

## ЛЕКЦИЯ 1

### ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ КУРСА «ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ» УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ

В курсе «Процессы и аппараты химической технологии» изучаются физико-химическая сущность и теория процессов, характерных для всех отраслей химической технологии, а также принципы устройства и инженерные методы расчета аппаратов, предназначенных для проведения химико-технологических процессов.

На основе данных, полученных в результате изучения естественных процессов и учета достижений науки и техники, разрабатываются и реализуются многочисленные промышленные процессы с целью переработки сырьевых продуктов природы в средства производства и предметы потребления. Такие процессы называются технологическими.

Овладение наукой о процессах и аппаратах позволяет решать следующие задачи инженерной химии.

1. При эксплуатации действующих производств выбирать наилучшие технологические режимы, повышать производительность аппаратов и качество продукции, решать экологические вопросы.

2. При проектировании новых производств разрабатывать высокоэффективные и малоотходные технологические схемы и выбирать наиболее рациональные типы аппаратов.

Процессы химической технологии разделяют в зависимости от закономерностей, характеризующих их протекание, на пять основных групп.

Первая группа – *гидромеханические процессы*, скорость которых определяется законами гидродинамики. К ним относятся осаждение взвешенных в жидкой или газообразной среде частиц под действием силы тяжести, центробежной силы или сил электрического поля, фильтрация жидкостей или газов через пористые перегородки или слой зернистого материала под действием разности давлений, перемешивание в жидкой среде, псевдооживление твердого зернистого материала.

Вторая группа – *тепловые процессы*, скорость которых определяется законами теплопередачи. В эту группу входят процессы нагревания, охлаждения, конденсации и выпаривания.

Третья группа – *массообменные (диффузионные) процессы*. Скорость этих процессов определяется скоростью перехода веществ из одной фазы в другую, т.е. законами массопередачи. К диффузионным процессам относятся абсорбция, ректификация, экстракция, сублимация, кристаллизация, адсорбция, сушка и др.

Четвертая группа – *химические процессы*, связанные с превращением веществ и изменением их химических свойств. Скорость этих процессов определяется закономерностями химической кинетики.

Пятая группа – *механические процессы* – включает измельчение твердых материалов, классификацию сыпучих материалов и смешение их.

Общим для всех выше перечисленных групп процессов является перенос некоторой субстанции из одной точки в другую в пределах одной фазы или из одной фазы в другую через разделяющую их поверхность.

В зависимости от того, изменяются или не изменяются во времени параметры процессов (скорости движения потока, температуры, давления, концентрации и т.д.), их подразделяют на *стационарные* (установившиеся) и *нестационарные* (неустановившиеся). Если обозначить совокупность параметров, влияющих на процесс, через  $U$ , то при стационарном процессе  $dU/dt = 0$ , т.е. эти параметры могут изменяться в пространстве, но не изменяются во времени  $t$ . При нестационарном процессе  $dU/dt \neq 0$ , т.е. параметры, влияющие на процесс, изменяются не только в пространстве, но и во времени. Нестационарное состояние процесса возникает, например, в период пуска и изменения режима работы установок непрерывного действия.

Стационарные процессы отличаются стабильностью как ситуации в технологическом аппарате, так и характеристик получаемого продукта; они легко контролируются и управляются; для них обычно характерна высокая производительность.

По способу организации химико-технологические процессы подразделяют на *периодические* и *непрерывные*. Периодический процесс характеризуется единством места протекания отдельных его стадий и неустановившимся состоянием во времени (температура, давление, концентрация и другие параметры в ходе процесса изменяются). При этом исходные вещества периодически загружаются в аппарат и обрабатываются, а готовый продукт выгружается, т.е. все стадии процесса обычно осуществляются в одном аппарате, но в разное время. Таким образом, все периодические процессы *нестационарны*.

Непрерывный процесс характеризуется единством времени протекания всех его стадий, установившимся состоянием, непрерывной загрузкой исходных материалов и выгрузкой конечного продукта. При этом все стадии процесса протекают одновременно,

но в разных точках аппарата (или аппаратов), причем в каждой его точке параметры процесса во времени не изменяются.

Периодические процессы целесообразно применять в производствах небольшого масштаба, при часто меняющемся ассортименте выпускаемой продукции. Проведение процессов по непрерывному принципу позволяет значительно повысить производительность аппаратуры и качество получаемых продуктов, полностью автоматизировать и механизировать производство. Поэтому в промышленности, особенно в многотоннажных производствах, периодические процессы повсеместно вытесняются непрерывными.

Большинство процессов химической технологии связаны с состоянием и движением (перемещением) жидкостей, газов и паров. Эти законы изучаются в науке гидромеханика, которая включает в себя гидростатику, кинематику жидкости и гидродинамику.

Практическое приложение законов гидромеханики изучается в гидравлике.

Гидравлику подразделяют на:

- гидростатику, где рассматриваются законы равновесия;
- гидродинамику, где изучаются законы движения жидкостей и газов.

В дальнейшем под жидкостями будем понимать все среды, обладающие текучестью (т.е. не только жидкости, но газы и пары), т.к. законы движения для них практически одинаковы.

*Реальные жидкости* делятся на капельные (практически несжимаемые) и на упругие (пары и газы – соответственно, сжимаемые). Реальные жидкости обладают вязкостью, которая при движении вызывает касательные напряжения, что сильно осложняет математическое описание движения. В целях упрощения решения некоторых задач гидромеханики используют понятие об *идеальной жидкости* – не обладающей вязкостью и абсолютно несжимаемую, т.е. плотность которой не зависит от температуры и давления.

В гидромеханике жидкость условно рассматривается как *сплошная* среда при сохранении свойств реальной жидкости, т.к. получение уравнений движения жидкостей в дискретных средах (совокупности молекул) представляет собой практически неразрешимую задачу. Для математического описания процессов требуется использование понятия бесконечно малых величин, поэтому в описании модели сплошной среды вводится понятие физически бесконечно малого объема.

Этот объем должен быть достаточно малым по сравнению с объемом тела, где изучается процесс гидромеханики, но большим по сравнению с межмолекулярными

расстояниями. Он должен включать достаточно большое число молекул, чтобы в нем считать свойства (плотность, вязкость, теплоемкость и др) постоянными.

Физически бесконечно малый объем идентичен понятию жидкой частицы, движение которой рассматривается как движение материальной точки.

Действующие на жидкие частицы силы подразделяются на *внутренние* и *внешние*.

К внутренним относятся силы взаимодействия между жидкими частицами внутри рассматриваемого объема. К внешним относятся силы, действующие на жидкость со стороны других тел (в том числе той же жидкости), окружающих этот объем жидкости или силы физических полей.

Внешние силы подразделяются также на два класса: *объемные* (пример: сила тяжести) и *поверхностные* (пример – сила трения).

В реальной жидкости действуют следующие силы:

1. Силы давления;
2. Силы трения (вязкости);
3. Силы поверхностного натяжения (при наличии границы раздела между фазами);
4. Силы, вызванные воздействием внешних полей (сила тяжести, центробежная сила и пр.)

### Основные гидромеханические величины, характеризующие жидкость

1. Нормальное напряжение, давление.

Выделим в покоящейся жидкости объем  $V$ , ограниченный поверхностью  $S$ .

Вектор сил, действующих на элемент поверхности  $dS$ ,  $\vec{dF}$  будет расположен нормально к этой поверхности, так как покоящаяся жидкость не выдерживает касательных сил, т.е.  $\vec{dF} = \vec{dF}_n$  (Рис.1)

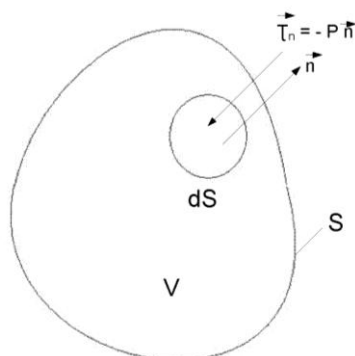


Рис.1.1. К определению нормального напряжения

Проведём к поверхности  $dS$  внешнюю единичную нормаль (направленную из объёма  $V$ )  $\vec{n}$ . Сила  $\vec{dF}_n$  будет всегда сжимающей, т.к. реальные технические жидкости практически не способны сопротивляться растягивающим усилиям без разрывов, т.е. без потери сплошности.

Определяем величину нормального напряжения:

$$\vec{\tau}_n = \lim_{dS \rightarrow 0} \frac{\vec{dF}_n}{dS} = -P \vec{n} \quad (1.1)$$

где:  $P$  - гидростатическое давление (модуль нормального напряжения)  $P = [\text{Н/м}^2] = [\text{Па}]$

Основным свойством гидростатического давления является то, что его величина не зависит от ориентации площадки, на которую действует напряжение  $\vec{\tau}_n$ .

## 2. Скорость, расход.

Для определения скорости физически бесконечно малого объёма (скорости в точке) рассмотрим объём  $V$ , имеющий массу  $m$  и импульс  $\vec{J}$ .

Средней по объёму скоростью будет отношение импульса к массе:

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\vec{J}}{m} \quad (1.2)$$

Скоростью в точке будем называть следующий предел

$$\vec{v} = \lim_{V \rightarrow 0} \vec{v}_{cp} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\vec{J}}{m} \quad (1.3)$$

В гидромеханике также широко используются средняя скорость по выбранной поверхности  $S$ , чаще всего по поперечному сечению потока

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\dot{V}}{S} = - \frac{\iint \vec{v} \vec{n} dS}{S} \quad (1.4)$$

где:  $\vec{n}$  – единичная внешняя нормаль к поверхности  $S$

$\dot{V}$  - объёмный поток жидкости (расход), поступающий через сечение  $S$ , м<sup>3</sup>/с

Знак (-) означает, что входящий поток положительный.

## 3. Плотность жидкости в точке $\rho$ и средняя плотность $\rho_{cp}$ .

$$\rho = \lim_{V \rightarrow 0} \rho_{cp} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{m}{V} \quad (1.5)$$

#### 4. Динамическая вязкость.

Динамическая вязкость определяет величину касательных напряжений. Экспериментально установлено, что скорость частиц жидкости, соприкасающихся с твёрдым телом, совпадает со скоростью этого тела (условие прилипания).

Рассмотрим движение жидкости между двумя параллельными пластинами площадью  $S$ , одна из которых (верхняя) движется с постоянной, но небольшой скоростью  $v$ , а другая неподвижна. Расстояние между пластинами  $h$  (Рис 2)

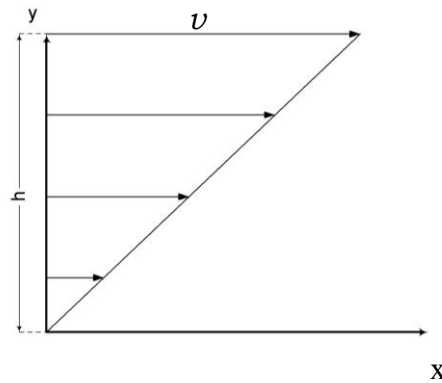


Рис.1.2. Профиль скорости между двумя параллельными пластинами.

Для этого опыта было установлено, что скорость жидкости по оси  $x$  зависит линейно от расстояния  $y$  от нижней неподвижной пластины:

$$v_x = v \frac{y}{h} \quad (1.6)$$

Верхняя пластина движется из-за приложенной к ней силы  $T$ , направленной вдоль пластины, величина которой пропорциональна скорости  $v$  и площади пластины  $S$  и обратно пропорциональна расстоянию  $h$

$$T = \mu \frac{v}{h} S \quad (1.7)$$

Величина касательного напряжения, действующего в жидкости, определяется как:

$$\tau_s = \frac{T}{S} = -\mu \frac{dv_x}{dy} \quad (1.8)$$

где  $\mu$  - вязкость (динамическая вязкость).  $\mu = \left[ \frac{H}{m^2} c \right] = [Pa \cdot c]$

В гидромеханике также используется кинематическая вязкость  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ;  $\nu = \left[ \frac{m^2}{c} \right]$

Уравнение (1.8) является формулировкой закона внутреннего трения Ньютона.

Вязкость жидкостей и газов определяется их природой, температурой и давлением.

## ГИДРОДИНАМИКА

Уравнения гидродинамики являются следствием фундаментальных законов сохранения массы, импульса и энергии.

### Уравнение неразрывности

Составим материальный баланс неразрывного (сплошного) течения жидкости.

Рассмотрим в области течения произвольный объём  $V$ , ограниченный поверхностью  $S$ .

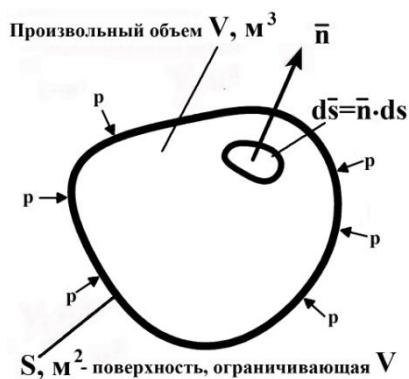


Рис.1.3. К выводу уравнения неразрывности

В каждой точке этой поверхности проведём единичную нормаль  $\vec{n}$ . Будем считать, что источники массы внутри объёма  $V$  отсутствуют. Объёмный поток жидкости (расход), входящий в рассматриваемую область из жидкости, примыкающей к данному объёму, т.е. приток жидкости снаружи:

$$Q = - \iint_S v \vec{n} dS \quad (1.9)$$

Знак (-) в уравнении делает входящие потоки положительными.

Массовый поток найдём, умножив подынтегральное выражение на плотность

$$M = - \iint_S \rho \vec{v} \vec{n} dS \quad M = [\text{кг/с}] \quad (1.10)$$

Произведение  $\rho \vec{v}$  называют массовой скоростью или плотностью массового потока.

Интеграл поверхности по формуле Остроградского-Гаусса преобразуем в интеграл по объёму

$$M = - \iiint_V \text{div} \rho \vec{v} dV \quad (1.11)$$

Найдём то же изменение массы жидкости в единицу времени, рассматривая объём  $V$  внутри

$$M = \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (1.12)$$

Приравнивая потоки, полученные определением притока массы снаружи и внутри объёма  $V$  получим

$$\iiint_V \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} \right) dV = 0 \quad (1.13)$$

Поскольку для произвольного объёма подинтегральная функция должна обращаться в нуль, получим уравнение неразрывности (сплошности)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0 \quad (1.14)$$

Уравнение неразрывности является законом сохранения массы в дифференциальной форме. Для стационарного движения  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ , поэтому уравнение 1.14 принимает вид

$$\operatorname{div} \rho \vec{v} = 0 \quad (1.15)$$

Если жидкость несжимаема,  $\rho = \text{const}$ , следовательно

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (1.16)$$

Запишем это уравнение для компонентов скорости

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.17)$$

Записав  $\operatorname{div} \rho \vec{v}$  в развёрнутой форме, из уравнения (1.14) получаем

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (1.18)$$

Это уравнение можно записать в следующем виде

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (1.19)$$

где 
$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (1.20)$$

Величина  $\frac{d\rho}{dt}$  называется субстанциональной производной.

Раскроем физический смысл субстанциональной производной.



При движении жидкости отдельная жидкая частица проходит за время  $dt$  некоторое расстояние, проекции которого  $dx, dy, dz$ . Одновременно с движением меняются ее гидромеханические параметры. Так, полный дифференциал плотности равен

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial y} dy + \frac{\partial \rho}{\partial z} dz, \quad (1.21)$$

следовательно 
$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

где  $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$

Первое слагаемое уравнения (1.21) означает изменение плотности в данной фиксированной (неподвижной) точке пространства в течение времени  $dt$ , а остальные слагаемые дают изменение  $\rho$  за счёт перемещения частицы на расстояния  $dx, dy, dz$ .

Индивидуальная производная в форме уравнения (1.20) может быть записана для любой скалярной или векторной величины  $\varphi$  (плотности, давления, скорости):

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + v_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + v_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (1.22)$$

Из уравнения (1.20) можно также заключить, что для нестационарного процесса  $\varphi = \varphi(x, y, z, t)$ , для стационарного ( $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$ )  $\varphi = \varphi(x, y, z)$

Получим уравнение неразрывности в интегральной форме для стационарного течения жидкости.

Стационарное неразрывное течение жидкости в канале произвольной формы с непроницаемыми стенками

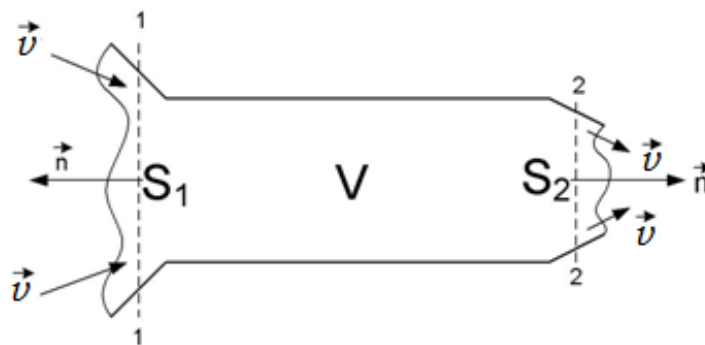


Рис.1.4. К выводу уравнения неразрывности в интегральном виде

Для движущейся жидкости в канале произвольной формы (Рис.1.4) запишем уравнения материального баланса (1.10)-(1.13) при  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ , для части канала, ограниченной плоскими сечениями 1 и 2 с поверхностями  $S_1$  и  $S_2$

$$M = -\iiint_V \operatorname{div} \rho \vec{v} dV = -\iint_S \rho \vec{v} \vec{n} dS \quad (1.23)$$

Поскольку стенки непроницаемые, имеем равенство

$$M = -\iint_{S_1} \rho \vec{v} \vec{n} dS - \iint_{S_2} \rho \vec{v} \vec{n} dS \quad (1.24)$$

Найдём положительные величины средней массовой скорости для сечений 1 и 2

$$(\rho v)_{cp1} = -\frac{\iint_{S_1} \rho \vec{v} \vec{n} dS}{S_1} \quad (\rho v)_{cp2} = -\frac{\iint_{S_2} \rho \vec{v} \vec{n} dS}{S_2} \quad (1.25)$$

Из уравнений (1.24) и (1.25) получим уравнение неразрывности в интегральной форме

$$M = (\rho v)_{cp1} \cdot S_1 = (\rho v)_{cp2} \cdot S_2 = \dots = (\rho v)_{cpi} \cdot S_i = const \quad (1.26)$$

В случае, когда плотность не меняется по сечению, имеем

$$M = \rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 = \dots = \rho_i v_i S_i = const \quad (1.27)$$

где  $v_1 = v_{cp1}$ ,  $v_2 = v_{cp2}$  и т.д.

Для несжимаемой жидкости

$$Q = v_i S_i = const \quad (1.28)$$

Уравнения (1.26)-(1.28) служат для определения скоростей жидкости и площадей сечений каналов.

## ЛЕКЦИЯ 2

### УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

#### Уравнения Навье-Стокса

В потоке реальной жидкости будут действовать как нормальные, так и касательные напряжения.

Рассмотрим сначала идеализированный случай однонаправленного движения несжимаемой вязкой жидкости, в котором все векторы скорости имеют одинаковые направления.

Выделим в потоке жидкости двигающейся параллельно оси  $z$  элементарный параллелепипед, грани которого ориентированы по осям координат (Рис.2.1).

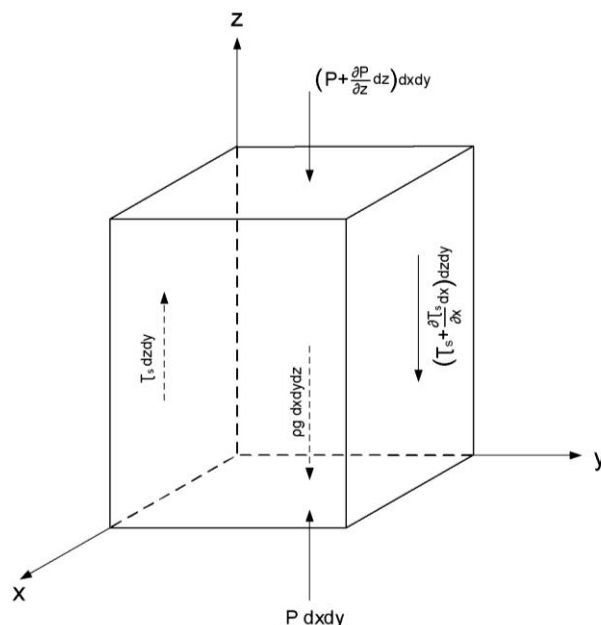


Рис.2.1. К выводу уравнения баланса сил при одномерном движении вязкой несжимаемой жидкости

Будем считать, что вектор скорости  $u_z$  уменьшается вдоль осей  $x$  и  $y$ . С учетом условия однонаправленности имеем

$$u_x = u_y = 0$$

Определим проекции внешних сил на ось  $z$ , действующих на элементарный объём.

$$\text{Сила давления: } P dxdy - \left( P + \frac{\partial P}{\partial z} dz \right) dxdy = - \frac{\partial P}{\partial z} dxdydz$$

$$\text{Сила тяжести: } - \rho g dxdydz$$

Сила трения, возникающая при изменении вектора скорости по оси  $x$ :

$$\tau_S dz dy - \left( \tau_S + \frac{\partial \tau_S}{\partial x} dx \right) dz dy = -\frac{\partial \tau_S}{\partial x} dx dy dz$$

Сила трения при изменении вектора скорости по оси  $y$

$$\tau_S dz dx - \left( \tau_S + \frac{\partial \tau_S}{\partial y} dy \right) dz dx = -\frac{\partial \tau_S}{\partial y} dy dz dx$$

При равенстве скоростей  $v_x$  и  $v_y$  нулю касательные напряжения, действующие по оси  $z$ , при изменении скорости  $v_z$  по осям  $x$  и  $y$  выражаются по закону внутреннего трения Ньютона.

