

Лабораторная работа № 2

«Оценка вероятности безотказной работы изделий из композиционных материалов»

Цель лабораторной работы: Освоение методов оценки надёжности композиционных конструкций, как вероятностной прочности с учётом влияния разброса прочностных свойств композиционных материалов.

Задачи:

1. Экспериментальное определение несущей способности образцов из композиционных материалов.
2. Экспериментальное определение модуля упругости композиционного материала.
3. Расчётно-экспериментальное определение вероятности безотказной работы образцов из композиционных материалов.
4. Определение корреляции свойств композиционного материала и несущей способности образцов.

1. Теоретические положения

В самом общем случае при расчёте инженерно-технических систем на прочность необходимо выполнение неравенства:

$$R > N,$$

где R, N – соответственно несущая способность конструкции или изделия и внешняя нагрузка, либо выполнения условия:

$$\eta = \frac{R}{N} > 1,$$

где η коэффициент запаса прочности. В качестве несущей способности здесь могут выступать максимальная разрушающая нагрузка $P_{разр.}$, разрушающие σ_s или допускаемые $[\sigma]$ напряжения или любой другой критерий прочности. В качестве нагрузки могут выступать тот или иной тип нагружения.

В данном случае речь идёт о детерминированной постановке, когда точно известны значения несущей способности и внешней нагрузки и можно с помощью простых формул проверить выполнение условия прочности.

При изготовлении композиционных материалов углы укладки волокон, объёмное содержание волокон, количество и качество связующего, степень пропитки материала и многие другие параметры технологического процесса трудно поддаются контролю. Поэтому физико-механические свойства изделий из таких материалов являются случайными величинами. Следует также отметить, что в реальных условиях эксплуатации любых инженерно-технических систем на них действуют нагрузки, имеющие случайный характер. Учитывая всё вышесказанное воспользоваться ранее приведёнными формулами уже нельзя. В данном случае в качестве критерия оценки работоспособности конструкций следует понимать вероятность такого события, когда действующая нагрузка не превышает несущей способности, т.е. выполняется неравенство:

$$R > N.$$

Вероятность такого события принято называть вероятностью безотказной работы.

Зная законы распределения несущей способности и внешней нагрузки вероятность безотказной работы (H) можно определить с использованием выражения:

$$H = \int_0^{\infty} f_R(R) F_N(R) dR,$$

либо

$$H = \int_0^{\infty} f_N(N) \cdot [1 - F_R(N)] dN.$$

Геометрически вероятность отказа будет численно равна заштрихованной площади на рисунке 3.

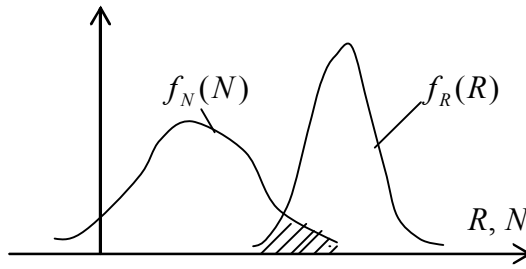


Рисунок 3 – Вероятность отказа

Если теоретические законы распределения случайных величин R и N неизвестны, то приближенный расчет надежности можно проводить по результатам экспериментальных исследований, используя следующую зависимость:

$$H = \int_0^1 G dJ.$$

Здесь $G = 1 - F_R(N)$; $dJ = f_N(N)dN$; $J = F_N(N)$.

Таким образом, численное значение надежности определяется как площадь под кривой $G = G(J)$.

Приближенные оценки значений функций распределения $\tilde{F}_R(N)$ и $\tilde{F}_N(N)$ строятся по результатам обработки экспериментальных исследований несущей способности и нагрузки с использованием методов математической статистики.

Пусть проведено n_R опытов по определению несущей способности, в результате которых получено n_R значений $R_i, i = 1, \dots, n_R$. Строится ряд распределения случайной величины R , как это показано в таблице 1 (при этом подразумевается, что в данной таблице значения R расположены в порядке возрастания).

