Лабораторная работа

Сервисы для LaTeX документов

Цель: научиться работать с готовыми онлайн приложениями, позволяющими автоматизировать ввод символов, создание формул и разработку таблиц в LaTeX документе.

Теоретические сведения

Существуют множество различных приложений, позволяющих автоматизировать разработку LaTeX документов. Рассмотрим три наиболее значимые из них: Detexify (ввод символов), mathURL (редактирование уравнений) и Tables Generator (создания таблиц).

Detexify

В LaTeX слишком много символов, поэтому найти нужный символов сложно. Если вы не можете выразить символ словами, вы не можете найти его в Google. Для быстрого поиска достаточно записать, как выглядит типизируемый символ, и искать символ через символ можно с помощью онлайн приложения Detexify. Detexify позволяет нарисовать нужный символ и показывает LaTeX код для него! Возможности поиска символа с помощью приложения Detexify показана на рисунке 1.

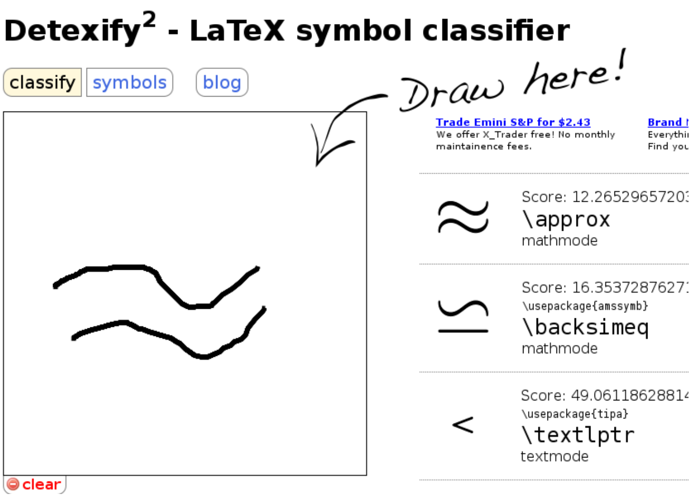

Рисунок 1. – Приложение Detexify

Detexify – по сути, является упражнением в машинном обучении. В конечном итоге вы изучаете команды для символов, о которых даже не подозревали.

Вы можете щелкнуть по какому либо символу, чтобы сказать системе**: «Эта закорючка, которую я нарисовал — это то, что я имел в виду»,** тем самым помогая обучить приложение.

Однако рисовать даже простые символы с помощью мыши довольно сложно, можно это сделать и пальцем или стилусом, поэтому что выпустили версию **Texify** для мобильных телефонов **Android**. Приложение для Android работает точно так же, как и веб-версия, и подключается к серверу для фактического распознавания. Ссылка на приложение DeTeXify! – **http://detexify.kirelabs.org/classify.html**.

mathURL

Для редактирования уравнений в реальном времени рекомендуется приложение **mathURL** – набор формул. Ссылка на приложение: **http://mathurl.com**. Приложение представлено на рисунке 2.