При изменении  $v_z$  по оси  $x$ :

$$\tau_S = \tau_{xz} = -\mu \frac{\partial v_z}{\partial x}$$

При изменении  $v_z$  по оси  $y$ :

$$\tau_S = \tau_{yz} = -\mu \frac{\partial v_z}{\partial y}$$

Следовательно, проекция сил трения на ось  $z$  равна

$$\mu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \right) dx dy dz$$

Из уравнения неразрывности при  $v_x = v_y = 0$  следует  $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$ , поэтому величина ускорения равна  $\frac{\partial v_z}{\partial t}$  (индивидуальная производная равна частной).

В соответствии с основным принципом динамики получим уравнение баланса сил, действующих по оси  $z$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} dx dy dz = -\frac{\partial P}{\partial z} dx dy dz - \rho g dx dy dz + \mu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \right) dx dy dz \quad (2.1)$$

Сократив на величину элементарного объёма  $dV = dx dy dz$ , получим уравнение баланса сил, отнесённых к единице объёма

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g + \mu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \right) \quad (2.2)$$

Полученное уравнение выражает одновременно как баланс сил, так и баланс количества движения (импульса), так как левая часть уравнения (2.2) (произведение ускорения на массу единицы объёма) равна скорости изменения импульса в единице объёма, а правая часть этого уравнения равна потоку импульса, входящего в единицу объёма, за счёт действия внешних сил.

В общем случае, когда вектор скорости направлен произвольно, уравнения движения несжимаемой вязкой ньютоновской жидкости (баланса сил) в проекциях на оси координат имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \text{ось } z: \quad \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} &= -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g + \mu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \\ \text{ось } x: \quad \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -\frac{\partial P}{\partial x} - \rho g + \mu \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \\ \text{ось } y: \quad \rho \frac{\partial v_y}{\partial t} &= -\frac{\partial P}{\partial y} - \rho g + \mu \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Эти уравнения называются системой уравнений Навье-Стокса.

Уравнение Навье-Стокса в векторной форме:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\rho \vec{g} - \text{grad} P + \mu \Delta \vec{v} \quad (2.4)$$

Где  $\Delta$  - оператор Лапласа

Совместное решение уравнения (2.4) и уравнения неразрывности (1.14) позволяет получить поле скоростей и давлений в движущейся несжимаемой ньютоновской жидкости. Точные аналитические решения этой системы в силу её нелинейности удаётся найти только для небольшого числа простых симметричных течений.

При  $\mu = 0$ , уравнение Навье-Стокса переходит в уравнение Эйлера.

### Уравнение движения идеальной жидкости Эйлера

В потоке идеальной жидкости действуют только нормальные напряжения.

Если в потоке идеальной (невязкой) жидкости, движущейся в поле сил тяжести, выделить произвольный объём  $V$ , ограниченный поверхностью  $S$  с единичной внешней нормалью  $n$  и найти сумму внешних сил, действующих на данный объём, то получим в векторной форме уравнение аналогичное (2.4), но без слагаемого, учитывающего влияние сил трения:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\rho \vec{g} - \text{grad} P \quad (2.5)$$

Это уравнение называется уравнением движения идеальной жидкости Эйлера

Запишем уравнение движения Эйлера в проекциях на оси координат

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial x} \\ \rho \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial y} \\ \rho \frac{dv_z}{dt} &= -\frac{\partial P}{\partial z} - \rho g \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Решение этой системы осуществляется совместно с уравнением неразрывности при использовании выражений для субстанциональных производных проекций скорости.

Субстанциональные производные  $\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt}$  находят по формулам типа (1.22).

Например, для проекции скорости на ось  $x$ , получим

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad (2.7)$$

Для несжимаемых идеальных жидкостей решение системы уравнений (2.6) совместно с уравнением неразрывности (1.14) позволяет определить четыре неизвестных  $v_x, v_y, v_z, P$ .

### **Равновесие в поле сил тяжести. Основное уравнение гидростатики**

Уравнение (2.5) при приравнении скорости нулю может быть преобразовано в уравнение равновесия жидкости в поле сил тяжести:

$$\text{grad}P = \rho \vec{g} \quad (2.8)$$

Также можно рассмотреть проекции на оси координат (2.6), которые превращаются в систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial z} &= -\rho \vec{g} \end{aligned} \right\} \quad (2.9.)$$

Так как производные давления по  $x$  и  $y$  равны нулю, для несжимаемой жидкости получим

$$d(P + \rho g z) = 0$$

Отсюда получим *основное уравнение гидростатики*

$$P + \rho g z = \text{const} \quad (2.10)$$

или в другой форме

$$\frac{P}{\rho g} + z = \text{const} \quad (2.11)$$

Запишем уравнение (2.10) для ряда сечений покоящейся жидкости

$$P_0 + \rho g z_0 = P_1 + \rho g z_1 = \dots = P_i + \rho g z_i \quad (2.12)$$

$$\text{или} \quad \frac{P_0}{\rho g} + z_0 = \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \dots = \frac{P_i}{\rho g} + z_i \quad (2.13)$$

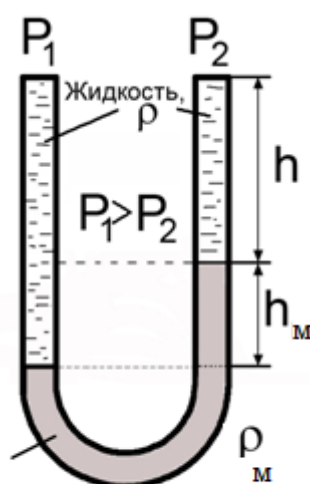
Все составляющие уравнения (2.12) имеют размерность давления [Па], все составляющие уравнения (2.13) имеют размерность длины [м].

Уравнение (2.10) носит название закона Паскаля: давление, создаваемое в любой точке покоящейся жидкости, передается во все стороны равномерно.

Основное уравнение гидростатики служит для определения величин давления, положений раздела фаз в покоящихся жидкостях, а также для определения сил, действующих на дно и стенки аппаратов.

### Примеры практического приложения основного закона гидростатики

1. Приборы для измерения невысоких избыточных давлений - дифференциальные манометры (дифманометры)



манометрическая  
жидкость

Рис.2.2. U-образный дифманометр

Простейший U-образный дифманометр представляет собой прибор в виде прозрачной трубки, заполненной манометрической жидкостью.

Манометр присоединён к аппарату, содержащему жидкость, плотность которой  $\rho$  ниже по сравнению с плотностью манометрической жидкости  $\rho_m$ .

Уровни жидкости в U-образной трубке до начала измерений одинаковы. При появлении перепада давления в аппарате уровни манометрической жидкости приходят в движение, и затем устанавливается новое положение: слева давление выше, поэтому уровень манометрической жидкости ниже, в правом колене наоборот – уровень выше, давление ниже (Рис 2.2). Запишем значения давлений на левом уровне и правом уровне манометрической жидкости, применяя уравнение гидростатики (2.12) к рабочей и манометрической жидкостям:

$$P_{лев} = P_1 + \rho g(h + h_m)$$

$$P_{прав} = P_2 + \rho gh$$

$$P_{лев} = P_{прав} + \rho_m g h_m$$

Получаем выражение для определения перепада давления через показания U-образного дифманометра  $h_m$ :

$$P_1 - P_2 = (\rho_m - \rho)gh_m \quad (2.14)$$

При использовании U-образного дифманометра для газовых сред можно пренебречь значениями  $\rho$  из-за малых значений плотности газов. Тогда уравнение (2.14) приобретает вид:

$$P_1 - P_2 = \rho_m g h_m \quad (2.15)$$

## 2. Сообщающиеся сосуды.

Из уравнения (2.12) также следует правило сообщающихся сосудов: в открытых или закрытых, находящихся под одинаковым давлением, сообщающихся сосудах, заполненных однородной жидкостью, уровни ее располагаются на одной высоте независимо от формы и поперечного сечения сосудов.

Примером использования этого правила в практических целях является применения прибора для измерения уровня в закрытых сосудах, называемого «водомерным стеклом».



### 3. Гидравлический пресс.

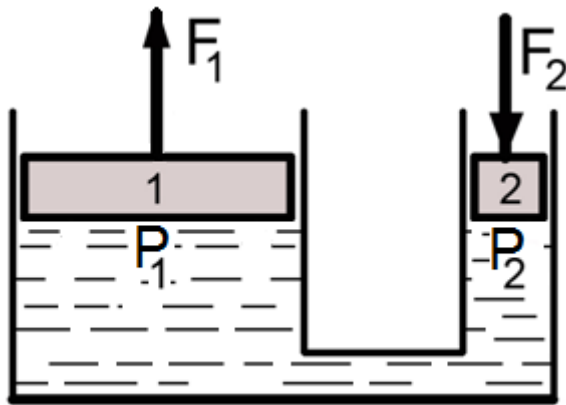


Рис.2.3. Схема гидравлического пресса

Если приложить относительно небольшое усилие  $F_2$  к поршню 2, движущемуся в цилиндре меньшего диаметра  $d_2$ , то в жидкости создается давление  $P_2$ , которое передается на поршень 1 в цилиндре большего диаметра  $d_1$ . Величину этого давления можно рассчитать:

$$P_2 = \frac{F_2}{\frac{\pi d_2^2}{4}} \quad P_1 = \frac{F_1}{\frac{\pi d_1^2}{4}}$$

Согласно уравнению гидростатики  $P_1 = P_2$ .

$$\text{Тогда } \frac{F_1}{F_2} = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

В результате поршень в цилиндре большего диаметра передаст силу давления, во столько раз большую, чем сила, приложенная к поршню в цилиндре меньшего диаметра, во сколько раз поперечное сечение цилиндра 1 больше, чем цилиндра 2.

### 4. Сила давления на плоскую стенку (на дно сосуда или по длине тела, погруженного в жидкость) (Рис.2.4)

Давление на горизонтальное дно в любой точке не зависит от формы сосуда, а определяется только высотой столба жидкости в нем.

$$P = P_0 + \rho g H, \quad H - \text{высота столба жидкости.}$$

Сила давления на дно определяется как  $F = PS = (P_0 + \rho gH)S$ , где  $S$  - площадь горизонтального дна.

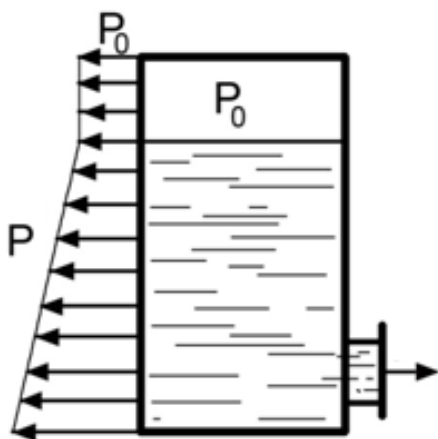


Рис.2.4. Эпюра давления жидкости

Давление на стенки сосуда изменяется по высоте линейно и определяется высотой столба жидкости над точкой замера давления.

## ЛЕКЦИЯ 3

### УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

#### ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ

##### Энергетический баланс потока идеальной жидкости

Рассмотрим стационарное движение физически бесконечно малого объема идеальной жидкости по линии тока, как известно, совпадающей с траекторией движения этой жидкой частицы. В проекциях на оси координат это движение описывается системой уравнений Эйлера(2.6).

Умножим правые и левые части системы уравнений (2.6) на соответствующие проекции элементарного пути пройденного частицей:  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ :

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dv_x}{dt} dx &= -\frac{\partial P}{\partial x} dx \\ \rho \frac{dv_y}{dt} dy &= -\frac{\partial P}{\partial y} dy \\ \rho \frac{dv_z}{dt} dz &= -\frac{\partial P}{\partial z} dz - \rho g dz \end{aligned} \right\} \quad (3.1.)$$

Просуммировав левые и правые части этих уравнений с учетом того, что

$$\frac{dx}{dt} = v_x, \quad \frac{dy}{dt} = v_y, \quad \frac{dz}{dt} = v_z \text{ получим}$$

$$\rho d\left(\frac{v^2}{2}\right) + \rho g dz = -dP \quad (3.2)$$

В случае несжимаемой жидкости уравнение (3.2) упрощается

$$d\left(\rho \frac{v^2}{2} + P + \rho g z\right) = 0, \quad \text{следовательно}$$

$$\rho \frac{v^2}{2} + P + \rho g z = \text{const} \quad (3.3)$$

Чаше это уравнение записывают в таком виде:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\rho g} + z = c \quad (3.4)$$

Величина константы  $c$  меняется для различных линий тока.

Таким образом, получено уравнение энергетического баланса движения элементарного объема несжимаемой идеальной жидкости по линии тока, называемое

уравнением Бернулли. Согласно этому уравнению сумма удельной (отнесённой к единице веса) кинетической энергии  $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$  и потенциальной энергии давления и положения

$\left(\frac{P}{\rho g} + z\right)$  есть величина постоянная для любой точки на линии тока.

Все составляющие этого уравнения имеют размерность длины и называются напорами или высотами, а именно:

$\frac{P}{\rho g}$  – пьезометрический напор (пьезометрическая высота, пропорциональная давлению в рассматриваемом сечении, или удельная потенциальная энергия давления столба жидкости,  $[м] = [Па/((кг/м^3)(м/с^2))]$ );

$z$  – геометрический напор (нивелирная высота расположения сечения элементарной струйки жидкости над некоторой плоскостью сравнения, или удельная потенциальная энергия положения,  $[м] = [Дж/Н]$ );

$\frac{v^2}{2g}$  – скоростной или динамический напор (удельная кинетическая энергия,  $[м] = [(м/с)^2/(м/с^2)]$ ).

В гидравлике удельная энергия единицы веса жидкости называется «гидравлическим напором», или просто – «напором», и обозначается символом  $H$  (от англ. head – напор).

Уравнение Бернулли показывает, что при установившемся движении идеальной жидкости сумма геометрического, пьезометрического и динамического напоров в каждом поперечном сечении элементарной струйки есть величина постоянная, то есть  $H = const$ .

Для конечных сечений потока параметры уравнения (3.4) осредняют по всем линиям тока, т.е. по всему сечению, при этом вместо скорости в точке используют среднюю скорость по поперечному сечению ( $v_{cp}$ ), поэтому удельная кинетическая энергия, рассчитанная по средней скорости, умножается на поправочный коэффициент  $\alpha$ , зависящий от распределения скорости по сечению потока

$$\alpha = \frac{\iint v^3 dS}{v_{cp}^3 S} \quad (3.5)$$

В технических расчётах обычно принимают  $\alpha = 1$  по следующим причинам. Величина  $\alpha$  при больших скоростях турбулентного течения незначительно превышает 1; при малых скоростях, соответствующих ламинарному движению  $\alpha = 2$ . Но поскольку

сама величина кинетической энергии в этом случае очень мала по сравнению с величинами потенциальной энергии, приравнивание  $\alpha$  единице не вносит существенных погрешностей в расчёты.

При средних скоростях турбулентной области из-за сравнительно малой величины кинетической энергии погрешности также незначительны.

Таким образом, уравнение Бернулли для конечных сечений потока несжимаемой идеальной жидкости:

$$\frac{v_{cp}^2}{2g} + \frac{P}{\rho g} + z = const$$

В технических расчётах обычно используют средние по сечению величины скоростей, поэтому принимаем обозначения  $v_{cp} = v$ , тогда уравнение Бернулли принимает вид:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\rho g} + z = const \quad (3.6)$$

Следовательно, уравнение Бернулли для любых сечений потока идеальной жидкости имеет следующий вид:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 = \dots = \frac{v_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\rho g} + z_i \quad (3.7)$$

## Практическое приложение уравнения Бернулли

### Измерение расходов жидкостей и газов дроссельными устройствами

#### Дроссельные приборы

Принцип действия дроссельных приборов основан на измерении перепада давления в трубе, создаваемого путем резкого сужения сечения потока. К дроссельным приборам относят: диафрагму, сопло и трубу Вентури.

#### Диафрагма

Диафрагма представляет собой тонкий металлический диск с круглым отверстием посередине, размещаемый внутри трубы, поперек потока (Рис.3.1). Диаметр отверстия диафрагмы  $d_0$  значительно меньше диаметра  $d_1$  трубы, на которой устанавливается диафрагма. За диафрагмой струя жидкости продолжает сжиматься, поэтому на некотором расстоянии за диафрагмой при максимальном сжатии потока диаметр струи становится

равным  $d_2$ , причем  $d_2 < d_0$ . К сечениям 1 и 2 присоединен U-образный дифманометр. Найдем разность давлений в сечениях 1 и 2, используя уравнение Бернулли:

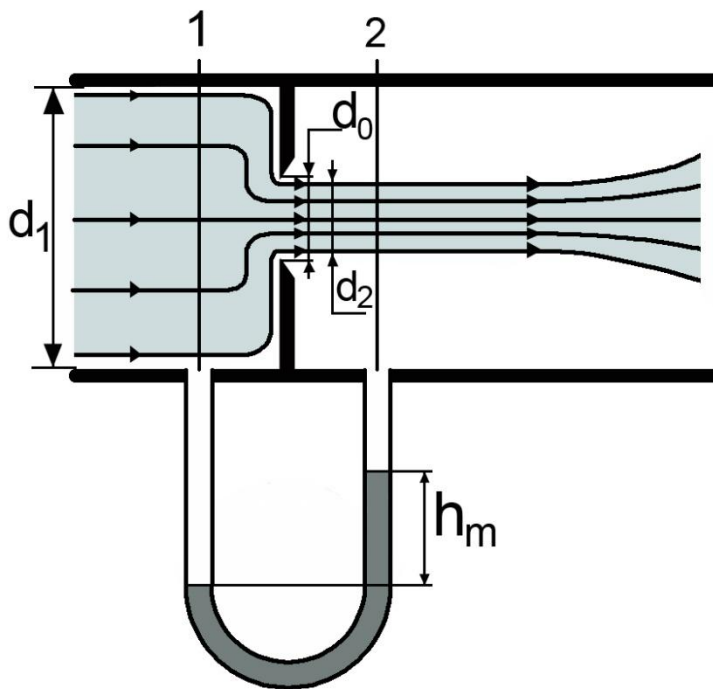


Рис.3.1. Диафрагма, размещенная в трубе и снабженная U-образным дифманометром

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

С учетом того, что для горизонтальной трубы  $z_1 = z_2$ , уравнение можно записать следующим образом:

$$\frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$$

$$\text{или} \quad P_1 - P_2 = \frac{v_2^2 \rho}{2} - \frac{v_1^2 \rho}{2} \quad (3.8)$$

Ранее было получено выражение (2.14) для определения перепада давления в трубопроводе через показания U-образного дифманометра  $h_m$ :

$$P_1 - P_2 = (\rho_m - \rho)gh_m$$

Также из условия постоянства объемных расходов капельных жидкостей следует:

$$v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1} = v_2 \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2, \quad (3.9)$$

Подставим выражения (2.14) и (3.9) в уравнение (3.8)

$$\text{Тогда } v_2 = \sqrt{2gh_m \frac{\rho_m - \rho}{\rho} \left( 1 - \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4 \right)^{1/2}} \quad (3.10)$$

Заменим  $h_m \frac{\rho_m - \rho}{\rho} = h$ , где  $h$  – показания дифманометра, переведенные в м. ст.

рабочей жидкости

Объемный расход жидкости в отверстии диафрагмы:  $\dot{V} = v_0 S_0$ .

Скорость жидкости в отверстии диафрагмы  $v_0$  определяет значение скорости  $v_2$ :

$$v_0 = \alpha_\partial v_2, \quad (3.11)$$

где  $\alpha_\partial$  - экспериментально определенный коэффициент расхода диафрагмы, учитывающий потери энергии в отверстии диафрагмы и сужение струи.

Тогда объемный расход жидкости в отверстии диафрагмы и в трубе:

$$\dot{V} = \alpha_\partial S_0 \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4}} \quad (3.12)$$

Для технических расчетов с достаточной степенью точности (1- 3 %) можно использовать

формулу:  $\dot{V} = \alpha_\partial S_0 \sqrt{2gh}$  (3.13)

С целью снижения гидравлических потерь на острых кромках диафрагмы вместо нее для определения расходов жидкостей могут устанавливаться сопла с гладким входом.