Таблица 1 Ряд распределения экспериментальных значений R

i	1	2	...	i	...	n_R
R_i	R_1	R_2	...	R_i	...	R_{n_R}
$P_i = \frac{i}{n_R + 1}$	$\frac{1}{n_R + 1}$	$\frac{2}{n_R + 1}$...	$\frac{i}{n_R + 1}$...	$\frac{n_R}{n_R + 1}$

Аналогичным образом строится ряд распределения случайной величины нагрузки N по n_N значениям $N_j, j = 1, \dots, n_N$.

Таблица 2 Ряд распределения значений N

j	1	2	...	j	...	n_N
N_j	N_1	N_2	...	N_j	...	N_{n_N}
$P_j = \frac{j}{n_N + 1}$	$\frac{1}{n_N + 1}$	$\frac{2}{n_N + 1}$...	$\frac{j}{n_N + 1}$...	$\frac{n_N}{n_N + 1}$

По данным таблиц 1 и 2 строятся оценки функций распределения несущей способности и эксплуатационной нагрузки, как это показано на рисунке 4. По графикам функций распределения определяются численные значения величин, представленных в таблице 3 и строится «экспериментальная» зависимость $G = G(J)$ (рисунок 5). Площадь под этой кривой равна вероятности безотказной работы рассматриваемого элемента.

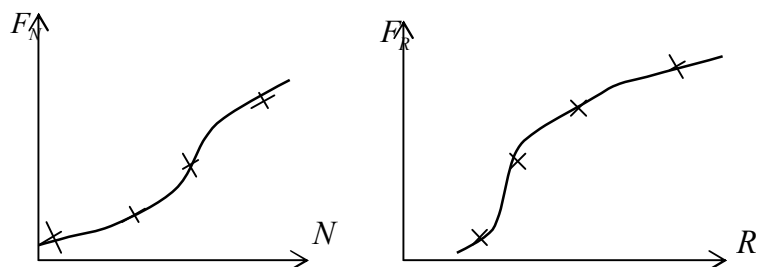


Рисунок 4 - Оценки функций распределения несущей способности и нагрузки

Таблица 3 – Построение «экспериментальной» зависимости $G = G(J)$

№ п/п	$N = R$	F_R	$G = 1 - F_R$	$J = F_N$
1	$N_1 = R_1$	F_{R1}	$G_1 = 1 - F_{R1}$	$J_1 = F_{N1}$
2	$N_2 = R_2$	F_{R2}	$G_2 = 1 - F_{R2}$	$J_2 = F_{N2}$
...
i	$N_i = R_i$	F_{Ri}	$G_i = 1 - F_{Ri}$	$J_i = F_{Ni}$
...
n	$N_n = R_n$	F_{Rn}	$G_n = 1 - F_{Rn}$	$J_n = F_{Nn}$

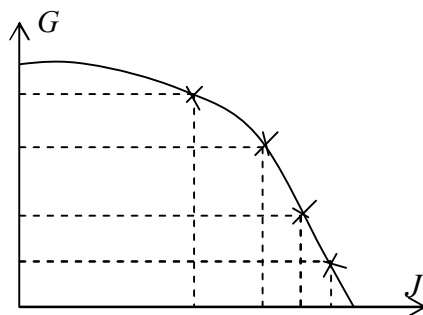


Рисунок 5 - Графическое определение надежности

2. Экспериментальное определение закона распределения несущей способности и расчёт вероятности безотказной работы

2.1 Описание установки

Испытательная машина Shimadzu ENF-EV101k1-040 предназначена для проведения испытаний образцов с целью определения физико-механических свойств широкого круга материалов. Схема установки приведена на рисунке 6. Она состоит из: 1- направляющие колонны, 2 - траверса, 3 - датчик силы, 4 - вспомогательный зажимной болт, 5 - стопорное кольцо, 6 - силовой привод, 7 - силовой стол, 8 - аварийный выключатель, 9 - контроллер перемещения траверсой, 10 - защитный кожух, 11 - стопорный механизм, 12 - сервоклапан, 13 - гидравлический аккумулятор.