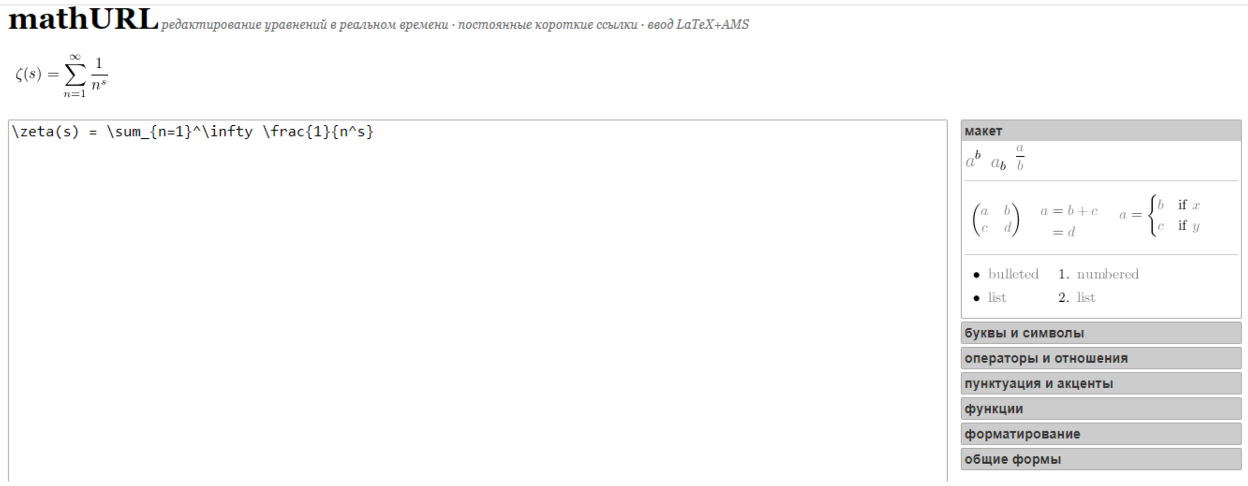

Рисунок 2. – Приложения для создания формул mathURL

Приложение для создания таблиц Tables Generator

Tables Generator – приложение для создания таблиц. Ссылка: **http://www.tablesgenerator.com/latex_tables**.

Интерфейс приложения показан на рисунке 3.

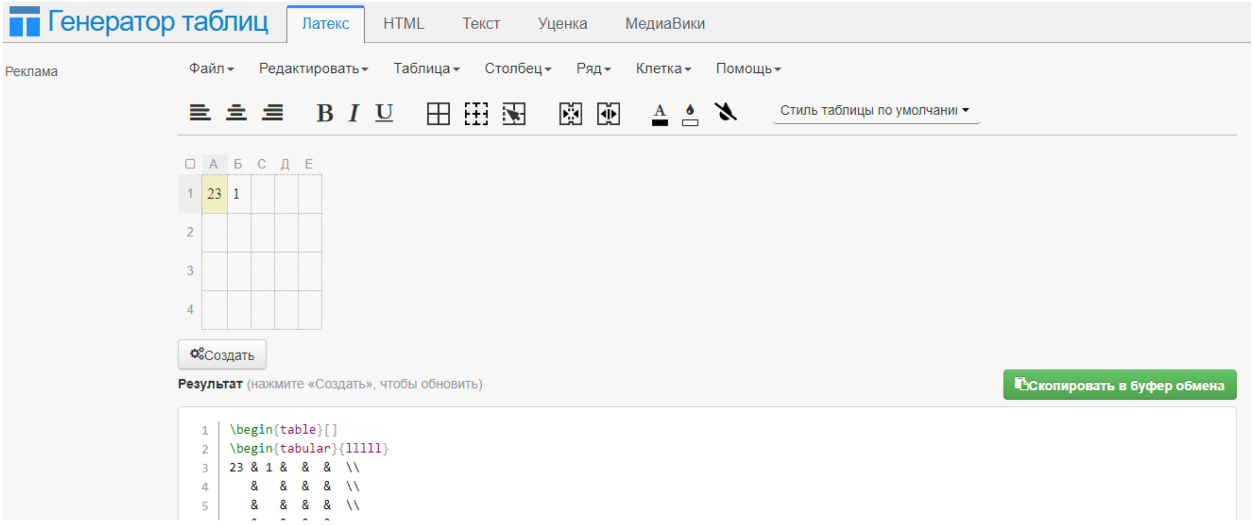

Рисунок 3. – приложение для создания таблиц

Практические задания

Вариант 1

Задание 1

Определение 2.1. Множество Y называется *подмножеством* множества X, если любой элемент множества Y является элементом множества X. Это обозначается записью $Y \subseteq X$.

В кванторах это определение можно записать следующим образом:

$$\forall y \in Y : y \in X.$$

Например, $\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, -\frac{1}{2}\}$, $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$, $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$, $Q \subseteq \mathbb{R}$.

Из определения подмножества следует, что всякое множество является подмножеством самого себя, а пустое множество является подмножеством любого множества.