### Расходомерная труба Вентури

Расходомерная труба Вентури (Рис.3.2) устанавливается в случае, если нежелательны большие потери напора в суживающем устройстве.

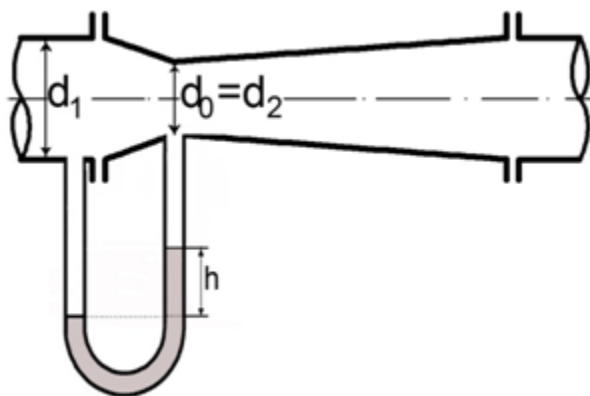


Рис.3.2. Расходомерная труба Вентури

Основной недостаток трубы Вентури по сравнению с диафрагмой - громоздкость. Расход жидкости по трубе определяется по формуле, аналогичной (3.13) для диафрагмы:

$$\dot{V} = \alpha_B S_0 \sqrt{2gh}, \text{ где } \alpha_B - \text{коэффициент расхода трубы Вентури.}$$

#### Расходомерные трубки Пито-Прандтля

Трубки Пито-Прандтля (Рис. 3.3) представляют собой две тонкие трубки (пьезометры) диаметром 1-2 мм, расположенные на одном уровне. Одна из трубок (трубка Пито) изогнута под прямым углом, открытым концом направлена в сторону набегающего потока, вторая трубка - прямая, расположена поперек потока. Трубка Пито воспринимает полное давление потока (динамическое и статическое), а вторая (прямая) трубка – только статическое. Разность этих двух давлений  $\Delta p_i$  эквивалентна динамическому давлению потока в том месте сечения, где находится трубка Пито:

$$\Delta p_i = \frac{\rho v_i^2}{2} \tag{3.14}$$

где  $\rho$  – плотность среды в трубопроводе, кг/м<sup>3</sup>;  $v_i$  – локальная скорость потока в точке измерения, м/с.

Возникающая разность давлений определяется дифференциальным манометром:

$$\Delta p_i = (\rho_M - \rho) g h_{mi} \tag{3.15}$$

где  $\rho_M$  – плотность манометрической жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $h_{mi}$  – высота столба манометрической жидкости (показание дифманометра), м.

Таким образом, из соотношений (3.14) и (3.15) определяют локальную скорость потока  $v_i$  (в месте нахождения трубки Пито):

$$v_i = \sqrt{2gh_{mi} \frac{\rho_M - \rho}{\rho}}$$



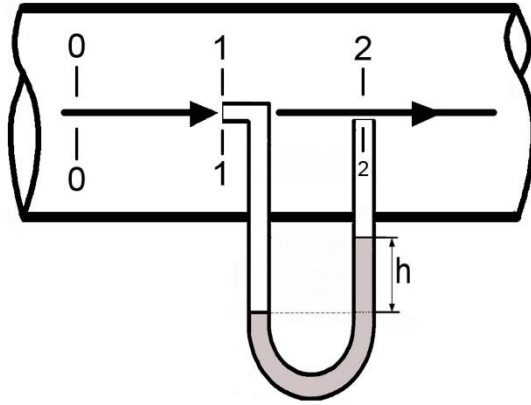


Рис.3.3. Трубки Пито-Прандтля

Средняя скорость потока определяется выражением:

$$v_{cp} = \frac{1}{S} \int_S v_i dS = \frac{2}{R^2} \int_{r_i=0}^{r_i=R} v_i r_i dr, \quad (3.16)$$

полученным с учётом того, что площадь круга радиусом  $R$  равна  $S = \pi R^2$ , а  $dS = 2\pi r dr$ . Зная среднюю скорость, можно вычислить расход жидкости в трубе.

### Истечение жидкости из отверстия в днище сосуда

#### 1. При постоянном уровне жидкости в сосуде

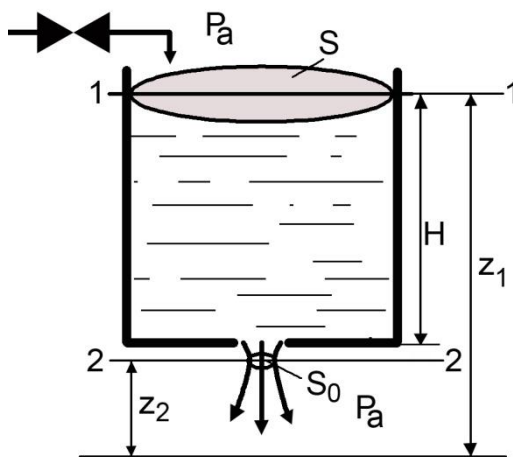


Рис.3.4. Сосуд с постоянным уровнем жидкости

Рассмотрим процесс истечения через небольшое отверстие в дне сосуда при условии равенства количества поступающей в сосуд жидкости и расхода ее через отверстие. Т.о., истечение происходит при постоянном уровне жидкости в сосуде и при атмосферном давлении. Запишем уравнение Бернулли для идеальной жидкости для

плоскостей сравнения 1 и 2, причем плоскость 1 проходит по уровню жидкости в сосуде, а плоскость 2 - в самом узком сечении струи, чуть ниже отверстия в днище:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Поскольку истечение происходит при атмосферном давлении,  $P_1 = P_2 = P_{атм}$ , уровень жидкости в сосуде постоянен:  $v_1 = 0$ , сечение 2 проходит несколько ниже дна сосуда, в технических расчетах можно принять  $z_1 - z_2 = H$ .

Тогда уравнение Бернулли можно записать как:

$$H = \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\text{или} \quad v_2 = \sqrt{2gH} \quad (3.17)$$

Уравнение (3.17) - это формула Торричели (1643 год).

При расчете течения реальной жидкости следует учесть потери напора и эффект сжатия струи при выходе из отверстия. Фактическая скорость истечения рассчитывается по формуле:  $v_0 = \alpha v_2$ , где коэффициент расхода  $\alpha = \varepsilon \varphi$ .

Коэффициент сжатия струи  $\varepsilon$  равен отношению площади сечения струи в месте наибольшего сжатия  $S_{сж}$  к сечению отверстия  $S_0$ :  $\varepsilon = S_{сж} / S_0$ .  $\varepsilon < 0$ , определяется опытным путем.

Потерю напора в отверстии за счет трения учитывают коэффициентом скорости  $\varphi$ , значения которого лежат в пределах 0,95-0,99.

$$\text{Тогда расход жидкости через отверстие: } \dot{V} = v_0 S_0 = \alpha S_0 \sqrt{2gH}$$

Коэффициент расхода  $\alpha$  - справочная величина, зависящая от режима истечения.  $\alpha$  изменяется в пределах от 0,58 до 0,75.

Из полученных зависимостей видно, что расход жидкости через отверстие не зависит от формы сосуда, поэтому уравнение расхода можно применять и при истечении из боковых отверстий.

## 2. При переменном уровне жидкости в сосуде

Задача об истечении жидкости при переменном напоре обычно сводится к определению времени опорожнения всего сосуда в зависимости от начального наполнения, формы и размеров сосуда и отверстия. В этом случае вследствие непрерывного изменения напора, а следовательно, и непрерывного изменения скоростей и

давлений, всегда наблюдается неустановившееся движение жидкости, поэтому при расчетах нельзя использовать обычное уравнение Бернулли.

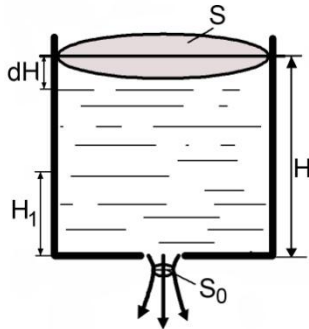


Рис.3.5. К выводу уравнения для определения времени истечения с переменным уровнем жидкости в сосуде

Для решения задачи полное время истечения жидкости разбиваем на бесконечно малые промежутки времени  $dt$ , в течение каждого из которых напор считаем постоянным, а движение жидкости установившемся.

Рассмотрим истечение жидкости в атмосферу через отверстие в дне сосуда из открытого вертикального цилиндрического сосуда с сечением  $S$ .

Элементарный объем жидкости  $dV$ , прошедшей через отверстие за бесконечно малый промежуток времени  $dt$ , рассчитывается по формуле

$$dV = \alpha S_0 \sqrt{2gH} dt \quad (3.18)$$

Величину  $H$  в течение времени  $dt$  примем постоянной.

В действительности за это время уровень жидкости в сосуде опустится на величину  $dH$  и объем жидкости в нем изменится на  $dV$ :

$$dV = -S dH \quad (3.19)$$

Знак «минус» показывает, что с течением времени величина  $H$  уменьшается и, следовательно,  $dH$  будет отрицательной.

Приравняем выражения (3.18) и (3.19). Полное время опорожнения сосуда определим в результате интегрирования уравнения:

$$\int_0^t dt = (\alpha S_0 \sqrt{2gH})^{-1} \int_H^0 \frac{S}{\sqrt{H}} dH$$

$$\text{При } S = \text{const} \quad t = \frac{2S\sqrt{H}}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \quad (3.20)$$

Для определения времени истечения только части объема от  $H$  до  $H_1$ :

$$t = \frac{2S(\sqrt{H} - \sqrt{H_1})}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \quad (3.21)$$

Если сечение аппарата изменяется (конический резервуар, горизонтальная цистерна), т.е.  $S$  величина переменная, необходимо использовать зависимость  $S=f(H)$ . Такие задачи решают при наполнении и опорожнении резервуаров, цистерн, водохранилищ.

**ЛЕКЦИЯ 4**  
**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГИДРОДИНАМИКИ**  
**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ПО РАДИУСУ ТРУБЫ**  
**УРАВНЕНИЕ ПУАЗЕЙЛЯ**

Гидравлический радиус и эквивалентный диаметр

При движении жидкостей по каналам произвольной формы, сечение которых отлично от круга, в качестве определяющего линейного размера принимается приведенная величина, которую называют гидравлическим радиусом канала.

Гидравлическим радиусом канала произвольного сечения называют отношение площади поперечного сечения потока  $S$  к смоченному периметру  $\Pi$ .

$$r_z = S/\Pi \quad (4.1)$$

Для круглой трубы при сплошном ее заполнении жидкостью:

$$r_z = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4}$$

Диаметр, выраженный через гидравлический радиус, называют эквивалентным диаметром:

$$d_э = 4r_z = \frac{4S}{\Pi} \quad (4.2)$$

Эквивалентный диаметр канала круглого сечения:  $d_э = \frac{4 \frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = d$

Эквивалентный диаметр канала кольцевого поперечного сечения

$$d_э = \frac{4 \left( \frac{\pi D_{вн}^2}{4} - \frac{\pi d_{нар}^2}{4} \right)}{\pi D_{вн} - \pi d_{нар}} = D_{вн} - d_{нар} \quad (4.3)$$

Эквивалентный диаметр канала прямоугольного сечения ( $a, b$  – стороны прямоугольника)

$$d_э = 4r_{\Gamma} = \frac{4S}{\Pi} = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b} \quad (4.4)$$

## Ламинарное и турбулентное течение. Критерий Рейнольдса.

Английским физиком Осборном Рейнольдсом в 1876–1883 гг. были проведены экспериментальные исследования движения жидкостей при различных скоростях потока, размерах канала и свойствах среды. Для этого им была собрана установка, состоящая из емкости с постоянным уровнем воды, горизонтальной стеклянной трубы и емкости с красящим веществом, которое вводилось в стеклянную трубу по ее оси через тонкую капиллярную трубку (Рис.4.1).

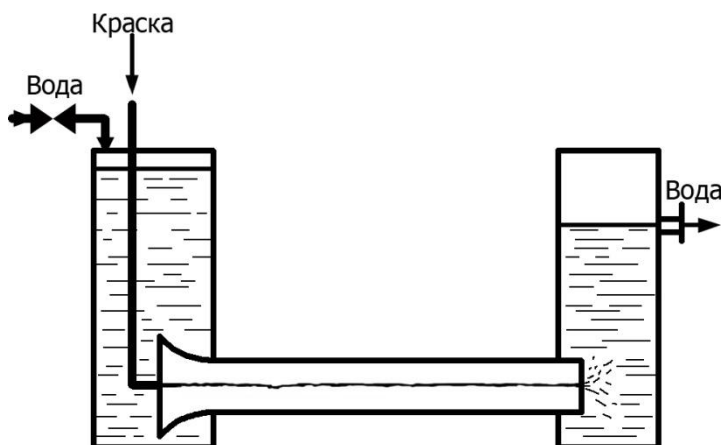


Рис.4.1. Экспериментальная установка для исследования режимов течения жидкости

При небольших расходах (небольших скоростях) воды в стеклянной трубе струйки красящего вещества вытягивались в тонкую нить, т.е. частицы красителя перемещались по параллельным траекториям, не перемешиваясь. Такое движение было названо ламинарным (вязким, струйным, слоистым).

С возрастанием расхода жидкости (скорости) окрашенная струйка приобретала поначалу волнообразное движение, а затем, при дальнейшем увеличении расхода, начинала размываться и полностью окрашивать всю массу жидкости в трубе. Это вызвано возмущением, перемешиванием частиц и вихреобразованием. Движение жидкости, когда основная масса перемещается в одном направлении, а отдельные частицы, или группы частиц, движутся по хаотическим неупорядоченным траекториям, называют турбулентным.

Критерием перехода течения из одного режима в другой стал безразмерный комплекс величин, называемый числом (критерием) Рейнольдса  $Re$ :

$$Re = \frac{vl\rho}{\mu} \quad (4.5)$$

где  $v$  – скорость жидкости (м/с),  $l$  – определяющий линейный размер (м),  $\rho$  – плотность (кг/м<sup>3</sup>) и  $\mu$  – динамическая вязкость (Па·с) жидкости.

Принято считать, что в прямых круглых трубах критическое число  $Re$  равно 2 300. При значениях  $Re < 2\,300$  режим движения жидкостей и газов ламинарный, течение при  $2\,300 < Re < 10\,000$  называется неустойчивым турбулентным, при  $Re > 10\,000$  – развитым турбулентным.

Однако экспериментально было найдено, что критическое значение числа  $Re$  в круглых трубах может находиться в диапазоне  $2\,300 \div 20\,000$ . Такие высокие значения критического числа  $Re$  обусловлены особыми условиями проведения опытов: постоянной температурой, стабилизацией расхода, отсутствием возмущений потока, малыми значениями шероховатости стенок и т.д. Для идеально равномерного профиля скорости на идеально гладкой поверхности критическое число  $Re$  стремится к бесконечности. На практике принято считать турбулентным поток при  $Re > 2300$ , однако при наличии дополнительных турбулизаторов, ламинарное течение заканчивается при гораздо более низких значениях чисел Рейнольдса.

### Турбулентное течение

Развитое турбулентное течение характеризуется сложным перемешиванием жидкости, вихреобразованием и случайными флуктуациями параметров. Так, например, истинная скорость в некоторой точке потока испытывает нерегулярные хаотические пульсации во времени.

Если взять одну фиксированную точку потока, то мгновенная скорость  $u$  пульсирует около некоторого среднего во времени значения  $\bar{u}$  (Рис. 4.2).

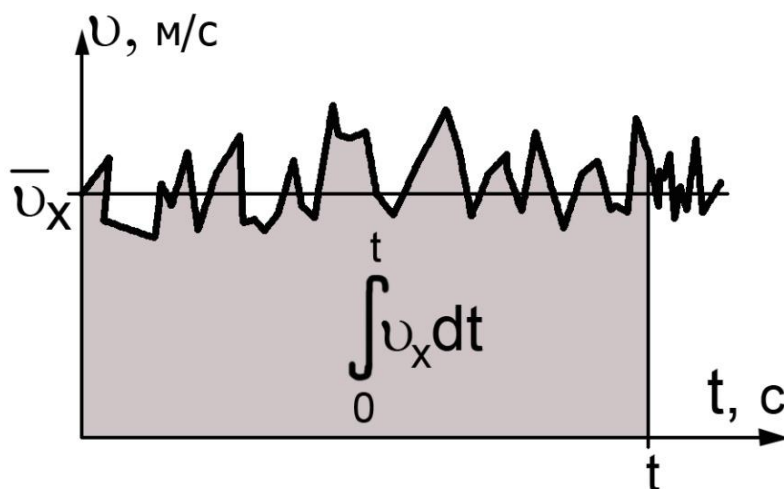


Рис.4.2. Мгновенная  $u$  и осредненная во времени  $\bar{u}$  локальные скорости при турбулентном течении потока

Подобная картина наблюдается в каждой точке турбулентного потока

Турбулентный поток можно описать следующими характеристиками:

1. Осредненная во времени локальная скорость для точки определяется как:

$$\overline{v_x} = \frac{\int_0^t v_x dt}{t} \quad (4.6)$$

2. Мгновенная пульсационная скорость - разница между истинной мгновенной и осредненной во времени скоростями.  $\Delta v_x = v_x - \overline{v_x}$  или  $v_x = \overline{v_x} \pm \Delta v_x$

Если оценивать осредненные за небольшой промежуток времени (секунды) локальные скорости турбулентного потока, то оказывается, что эти значения остаются практически постоянными во времени из-за высокой частоты пульсаций.

Таким образом, турбулентное движение, являющееся неустановившемся, можно рассматривать как квазистационарное.

3. Интенсивность турбулентности.

$$I_T = \frac{\overline{\Delta v}}{v} \quad (4.7)$$

где  $\overline{\Delta v}$  - среднеквадратичное значение пульсационной скорости, т.е. осреднение мгновенных пульсационных скоростей по абсолютной величине во всех направлениях. Эта величина - мера пульсации в данной точке потока. При турбулентном течении по трубам  $I_T$  составляет величину 0,01-0,1.

Если средние пульсации скорости одинаковы во всех направлениях, то говорят об изотропной турбулентности.

Турбулентность практически изотропна у оси потока и все более отклоняется от изотропной при приближении к стенке трубы (канала).

4. Вихрем называется единая совокупность частиц, движущихся совместно.

5. Масштаб турбулентности – понятие, связанное с расстоянием между двумя ближайшими частицами жидкости, не принадлежащими одному вихрю.

6. Турбулентная вязкость.

Если в потоке, движущемся в направлении  $x$ , расстояние между двумя частицами в направлении перпендикулярном оси трубы  $\overline{dn}$ , то вследствие разности осредненных во времени скоростей, возникает касательное напряжение, которое определяется по закону внутреннего трения Ньютона:

$$\tau_s = -\mu \frac{d\overline{v_x}}{d\overline{n}} = -\rho \nu \frac{d\overline{v_x}}{d\overline{n}} \quad (4.8)$$



В ламинарном потоке мгновенные локальные скорости не нужно осреднять во времени.

В турбулентном потоке перемещения в поперечном направлении создают дополнительное касательное напряжение. По аналогии с ньютоновским касательным напряжением:

$$\tau_T = -\rho \nu_T \frac{d\bar{v}_x}{dn} \quad (4.9)$$

где  $\nu_T$  - коэффициент турбулентной вязкости.  $\nu_T$  не является физико-химической константой каждой жидкости, а определяется скоростью жидкости и степенью турбулентности, которая различна на разных расстояниях от оси потока.

Таким образом, для турбулентного потока суммарное касательное напряжение:

$$\tau = \tau_H + \tau_T = -\rho(\nu_H + \nu_T) \frac{d\bar{v}_x}{dn} \quad (4.10)$$

### Понятие о пограничном слое

Для описания турбулентного течения жидкости в канале было предложено разделить поток на две области: тонкого вязкого пограничного слоя и области невязкого течения. Такой подход позволил значительно упростить описание движения жидкости.

Центральная часть потока - ядро потока - принято считать областью невязкого течения, т.е. областью, для описания которой применимы уравнения Эйлера.

Вторая область - гидродинамический пограничный слой. Это тонкая область течения, прилегающая к поверхности канала или обтекаемого тела, в которой силы трения велики и сравнимы с силами давления и инерции.

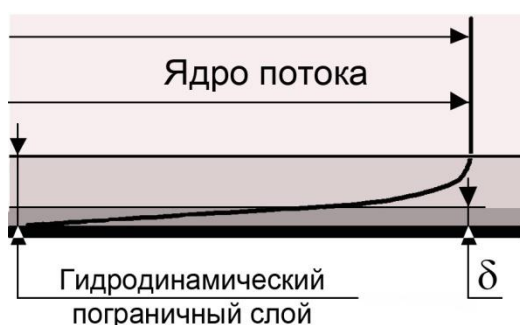


Рис.4.3. Ядро потока и пограничный слой

Толщиной гидродинамического пограничного слоя называется такое расстояние от поверхности, на котором силы трения становятся пренебрежимо малы по сравнению с силами давления и инерции. В пограничном слое скорость резко уменьшается, возникают

большие градиенты концентраций, и это свидетельствует о наличии сил трения (закон Ньютона). За пределами пограничного слоя влиянием вязкости можно пренебречь

В пограничном слое движение может быть ламинарным и турбулентным, однако внутри выделяется подслой толщиной  $\delta$ , в жидкость всегда движется ламинарно из-за наличия близко расположенной стенки.