2.2 Схема проведения эксперимента

Для испытаний композиционных материалов в соответствии с международными стандартами ASTM и ISO должны быть изготовлены образцы специальной конфигурации. Для случая растяжения форма образцов представлена на рисунке 7.

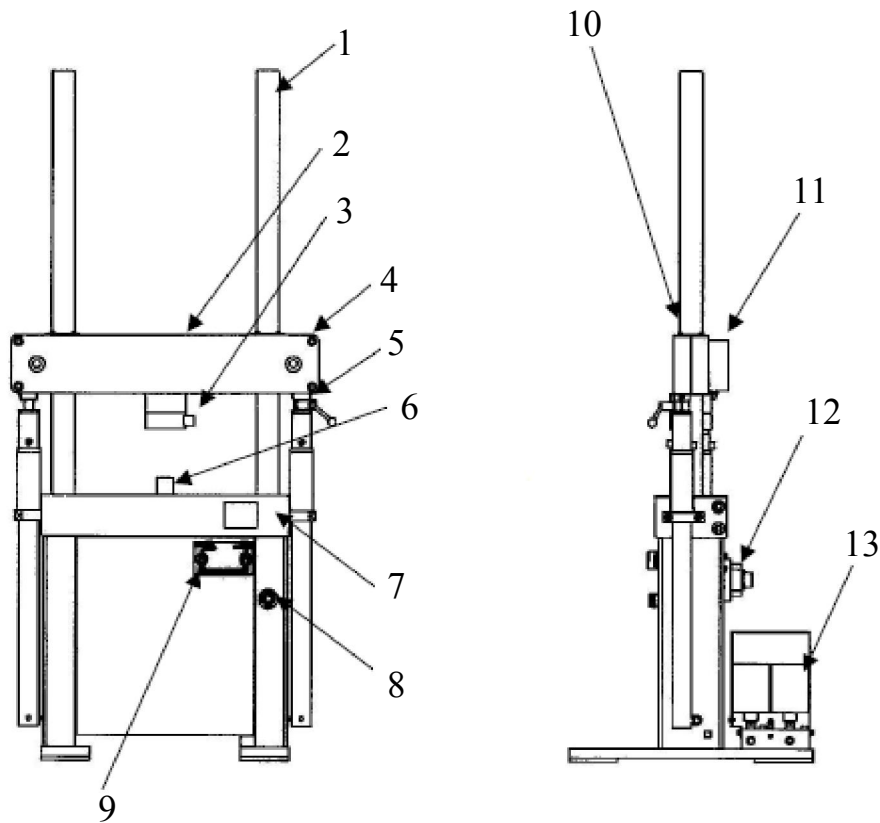


Рисунок 6 – схема испытательной установки

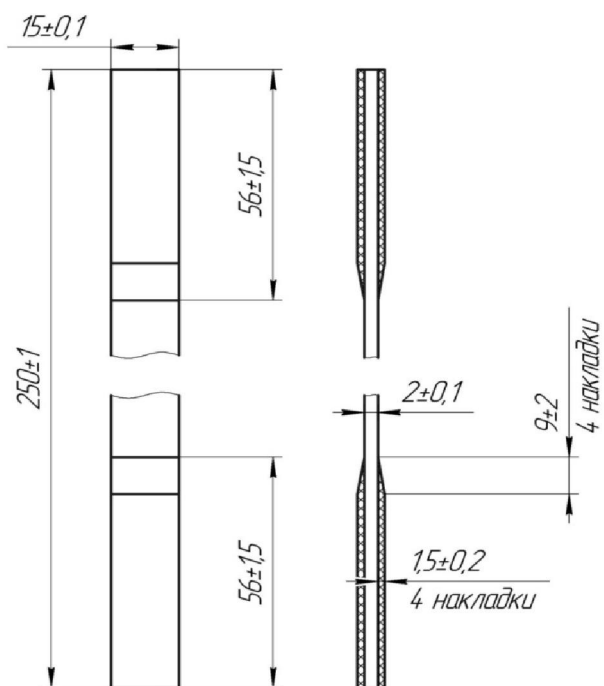


Рисунок 7 - Образец из композиционного материала

Для проведения испытания образца из композиционного материала следует выполнить следующий порядок действий:

1. Подготовить испытательную машину и захваты для проведения испытаний.