Задание 2

Определение 6.1. Число a называется *пределом последовательности* $\{x_n\}$ *при* $n \to \infty$, если

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \quad \forall n > N(\varepsilon) \;\Rightarrow\; |x_n - a| < \varepsilon.$$

Тот факт, что a – предел последовательности $\{x_n\}$ при $n \to \infty$, обозначается следующим образом:

$$\lim_{n \to \infty} x_n = a.$$

Определение также может быть сформулировано на языке окрестностей:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \quad \forall n > N(\varepsilon) \;\Rightarrow\; x_n \in O_\varepsilon(a).$$

Задание 3

Таблица Брадиса для синуса и косинуса

sin	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'	60'	cos	1'	2'	3'
											0.0000	90°			
0°	0.0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	0175	89°	3	6	9
1°	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88°	3	6	9
2°	0349	0366	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0488	0506	0523	87°	3	6	9
3°	0523	0541	0558	0576	0593	0610	0628	0645	0663	0680	0698	86°	3	6	9
4°	0698	0715	0732	0750	0767	0785	0802	0819	0837	0854	0.0872	85°	3	6	9

Вариант 2

Задание 1

Определение 2.3. Пусть X и Y – некоторые множества. Тогда *пересечением* множеств X и Y называется множество

$$X \bigcap Y = \{x \mid x \in X \text{ и } x \in Y\},$$

объединением множеств X и Y называется множество

$$X \bigcup Y = \{x \mid x \in X \text{ или } x \in Y\}.$$

Например, если $X = \{2, 4, 6, 8, 9\}$, $Y = \{1, 3, 6, 9\}$, то $X \bigcap Y = \{6, 9\}$, а $X \bigcup Y = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$.

Задание 2

П р и м е р 6.1. Доказать, что

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^3+7n+3}{2n^3+5n+4} = \frac{1}{2}.$$

Р е ш е н и е. По определению предела последовательности надо по любому числу $\varepsilon > 0$ найти такое число N, чтобы для любых $n > N$ выполнялось неравенство

$$\left|\frac{n^3+7n+3}{2n^3+5n+4} - \frac{1}{2}\right| < \varepsilon.$$

Преобразуем его левую часть:

$$\left|\frac{n^3+7n+3}{2n^3+5n+4} - \frac{1}{2}\right| = \left|\frac{2n^3+14n+6-2n^3-5n-4}{4n^3+10n+8}\right| = \frac{9n+2}{4n^3+10n+8}.$$

Задание 3

Таблица Брадиса для тангенса и котангенса

tg	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'	60'	ctg	1'	2'	3'
											0	90°			
0°	0,000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	0175	89°	3	6	9
1°	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88°	3	6	9
2°	0349	0367	0384	0402	0419	0437	0454	0472	0489	0507	0524	87°	3	6	9
3°	0524	0542	0559	0577	0594	0612	0629	0647	0664	0682	0699	86°	3	6	9
4°	0699	0717	0734	0752	0769	0787	0805	0822	0840	0857	0,0875	85°	3	6	9

Вариант 3

Задание 1

Определение 2.5. Пусть $\mathcal{E}$ – универсальное множество для данной системы множеств, X – некоторое множество этой системы. *Дополнением* множества X называется множество $C_{\mathcal{E}}X$ (или просто CX) тех элементов универсального множества, которые не принадлежат X.

Например, если $X = \{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$, а универсальное множество – множество всех десятичных цифр, то $CX = \{0, 3, 5, 9\}$.

Справедливы равенства:

1) $X \bigcap \mathcal{E} = X$;
2) $X \bigcup \mathcal{E} = \mathcal{E}$;
3) $C\mathcal{E} = \emptyset$;
4) $C\emptyset = \mathcal{E}$.

Задание 2

Свойство 1. *Если последовательность* $\{x_n\}$ *сходится, то ее предел единственный.*

Доказательство проведем от противного. Пусть

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a < b = \lim_{n\to\infty} x_n.$$

Возьмем $\varepsilon = \frac{b-a}{3} > 0$, тогда $O_\varepsilon(a) \cap O_\varepsilon(b) = \emptyset$ в силу выбора ε. По определению сходимости, для выбранного ε

$$\exists N_1: \quad \forall n > N_1 \quad x_n \in O_\varepsilon(a),$$

$$\exists N_2: \quad \forall n > N_2 \quad x_n \in O_\varepsilon(b).$$

Следовательно, для $n > N_1 + N_2 \quad x_n \in O_\varepsilon(a) \cap O_\varepsilon(b)$, что означает непустоту этого пересечения. Получено противоречие. $\square$