Также в технике используется понятие вязкого подслоя, в котором влияние вязкости преобладает над влиянием турбулентных пульсаций, т.е. это область, прилегающая к стенке канала, где  $\nu > \nu_T$ .

Понятие «гидродинамический пограничный слой» очень важно для понимания процессов, происходящих при течении жидкости, а также в процессах тепло- и массообмена.

### Распределение скоростей по радиусу трубы постоянного сечения при ламинарном стационарном течении. Уравнение Пуазейля

Рассмотрим ламинарное стационарное течение вязкой несжимаемой жидкости в прямой трубе круглого сечения. Поток жидкости в трубе мысленно можно разбить на

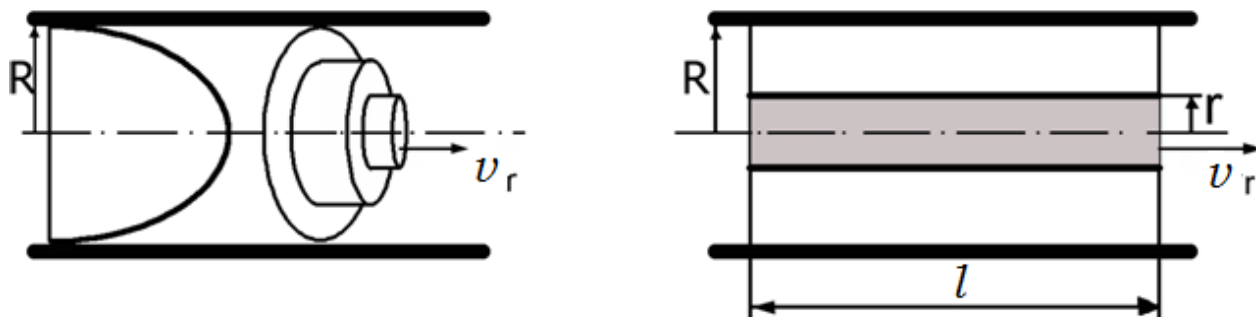


Рис.4.4. К выводу уравнения Пуазейля.

ряд кольцевых слоев, соосных с трубой (Рис.4.4.)

Выделим в потоке жидкости,двигающейся по трубе с радиусом  $R$ , цилиндрический слой длиной  $l$  и радиусом  $r$ . Поскольку все элементы жидкости движутся с постоянной скоростью (стационарно), то сумма внешних сил, приложенных к выделенному объему, равна нулю. На цилиндрический объем жидкости действуют силы давления и силы трения.

Силы давления действуют на левое и правое основания цилиндра. Результирующая сила давления  $\Delta F_p$  равна:

$$\Delta F_P = P_1 \pi r^2 - P_2 \pi r^2 = \Delta P \pi r^2 \quad (4.11)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – давление на левое и правое основания выделенного цилиндра,  $\pi r^2$  – площадь основания цилиндра

Движению выделенного цилиндра жидкости радиусом  $r$  оказывает сопротивление сила внутреннего трения  $T$  (уравнение 1.8):

$$T = -\mu F \frac{dv_r}{dr} = -\mu 2\pi l r \frac{dv_r}{dr} \quad (4.12)$$

где  $2\pi l$  – боковая поверхность цилиндра

Сумма внешних сил должна быть равна нулю с учетом того, что сила внутреннего трения направлена против потока жидкости:

$$\Delta F_P - T = 0 \quad , \text{отсюда} \quad (4.13)$$

$$\Delta P \pi r^2 = -\mu 2\pi l r \frac{dv_r}{dr} \quad (4.14)$$

Разделим переменные и проинтегрируем.

Пределы интегрирования: при значении радиуса  $r$  скорость  $v_r$ ;

при значении радиуса  $r = R$  скорость  $v_r = 0$ .

$$-\int_{v_r}^0 dv_r = \int_r^R \frac{\Delta P \pi r^2}{\mu 2\pi l r} dr = \frac{\Delta P}{2\mu l} \int_r^R r dr \quad (4.15)$$

Выражение для распределения скорости по трубе имеет вид:

$$v_r = \frac{\Delta P}{4\mu l} (R^2 - r^2) = \frac{\Delta P R^2}{4\mu l} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (4.16)$$

Значение скорости на оси трубы максимально, т.е. при  $r = 0$  получаем:

$$v = v_{max} = \frac{\Delta P R^2}{4\mu l} \quad (4.17)$$

$$v_r = v_{max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (4.18)$$

Уравнение (4.18) выражает собой параболический закон распределения скорости в сечении трубопровода при установившемся ламинарном движении (Закон Стокса)

Определим расход жидкости в прямой трубе круглого сечения

Запишем элементарный расход жидкости  $d\dot{V}$  через кольцевой канал площадью  $dS = d(\pi r^2) = 2\pi r dr$ .

$$d\dot{V} = v_r dS = v_r 2\pi r dr \quad (4.19)$$

Проинтегрируем уравнение, используя выражение (4.16)

$$\int_0^{\dot{V}} d\dot{V} = \frac{\Delta P}{4\mu l} \int_0^R (R^2 - r^2) 2\pi r dr \quad (4.20)$$

$$\dot{V} = \frac{\Delta P \pi R^4}{8\mu l} \quad (4.21)$$

$$\text{или } \dot{V} = \frac{\Delta P \pi d^4}{128\mu l} \quad (4.22)$$

Уравнение (4.21) называют уравнением Пуазейля. Согласно уравнению расход вязкой несжимаемой жидкости при ламинарном течении в прямой круглой трубе длиной  $l$  определяется перепадом давления на концах трубы и зависит от вязкости жидкости и радиуса (диаметра) трубы в четвертой степени.

Средняя скорость в трубе с поперечным сечением  $S = \pi R^2$  может быть вычислена с учетом (4.21) по следующему уравнению:

$$v_{cp} = \frac{\dot{V}}{S} = \frac{\Delta P \pi R^4}{8\mu l} / \pi R^2 = \frac{\Delta P \pi R^2}{8\mu l} \quad (4.23)$$

$$\text{Так как по уравнению (4.17)} \quad v_{max} = \frac{\Delta P \pi R^2}{4\mu l},$$

$$\text{то } v_{cp} = \frac{v_{max}}{2} \quad (4.24)$$

При ламинарном течении в прямой круглой трубе средняя скорость вязкой несжимаемой жидкости равна половине максимальной, т.е. скорости на оси трубы.

В случае турбулентного течения соотношение между средней и максимальной скоростями зависит от режима течения ( $Re$ ) и от относительной шероховатости стенок канала. ( $\varepsilon = e/d$ , где  $e$  - средняя высота выступов на стенках трубы,  $d$  - диаметр трубы). Т.е.  $v_{cp} = v_{max} \cdot f(Re, \varepsilon)$ , где  $f(Re, \varepsilon) < 1$ .

### Эпюры скоростей при ламинарном и турбулентном течении жидкости в трубе

Эпюра скоростей при ламинарном движении жидкости в трубопроводе круглого сечения представляет собой параболоид вращения, ось которого совпадает с геометрической осью трубы.

Эпюра скоростей турбулентного течения построена для значений скоростей осредненных во времени. Этому типу движения характерно выравнивание скоростей в ядре потока и резкое уменьшение скоростей вблизи стенки трубы в пограничном слое.

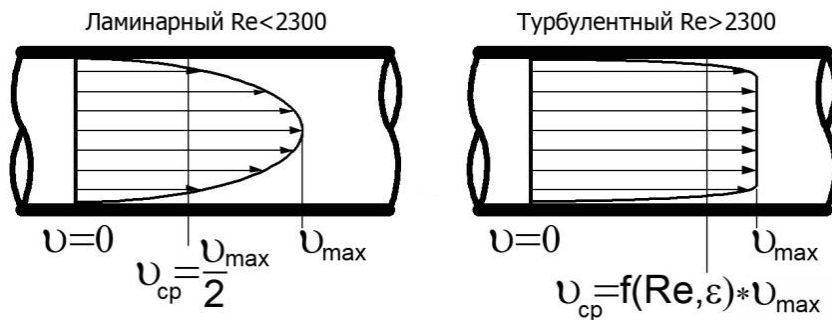


Рис. 4.5. Распределение скоростей в потоке жидкости при ламинарном (слева) и турбулентном (справа) режимах движения

## ЛЕКЦИЯ 5

### ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ТРУБОПРОВОДАХ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ НА ТРЕНИЕ И МЕСТНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

При расчетах потерь в трубопроводах, в которых течет реальная жидкость, обладающая вязкостью, необходимо учитывать гидравлические потери, т.е. необратимо теряемую часть энергии. Расчет гидравлических потерь в трубопроводах является одной из основных задач гидродинамики и называется внутренней задачей гидродинамики, связанной с анализом движения внутри труб и каналов.

Гидравлические потери при движении реальной жидкости обусловлены, во-первых, проявлением сил вязкости в жидкости, т.е. потерями на трение, во-вторых, присутствием на трубопроводе различной регулирующей и измерительной арматуры - так называемыми местными сопротивлениями - участками гидравлической сети, на которых происходит изменение скорости потока по величине и/или по направлению.

В инженерных расчетах течения вязкой жидкости в каналах используют уравнение, структурно подобное уравнению Бернулли, но с учетом вышеупомянутых гидравлических потерь.

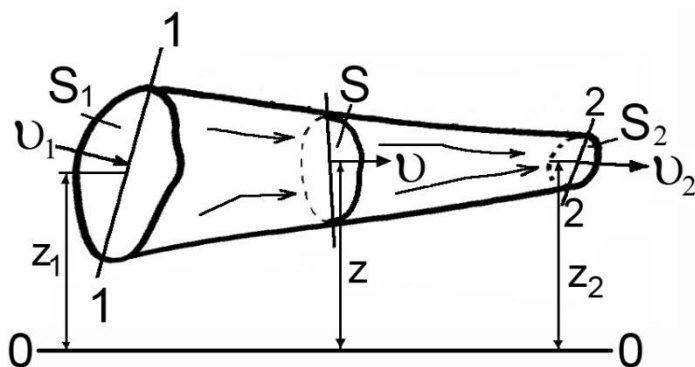


Рис.5.1. К определению гидравлического сопротивления

Приведем уравнение Бернулли (3.7) для различных сечений одного и того же потока:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 = \dots = \frac{v_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\rho g} + z_i$$

Для описания течения вязкой жидкости в это уравнение вводится величина  $h_{пот}$ , представляющая собой потерю энергии при движении от сечения 1 до сечения 2:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{nom} \text{ [ м. ст. жидкости]} \quad (5.1)$$

$$\text{Или } z_1 \rho g + P_1 + \frac{v_1^2 \rho}{2} = z_2 \rho g + P_2 + \frac{v_2^2 \rho}{2} + \Delta P_{nom} \text{ [Па]} \quad (5.2)$$

Гидравлические потери рассчитываются как потерянный напор  $h_{nom}$  или потери давления  $\Delta P_{nom}$  и складываются из потерь на трение и местные сопротивления:

$$h_{nom} = h_{тр} + h_{мс} \quad (5.3)$$

$$\Delta P_{nom} = \Delta P_{тр} + \Delta P_{мс} \quad (5.4)$$

$$\Delta P_{nom} = \rho g h_{nom} \quad (5.5)$$

Уравнения (5.1) – (5.5) используются в инженерных расчетах для определения:

1. Необходимого напора жидкости;
2. Скорости и расхода жидкости.

#### Расчет потерь на трение при ламинарном режиме

Расход вязкой несжимаемой жидкости при ламинарном течении в прямой круглой трубе определяется уравнением Пуазейля:

$$\dot{V} = \frac{\Delta P \pi d^4}{128 \mu l} \quad (4.22)$$

Перепад давления  $\Delta P$  из этого уравнения:

$$\Delta P = \frac{128 \mu l}{\pi d^4} \dot{V} \quad (5.6)$$

С другой стороны для горизонтального участка трубопровода (Рис.5.1), расположенного между сечениями 1 и 2 без местных сопротивлений уравнение (5.2) имеет следующий вид

$$z_1 \rho g + P_1 + \frac{v_1^2 \rho}{2} = z_2 \rho g + P_2 + \frac{v_2^2 \rho}{2} + \Delta P_{тр} \quad (5.7)$$

Для горизонтальной трубы постоянного сечения это уравнение преобразуется к виду:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \Delta P_{тр} \quad (5.8)$$

Подставим в это уравнение  $\Delta P$  из уравнения (5.6), выражение  $\dot{V} = \frac{v \pi d^2}{4}$  и преобразуем:

$$\Delta P_{mp} = \frac{128\mu l}{\pi d^4} \cdot \frac{v \pi d^2}{4} = \frac{64\mu}{v d \rho} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho v^2}{2}$$

С учетом того, что  $Re = \frac{v d \rho}{\mu}$ , обозначим величину  $\lambda = \frac{64}{Re}$ , тогда для ламинарного

течения в каналах любой формы:

$$\Delta P_{mp} = \lambda \cdot \frac{l}{d_s} \cdot \frac{\rho v^2}{2} \quad [\text{Па}] \quad (5.9)$$

$$\Delta h_{mp} = \lambda \cdot \frac{l}{d_s} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad [\text{м}] \quad (5.10)$$

Последнее уравнение для расчета потери напора носит название уравнение Дарси-Вейсбаха, где  $\lambda$  - коэффициент трения (коэффициент Дарси).

Величина  $\lambda = \frac{64}{Re}$  хорошо согласуется с экспериментальными данными для установившегося ламинарного ( $Re < 2320$ ) движения в прямой круглой трубе и не зависит от шероховатости стенок трубопровода.

В общем случае, для прямых каналов некруглого сечения  $\lambda = \frac{B}{Re}$ , если канал квадратный  $B=57$ , если кольцевой –  $B = 98$ .

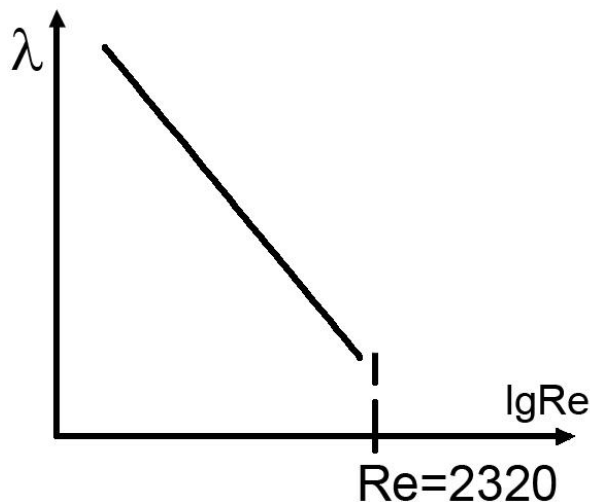


Рис.5.2. Зависимость коэффициента трения  $\lambda$  от  $lg Re$  для ламинарного режима

### Потери напора на трение при турбулентном движении

Коэффициент трения  $\lambda$  не может быть получен аналитически из-за сложной структуры турбулентного движения. В общем случае, при турбулентном течении коэффициент трения зависит не только от режима течения, т.е. величины  $Re$ , но и от относительной шероховатости стенок канала трубопровода  $\varepsilon$ .



$$\varepsilon = \Delta / d_3 \quad (5.11)$$

$\Delta$  – абсолютная шероховатость стенок трубопровода, м

Абсолютная шероховатость равна средней высоте неровностей стенки трубопровода и является справочной величиной.

Расчет коэффициента трения  $\lambda$  при турбулентном движении зависит от значений критерия Re. Выделяют три области (Рис.5.3):

- 1) первая область - область малых Re, где коэффициент  $\lambda$  не зависит от шероховатости, а определяется лишь числом Re. Это область гладкого трения. Если число Рейнольдса лежит в диапазоне  $4000 < Re < 10(d_3 / \Delta)$ , коэффициент  $\lambda$  определяется по полуэмпирической формуле Блазиуса для гидравлически гладких труб:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad (5.12)$$

- 2) вторая область - область смешанного трения.  $\lambda = (Re, \varepsilon)$ , причем,  $\lambda$  уменьшается с ростом Re и увеличивает с ростом  $\varepsilon$ .

$\varepsilon_0 < \varepsilon_i < \varepsilon_{max}$ ,  $\varepsilon_0$  - относительная шероховатость гладких труб (стекло, медь, латунь),  $\varepsilon_{max}$  - трубы с максимальной шероховатостью (бетонные трубы),  $\varepsilon_i$  – шероховатость остальных материалов. Для шероховатых труб коэффициент трения  $\lambda$  можно определить по формуле Френкеля.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[ \frac{\varepsilon}{3,7} + \left( \frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right] \quad (5.13)$$

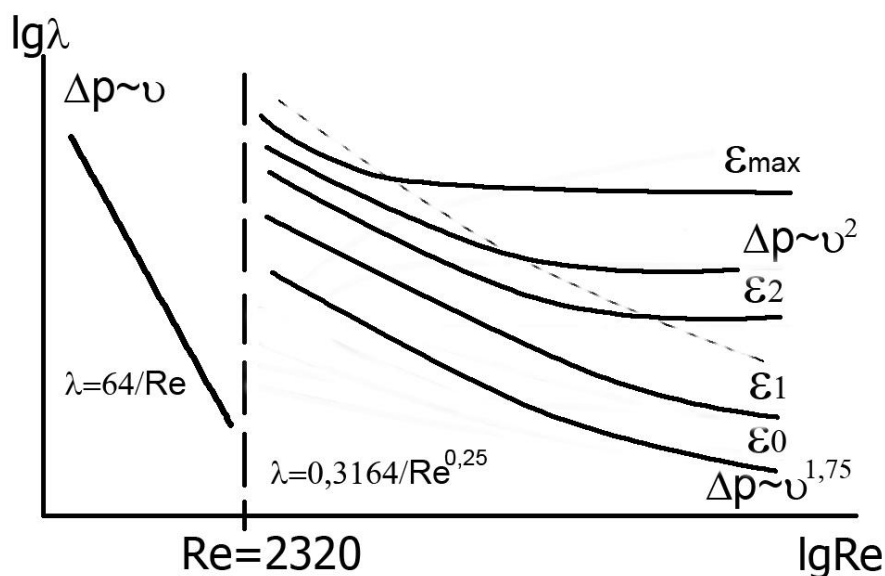


Рис.5.3 Зависимость коэффициента трения  $\lambda$  от критерия Re и относительной шероховатости канала  $\varepsilon$ .

- 3) третья область - область больших чисел  $Re$ : коэффициент трения приближается к постоянной величине тем быстрее, чем больше шероховатость  $\varepsilon$ . Эта область движения жидкостей, в которой коэффициент трения  $\lambda$  не зависит от критерия  $Re$  и определяется лишь шероховатостью стенок канала, называется автомодельной областью.

Влияние шероховатости на коэффициент трения жидкости может быть объяснено на основании следующего механизма трения в шероховатых трубах.

При турбулентном движении различают 3 области течения, характеризующихся различным соотношением толщины ламинарного подслоя  $\delta$  и абсолютной шероховатостью  $\Delta$  (Рис.5.4.).

1)  $\delta > \Delta$ , область вязкого гладкого трения. Коэффициент трения  $\lambda$  не зависит от шероховатости, а определяется только режимом течения.  $\lambda = f(Re)$ ;

2) С увеличением скорости толщина подслоя  $\delta$  уменьшается и становится соизмеримой с высотой выступов на стенке:  $\delta \sim \Delta$ . Эту область называют областью смешанного трения. На величину коэффициента трения влияют силы вязкости и инерции, а также относительная шероховатость стенок канала.  $\lambda = f(Re, \varepsilon)$ .

3)  $\delta < \Delta$ . Автомодельная область, наблюдается при высоких числах  $Re$  и для труб с высокой шероховатостью  $\Delta$ .  $\lambda = f(\varepsilon)$ .

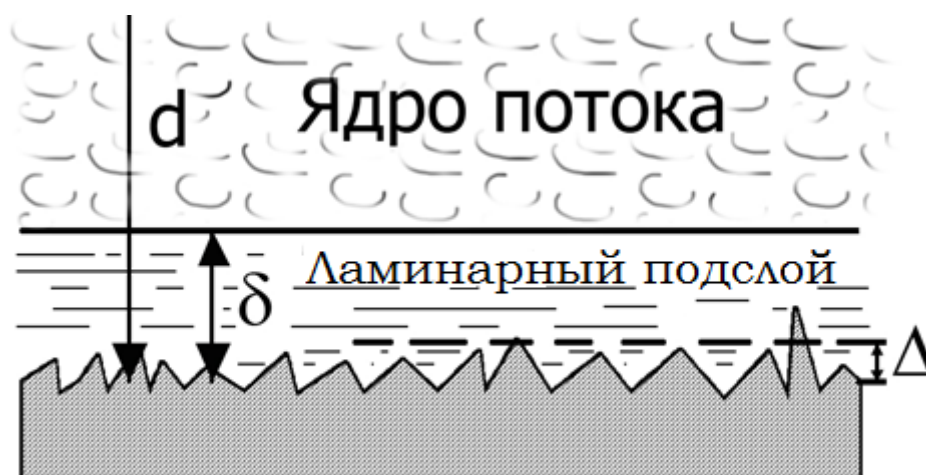


Рис.5.4. Ламинарный подслой толщиной  $\delta$  и абсолютная шероховатость  $\Delta$ .