2. Произвести замеры длины, ширины и толщины испытываемого образца в трёх сечениях образца, посчитать среднее арифметическое и внести эти показания в программу для испытаний.

3. Задать параметры испытания на управляющем компьютере.

4. Установить образец в захваты испытательной машины и произвести его фиксацию.

5. Провести испытание до разрушения образца.

6. Сохранить результаты испытаний.

7. Изъять разрушенный образец из захватов испытательной машины.

При необходимости повторения испытания выполнить пункты 1-7 требуемое количество раз. После завершения всех проведённых испытаний сохранить все результаты и отключить испытательную машину. Типовой вид бланка отчёта об испытании представлен на рисунке 8.

Test name	Isp3_baz_0grad_1obr_tension
-----------	-----------------------------

Information

Comment

Date	4/3/2015
Test type	
TP	
Comment 1	
Comment 2	

Shape	Plate		
Width(mm)	14.89		
Thickness(mm)	2.36		
Height(mm)	137.4		
Stress and strain calc.	Tensile	Disp. TD	STROKE

Test method

Loading method	Single	Control mode	STROKE
Loading value(mm)	22	Speed(mm/sec)	0.02
Number of pre-test	0	Hold time(sec)	0

Data sampling

Sampling interval(sec)	0.1		
Calculation method	Loading	The range of calculation	STROKE
Upper(mm)	0.1	Lower(mm)	0.05

Status log

Date	Time	Event
4/16/2015	10:49:40	Zero OFF FORCE
4/16/2015	10:49:43	Zero OFF STROKE
4/16/2015	11:14:17	Zero ON STROKE 0 mm
4/16/2015	11:14:19	Zero ON FORCE 0 kN
4/16/2015	11:14:32	Start
4/16/2015	11:14:32	Zero shift value FORCE:2.516597kN STROKE:0.000302mm VTD1 :0N/mm2 VTD2 :0%
4/16/2015	11:21:06	Static characteristic value 6.36790 kN/mm
4/16/2015	11:21:06	Manual stop