Задание 3

Таблица синусов углов от 0° до 180°

sin(0°) = 0			
sin(1°) = 0.017452	sin(46°) = 0.71934	sin(91°) = 0.999848	sin(136°) = 0.694658
sin(2°) = 0.034899	sin(47°) = 0.731354	sin(92°) = 0.999391	sin(137°) = 0.681998
sin(3°) = 0.052336	sin(48°) = 0.743145	sin(93°) = 0.99863	sin(138°) = 0.669131
sin(4°) = 0.069756	sin(49°) = 0.75471	sin(94°) = 0.997564	sin(139°) = 0.656059
sin(5°) = 0.087156	sin(50°) = 0.766044	sin(95°) = 0.996195	sin(140°) = 0.642788
sin(6°) = 0.104528	sin(51°) = 0.777146	sin(96°) = 0.994522	sin(141°) = 0.62932
sin(7°) = 0.121869	sin(52°) = 0.788011	sin(97°) = 0.992546	sin(142°) = 0.615661
[illegible]	sin(53°) = 0.798636	sin(98°) = 0.990268	sin(143°) = 0.601815

Вариант 4

Задание 1

Определение 2.6. Пусть X и Y – некоторые множества. *Разностью* множеств X и Y называется множество $X \backslash Y = \{x \,|\, x \in X \text{ и } x \notin Y\}$.

Например, если $X = \{1, 3, 7, 8, 9\}$, а $Y = \{5, 6, 7, 8\}$, то $X \backslash Y = \{1, 3, 9\}$.

Разность легко выражается через введенные ранее операции. Действительно, нетрудно показать, что

$$X \backslash Y = X \bigcap CY.$$

Задание 2

Свойство 3. *Если* $x_n \leqslant y_n \leqslant z_n$ *для всех* n *и*

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} z_n = a, \quad \text{то} \quad \lim_{n\to\infty} y_n = a.$$

Доказательство. Возьмем любое $\varepsilon > 0$. Тогда из условия $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ следует, что

$$\exists N_1 \ \ \forall n > N_1 \quad a - \varepsilon < x_n < a + \varepsilon,$$

а из условия $\lim\limits_{n\to\infty} z_n = a$ следует, что

$$\exists N_2 \ \ \forall n > N_2 \quad a - \varepsilon < z_n < a + \varepsilon.$$

Следовательно, при всех $n > N_1 + N_2$

$$a - \varepsilon < x_n \leqslant y_n \leqslant z_n < a + \varepsilon,$$

Задание 3

Таблица IX. ТАНГЕНСЫ

A	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′		1′	2′	3′
											0,0000	**90°**			
0°	0,0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	0175	**89°**	3	6	9
1°	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	**88°**	3	6	9
2°	0349	0367	0384	0402	0419	0437	0454	0472	0489	0507	0524	**87°**	3	6	9
3°	0524	0542	0559	0577	0594	0612	0629	0647	0664	0682	0699	**86°**	3	6	9
4°	0699	0717	0734	0752	0769	0787	0805	0822	0840	0857	0,0875	**85°**	3	6	9
5°	0,0875	0892	0910	0928	0945	0963	0981	0998	1016	1033	1051	**84°**	3	6	9
6°	1051	1069	1086	1104	1122	1139	1157	1175	1192	1210	1228	**83°**	3	6	9
7°	1228	1246	1263	1281	1299	1317	1334	1352	1370	1388	1405	**82°**	3	6	9
8°	1405	1423	1441	1459	1477	1495	1512	1530	1548	1566	1584	**81°**	3	6	9
9°	1584	1602	1620	1638	1655	1673	1691	1709	1727	1745	0,1763	**80°**	3	6	9

Вариант 5

Задание 1

Определение 2.8. Пусть X, Y, Z – некоторые множества. *Прямым (декартовым) произведением* $X \times Y \times Z$ называется множество всевозможных упорядоченных троек, первая компонента которых принадлежит X, вторая – Y, третья – Z, т. е.

$$X \times Y \times Z = \{(x, y, z) | \, x \in X, \ y \in Y, \ z \in Z\}.$$

Прямое произведение одинаковых множеств $X \times X \times X$ обозначают X^3.