#### Потери на трение в змеевиках

Потери на трение в змеевиках выше, чем в прямой трубе. Коэффициент трения в змеевике  $\lambda_{зм}$  рассчитывается через коэффициент трения прямой трубы  $\lambda$  по формуле:

$$\lambda_{зм} = \lambda \left( 1 + 3,54 \frac{d}{D} \right), \quad (5.14)$$

где  $\lambda_{зм}$  - коэффициент трения змеевика,  $\lambda$  - коэффициент трения в прямой трубе

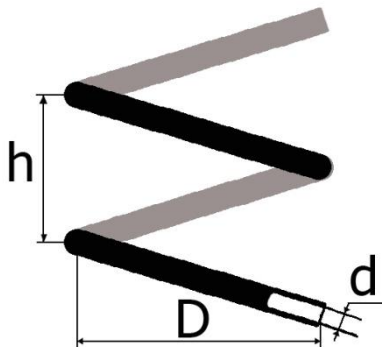


Рис 5.5. К определению гидравлического сопротивления змеевика  
 $h$ - шаг витка,  $D$  - диаметр витка,  $d$  - внутренний диаметр трубы.

#### Определение потерь напора на местных сопротивлениях

Потери напора на местные сопротивления возникают вследствие изменения скорости потока. При этом возникают дополнительные (помимо трения) потери энергии из-за ударов, местных завихрений и т.д. К местным сопротивлениям на технологических трубопроводах относят: краны, вентили, задвижки, резкие сужения и расширения, отводы, тройники и т. д.

Потери напора на местные сопротивления, как и потери на трение, выражаются в долях от скоростного напора. Отношение потери напора в данном местном сопротивлении  $h_{мс}$  к скоростному напору  $v^2/2g$ , называют коэффициентом местного сопротивления  $\zeta_{мс}$ .

$$h_{мс} = \zeta_{мс} \frac{v^2}{2g},$$

для всех местных сопротивлений  $h_{мс} = \sum_i \zeta_{мс i} \frac{v^2}{2g}$  (5.15)

Коэффициенты местных сопротивлений приводятся в справочниках в виде таблиц или расчетных зависимостей.

Суммарные потери на трение и местные сопротивления определяются по формуле:

$$h_{ном} = \left( \lambda \frac{l}{d_э} + \sum_i \zeta_{мс i} \right) \frac{v^2}{2g} \quad [\text{м}] \quad (5.16)$$

$$\Delta P_{ном} = \left( \lambda \frac{l}{d_э} + \sum_i \zeta_{мс i} \right) \frac{v^2 \rho}{2} \quad [\text{Па}] \quad (5.17)$$

## Оптимальные скорости движения жидкостей и газов в трубопроводах.

### Оптимальные диаметры трубопроводов

Стоимость трубопроводов составляет значительную часть стоимости основного оборудования. Эксплуатация трубопроводов требует значительных средств. Поэтому диаметры трубопроводов определяют на основе технико-экономического анализа.

Из уравнения расхода при заданной производительности можно получить выражение для расчета диаметра трубопровода:

$$d = \sqrt{\frac{4\dot{V}}{\pi v}},$$

где  $d$  - внутренний диаметр трубопровода (м);  $v$  - средняя скорость жидкости в трубопроводе (м/с);  $\dot{V}$  - объемный расход (м<sup>3</sup>/с).

Диаметр трубопровода определяется скоростью перекачиваемой жидкости.

Чем выше скорость, тем меньше диаметр, и, следовательно, стоимость трубопровода, а также стоимость его монтажа и ремонта. Но одновременно, с увеличением скорости возрастают гидравлические потери в трубопроводе, а, следовательно, возрастают затраты энергии на перемещение.

Суммарные затраты на эксплуатацию трубопровода  $M$  (руб/год) (Рис.5.6) складываются из капитальных затрат (стоимость трубопровода) -  $A$ , и эксплуатационных затрат (стоимость энергии на перемещение жидкости или газа)  $E$ .

Минимум функции  $M$  соответствует оптимальному диаметру трубопровода, соответствующему минимальным общим затратам.

На основе технико-экономических расчетов определены оптимальные скорости движения жидкостей, газов и паров в промышленных трубопроводах. Значения этих скоростей приводятся в справочниках. Например, скорость движения маловязких жидкостей в напорных трубопроводах 1-3 м/с, при движении самотеком 0,2-0,8 м/с, скорость газов 10-20 м/с, скорость водяных паров 30-50 м/с.

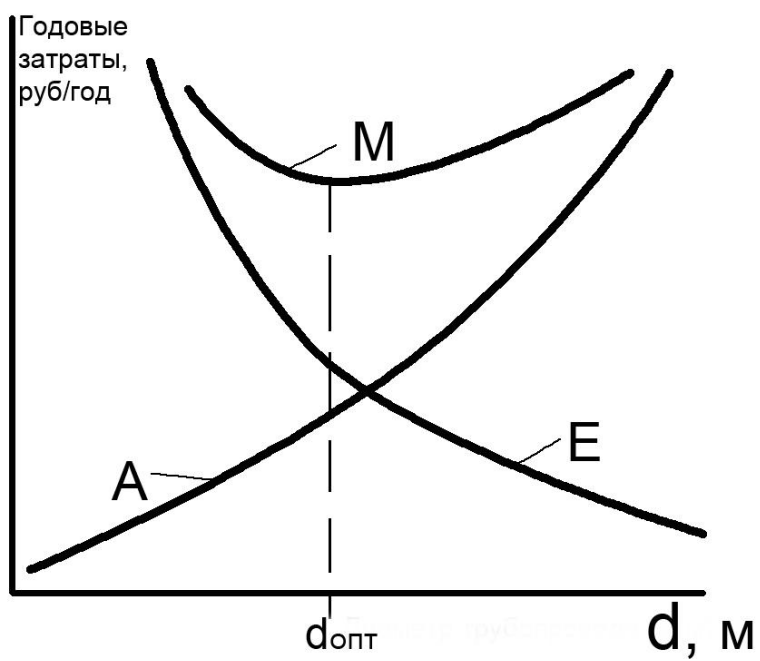


Рис. 5.6. Зависимость затрат от диаметра трубопровода

## ЛЕКЦИЯ 6

### ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ В ГИДРОДИНАМИКЕ

Исследование процессов и аппаратов в условиях промышленного производства является очень сложным, длительным и дорогостоящим. В связи с этим большое значение имеет моделирование химико-технологических процессов. Изучение на модельных системах закономерностей отдельного процесса позволяет распространить их на все процессы подобные изученному.

Теория подобия указывает, как нужно ставить опыты и как обрабатывать опытные данные, чтобы, ограничившись минимальным числом опытов, иметь право обобщать результаты и получать закономерности изменения параметров для целой группы подобных явлений. Теория подобия позволяет с достаточной для практики точностью изучить сложные процессы на моделях, значительно меньших по размерам и часто более простых, чем аппараты натуральной величины. Кроме того, опыты можно проводить не с рабочими веществами (токсичными, взрывоопасными, дорогостоящими т.п.), а с модельными. Все это позволяет упрощать и удешевлять эксперимент.

Одним из основных принципов теории подобия является выделение из класса явлений, описываемых общим законом, группы подобных явлений.

Подобными называют явления, для которых отношения сходственных и характеризующих их величин постоянны. Основное требование, выдвигаемое при моделировании с помощью теории подобия – это подобие дифференциальных уравнений, описывающих процесс, при выполнении условий однозначности.

Дифференциальные уравнения описывают целый класс однородных явлений. Для выделения из класса конкретного явления, например, движения по трубам, необходимо ограничить дифференциальные уравнения дополнительными условиями - условиями однозначности, т.е. условиями, которые характеризуют данное явление.

Условия однозначности включают:

- 1) Геометрическую форму и размеры системы, в которой протекает процесс;
- 2) Физические (физико-химические) параметры веществ, находящихся в системе;
- 3) Начальные условия протекания процесса (начальные скорость, температура и т.д.);
- 4) Состояние системы на ее границах, например, равенство нулю скорости жидкости на неподвижных стенках.

Многие процессы настолько сложны, что удается только дать математическую формулировку задачи и поставить условия однозначности. Полученные же дифференциальные уравнения часто не решаются известными в математике методами. Иногда даже не удается составить систему дифференциальных уравнений, полностью описывающих процесс. Решением исходных дифференциальных уравнений в таких случаях являются обобщенные уравнения, полученные с применением теории подобия и основанные на экспериментальном материале. Эти уравнения затем используются в инженерной практике.

Моделирование с помощью теории подобия основывается на изучении процесса, проходящего в промышленном аппарате (натуре) и на модели. Под моделью подразумевается материальная модель, в отличие от математической или мысленной. Это - физическое моделирование, при котором изменяются масштаб установки, физические свойства вещества и т.д., но физическая сущность изучаемого в модели процесса остаются той же, что и в оригинальном аппарате.

Различают следующие виды подобия:

1) Геометрическое подобие предполагает, что сходные размеры природы и модели параллельны, а их отношение выражается постоянной и равной величиной.

Представим, что изучается сложное явление - движение газов во вращающемся цилиндре (барабанной сушилке). Чтобы исследовать процесс, строится модель, при соблюдении геометрического подобия.

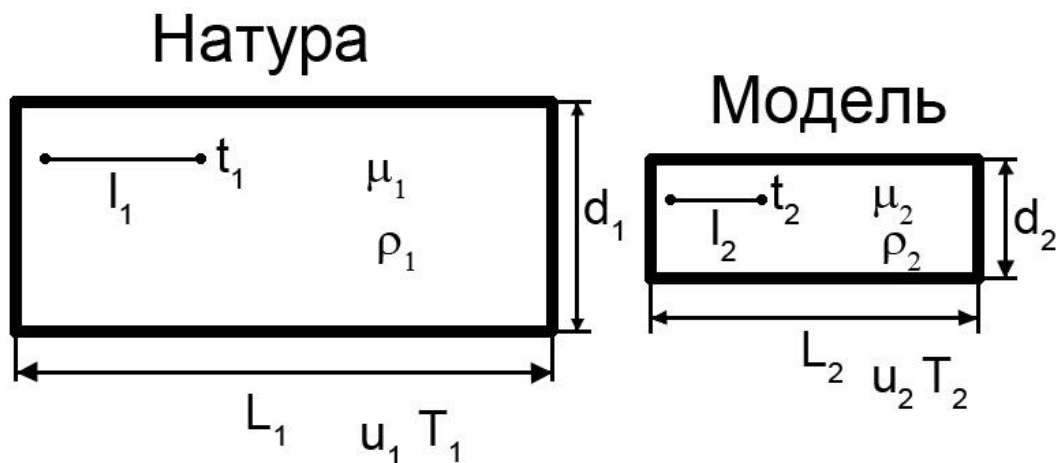


Рис.6.1.Соотношение природы и модели

Геометрическое подобие требует, чтобы были равны отношения всех сходственных линейных размеров природы и модели:  $d_1/d_2 = L_1/L_2$ .

Если рассматриваемая система - натура - находится в движении, то все ее точки при наличии геометрического подобия должны перемещаться только по подобным

траекториям сходственных точек подобной ей системы - модели, и должны проходить геометрически подобные пути.

Равенство всех сходственных линейных размеров определяется как геометрическое подобие:  $d_1/d_2 = L_1/L_2 = l_1/l_2 = a_l = \text{const}$ , где  $a_l$  - безразмерное число, константа подобия или масштабный множитель, равный отношению однородных сходственных величин в подобных системах.

$a_l$  позволяет перейти от размеров одной системы к размерам другой.

2) Временное подобие предполагает, что сходственные точки или части геометрически подобных систем (модели и природы), двигаясь по геометрически подобным траекториям, проходят геометрически подобные пути в промежутки времени, отношение которых является постоянной величиной:  $T_1/T_2 = t_1/t_2 = a_t = \text{const}$ .

$a_t$  - константа временного подобия,  $T_1, T_2, t_1, t_2$  - промежутки времени в модели и природе.

При соблюдении геометрического и временного подобия будет соблюдаться также и подобие скоростей:  $v_1/v_2 = a_v$ .

3) Подобие физических величин предполагает, что в рассматриваемых подобных системах (природе и модели) отношение значений физических величин двух любых сходственных точек или частиц, подобно размещенных в пространстве и времени, есть величина постоянная. Чтобы физическое явление было подобным, необходимо:  $\mu_1/\mu_2 = a_\mu$ ,  $\rho_1/\rho_2 = a_\rho$  или  $u_1/u_2 = a_u$ , где  $u_1$  и  $u_2$  - совокупность физических величин.

Следует отметить, что физическое подобие включает не только подобие значений физических параметров, но и подобие совокупности значений физических величин или полей физических величин.

4) Подобие начальных и граничных условий предполагает, что начальное состояние и состояние на границах систем подобны, т.е. отношения основных параметров природы и модели в начале процесса и на границах систем постоянны.

Это условие может соблюдаться лишь в случаях, когда для начальных условий и условий на границах выдерживаются геометрическое и физическое подобие.

#### Свойства констант подобия

1) Константы подобия являются постоянными для двух сходственных точек природы и модели (но они не равны между собой):  $a_l \neq a_t \neq a_\mu \neq a_\rho$

2) В зависимости от соотношения (масштаба) природы и модели константы подобия могут изменяться.



3) Входящие в константы подобия одноименные величины могут взаимно заменяться:  $L_1/L_2 = l_1/l_2 = (L_1 - l_1)/(L_2 - l_2) = d_1 l_1/d_2 l_2$  и т.д.

### Инварианты подобия и критерии подобия

Подобные явления можно выражать с помощью инвариантов подобия.

Инвариант подобия - отношение какой-либо величины данной системы к определенной одноименной величине в той же системе, при этом все подобные величины выражаются в относительных единицах.

Так:  $L_1/d_1 = L_2/d_2 = i = const = idem = inv$  - инвариантно, где  $i$  - инвариант подобия геометрических величин.

Аналогично можно записать:  $T_1/t_1 = T_2/t_2 = i$ .

### Свойства инвариантов подобия

1) В сходственных точках подобных систем инварианты подобия для одних и тех же величин равны:  $i_1 = i_2$ .

2) Инварианты подобия для различных величин между собой не равны:  $i \neq i' \neq i''$ .

3) При изменении масштаба модели и натуры инварианты подобия не изменяют свою величину.

Инварианты подобия, выраженные отношением простых однородных величин, называют *симплексами*.

Инварианты подобия, выраженные через соотношения разнородных величин и представляющие собой безразмерные комплексы, называют *критериями подобия*. Критерии подобия обозначают именами выдающихся ученых, например, критерий Рейнольдса.

Критерии подобия получают подобным преобразованием дифференциальных уравнений, описывающих какой-либо процесс.

## Теоремы подобия

Теория подобия ее практическое применение к исследованию технологических процессов основаны на трех теоремах подобия.

### 1-я теорема, Ньютона

*Подобные между собой явления имеют равные критерия подобия.*

Т.к. в подобных системах критерии подобия равны, то отношение критериев подобия природы и модели всегда будет равно единице.

$$\text{Re}_1 = \text{Re}_2 \quad \left( \frac{v_1 l_1 \rho_1}{\mu_1} \right) / \left( \frac{v_2 l_2 \rho_2}{\mu_2} \right) = 1 \quad \left( \frac{v_1}{v_2} \frac{l_1}{l_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) / \left( \frac{\mu_1}{\mu_2} \right) = 1 \quad \text{или} \quad \frac{a_v a_l a_\rho}{a_\mu} = 1$$

Теорема отвечает на вопрос, какие величины необходимо измерять во время эксперимента: величины, входящие в критерии подобия.

### 2-я теорема. Бэкингема, Афанасьевой-Эренфест

*Любое дифференциальное уравнение, связывающее между собой переменные, характеризующие какой-либо процесс, может быть представлено в виде зависимости между критериями подобия.*

$f(K_1, K_2, K_3, \dots, K_n) = 0$  - обобщенное критериальное уравнение,  $K_i$  - критерий подобия.

Если в критерии подобия есть величина, не входящая в условия однозначности, такой критерий называют определяемым. В него входит величина, которую требуется определить, решая уравнение.

$$\text{Тогда: } K_1 = f(K_2, K_3, \dots, K_n) \text{ или } K_1 = A K_2^p K_3^q \dots K_n^s,$$

где  $A, p, q, s$  – экспериментальные константы.

Данная теорема отвечает на вопрос, как нужно обрабатывать экспериментальные данные: в виде зависимости между критериями подобия.

### 3-я теорема. Кирпичева-Гухмана

*Подобны те явления, условия однозначности которых подобны, а определяющие критерии, составленные из условий однозначности, численно равны.*

С помощью теории подобия исследования проводят в два этапа:

1) Проводят подобное преобразование дифференциального уравнения, описывающего процесс, и получают критерии подобия;

2) Опытным путем на моделях устанавливают конкретный вид зависимости между критериями подобия, получая при этом обобщенное расчетное уравнение.

Это уравнение работает в исследованных пределах изменения определяющих критериев.

### Недостатки теории подобия

1) Теория не может дать больше того, что содержится в исходных дифференциальных уравнениях. Если исходные уравнения неверно описывают физическую сущность процесса, то и полученные с помощью теории подобия зависимости будут неверными.

2) Физическое моделирование всегда связано с проведением эксперимента на модели, иногда довольно сложного и длительного. Полученные обобщенные уравнения надежно работают только в интервалах переменных, которые были использованы в экспериментах.

### Гидродинамическое подобие

Движение вязкой жидкости описывается уравнением Навье-Стокса. Запишем его для вертикальной оси  $z$ : 
$$\rho \frac{dv_z}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + g\rho + \mu \nabla^2 v_z \quad (6.1)$$

Получим приближенное решение этого уравнения методами теории подобия для различных случаев движения жидкости.

Для этого: 1) зададим константы подобия, выражающие отношения величин, входящих в уравнение Навье-Стокса:  $a_l, a_t, a_\mu, a_\rho, a_g, a_v, a_p$

Каждый из элементов дифференциального уравнения:

$$\rho \left( v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + g\rho + \mu \nabla^2 v_z \quad (6.2)$$

умножается на соответствующие константы подобия, причем последние как постоянные величины, выносятся за знак дифференциала.

$$\frac{a_\rho a_v^2}{a_l} \rho \left( v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{a_\rho a_v}{a_t} \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{a_p}{a_l} \left( -\frac{\partial p}{\partial z} \right) + a_g a_\rho g\rho + \frac{a_\mu a_v}{a_l^2} \mu \nabla^2 v_z \quad (6.3)$$

Для сохранения тождественности полученного и исходного уравнений необходимо выполнение следующего условия:

$$\frac{a_\rho a_v^2}{a_l} = \frac{a_\rho a_v}{a_t} = \frac{a_p}{a_l} = a_g a_\rho = \frac{a_\mu a_v}{a_l^2} \quad (6.4)$$

Разделим поочередно дроби, начиная со второй, на первую, крайнюю слева. Отношения будут равны единице, т.к. они все являются индикаторами подобия, а у подобных явлений индикаторы равны единице.

После деления заменим константы подобия их значениями:  $a_l = l_1/l_2$ ,  $a_t = t_1/t_2$ ,  $a_\mu = \mu_1/\mu_2$ ,  $a_\rho = \rho_1/\rho_2$ , и т.д.

$$\frac{a_\rho a_v}{a_t} / \frac{a_\rho a_v^2}{a_l} = 1 \quad (6.5)$$

$$\frac{v_1 t_1}{l_1} = \frac{v_2 t_2}{l_2} \quad (6.6)$$

Обозначим комплекс

$$Ho = \frac{v t}{l} \quad (6.7)$$

**Ho** - Критерий гомохронности. Для неустановившегося движения во всех сходственных точках подобных систем (натуры и модели) критерий гомохронности будет иметь одно и то же значение. Т.е. критерий гомохронности **Ho** характеризует неустановившееся состояние в подобных системах.

$$\frac{a_p}{a_l} / \frac{a_\rho a_v^2}{a_l} = 1 \quad (6.8)$$

$$\frac{p_1}{\rho_1 v_1^2} = \frac{p_2}{\rho_2 v_2^2} \quad (6.9)$$

Обозначим комплекс

$$Eu = \frac{\Delta p_2}{\rho_2 v_2^2} \quad (6.10)$$

**Eu** - критерий Эйлера - отражает отношение сил давления или перепада давлений к силам инерции.

$$a_g a_\rho / \frac{a_\rho a_v^2}{a_l} = 1 \quad (6.11)$$

$$\frac{g_1 l_1}{v_1^2} = \frac{g_2 l_2}{v_2^2} \quad (6.12)$$

Обозначим комплекс

$$Fr = \frac{v^2}{gl} \quad (6.13)$$

**Fr** - критерий Фруда - отражает отношение сил инерции к силам тяжести (гравитационный критерий).

$$\frac{a_{\mu} a_v}{a_l^2} / \frac{a_{\rho} a_v^2}{a_l} = 1 \quad (6.14)$$

$$\frac{v_1 / v_2 \times \rho_1 / \rho_2 \times l_1 / l_2}{\mu_1 / \mu_2} = 1$$

$$\frac{v_1 l_1 \rho_1}{\mu_1} = \frac{v_2 l_2 \rho_2}{\mu_2} \quad (6.15)$$

Этот комплекс был определен ранее как  $Re$

$$Re = \frac{vl\rho}{\mu} \quad (6.16)$$

**Re** - критерий Рейнольдса - характеризует отношение сил инерции к силе внутреннего трения и определяет режим движения жидкости во всех сходственных точках подобных систем.

