



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования
«Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского»
Физико-технический институт

Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

по дисциплине

«Компьютерные системы»

«Методика расчета трудоемкости выполнения алгоритма»

Выполнил:

Студент 3 курса

Направления подготовки ИВТ

Группа ИВТ-б-о-192(1)

Мусаелян А.К

Проверил:

Руденко М.А.

Симферополь

2021

Цель работы: провести расчет трудоемкости заданного алгоритма на основе теории Марковских цепей и сетевого подхода.

Вариант 4

Ход работы

Теоретические сведения

Трудоемкость алгоритма – это количество вычислительной работы, требуемой для реализации алгоритма.

Оценка трудоемкости алгоритмов проводится на основе теории марковских цепей и сетевого подхода.

Марковские цепи – это последовательность случайных событий с конечным или счетным числом исходов, где вероятность наступления каждого события зависит только от состояния, достигнутого в предыдущем событии. Распределение вероятностей переходов обычно представляется в виде матрицы. Если цепь Маркова имеет N возможных состояний, то матрица будет иметь вид $N \times N$, в которой запись (I, J) будет являться вероятностью перехода из состояния I в состояние J . Кроме того, такая матрица должна быть стохастической, то есть строки или столбцы в сумме должны давать единицу. В такой матрице каждая строка будет иметь собственное распределение вероятностей. Цепь Маркова имеет начальный вектор состояния, представленный в виде матрицы $N \times 1$. Он описывает распределения вероятностей начала в каждом из N возможных состояний. Запись I описывает вероятность начала цепи в состоянии I .

Суть *сетевого подхода* состоит в выделении путей на графе алгоритма, соответствующих минимальной, средней и максимальной трудоемкости последовательности операторов. Эти пути могут быть выделены только на графах, не содержащих циклов. По этой причине методика сетевого подхода начинается с анализа трудоемкости алгоритмов, не содержащих циклы. Затем рассматривается прием исключения циклов из графа алгоритма путем замены их операторами с эквивалентной трудоемкостью. Этот прием позволяет распространить сетевой подход на любые алгоритмы, в том числе содержащие любое количество циклов.

Задание представлено в виде графа алгоритма работы системы, в таблице снизу указаны трудоемкости для каждой из операций.

Все вычисления выполнены в программе PTC *Mathcad Express Prime 7.0.0.0*

вопр. проц.

алгоритм



Q_1
 Q_2

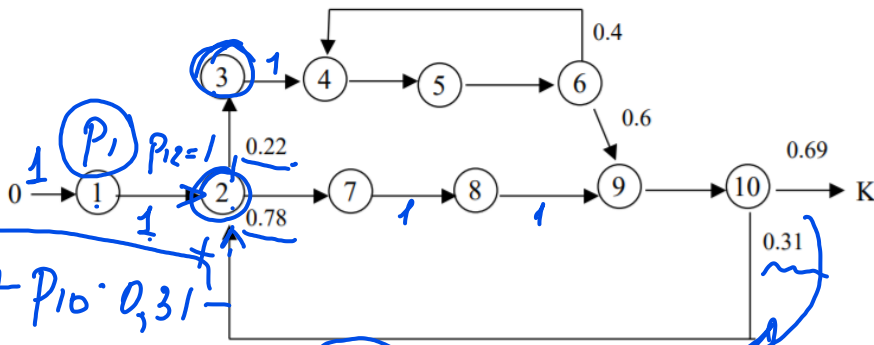
Вариант 4

Сеть:

ТСП

$$\frac{dp_2}{dt} = +p_1 \cdot p_{12} + p_{10} \cdot 0,31 - p_2 \cdot 0,22 - p_2 \cdot 0,78$$

вх



$$-p_2 \cdot 0,22 - p_2 \cdot 0,78 \quad (-p_2)$$

Q_{min}
 $Q_{ср.}$
 Q_{max}
 t^*

$\sum p = 1$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k_i	730	460	220	720	370	470	240	870	180	300

Марковск.
Катастрофа

1. Расчет трудоемкости алгоритма методом марковских цепей.
Решение задачи определения трудоемкости алгоритма сводится к вычислению среднего числа n_1, \dots, n_{k-1} пребывания марковского процесса в невозвратных состояниях. Одним из способов расчета указанных величин является нахождение корней системы линейных алгебраических уравнений.

