренебрегаем потерями энергии на преодоление трения между пулей и стволом пистолета и на сообщение кинетической энергии самой пружине. Учтем, кроме того, что геометрические размеры всех пуль одинаковы, а, значит, одинакова деформация пружины для любой пули и, следовательно, одинакова запасаемая пружиной потенциальная энергия. Тогда из закона сохранения механической энергии следует, что пули различных масс m_i, вылетая из пружинного пистолета, должны иметь одинаковые кинетические энергии:

$$\frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{kb^2}{2}, \qquad (1.2)$$

где v_i - скорость i – ой пули после выстрела.

Из (2) получаем зависимость скорости пули после выстрела от ее массы:

$$v_i = b\sqrt{\frac{k}{m_i}}. \qquad (1.3)$$

Поскольку величины b и k для всех пуль одинаковы, то график ожидаемой зависимости скорости пули v от $\sqrt{\frac{1}{m}}$ должен, согласно формуле (1.3), представлять собой прямую линию, проходящую через начало координат.

2. Вывод рабочей формулы

Пролетев небольшое расстояние между пистолетом и маятником, пуля входит в пластилин, заполняющий цилиндр, и за счет вязкого трения быстро теряет скорость. При этом часть механической энергии пули расходуется на неупругую деформацию и превращается во внутреннюю энергию пластилина и пули, то есть пластилин и пуля нагреваются. Такой удар пули и маятника, в результате которого они начинают двигаться как единое целое, называется абсолютно неупругим. Механическая энергия в процессе такого удара не сохраняется (убывает).

Процесс удара является кратковременным. Если масса маятника достаточно велика по сравнению с массой пули ($M >> m$), то за время удара он в силу своей инерционности не успевает выйти из положения равновесия. Это позволяет считать систему маятник-пуля в момент удара замкнутой в горизонтальном направлении, так как сила тяжести и сила натяжения подвеса направлены вертикально при вертикальном положении маятника. Для замкнутой системы можно применить закон сохранения импульса

$$mv = (M + m)u, \qquad (1.4)$$

где v - скорость пули до удара (при этом скорость маятника равна нулю),

u - скорость, приобретенная системой маятник-пуля сразу после удара.

Маятник вместе с пулей, получив за счет неупругого удара импульс, отклоняется от положения равновесия на угол α. В процессе отклонения на маятник действуют сила тяжести (вниз) и сила упругости подвеса (перпендикулярно направлению мгновенной скорости маятника). Если пренебречь потерями энергии на трение в подвесе и на сопротивление воздуха, то работу при отклонении маятника совершает только гравитационная сила. Это позволяет воспользоваться законом сохранения механической энергии:

$$\frac{(M+m)u^2}{2}=(M+m)gh, \tag{1.5}$$

где h - наибольшая высота, на которую поднимается маятник (Рис. 1.2).

Слева в этой формуле стоит кинетическая энергия при поступательном движении маятника сразу после удара (в этой точке потенциальную энергию принимаем равной нулю), а справа – потенциальная энергия системы в момент ее остановки на высоте h.

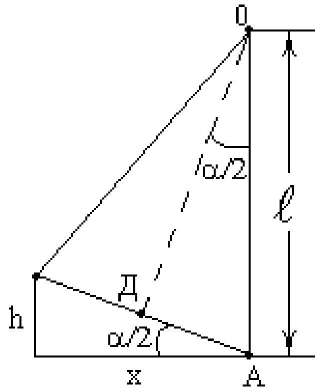

Рис. 1.2

Выразим высоту h через соответствующее горизонтальное смещение маятника x, которое удобнее измерять. Предположим, что угол отклонения маятника от положения равновесия α мал. Из рис. 1.2. видно, что

$$tg\frac{\alpha}{2}=\frac{h}{x}=\frac{АД}{ДО}\approx\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{АД}{АО}\approx\frac{x/2}{l}=\frac{x}{2l}, \tag{1.6}$$

где l - длина нити подвеса.

Из (1.6) получаем

$$h=\frac{x^2}{2l}. \tag{1.7}$$

Уравнения (1.4), (1.5) и (1.7) образуют систему, решая которую получим скорость пули v перед ударом

$$v=\frac{(M+m)}{m}x\sqrt{\frac{g}{l}}. \tag{1.8}$$

Выражение (1.8) позволяет, осуществив прямые измерения смещения маятника x и зная значения остальных величин, входящих в эту рабочую формулу, определить скорость пули v путем косвенных измерений. Измерив скорости v_i для пуль с разными массами m_i можно, следовательно, убедиться в справедливости теоретической зависимости (1.3).