Таким образом, согласно 2-й теореме подобия, уравнение Навье-Стокса, описывающее в общем виде процесс движения вязкой жидкости может быть представлено в виде зависимости между критериями подобия:

$$f(Ho, Fr, Eu, Re) = 0 \quad (6.17)$$

В ряде случаев в это уравнение может быть добавлен симплекс геометрического подобия -  $l/d$ :  $f(Ho, Fr, Eu, Re, l/d) = 0$ . (6.18)

Все входящие в уравнение критерии, кроме критерия Эйлера, являются определяющими, т.к. составлены исключительно из величин, выражающих условия однозначности. В  $Eu$  входит величина  $\Delta p$ , значение которой при движении по какому-либо каналу определяется его формой, т.е. отношением  $l/d$ , физическими свойствами жидкости ( $\mu$ ,  $\rho$ ), а также распределением скоростей  $u$  входа в трубу и  $u$  ее стенок (начальные и граничные условия). Поэтому критерий Эйлера является определяемым и для подобия достаточно соблюдения равенства критериев:  $Ho$ ,  $Fr$ ,  $Eu$ ,  $Re$  и  $l/d$ .

Согласно 3-й теореме, следствием этого будет следующее равенство:

$$Eu = f(Ho, Fr, Re, l/d) \quad (6.19)$$

Это уравнение называют обобщенным уравнением гидродинамики.

Решение обычно выражают в виде степенной функции:

$$Eu = A Ho^n Fr^m Re^q (l/d)^p \quad (6.20)$$

Коэффициенты:  $A$ ,  $n$ ,  $m$ ,  $q$ ,  $p$  определяют из опытных данных.

Если движение установившееся, то обобщенное критериальное уравнение не содержит критерий  $Ho$ .

При моделировании некоторых технологических процессов не удастся соблюсти полное подобие, и можно удовлетвориться подобием лишь тех факторов, которые наиболее существенно влияют на процесс.

Иногда можно пренебречь влиянием некоторых сил, которые слабо влияют на процесс. Например, при вынужденном движении жидкостей по трубам, влияние силы тяжести незначительно, и критерий  $Fr$  можно исключить из уравнения.

Если в процессе исследования сложно определить некоторые переменные, влияющие на процесс, то следует использовать критерии, полученные путем комбинации других критериев, например:

$$Ga = \frac{Re^2}{Fr} = \frac{gl^3}{\nu^2} \quad \text{- Критерий Галилея} \quad (6.21)$$

$$Ar = Ga \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{gl^3}{\nu^2} \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad \text{- Критерий Архимеда.} \quad (6.22)$$

## ЛЕКЦИЯ 7

### НАСОСЫ: НАПОР, ПОТРЕБЛЯЕМАЯ МОЩНОСТЬ, ВЫСОТА ВСАСЫВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАСОСОВ РАБОТА НАСОСОВ НА ГИДРАВЛИЧЕСКУЮ СЕТЬ

Насосы служат для перемещения жидкостей. Этот процесс сопровождается преобразованием механической энергии электродвигателя в энергию перемещаемой жидкости.

#### Основные параметры работы насоса

1. Производительность (подача, расход) - объем жидкости, перемещаемый насосом в единицу времени,  $\dot{V}$  или  $Q$ , м<sup>3</sup>/с;

2. Напор - удельная энергия, сообщаемая насосом единице веса перекачиваемой жидкости,  $H$ , м;

3. Мощность – получаемая или передаваемая энергия в единицу времени, кВт.

Выделяют несколько мощностей, в зависимости от потерь при ее передаче, которые учитываются различными коэффициентами полезного действия. Различают следующие типы мощности (Рис.7.1):

Полезная мощность  $N_n$  - энергия, сообщаемая насосом перекачиваемой жидкости:

$$N_n = \dot{V} \Delta P = \dot{V} \rho g H \quad (7.1)$$

где  $\rho$  - плотность перемещаемой жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $\dot{V}$  - производительность, м<sup>3</sup>/с;

$\Delta P$  - перепад давления на насосе, Па;  $H$  – напор, м;

$N_e$  - потребляемая насосом мощность больше полезной, и ее избыток идет на компенсацию потерь энергии в насосе.

$$N_e = N_n / \eta_n, \quad (7.2)$$

где  $\eta_n$  - коэффициент полезного действия насоса.

Кпд насоса  $\eta_n$  учитывает утечки через уплотнения и зазоры (объемный кпд)  $\eta_v$ , потери напора при движении перекачиваемой жидкости внутри насоса (гидравлический кпд)  $\eta_g$ , и потери на трение между подвижными частями насоса, такими как подшипники и сальники (механический кпд)  $\eta_{мех}$ .

$$\eta_n = \eta_v \eta_z \eta_{мех} \quad (7.3)$$

Для поршневых насосов  $\eta_n = 0,8 \div 0,9$ , для центробежных  $0,6 \div 0,9$ , для центробежных большой производительности может достигать  $0,95$ .

Мощность на валу двигателя выше потребляемой насосом мощности, в свою очередь, мощность, развиваемая двигателем, превышает мощность на валу, что необходимо для компенсации потерь энергии при ее передаче от двигателя к насосу.

$N_{вал}$  - мощность на валу двигателя, кВт;

$N_{дв}$  - мощность подводимая к двигателю от электрической сети.

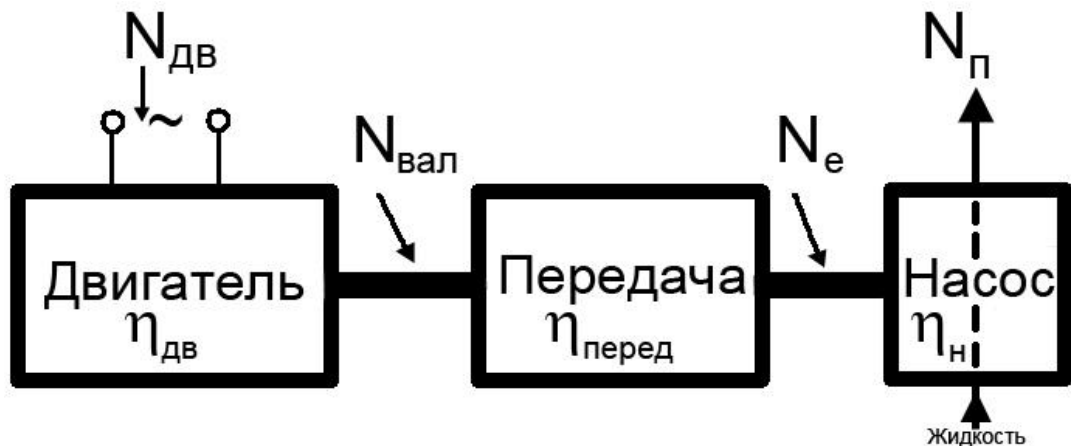


Рис.7.1. Принципиальная схема насосной установки.

Общий КПД насосной установки, включающей электродвигатель, насос и передачу между двигателем и насосом, определяется как:

$$\eta_{общ} = \eta_{дв} \eta_{пер} \eta_n \quad (7.4)$$

Мощность двигателя и полезная мощность связаны общим коэффициентом полезного действия насосной установки:

$$N_{дв} = N_n / \eta_{общ} \quad (7.5)$$

Окончательная установочная мощность двигателя  $N_{уст}$  высчитывается с учетом возможной перегрузки в момент запуска:

$$N_{уст} = \beta N_{дв} \quad (7.6)$$

Коэффициент запаса мощности  $\beta$  является справочной величиной и изменяется от 2 для малых двигателей и до 1,1 для больших.



### Расчет напора насоса

Схема установки включает в себя приемную емкость  $E_1$ , насос  $H$ , напорную емкость  $E_2$ , соединенные трубопроводами, на которых расположены регулирующая арматура и измерительные приборы. Участок трубопровода между исходной емкостью и насосом называется всасывающим; участок трубопровода между насосом и напорной емкостью называется нагнетательным трубопроводом.

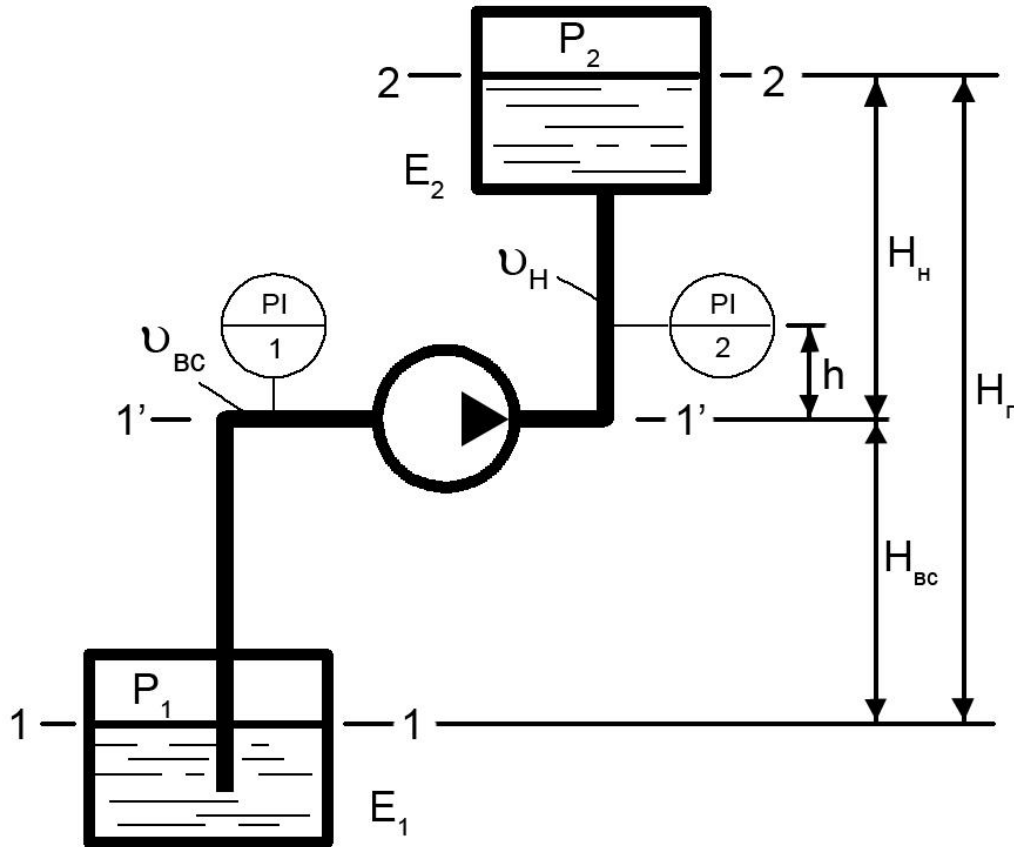


Рис.7.2. Схема установки для расчета напора насоса.

$P_1$  - давление в исходной емкости,  $P_2$  - давление в напорной емкости,  
 $v_0$  - скорость жидкости в сечении 1-1 емкости 1, совпадающей с уровнем жидкости;  
 $P_{ес}$  - давление во всасывающем трубопроводе в сечении 1'- 1',  
 $v_{ес}$  - скорость жидкости во всасывающем трубопроводе,  
 $P_н$  - давление в нагнетательном трубопроводе, в сечении 1'- 1',  
 $v_н$  - скорость жидкости в нагнетательном трубопроводе,  
 $v_2$  - скорость жидкости в сечении 2-2 напорной емкости,  
 $H_2$  - геометрическая высота подъема жидкости,  
 $h$  - расстояние по вертикали между точками установки манометра и вакуумметра,  
 $H_{ес}$  - высота всасывания,  
 $H_н$  - высота нагнетания.  
Скорости измеряются в м/с, высоты в м.

Запишем уравнение баланса энергии для сечений 1-1 и 1'-1'.(точка 1' находится в во всасывающем трубопроводе в месте входа жидкости в насос).

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_{1'} + \frac{P_{ec}}{\rho g} + \frac{v_{ec}^2}{2g} + h_{n.ec} \quad (7.7)$$

$h_{n.ec}$  - гидравлическое сопротивление всасывающего трубопровода.

$$z_{1'} - z_1 = H_{ec} , \quad (7.8)$$

$v_{ec} \gg v_1$ , т.к. сечение емкости  $E_1 \gg$  сечения всасывающего трубопровода, поэтому можно пренебречь скоростным напором в левой части уравнения.

Тогда уравнение будет иметь следующий вид:

$$\frac{P_1}{\rho g} = H_{ec} + \frac{P_{ec}}{\rho g} + \frac{v_{ec}^2}{2g} + h_{n.ec} \quad (7.9)$$

$$\text{Или } \frac{P_1}{\rho g} - H_{ec} - h_{n.ec} = \frac{P_{ec}}{\rho g} + \frac{v_{ec}^2}{2g} \quad (7.10)$$

Запишем баланс энергии для сечений 1'-1' (т.2' находится в нагнетательном трубопроводе в месте выхода жидкости из насоса) и сечений 2-2 (совпадающего с уровнем жидкости в емкости 2):

$$z_{2'} + \frac{P_n}{\rho g} + \frac{v_n^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{n.n} \quad (7.11)$$

$h_{n.n}$  - гидравлическое сопротивление в нагнетательном трубопроводе.

$v_n \gg v_2$ , т.к. сечение емкости 2  $\gg$  сечения нагнетательного трубопровода. поэтому можно пренебречь скоростным напором в правой части уравнения.

$H_n = z_2 - z_{2'}$ , тогда уравнение (7.11) принимает вид:

$$\frac{P_n}{\rho g} + \frac{v_n^2}{2g} = H_n + \frac{P_2}{\rho g} + h_{n.n} \quad (7.12)$$

Сложим уравнения (7.10) и (7.12) и запишем в следующем виде:

$$\frac{P_n}{\rho g} - \frac{P_{ec}}{\rho g} + \frac{v_n^2}{2g} - \frac{v_{ec}^2}{2g} = (H_n + H_{ec}) + \frac{P_2}{\rho g} - \frac{P_1}{\rho g} + (h_{n.n} + h_{n.ec}) \quad (7.13)$$

$H_n + H_{ec} = H_z$  – геометрическая высота подъема жидкости

$h_{n.n} + h_{n.ec} = h_n$  - общие потери напора во всасывающем и нагнетательном трубопроводах.

Тогда уравнение (7.13) имеет вид:

$$\frac{P_n - P_{вс}}{\rho g} + \frac{v_n^2 - v_{вс}^2}{2g} = H_2 + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_n \quad (7.14)$$

Левая часть этого уравнения - удельная энергия, сообщаемая насосом единице веса перекачиваемой жидкости – называется напором насоса

$$H = \frac{P_n - P_{вс}}{\rho g} + \frac{v_n^2 - v_{вс}^2}{2g} \quad (7.15)$$

Тогда из уравнения (7.14) можно получить выражение для расчета напора насоса через параметры гидравлической сети

$$H = H_2 + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_n \quad (7.16)$$

Это основное уравнение для расчета напора насоса.

В случае, если установка снабжена манометром и вакуумметром, установленными, соответственно, на нагнетательном и всасывающем трубопроводах, можно использовать следующее уравнение для расчета напора насоса, полученное из уравнения (7.15):

$$H = \frac{P_m + P_{вак}}{\rho g} + \frac{v_n^2 - v_{вс}^2}{2g} + h \quad (7.17)$$

Ур. (7.17) получено с учетом следующих соотношений:

$$P_n = (P_m + \rho g h) + P_{атм} \quad (7.18)$$

$$P_{вс} = P_{атм} - P_{вак} \quad (7.19)$$

#### Допустимая высота всасывания

Для определения высоты всасывания перепишем уравнение (7.10) относительно  $H_{вс}$ :

$$H_{вс} = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_{вс}}{\rho g} - \frac{v_{вс}^2}{2g} - h_{н.вс} \quad (7.20)$$

Максимальная теоретическая высота определяется величиной  $P_1/\rho g$ , т.е. давлением в исходной емкости. Так, для воды, поступающей из открытого водоема при атмосферном давлении  $735,6 \text{ мм.рт.ст} = 1 \text{ ат}$ , максимальная теоретическая высота всасывания равна 10 м. Соответственно, чем больше давление над уровнем жидкости в емкости 1, тем выше высота установки насоса.

На практике высота всасывания значительно ниже максимальной теоретической высоты всасывания. Давление во всасывающем трубопроводе не может опуститься ниже

давления насыщенного пара перекачиваемой жидкости при данной температуре  $P_t$ . Если давление во всасывающем трубопроводе  $P_{вс}$  достигнет давления насыщенного пара  $P_t$ , то жидкость закипит, возникнет процесс интенсивного парообразования, разрыв потока и насос перестанет перекачивать жидкость. С увеличением температуры перекачиваемой жидкости давление насыщенного пара  $P_t$  увеличивается, это приводит к снижению максимальной высоты установки насоса над уровнем жидкости или высоты всасывания.

Поэтому, с учетом вышесказанного, расчетное уравнение для определения высоты всасывания имеет следующий вид:

$$H_{вс} = \frac{P_1}{\rho g} - \frac{P_t}{\rho g} - \frac{v_{вс}^2}{2g} - h_{н.вс} - h_{дон} \quad (7.21)$$

где  $h_{дон}$  - запас напора из-за отрыва жидкости от поршня вследствие инерционных сил в поршневых и плунжерных насосах и из-за явления кавитации в центробежных насосах.

$$\text{В поршневых насосах: } h_{дон} = 1,2 \frac{L f_{порш} v^2}{g f_{тр} r}, \quad (7.22)$$

где:  $L$  - высота столба жидкости во всасывающем трубопроводе (расстояние по вертикали от уровня жидкости до оси насоса),

$f_{порш}$  - площадь поперечного сечения поршня или плунжера,

$f_{тр}$  - площадь поперечного сечения всасывающего трубопровода,

$v$  - окружная скорость вращения кривошипа,

$r$  - радиус кривошипа.

$$\text{В центробежных насосах: } h_{дон} = 0,3 \left( \dot{V} n^2 \right)^{2/3} \quad (7.23)$$

где:  $\dot{V}$  - производительность насоса, м<sup>3</sup>/с;

$n$  - скорость вращения вала насоса, (с<sup>-1</sup>).

### Кавитация

Абсолютное давление на входе в рабочее колесо насоса должно быть больше упругости насыщенных паров перекачиваемой жидкости при данной температуре. Если это условие не соблюдается, начинается парообразование, уменьшается производительность насоса. Пределом является разрыв потока жидкости, после чего насос перестает подавать жидкость.

Явления, происходящие в насосе при парообразовании в начальной стадии и вплоть до прекращения работы, носят общее название - кавитация.

При длительной работе насоса в условиях кавитации рабочее колесо и корпус начинают разрушаться.

Кавитация представляет собой сложный комплекс явлений:

1. Выделение пара и растворенных газов из жидкости в тех областях, где давление жидкости равно или меньше давления насыщенных паров.

2. Местное повышение скорости движения жидкости в том месте, где возникло парообразование, и беспорядочное движение жидкости.

3. Конденсация пузырьков пара, увлеченных потоком жидкости в область повышенного давления. Конденсация каждого из пузырьков приводит к резкому уменьшению объема и гидравлическому удару в микроскопических зонах. Многократно повторяющиеся механические воздействия при конденсации пузырьков вызывают процесс разрушения материала колеса и корпуса, что является наиболее опасным следствием кавитации.

4. Химическое разрушение металла в зоне кавитации кислородом воздуха, выделившегося из жидкости при прохождении ее в зонах пониженного давления. Это процесс коррозии.

Явления кавитации сопровождаются характерным потрескиванием в области всасывания, шумом и вибрацией насоса.

Кавитация уменьшает кпд, напор и производительность насоса. При сильном развитии кавитации насос полностью прекращает работу.

От действия кавитации поверхность деталей становится шероховатой и губчатой, что способствует быстрому истиранию деталей механическими примесями в жидкости.

Особенно сильно кавитационному разрушению подвержены чугун и углеродистая сталь. Наиболее устойчивы - нержавеющие стали и бронза.