Запишу уравнения, составленные согласно графу, в дифференциальной форме:

1
0
0
0
0
0

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} &= 1 - p_1(t) \\ \frac{dp_2}{dt} &= p_1(t) - p_2(t) + 0,31p_{10} \\ \frac{dp_3}{dt} &= 0,22p_2(t) - p_3(t) \\ \frac{dp_4}{dt} &= p_3(t) + 0,4p_6(t) - p_4(t) \\ \frac{dp_5}{dt} &= p_4(t) - p_5(t) \\ \frac{dp_6}{dt} &= p_5(t) - p_6(t) \\ \frac{dp_7}{dt} &= p_2(t) - p_7(t) \\ \frac{dp_8}{dt} &= p_7(t) - p_8(t) \\ \frac{dp_9}{dt} &= p_8(t) + 0,6p_6(t) - p_9 \\ \frac{dp_{10}}{dt} &= p_9(t) - p_{10}(t) \end{aligned} \right\}$$

средн.
уставов.
 $p_i = const$

Необходимо преобразовать составленную систему дифференциальных уравнений в СЛАУ:

$p = (0 \dots 1)$
 $+I - p_1 = 0$

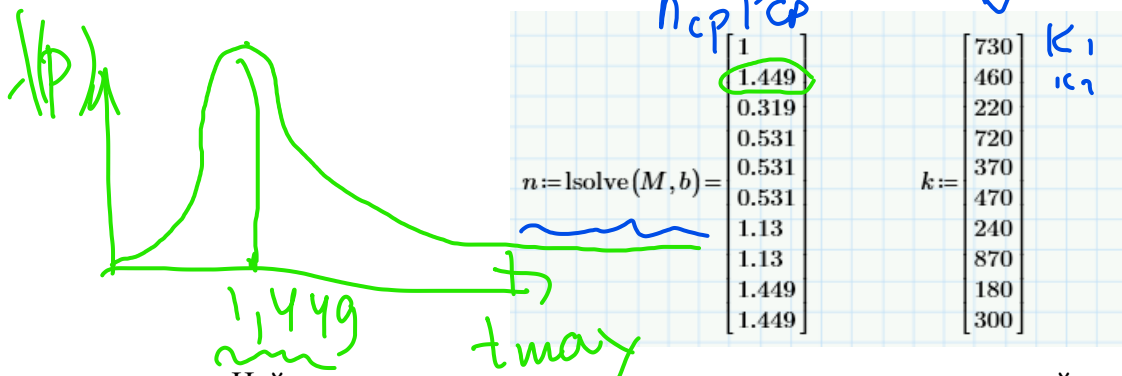
$$\begin{cases} -p_1 = -1 \\ p_1 - p_2 + 0.31p_{10} = 0 \\ 0.22p_2(t) - p_3(t) = 0 \\ p_3(t) + 0.4p_6(t) - p_4(t) = 0 \\ p_4(t) - p_5(t) = 0 \\ p_5(t) - p_6(t) = 0 \\ p_2(t) - p_7(t) = 0 \\ p_7(t) - p_8(t) = 0 \\ p_8(t) + 0.6p_6(t) - p_9(t) = 0 \\ p_9(t) - p_{10}(t) = 0 \end{cases}$$

ср. з и
 обратн.
 к узел.