Test end comment

--

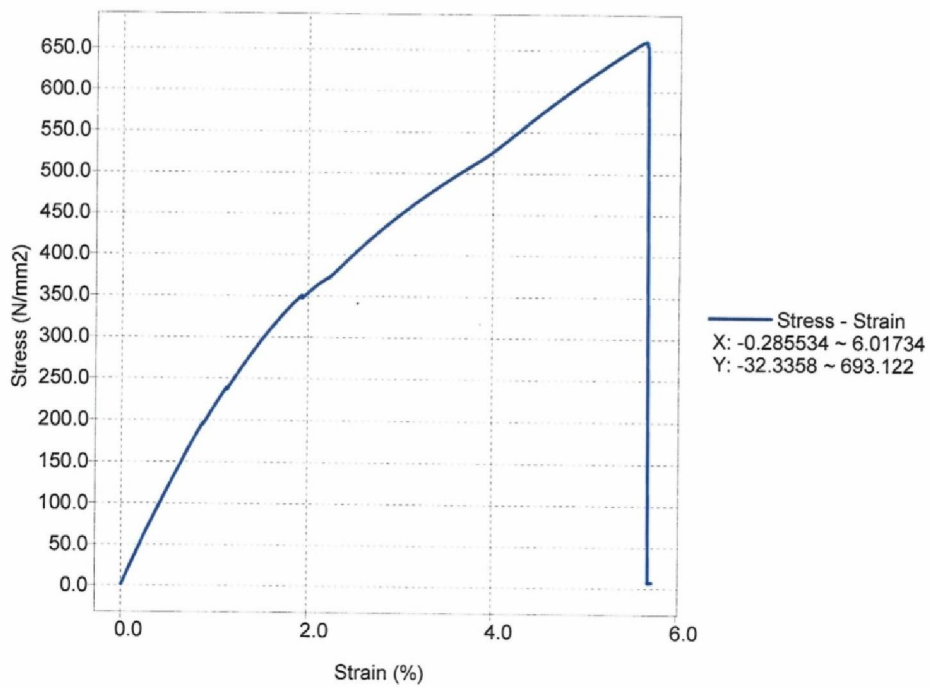
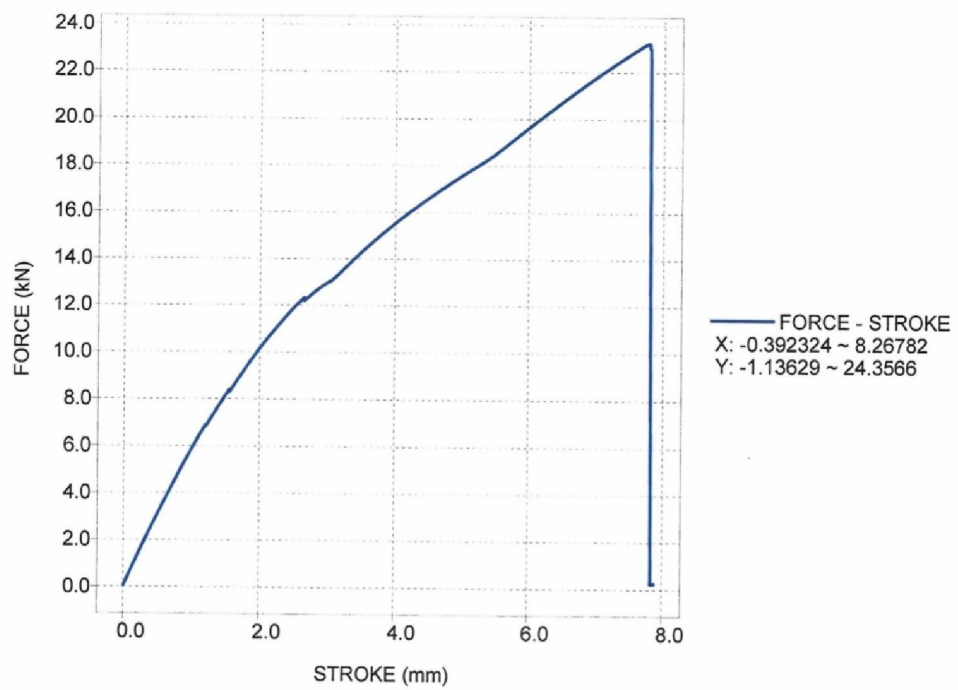


Рисунок 8- Типовой бланк отчёта об испытании

3. Определение закона распределения несущей способности и модуля упругости

При небольших объёмах выборки случайной величины функции распределения различных видов будут схожи. И лишь достаточно большой объём выборки будет давать возможность более достоверно определить закон распределения по виду функции распределения. Одним из наглядных и "простых" методов оценки близости распределения к какому-либо закону является так называемая «вероятностная бумага». Вид вероятностной бумаги зависит от гипотезы о законе распределения, которую необходимо проверить.

В инженерной практике распределение практически всех случайных величин можно определить как нормальное. Также практически каждый закон распределения можно свести к нормальному. Поэтому в дальнейшем речь пойдёт лишь о нормальном законе распределения.

Нормальная вероятностная бумага - специальным образом разграфлённая бумага, построенная так, что график функции нормального распределения изображается на ней прямой линией. Это достигается изменением шкалы на вертикальной оси. Вероятностная бумага для проверки гипотезы о нормальном законе распределения представлена на рисунке 9.