#### Характеристика центробежного насоса

Зависимости напора насоса  $H$ , потребляемой мощности  $N_e$  и кпд насоса  $\eta_n$  от производительности  $\dot{V}$  при постоянном числе оборотов  $n = \text{const.}$  называют характеристикой насоса. Эти зависимости получают при испытании насосов, регулируя расход с помощью вентиля на нагнетательной линии.

На рис.7.3 приведена характеристика центробежного насоса. Из нее видно, что с увеличением производительности при  $n = \text{const}$ , напор насоса уменьшается, потребляемая мощность возрастает, а КПД проходит через максимум. На начальном участке кривой  $H-\dot{V}$  может наблюдаться небольшое возрастание напора. Эта область соответствует неустойчивой работе насоса.

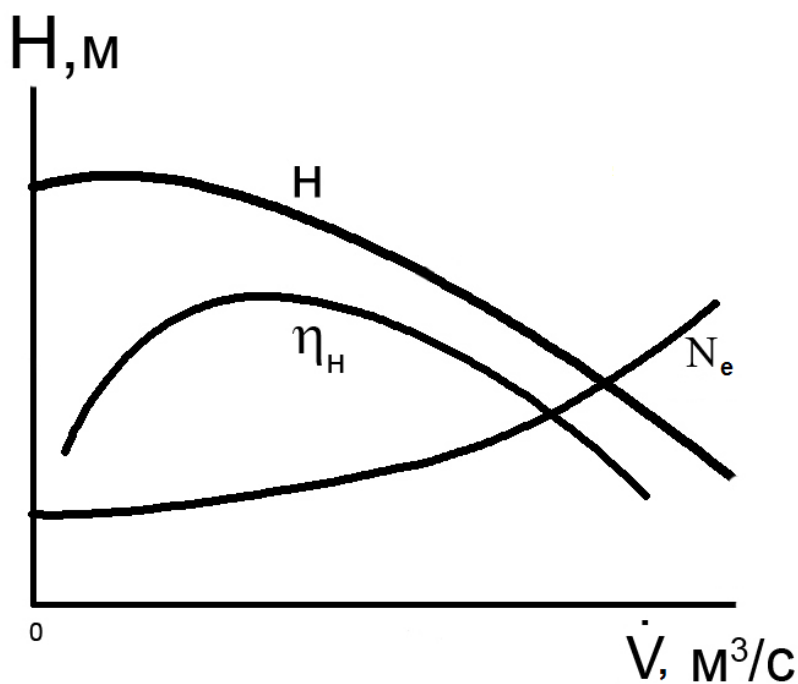


Рис.7.3. Характеристика центробежного насоса

#### Работа центробежного насоса на гидравлическую сеть

Понятие гидравлической сети включает в себя совокупность резервуаров, трубопроводов, запорно-регулирующей арматуры, фильтров, через которые насосом прокачивается жидкость. Каждый из этих элементов обладает своими гидравлическими характеристиками, которые в совокупности представляют собой общую характеристику сети.

Характеристика сети показывает зависимость напора  $H$  от расхода жидкости  $\dot{V}$ . Напор  $H$ , требуемый для перекачивания жидкости через данную гидравлическую сеть, можно определить по уравнению (7.16), дополнив выражением для  $h_{nom}$ :

$$H = H_{\Gamma} + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \left( \lambda \frac{l}{d} + \sum_i \zeta_{mc i} \right) \frac{v^2}{2g} \quad (7.24)$$

Выразим скорость  $v$  через объемный расход  $v = \dot{V}/S$  ( $S$  - сечение трубопровода) и подставим в уравнение (7.24):

$$H = H_{\Gamma} + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + kV^2 \quad (7.25)$$

Если считать коэффициент гидравлического трения  $\lambda$  практически постоянным, то получим характеристику гидравлической сети в виде параболической зависимости.

Точка пересечения характеристики насоса и характеристики сети, называется рабочей точкой (Рис.7.4), она отвечает наибольшей производительности при работе на данную сеть. Если требуется более высокая производительность, то необходимо либо увеличить число оборотов электродвигателя, либо заменить данный насос на другой с большей производительности. Насос должен быть выбран так, чтобы рабочая точка соответствовала требуемым производительности и напору в области наибольших КПД.

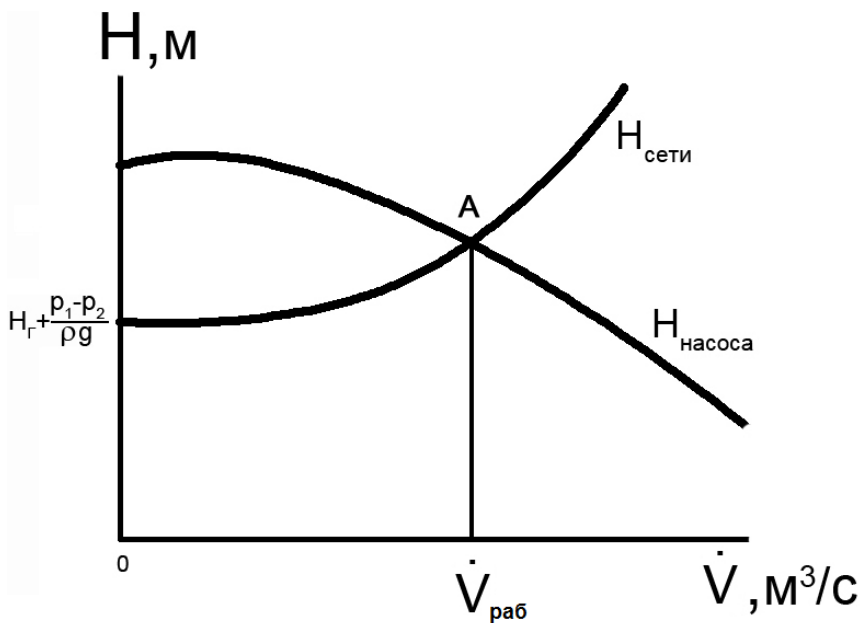


Рис.7.4. Рабочая точка при работе центробежного насоса на гидравлическую сеть

Характеристика поршневого (плунжерного) насоса

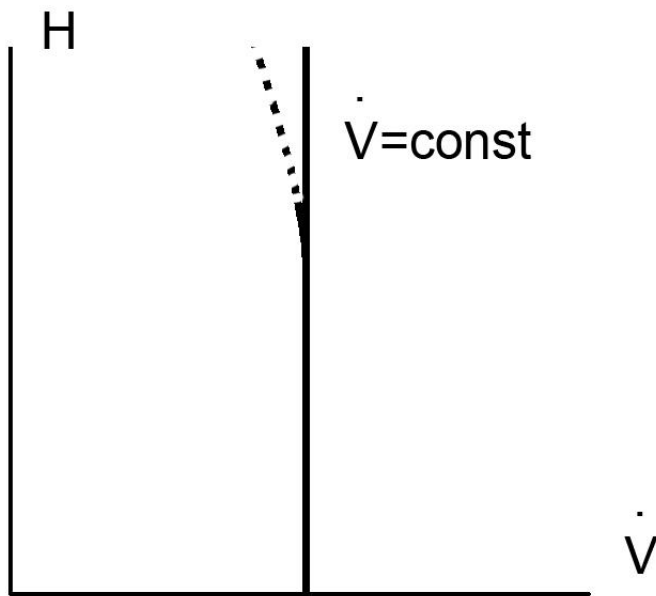


Рис.7.5. Характеристика поршневого (плунжерного) насоса



## ЛЕКЦИЯ 8

### ОСНОВНЫЕ ТИПЫ НАСОСОВ И ОБЛАСТИ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Исходя из принципа действия, различают объёмные и динамические насосы. Объёмные насосы работают по принципу вытеснения жидкости из замкнутого объёма телами специальной формы. В динамических насосах энергия передаётся незамкнутому объёму жидкости, непрерывно сообщаемому с входом и выходом насоса.

#### ***Классификация насосов***

##### Насосы объёмного действия

возвратно-поступательные насосы:

- *поршневой,*
- *плунжерный,*
- *диафрагмовый (мембранный);*

вращательные (роторные) насосы:

- *шестерёнчатый,*
- *кулачковый,*
- *винтовой,*
- *шнековый,*
- *пластинчатый (шиберный) ротационный,*
- *водокольцевой.*

##### Динамические насосы:

лопастные насосы:

- *центробежный,*
- *погружной центробежный,*
- *вихревой,*
- *осевой (пропеллерный).*

насосы трения:

- *струйно-эжекторный.*

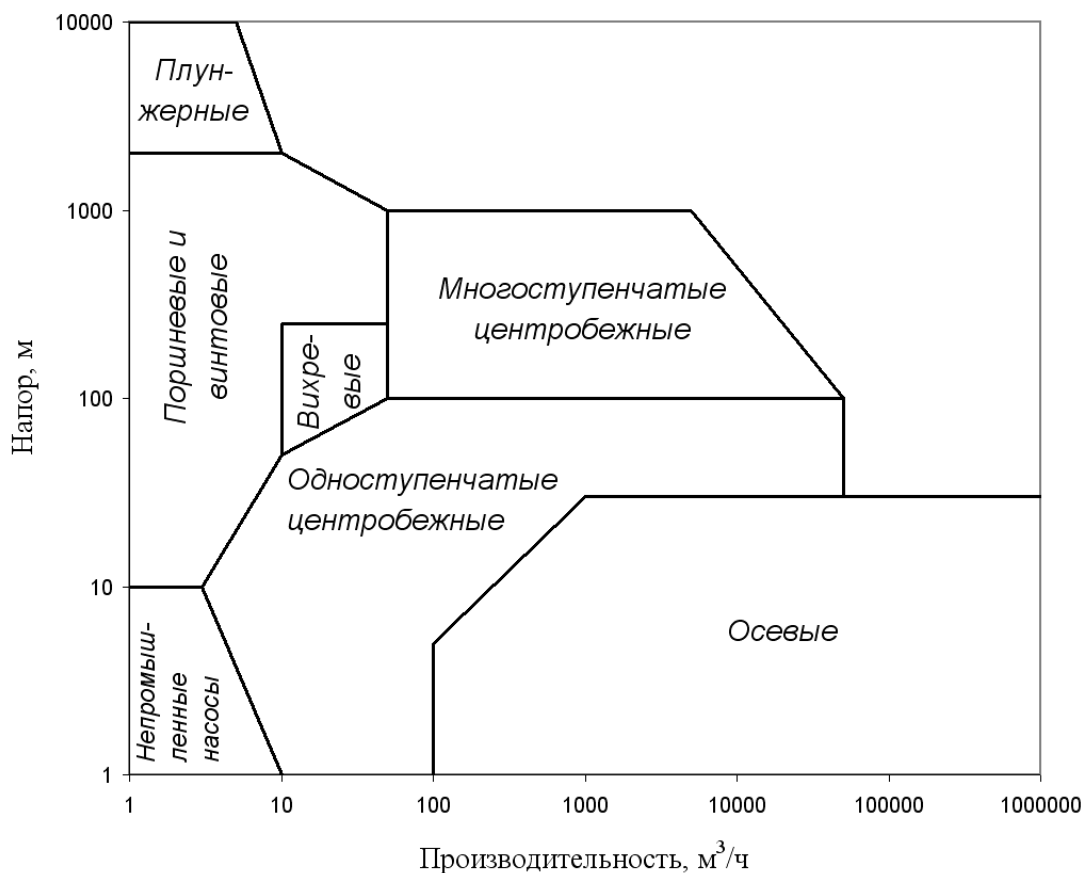


Рис.8.1. Области применения насосов различных типов

### Поршневые насосы

*Принцип работы поршневого насоса простого действия (Рис.8.2)*

При движении поршня 1 вправо в рабочей камере насоса создается разрежение, нижний клапан 4 открыт, а верхний клапан 5 закрыт – происходит всасывание жидкости. При движении в обратном направлении в рабочей камере создается избыточное давление, и уже открыт верхний клапан, а нижний закрыт – происходит нагнетание жидкости. Герметичность обеспечена установленными на поршне сменными уплотняющими кольцами 4.

Производительность поршневого насоса простого действия  $\dot{V} = S \cdot L \cdot n \cdot \eta_V$ , где  $S$  – площадь внутреннего сечения цилиндра;  $L$  – ход поршня;  $n$  – частота вращения вала;  $\eta_V$  – объёмный КПД.

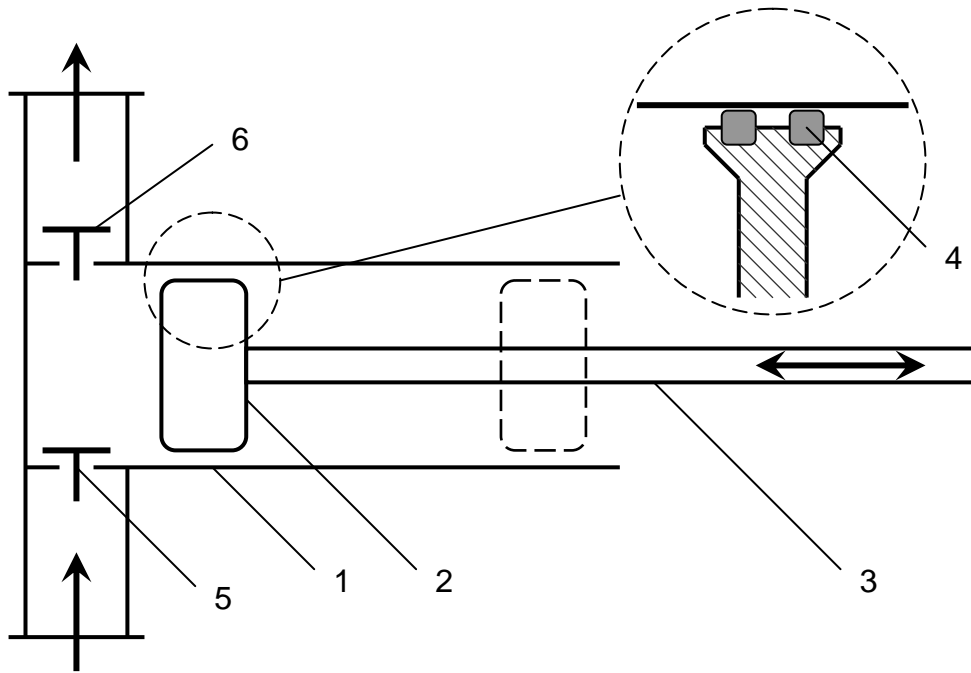


Рис.8.2. Схема горизонтального поршневого насоса простого действия:

- 1 – цилиндр; 2 – поршень; 3 – шток; 4 – сменные уплотняющие кольца;  
5 – всасывающий клапан; 6 – нагнетательный клапан

*Достоинства:*

- высокий (по сравнению с динамическими насосами) напор (используемые при добыче нефти поршневые насосы 9Т создают напор до 3000 м);
- простота конструкции.

*Недостатки:*

- низкая (по сравнению с динамическими насосами) производительность;
- неравномерность подачи (пульсации напора);
- проблема герметизации поршня;
- низкий КПД вследствие инерции поршня и трения.

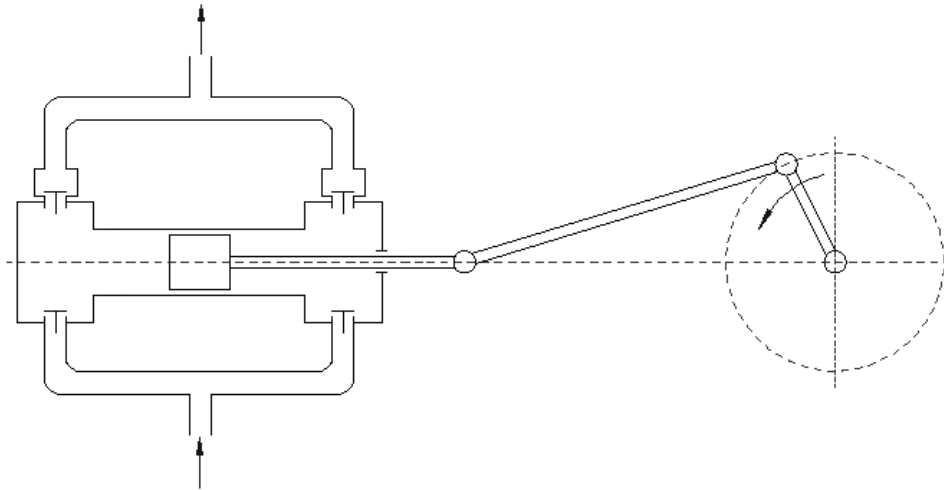


Рис. 8.3. Поршневой насос двойного действия

Принцип работы поршневого насоса двойного действия

При работе поршневого насоса двойного действия нагнетание происходит не только при движении поршня справа налево, как в поршневом насосе простого действия, но и при движении поршня слева направо. Вследствие этого производительность насоса возрастает, а неравномерность подачи снижается.

Производительность поршневого насоса двойного действия

$\dot{V} = (2 \cdot S - s) \cdot L \cdot n \cdot \eta_V$ , где  $s$  – площадь сечения штока.

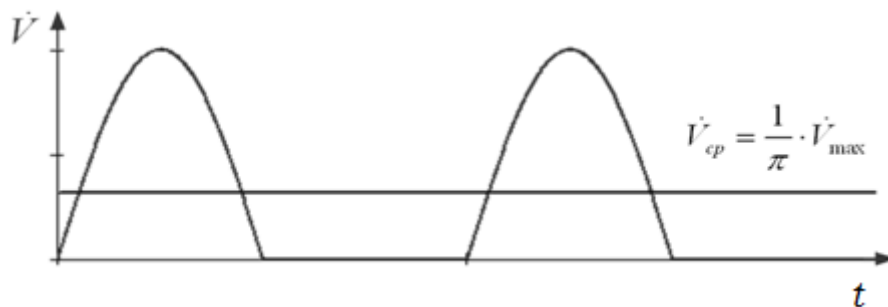


Рис.8.4. Диаграмма подачи жидкости поршневым насосом простого действия

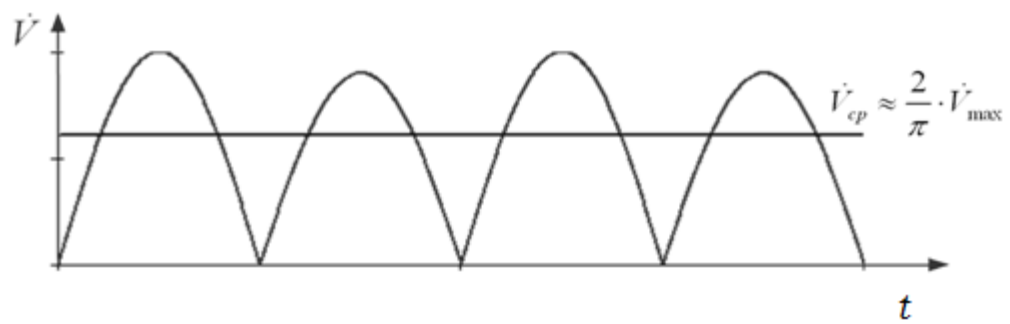


Рис.8.5. Диаграмма подачи жидкости поршневым насосом двойного действия

### Плунжерный насос простого действия

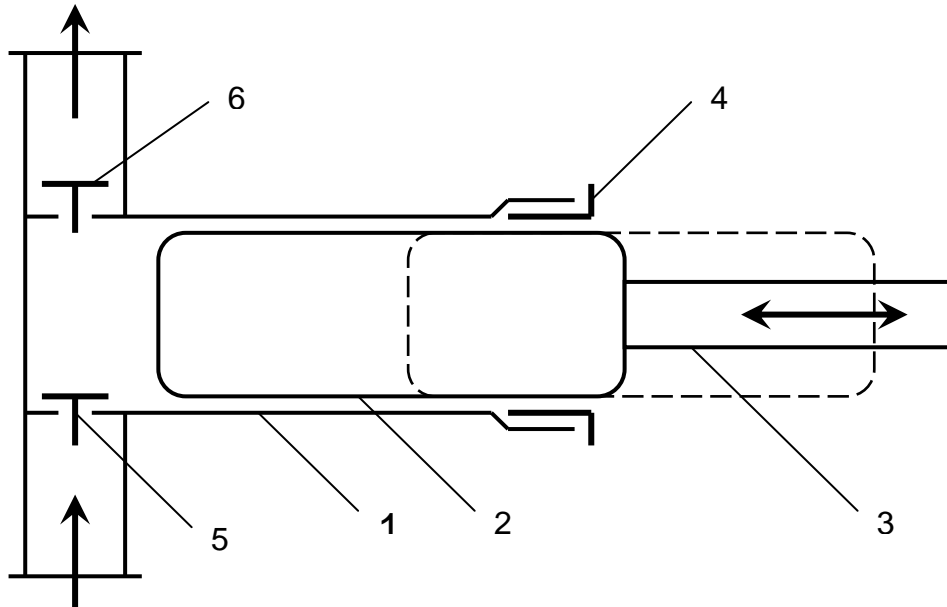


Рис.8.6. Схема горизонтального плунжерного насоса простого действия:

- 1 – цилиндр; 2 – поршень; 3 – шток; 4 – сальник;  
5 – всасывающий клапан; 6 – нагнетательный клапан

#### *Достоинства:*

- наибольший из всех рассматриваемых насосов напор (до 10 000 м);
- простота конструкции;
- проблема герметичности стоит не столь остро по сравнению с поршневыми насосами.