Задание 2

Свойство 4. *Если последовательности* $\{x_n\}$ *и* $\{y_n\}$ *сходятся, то сходится последовательность* $\{x_n + y_n\}$ *и*

$$\lim_{n\to\infty}(x_n + y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n + \lim_{n\to\infty} y_n.$$

Доказательство. Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = b$. Возьмем любое $\varepsilon > 0$. Тогда из первого условия следует, что

$$\exists\, N_1 \;\; \forall\, n > N_1 \quad |x_n - a| < \frac{\varepsilon}{2},$$

а из второго:

$$\exists\, N_2 \;\; \forall\, n > N_2 \quad |y_n - a| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

Задание 3

Таблица VIII. СИНУСЫ

A	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′		1′	2′	3′
70°	0,9397	9403	9409	9415	9421	9426	9432	9438	9444	9449	0,9455	**19°**	*1*	*2*	*3*
71°	9455	9461	9466	9472	9478	9483	9489	9494	9500	9505	9511	**18°**	*1*	*2*	*3*
72°	9511	9516	9521	9527	9532	9537	9542	9548	9553	9558	9563	**17°**	*1*	*2*	*3*
73°	9563	9568	9573	9578	9583	9588	9593	9598	9603	9608	9613	**16°**	*1*	*2*	*2*
74°	9613	9617	9622	9627	9632	9636	9641	9646	9650	9655	0,9659	**15°**	*1*	*2*	*2*

Вариант 6

Задание 1

I. Аксиомы сложения

1. *Существование нейтрального элемента*:

   $\exists\, 0 \in X \quad \forall\, x \in X \quad x + 0 = x.$

2. *Существование обратного элемента*:

   $\forall\, x \in X \quad \exists\, x' \in X \quad x + x' = 0.$

3. *Ассоциативность сложения*:

   $\forall\, x, y, z \in X \quad (x + y) + z = x + (y + z).$

4. *Коммутативность сложения*:

   $\forall\, x, y \in X \quad x + y = y + x.$

Множество X, удовлетворяющее условиям $\mathbf{I}_1$–$\mathbf{I}_3$, называется *группой* относительно операции сложения (*аддитивной группой*).

Множество X, удовлетворяющее условиям $\mathbf{I}_1$–$\mathbf{I}_4$, называется *коммутативной (абелевой)* группой относительно операции сложения.

Задание 2

Определение 6.4. Последовательность $\{x_n\}$ называется *бесконечно малой*, если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$.

Развернутое определение:

$$\forall\,\varepsilon > 0 \quad \exists\,N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \quad \forall\,n > N(\varepsilon) \;\Rightarrow\; |x_n| < \varepsilon.$$

Свойство 1. *Сумма бесконечно малых последовательностей есть бесконечно малая последовательность.*

Доказательство. Пусть $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ – бесконечно малые последовательности. Возьмем произвольное $\varepsilon > 0$. Для него

$$\exists\,N_1 \quad \forall\,n > N_1 \quad |x_n| < \frac{\varepsilon}{2},$$
$$\exists\,N_2 \quad \forall\,n > N_2 \quad |y_n| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

Задание 3

Таблица IX. ТАНГЕНСЫ

A	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′		1′	2′	3′
40°	0,8391	8421	8451	8481	8511	8541	8571	8601	8632	8662	0,8693	49°	5	10	15
41°	8693	8724	8754	8785	8816	8847	8878	8910	8941	8972	9004	48°	5	10	16
42°	9004	9036	9067	9099	9131	9163	9195	9228	9260	9293	9325	47°	6	11	16
43°	9325	9358	9391	9424	9457	9490	9523	9556	9590	9623	0,9657	46°	6	11	17
44°	9657	9691	9725	9759	9793	9827	9861	9896	9930	9965	1,0000	45°	6	11	17