3. Вывод формулы для определения погрешности косвенных измерений скорости v

Методика оценки истинных значений и погрешности при прямых и косвенных измерениях изложена в [1].

Проведя прямые многократные измерения смещения маятника x для одной и той же пули (см. задание к работе) можно (см. [1]) оценить истинное значение $\bar{x}$ и доверительную погрешность Δx этой величины, записав результат в виде $(\bar{x} \pm \Delta x)$м. Истинные значения остальных аргументов рабочей формулы (1.8) и их доверительные погрешности определены заранее и указаны в таблице исходных данных, расположенной около установки. Подставляя истинные значения аргументов в рабочую формулу (1.8) получим оценку истинного значения скорости пули

$$\bar{v} = \frac{(\bar{M} + \bar{m})}{\bar{m}} \bar{x} \sqrt{\frac{\bar{g}}{\bar{l}}}, \tag{1.9}$$

где черта означает «оценка истинного значения».

Теперь (см. [1]) можно оценить доверительную абсолютную погрешность этой величины. В формуле (1.8) пять аргументов (M, m, x, g, l), каждый из которых определен с некоторой погрешностью. Следовательно, формула для определения абсолютной погрешности скорости пули имеет вид

$$\Delta v = \left\{ \begin{array}{l} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial M}\right)\Delta M\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial v}{\partial m}\right)\Delta m\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)\Delta x\right]^2 + \\ + \left[\left(\frac{\partial v}{\partial g}\right)\Delta g\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial v}{\partial l}\right)\Delta l\right]^2 \end{array} \right\}^{1/2} \tag{1.10}$$

Пользуясь формулой (1.8), вычислим частные производные от скорости по каждому из аргументов. В результате получим следующее выражение

$$\Delta v = \left\{ \begin{array}{l} \left[\left(\frac{1}{\bar{m}} \bar{x} \sqrt{\frac{\bar{g}}{\bar{l}}}\right)\Delta M\right]^2 + \left[\left(-\frac{\bar{M}}{\bar{m}^2} \bar{x} \sqrt{\frac{\bar{g}}{\bar{l}}}\right)\Delta m\right]^2 + \left[\left(\frac{\bar{m} + \bar{M}}{\bar{m}} \sqrt{\frac{\bar{g}}{\bar{l}}}\right)\Delta x\right]^2 \\ + \left[\left(\frac{\bar{m} + \bar{M}}{\bar{m}} \bar{x} \frac{1}{2\sqrt{\bar{g}\bar{l}}}\right)\Delta g\right]^2 + \left[\left(-\frac{\bar{m} + \bar{M}}{\bar{m}} \bar{x} \frac{\sqrt{\bar{g}}}{2(\bar{l})^{3/2}}\right)\Delta l\right]^2 \end{array} \right\}^{1/2} \tag{1.11}$$

В формулу (1.11) входит пять квадратичных членов, каждый из которых определяет вклад погрешности одного из пяти аргументов формулы (1.8) в погрешность величины $\bar{v}$. Прежде чем применять формулу (1.11), следует отдельно вычислить (приближенно) каждый из пяти квадратичных членов, чтобы сравнить их друг с другом. Сравнение покажет, точность определения каких аргументов мало влияет на абсолютную погрешность скорости. Эти члены из формулы (1.11) надо исключить, и только после этого, применив (1.11), получить оценку погрешности скорости Δv. Численные результаты, полученные с помощью формул (1.9) и (1.11), записываются в виде