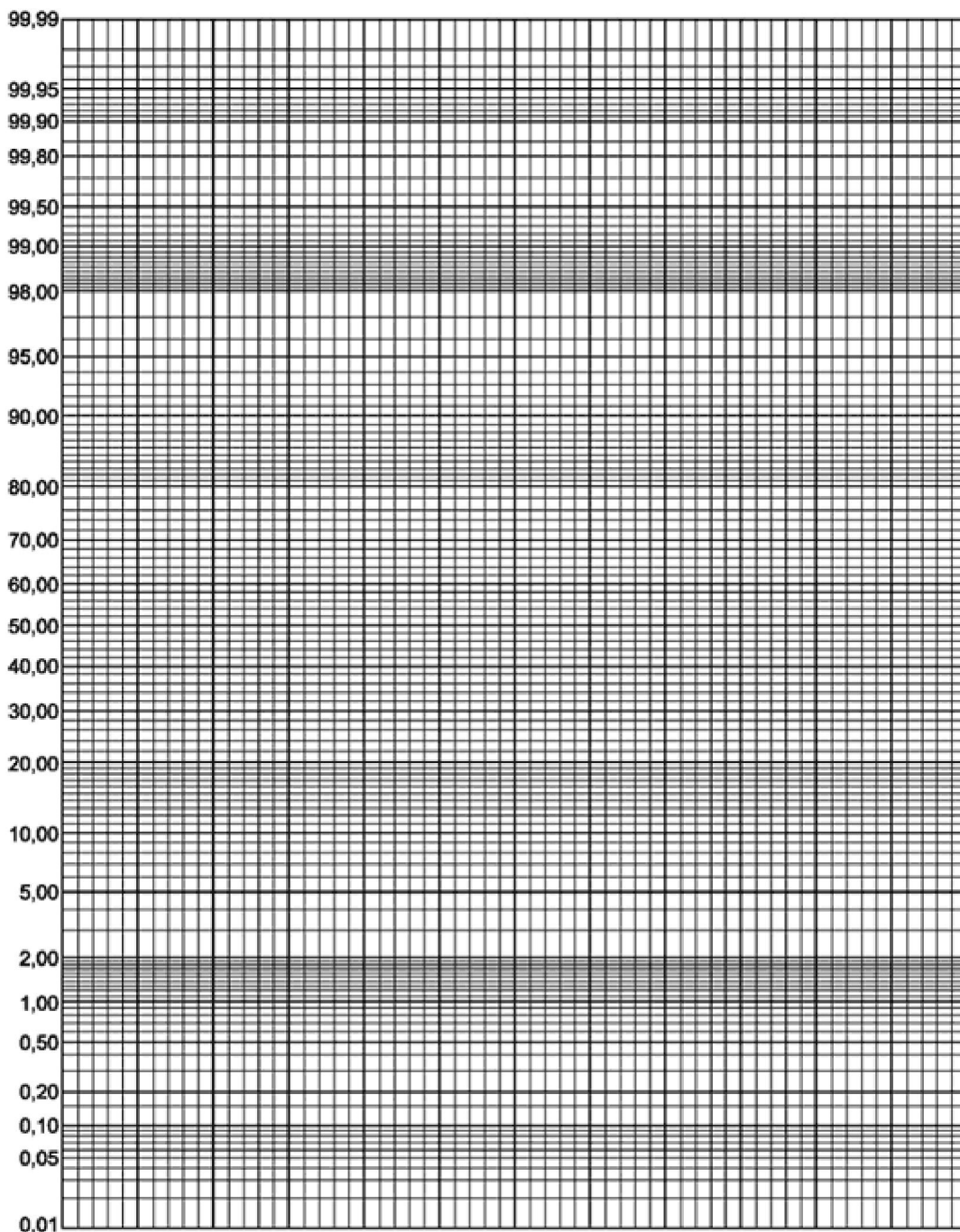


Рисунок 9 - Нормальная вероятностная бумага

Для определения модуля упругости композиционного материала по результатам испытаний необходимо воспользоваться следующим соотношением:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_{0.3\%} - \sigma_{0.1\%}}{\varepsilon_{0.3\%} - \varepsilon_{0.1\%}}$$

где $\varepsilon_{0.3\%}$, $\varepsilon_{0.1\%}$, $\sigma_{0.3\%}$, $\sigma_{0.1\%}$ - значения деформаций и соответствующих им напряжений на диаграмме деформирования материала.