Вариант 7

Задание 1

II. Аксиомы умножения

1. *Существование нейтрального элемента*:
   $\exists\,1 \in X \quad \forall\,x \in X \quad x \cdot 1 = x.$
2. *Существование обратного элемента*:
   $\forall\,x \in X \setminus \{0\} \quad \exists\,x' \in X \quad x \cdot x' = 1.$
3. *Ассоциативность умножения*:
   $\forall\,x, y, z \in X \quad (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z).$
4. *Коммутативность умножения*:
   $\forall\,x, y \in X \quad x \cdot y = y \cdot x.$

Множество X, удовлетворяющее условиям $\mathbf{II}_1$–$\mathbf{II}_3$, называется *группой* относительно операции умножения (*мультипликативной группой*).

Множество X, удовлетворяющее условиям $\mathbf{II}_1$–$\mathbf{II}_4$, называется *коммутативной (абелевой)* группой относительно операции умножения.

Задание 2

Определение 6.5. Последовательность $\{x_n\}$ называется *бесконечно большой*, если

$$\forall E > 0 \quad \exists N(E) \in \mathbb{N} \quad \forall n > N(E) \;\Rightarrow\; |x_n| > E.$$

Этот факт записывается так:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \infty.$$

Свойство 3. *Последовательность* $\left\{\frac{1}{x_n}\right\}$*, обратная к бесконечно большой последовательности* $\{x_n\}$*, есть бесконечно малая последовательность.*

Задание 3

Таблица X. ТАНГЕНСЫ УГЛОВ, БЛИЗКИХ К 90°

A	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′	
76°00′	4,011	4,016	4,021	4,026	4,031	4,036	4,041	4,046	4,051	4,056	4,061	50′
10′	4,061	4,066	4,071	4,076	4,082	4,087	4,092	4,097	4,102	4,107	4,113	40′
20′	4,113	4,118	4,123	4,128	4,134	4,139	4,144	4,149	4,155	4,160	4,165	30′
30′	4,165	4,171	4,176	4,181	4,187	4,192	4,198	4,203	4,208	4,214	4,219	20′
40′	4,219	4,225	4,230	4,236	4,241	4,247	4,252	4,258	4,264	4,269	4,275	10′
50′	4,275	4,280	4,286	4,292	4,297	4,303	4,309	4,314	4,320	4,326	4,331	13°00′

Вариант 8

Задание 1

III. Связь между сложением и умножением

$\forall x, y, z \in X \quad (x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z.$

Аксиома **III** носит название *дистрибутивность* или *распределительный закон.*

Множество X, удовлетворяющее аксиомам **I–III**, называется *полем.*

IV. Аксиомы порядка

1. $\forall x, y \in X \quad \Rightarrow \quad x \leqslant y$ или $y \leqslant x$.
2. *Рефлексивность*:

$\forall x \in X \quad x \leqslant x.$

Задание 2

Свойство 4. *Пусть* $\{x_n\}$ *– бесконечно малая последовательность и такая, что* $x_n \neq 0$ *при* $n > n_0$*. Тогда последовательность* $\left\{\frac{1}{x_n}\right\}$*, обратная к* $\{x_n\}$*, есть бесконечно большая последовательность.*

Доказательство. Положим $y_n = \frac{1}{x_n}$ при $n > n_0$. Возьмем $E > 0$ и рассмотрим $\varepsilon = \frac{1}{E} > 0$. Для него по определению бесконечно малой последовательности найдется номер $N(\varepsilon)$ такой, что

$$|x_n| < \varepsilon, \quad \text{при} \quad n > N(\varepsilon).$$

Задание 3

Таблица X. ТАНГЕНСЫ УГЛОВ, БЛИЗКИХ К 90°

A	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′	10′	
83°00′	8,144	8,164	8,184	8,204	8,223	8,243	8,264	8,284	8,304	8,324	8.345	50′
10′	8,345	8,366	8,386	8,407	8,428	8,449	8,470	8,491	8,513	8,534	8,556	40′
20′	8,556	8,577	8,599	8,621	8,643	8,665	8,687	8,709	8,732	8,754	8,777	30′
30′	8,777	8,800	8,823	8,846	8,869	8,892	8,915	8,939	8,962	8,986	9,010	20′
40′	9,010	9,034	9,058	9,082	9,106	9,131	9,156	9,180	9,205	9,230	9,255	10′
50′	9,255	9,281	9,306	9,332	9,357	9,383	9,409	9,435	9,461	9,488	9,514	6°00′