$$(\bar{v} \pm \Delta v)\ {}^{м}\!/_{c}. \qquad (1.12)$$

Задание к работе

1. Сделайте заготовку протокола к лабораторной работе.
2. Получите допуск к выполнению лабораторной работы у преподавателя.
3. Соблюдая правила техники безопасности, зарядите пружинный пистолет пулей с наибольшей массой.
4. Подготовьте устройство N к измерению горизонтального смещения маятника. Запишите численное значение начальной координаты $x_{нач}$ маятника по линейке отсчетного устройства N.
5. Осуществите первый выстрел пулей с наибольшей массой, нажав спусковую кнопку пистолета. Запишите численное значение конечной координаты $x_{кон}$, определив его по линейке отсчетного устройства N. Вычислите смещение маятника при первом опыте:
$$x = |x_{кон} - x_{нач}|.$$
   Запишите величину x в таблицу измерений.
6. Проведите опыт с той же пулей пять раз, чтобы в дальнейшем провести статистическую обработку этих прямых измерений.
7. Проведите однократные измерения смещения маятника для пуль с другой массой (п. 3,4,5).
8. Проведите статистическую обработку прямых многократных измерений смещения маятника для первой пули согласно методике, описанной в [1]. Результаты внесите в таблицу измерений.
9. По формуле (1.9) получите оценку истинного значения скорости пули $\bar{v}$, для которой были проведены многократные измерения. Результат внесите в таблицу измерений. Рекомендуется для получения скорости пули использовать результаты индивидуального задания для членов бригады, выполняющих лабораторную работу на одной установке.
10. Получите оценку абсолютной погрешности косвенных измерений скорости этой пули (формула (1.11)). Прежде чем применять формулу (1.11), следует отдельно вычислить (приближенно) каждый из пяти квадратичных членов, чтобы сравнить их друг с другом. Сравнение покажет, от каких аргументов сильнее всего зависит величина погрешности Δv, а какие члены формулы (1.11) можно не учитывать. Результат внесите в таблицу измерений.

11. Вычислите скорости пуль с другой массой (формула (1.9)). Погрешность для этих однократно проведенных опытов оценивать не надо. При этом также (см. п. 9) рекомендуется использовать результаты индивидуального задания.
12. Учитывая, что для проведенных опытов должна выполняться зависимость (1.3) постройте оси графика этой зависимости в координатах v, $\sqrt{\frac{1}{m}}$ для диапазона численных значений, соответствующего используемым в опытах массам пуль и полученным для них скоростям.
13. Нанесите на этот график точки, соответствующие полученным в опытах значениям скорости для каждой пули. Обратите внимание, лежат ли экспериментальные точки на одной прямой.
14. Укажите на этом графике для каждой экспериментальной точки диапазон, внутри которого лежит истинное значение скорости, то есть графически укажите найденную погрешность. При этом считайте, что погрешность, найденная для скорости только одной пули, является такой же для скоростей остальных пуль.
15. Сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. Цель данной лабораторной работы.
2. Какой закон сохранения позволяет получить зависимость скорости пули, выпущенной из пружинного пистолета, от ее массы? Какие предположения при этом делаются?
3. Выполняется ли закон сохранения механической энергии системы маятник-пуля при ударе?
4. В какой момент опыта выполняется закон сохранения импульса для системы маятник-пуля?
5. Начиная с какого момента опыта можно использовать закон сохранения механической энергии для системы маятник - пуля?
6. Как рассчитать долю кинетической энергии пули, которая расходуется на неупругую деформацию при ударе?
7. Запишите систему уравнений для получения скорости пули через горизонтальное смещение маятника после удара. Решив систему, получите рабочую формулу.
8. Где при выводе рабочей формулы используется тот факт, что маятник движется поступательно?
9. Как изменится смещение маятника, если изменить его массу?
10. Как изменится смещение маятника, если изменить длину подвеса?
11. Какие величины в опыте определяются путем прямых, а какие путем косвенных измерений?
12. Как оценить истинные значения при прямых и как при косвенных измерениях?

13. Как оценить доверительную погрешность при прямых и как при косвенных измерениях? Какой смысл этой погрешности, почему результат измерений записывают в виде $(\bar{v} \pm \Delta v)$?
14. Какой смысл, строить график зависимости скорости пули от ее массы в координатах v, $\sqrt{\frac{1}{m}}$?

Индивидуальные задания для членов бригады, выполняющих лабораторную работу на одной установке

Номер члена бригады	Индивидуальное задание
1	Постройте график зависимости скорости пули v перед ударом от горизонтального смещения маятника x для пули массой m_1 (формула (8)). Рекомендуемый диапазон изменения величины x от 0 до 10см. Численные значения массы маятника M, массы пули m_1, длины подвеса l возьмите в таблице исходных данных, помещенной около лабораторной установки, на которой Вам предстоит выполнять опыты.
2	Выполните задание аналогичное заданию для первого номера, но для пули массой m_2.
3	Выполните задание аналогичное заданию для первого номера, но для пули массой m_3.

Литература

1. Введение (эти методические указания).