Составлена матрица коэффициентов и свободных членов

$$M := \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.31 \\ 0 & 0.22 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.78 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad b := \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Найдено среднее число обращений к конкретному узлу



Найдена трудоемкость алгоритма методом марковских цепей

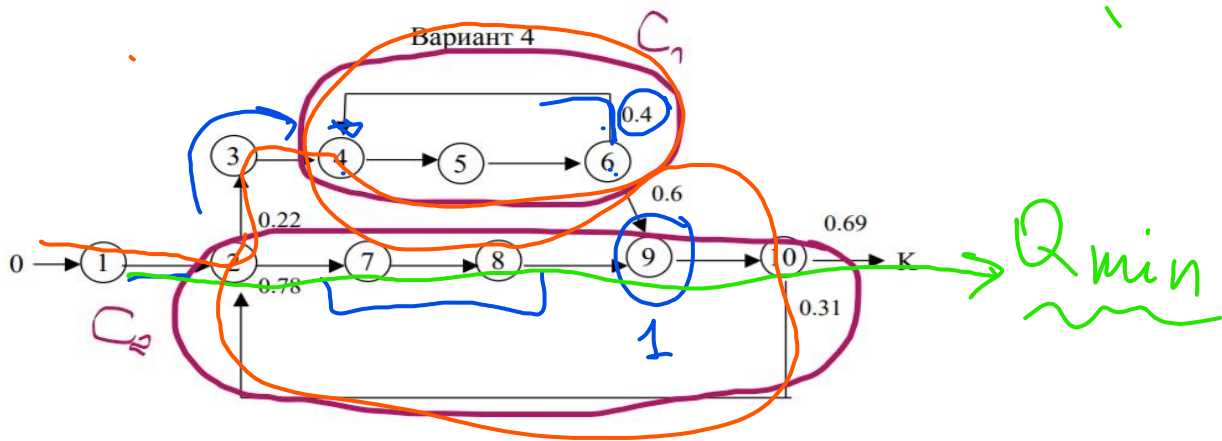
$Q := k \cdot n = 4.246 \cdot 10^3$

50
 50000

2. Расчет минимальной, средней и максимальной трудоемкости алгоритма сетевым методом.

$n_{\text{ср}} = 2$

$n_{\text{max}} = 2$



i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k _i	730	460	220	720	370	470	240	870	180	300

Вычислю среднее число повторений первого и второго циклов.

$$nc1 := \frac{1}{1-0.4} = 1.667$$

$$nc2 := \frac{1}{1-0.31} = 1.449$$

$$Q_{cp} = k_1 + 1.449(k_2 + 0.22k_3 + 0.22 \cdot 1.667(k_4 + k_5 + k_6) + 0.78(k_7 + k_8) + k_9 + k_{10})$$

$$Q_{cp} := 730 + 1.449(460 + 0.22 \cdot 220 + 0.22 \cdot 1.667(720 + 370 + 470) + 0.78(240 + 870) + 180 + 300) = 4.246 \cdot 10^3$$

Чтобы вычислить Q_{min} необходимо сложить трудоемкость операторов, не входящих в циклы. Есть два варианта: 1-2-3-4-5-6-9-10 и 1-2-7-8-9-10. Для первого варианта трудоемкость равна 3450, для второго – 2780.

$$Q_{min} := 730 + 460 + 240 + 870 + 180 + 300 = 2.78 \cdot 10^3$$

$$Q_{max} = k_1 + nc2_{max}(k_2 + k_3 + nc1_{max}(k_4 + k_5 + k_6) + k_9 + k_{10})$$

$$nc1_{max} = 5, nc2_{max} = 5$$

$$Q_{max} := 730 + 5(460 + 220 + 5(720 + 370 + 470) + 180 + 300) = 4.553 \cdot 10^4$$

Вывод: В ходе выполнения лабораторной работы была найдена средняя трудоемкость алгоритма, согласно двум методам – 4246. При помощи сетевого метода была найдена минимальная трудоемкость, которая соответствует операторам: 1-2-7-8-9-10. Максимальная трудоемкость зависит от количества прохода циклов алгоритма, количество которых может быть велико. В итоге получено значение 45530.

Для расчета параметров компьютерной системы выбрано значение средней трудоемкости.

СРВ - Q_{max}