Вариант 9

Задание 1

V. Связь между сложением и отношением порядка

$$\text{Если } x \leqslant y, \text{ то } \forall z \in X \quad \Rightarrow \quad x + z \leqslant y + z.$$

VI. Связь между умножением и отношением порядка

$$\text{Если } x \leqslant y, \text{ то } \forall z \geqslant 0 \quad \Rightarrow \quad x \cdot z \leqslant y \cdot z.$$

VII. Аксиома непрерывности

Пусть $A \subset X$, $B \subset X$, $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$ и для любых элементов $a \in A$ и $b \in B$ выполняется $a \leqslant b$. Тогда найдется такой элемент $c \in X$, что $a \leqslant c \leqslant b$ при любых $a \in A$ и $b \in B$.

Множество X, удовлетворяющее аксиомам **I**–**VII** и содержащее более одного элемента, называется *множеством действительных (вещественных) чисел*. Его принято обозначать $\mathbb{R}$.

Задание 2

Определение 7.6. Пусть функция f определена на интервале (a, x_0). Число A называется *пределом функции f слева в точке x_0*,

$$A = \lim_{x \to x_0 - 0} f(x),$$

если

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in (a, x_0)$$
$$(x_0 - \delta < x < x_0) \Rightarrow (|f(x) - A| < \varepsilon).$$

Предел функции f справа определяется аналогично.

Задание 3

Таблица XI. РАДИАННАЯ МЕРА $\left(\operatorname{Arc} A^\circ = \frac{\pi A}{180^\circ}\right)$

A	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	1′	2′	3′
0°	0,0000	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	3	6	9
1°	0,0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	3	6	9
2°	0,0349	0367	0384	0401	0419	0436	0454	0471	0489	0506	3	6	9
3°	0,0524	0541	0559	0576	0593	0611	0628	0646	0663	0681	3	6	9
4°	0,0698	0716	0733	0750	0768	0785	0803	0820	0838	0855	3	6	9

Вариант 10

Задание 1

Определение 5.3′. $M = \sup X$, если

1) $\forall x \in X \quad x \leqslant M$;
2) $\forall \varepsilon > 0 \ \exists x_\varepsilon \in X \quad x_\varepsilon > M - \varepsilon$.

Определение 5.4. Множество X называется *ограниченным*, если оно ограничено сверху и снизу, т. е.

$$\exists\, a, b \in \mathbb{R} \quad \forall x \in X \ \Rightarrow \ a \leqslant x \leqslant b.$$

Множество называется *неограниченным*, если оно неограничено хотя бы с одной стороны (сверху или снизу).

Задание 2

Арифметические свойства предела функции

Пусть функции f и g определены на интервале (a, b), кроме, быть может, точки x_0. Если существуют пределы $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$, $\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$, то существуют пределы суммы, произведения и отношения этих функций и имеют место равенства:

1) $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) + g(x)] = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) + \lim\limits_{x \to x_0} g(x)$;

2) $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = (\lim\limits_{x \to x_0} f(x)) \cdot (\lim\limits_{x \to x_0} g(x))$;

3) $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x \to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)}$, при условии $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) \neq 0$.

Задание 3

Таблица XI. РАДИАННАЯ МЕРА $\left(\mathrm{Arc}\, A^{\circ} = \frac{\pi A}{180^{\circ}}\right)$

A	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	1′	2′	3′
35°	0,6109	6126	6144	6161	6178	6196	6213	6231	6248	6266	3	6	9
36°	0,6283	6301	6318	6336	6353	6370	6388	6405	6423	6440	3	6	9
37°	0,6458	6475	6493	6510	6528	6545	6562	6580	6597	6615	3	6	9
38°	0,6632	6650	6667	6685	6702	6720	6737	6754	6772	6789	3	6	9
39°	0,6807	6824	6842	6859	6877	6894	6912	6929	6946	6964	3	6	9