Для построения ряда распределения и проверки гипотезы о нормальном законе распределения необходимо выполнить следующие действия:

1. С помощью таблицы 1 по экспериментальным данным о несущей способности образцов построить ряд распределения.

2. Нанести точки на вероятностную сетку нормального закона и по расположению точек на сетке принять решение о том, будет ли гипотеза о нормальном законе распределения отвергнута или принята как не противоречащая результатам наблюдений параметра

3. Для каждого проведённого испытания по полученным экспериментальным данным определить модуль упругости, пользуясь приведённым ранее соотношением.

4. С помощью таблицы 1 по экспериментальным данным о модуле упругости построить ряд распределения.

5. Нанести данные полученной таблицы на вероятностную нормальную бумагу и оценить будет ли гипотеза о нормальном законе распределения справедлива.

6. Проверить гипотезы о нормально законе распределения несущей способности и модуля упругости с помощью метода Шапиро-Уилка.

4. Расчётно-экспериментальное определение вероятности безотказной работы образцов из композиционных материалов

Для определения вероятности безотказной работы образцов из композиционных материалов необходимо иметь экспериментальные данные о несущей способности и внешней нагрузки. Данные о несущей способности были получены на предыдущем этапе выполнения работы. Данные о внешней нагрузке, а именно закон распределения и его числовые характеристики задаются преподавателем. Для определения вероятности безотказной работы следует выполнить следующие действия:

1. По имеющемуся закону распределения внешней нагрузки сгенерировать в программе Mathcad двадцать значений внешней нагрузки.

2. Пользуясь таблицей 2 записать ряд распределения для внешней нагрузки.

3. По данным таблиц 1 и 2 построить оценки функций распределения несущей способности и эксплуатационной нагрузки.

4. По графикам функций распределения определить численные значения величин, представленных в таблице 3 и построить «экспериментальную» зависимость $G = G(J)$ (рисунок 5). Площадь под этой кривой равна вероятности безотказной работы рассматриваемого элемента.

5. Определение корреляции свойств композиционного материала и несущей способности образцов

Для определения корреляции свойств композиционного материала и несущей способности образцов необходимо выполнить следующие действия:

1. Определить математические ожидания величин R и E по формулам:

$$\bar{R} = \sum_i R_i p_i.$$

$$\bar{E} = \sum_i E_i p_i.$$

2. Определить дисперсию и среднее квадратическое отклонение величин R и N по формулам:

$$D_R = \sum_i p_i \cdot (R_i - \bar{R})^2;$$

$$\sigma_R = \sqrt{D_R};$$

$$D_E = \sum_i p_i \cdot (E_i - \bar{E})^2;$$

$$\sigma_E = \sqrt{D_E}.$$

3. Определить корреляционный момент по формуле:

$$K_{RE} = \sum_i \sum_j \left((R_i - \bar{R}) \cdot (E_j - \bar{E}) \right) \cdot p_i p_j.$$

4. Определить коэффициент корреляции:

$$r_{RE} = \frac{K_{RE}}{\sigma_R \sigma_E}$$

Для полученного значения коэффициента корреляции справедливы следующие положения:

- r изменяется в интервале от -1 до $+1$.
- Знак r означает, увеличивается ли одна переменная по мере того, как увеличивается другая (положительный r), или уменьшается ли одна переменная по мере того, как увеличивается другая (отрицательный r).
- Величина r указывает, как близко расположены точки к прямой линии. В частности, если $r = +1$ или $r = -1$, то имеется абсолютная (функциональная) корреляция по всем точкам, лежащим на линии (практически, это маловероятно); если $r \cong 0$, то линейной корреляции нет (хотя может быть нелинейное соотношение). Чем ближе r к крайним точкам (± 1), тем больше степень линейной связи.