#### *Недостатки:*

- низкая (по сравнению с динамическими насосами) производительность;
- неравномерность подачи (пульсации напора);
- низкий КПД вследствие инерции плунжера и высокого трения.

#### *Области применения*

Область применения плунжерных насосов в целом сходна с областью применения поршневых насосов, определяется значениями его номинальной производительности и напора. С этой точки зрения плунжерный насос может быть использован там, где не так важна производительность, но требуется высокий напор. Сальниковое уплотнение, обеспечивая герметичность насоса, позволяет использовать его при больших напорах, чем поршневые насосы. В то же время, большая инерция плунжера и высокое трение в

сальниковом уплотнении приводит к ещё большему, чем в поршневых насосах, снижению КПД.

### Диафрагмовый (мембранный) насос

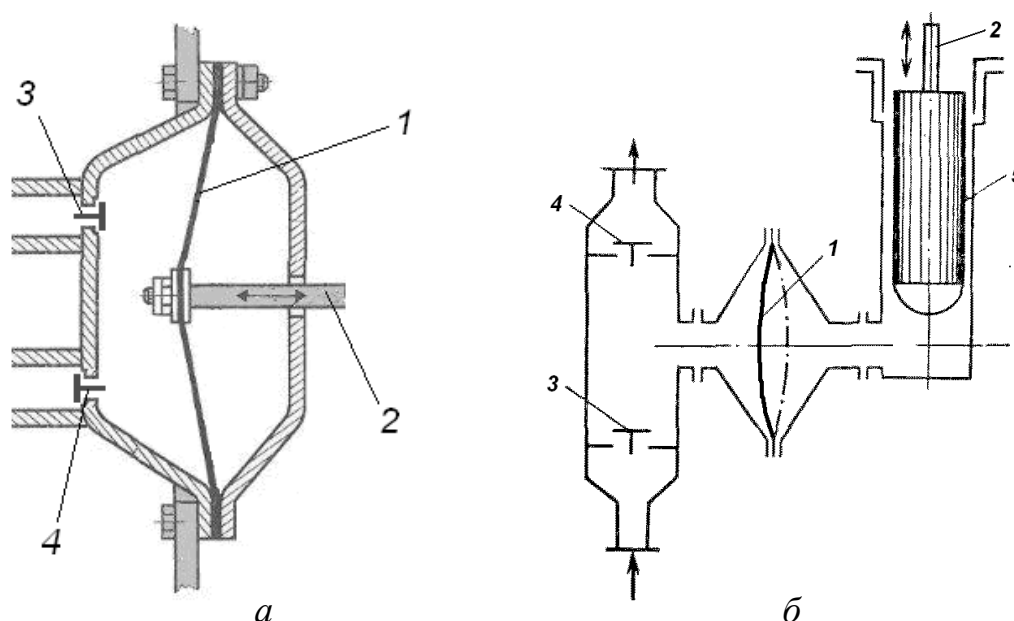


Рис. 8.7. Схема мембранного (а) и мембранно-плунжерного (б) насосов:

1 – мембрана; 2 – шток; 3 – всасывающий клапан; 4 – нагнетательный клапан; 5 – плунжер

#### *Принцип работы*

В диафрагмовом (мембранном) насосе роль поршня выполняет гибкая пластина – диафрагма (называемая также мембраной), закреплённая по краям и изгибающаяся под действием рычажного механизма или переменного давления среды. Во втором случае давление среды может создаваться сжатым воздухом, либо другим насосом, например, плунжерным. Таким образом, диафрагма может выполнять защитные функции, предохраняя плунжер или поршень насоса от контакта с перекачиваемой средой.

#### *Достоинства:*

Преимущество диафрагмового насоса перед поршневыми и плунжерными заключается в возможности перекачивания агрессивных и загрязнённых сред.

#### *Недостатки:*

Помимо присущих поршневым и плунжерным насосам недостатков, к недостаткам диафрагмового насоса следует добавить износ диафрагмы.

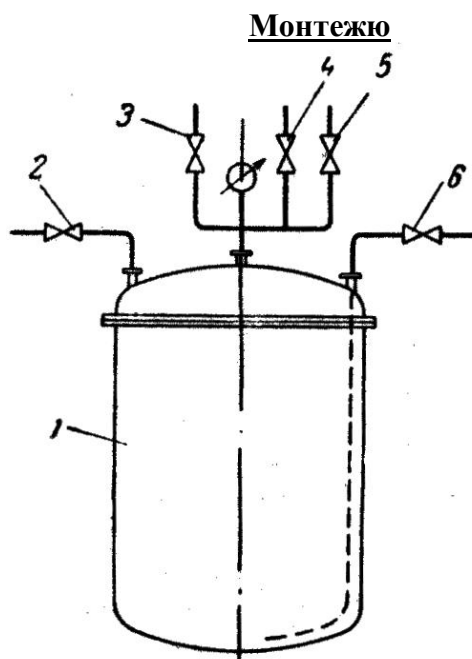


Рис. 8.8. Схема монтежю:

1 – корпус; 2 – линия подачи перекачиваемой жидкости; 3 – линия подачи сжатого газа; 4 – воздушник; 5 – линия вакуума; 6 – нагнетательный трубопровод

*Принцип работы*

Монтежю представляет собой горизонтальный или вертикальный цилиндрический резервуар с эллиптическими днищем и крышкой, стенки которого рассчитаны на давление до 5-10 кгс/см<sup>2</sup>. Для перекачивания жидкости, периодически подаваемой по трубе 2, используется энергия сжатого воздуха или газа, не взаимодействующего с перекачиваемой жидкостью, подаваемого по трубе 3. Под давлением газа жидкость выходит из монтежю, поднимаясь по нагнетательной трубе 6. На время заполнения монтежю новой порцией жидкости подачу газа и нагнетательную трубу перекрывают, а давление сбрасывают.

*Достоинства:*

- простота устройства и отсутствие движущихся частей;
- возможность транспортировки загрязнённых жидкостей, суспензий и агрессивных жидкостей.

*Недостатки:*

- громоздкость;
- низкий КПД (не выше 15–20 %);
- периодичность работы или неравномерность подачи автоматических монтежю.



## Шестерёнчатый насос

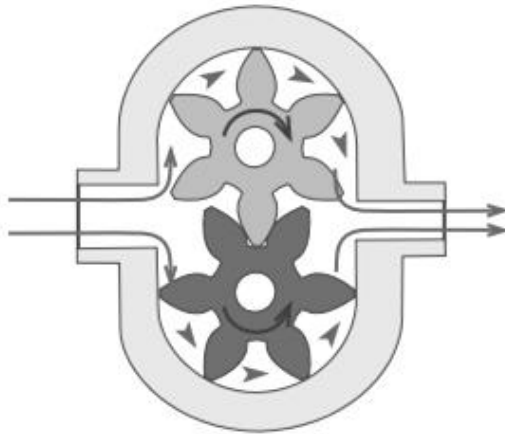


Рис.8.9. Схема шестерёнчатого насоса с внешним зацеплением

### *Принцип работы*

Шестерёнчатый насос с внешним зацеплением работает следующим образом. Ведущая шестерня находится в постоянном зацеплении с ведомой и приводит её во вращательное движение. При вращении шестерён насоса в противоположные стороны в полости всасывания зубья, выходя из зацепления, образуют разрежение (вакуум). За счёт этого из всасывающей трубы в полость всасывания поступает рабочая жидкость, которая, заполняя впадины между зубьями обеих шестерён, перемещается зубьями вдоль цилиндрических стенок колодцев в корпусе и переносится из полости всасывания в полость нагнетания, где зубья шестерён, входя в зацепление, выталкивают жидкость из впадин в нагнетательный трубопровод. При этом между зубьями образуется плотный контакт, вследствие чего обратный перенос жидкости из полости нагнетания в полость всасывания невозможен.

### *Достоинства:*

- высокий напор;
- простота конструкции и высокая надёжность;
- возможность перекачивания вязких жидкостей;
- способность работать при высокой частоте вращения;
- лучшая равномерность подачи в сравнении с поршневыми насосами;
- реверсивность – возможность менять направление перекачивания при изменении направления вращения шестерней.

### *Недостатки:*

- невысокая производительность (не более  $0,1 \text{ м}^3/\text{ч}$ );
- нерегулируемость рабочего объёма.

## Центробежный насос

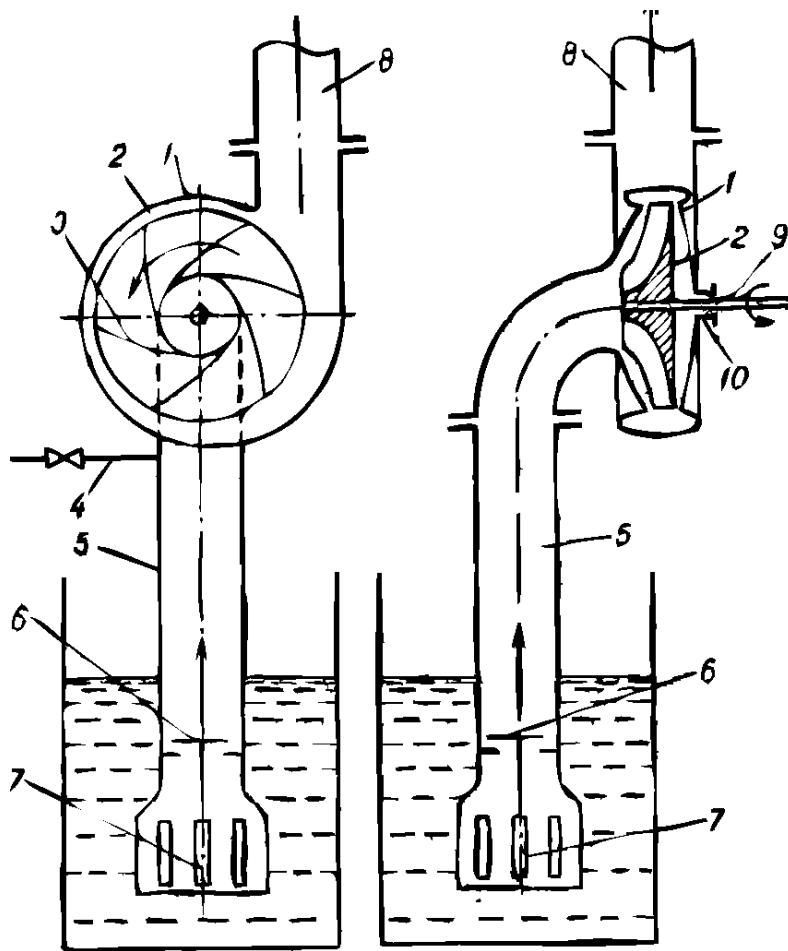


Рис. 8.10. Центробежный насос.

1 – корпус; 2 – рабочее колесо; 3 – лопатки; 4 – линия для залива насоса перед пуском; 5 – всасывающий трубопровод; 6 – обратный клапан; 7 – фильтр; 8 – нагнетательный трубопровод; 9 – вал; 10 – сальник.

Основным рабочим органом центробежного насоса является свободно вращающееся внутри спиралевидного (или улиткообразного) корпуса колесо, насаженное на вал. Между дисками колеса, соединяя их в единую конструкцию, находятся лопасти (лопатки), плавно изогнутые в сторону, противоположную направлению вращения колеса. Внутренние поверхности дисков и поверхности лопаток образуют межлопастные каналы колеса, которые при работе колеса заполнены перекачиваемой жидкостью. Всасывание и нагнетание жидкости происходит равномерно и непрерывно под действием центробежной силы, возникающей при вращении колеса.



Рис. 8.11. Одноступенчатый центробежный насос

*Достоинства:*

- Высокий кпд;
- Высокая производительность и равномерная подача;
- Простота устройства, высокая надежность и долговечность;
- Перекачивание загрязненных жидкостей и жидкостей, содержащих твердые взвешенные частицы;
- Компактность и быстроходность.

*Недостатки:*

- Низкий напор;
- Уменьшение производительности при увеличении сопротивления сети;
- Снижение кпд при уменьшении производительности;
- непригодность при перекачивании высоковязких жидкостей

*Применение:* являются основными насосами химической промышленности.

### Осевой (пропеллерный) насос

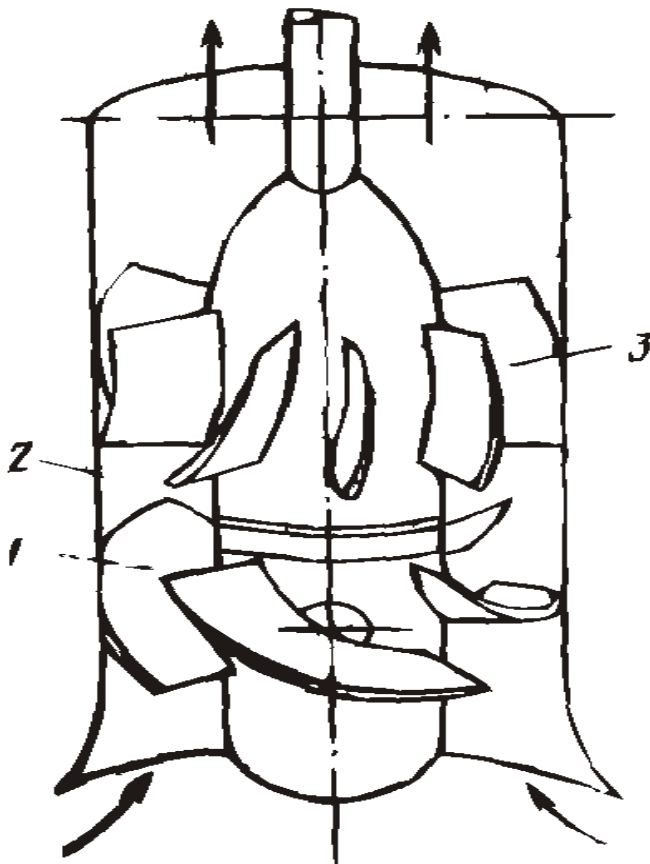


Рис. 8.12. Осевой насос

1 – рабочее колесо; 2 – корпус; 3 – направляющий аппарат.

Рабочее колесо 1 с лопатками винтового профиля при вращении в корпусе 2 сообщает жидкости движение в осевом направлении. При этом поток несколько закручивается. Для преобразования вращательного движения жидкости на выходе из колеса в поступательное в корпусе 2 устанавливают направляющий аппарат 3.

#### *Достоинства:*

- Высокий КПД;
- Плавная, непрерывная и высокая подача;
- Простота устройства;
- Высокая надежность и долговечность;
- Компактность и быстроходность.

#### *Недостатки:*

Небольшие напоры.

*Применение:*

- Перемещение больших объемов жидкостей при невысоких напорах;
- Перемещение загрязненных и кристаллизующихся жидкостей;
- В области больших подач (до 1500 м<sup>3</sup>/мин) при небольших напорах (до 10 – 15 м).

**ЛЕКЦИЯ 9**  
**ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ**  
**УРАВНЕНИЕ ТЕПЛООВОГО БАЛАНСА БЕЗ ИЗМЕНЕНИЯ И ПРИ ИЗМЕНЕНИИ**  
**АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ. ЗАКОН ФУРЬЕ**

**Перенос энергии в форме теплоты. Понятие о теплоотдаче и теплопередаче**  
**Механизмы переноса теплоты**

Процесс переноса теплоты называют теплообменом. В химической технологии принято называть жидкости или газы, участвующие в теплообмене, теплоносителями. В процессах теплообмена всегда присутствуют, как минимум, два теплоносителя - горячий и холодный.

Перенос теплоты осуществляется тремя способами (механизмами):

1. Теплопроводность – это молекулярный перенос теплоты между непосредственно соприкасающимися телами или частицами одного тела с различной температурой, при котором происходит обмен энергией движения структурных частиц (молекул, атомов, свободных электронов). В чистом виде теплопроводность наблюдается только в неподвижных средах - твердых телах.
2. Перенос теплоты конвекцией. Такой способ возможен только в подвижных средах, т.е. в жидкостях и газах. Теплота переносится макрообъемами среды при их перемещении под действием каких-либо сил. Конвекция всегда сопровождается теплопроводностью
3. Перенос теплоты излучением. В этом случае энергия переносится в виде электромагнитных волн через оптически прозрачную среду. При этом внутренняя энергия переходит в лучистую, которая впоследствии поглощается другими телами. В чистом виде такой механизм наблюдается в вакууме. Пример – Солнце и планеты.

В химической технологии существуют все три механизма переноса теплоты:

- \* в жидкостях – это конвекция и теплопроводность;
- \* в твердых телах – только теплопроводность;
- \* в газах – это одновременно теплопроводность, конвекция и излучение.

При описании процессов теплообмена, происходящих в промышленном оборудовании, различают два понятия:

1. Теплоотдача - перенос теплоты в пределах одной фазы от границы раздела или от стенки к жидкому (газообразному) теплоносителю (или наоборот);
2. Теплопередача - перенос теплоты от горячего теплоносителя к холодному через границу раздела или через разделяющую теплоносители теплопередающую твердую стенку.

Расчет теплообменной аппаратуры заключается в следующем:

1. Определение тепловых нагрузок или тепловых потоков отдельных аппаратов;
2. Определение требуемой поверхности теплопередачи с целью дальнейшего расчета основных размеров тепловых аппаратов.

### Уравнения тепловых балансов при изменении и без изменения агрегатного состояния

Количество теплоты, передаваемого от более нагретого тела к менее нагретому за единицу времени, можно охарактеризовать величиной теплового потока  $\dot{Q}$  (Вт) или величиной удельного теплового потока (плотность потока)  $\dot{q}$  (Вт/м<sup>2</sup>);

$$\dot{q} = \dot{Q} / A$$

где  $A$  - поверхность теплообмена (м<sup>2</sup>).

Теплообменник - аппарат, в котором происходит теплообмен между двумя теплоносителями: горячим (индекс 1) и холодным (индекс 2) (Рис.9.1.)

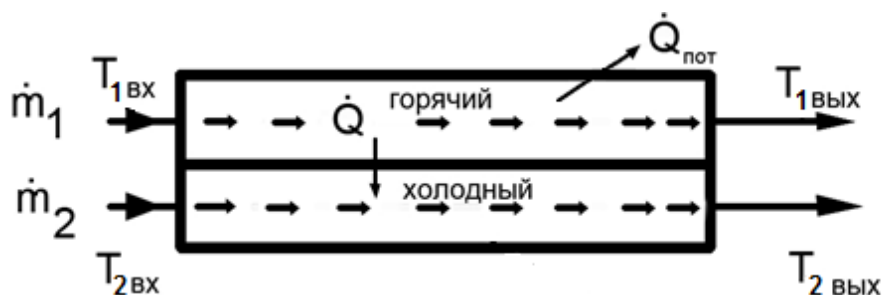


Рис.9.1. Схема потоков в теплообменном аппарате

В теплообменнике: массовые расходы горячего и холодного теплоносителей,  $\dot{m}_1$  и  $\dot{m}_2$ , соответственно; температуры горячего теплоносителя на входе  $T_{1вх}$  и выходе  $T_{1вых}$ ; температуры холодного теплоносителя на входе  $T_{2вх}$  и выходе  $T_{2вых}$ .

Количество теплоты, отдаваемой в единицу времени горячим теплоносителем  $\dot{Q}_1$  и получаемое холодным теплоносителем  $\dot{Q}_2$ , определяется по формуле:

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 + \dot{Q}_{ном} \quad (9.1)$$

$$\dot{Q}_1 = H_{1вх} - H_{1вых} \quad (9.2)$$

$$\dot{Q}_2 = H_{2вых} - H_{2вх} \quad (9.3)$$

где  $H_{1ex}$  и  $H_{1вблх}$  – энтальпии горячего теплоносителя при температурах на входе в аппарат и выходе из аппарата, соответственно, Вт;

$H_{2ex}$  и  $H_{2вблх}$  – энтальпии холодного теплоносителя при температурах на входе в аппарат и выходе из аппарата, соответственно, Вт;

$\dot{Q}_{nom}$  – тепловые потери в окружающую среду, Вт.

### **Уравнения тепловых балансов без изменения агрегатного состояния теплоносителей**

Если теплоноситель не изменяет своего агрегатного состояния, для определения количества теплоты формулы (9.2) и (9.3) можно преобразовать к виду:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_1 c_1 (T_{1ex} - T_{1вблх}) \quad (9.4)$$

$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_2 c_2 (T_{2вблх} - T_{2ex}) \quad (9.5)$$

$\dot{m}_1$  и  $\dot{m}_2$  – массовые расходы горячего и холодного теплоносителей, кг/с;

$c_1$  – удельная изобарная теплоемкость горячего теплоносителя (Дж/кг·К) при его средней температуре  $T_{1cp} = \frac{T_{1ex} + T_{1вблх}}{2}$ ;

$c_2$  – удельная изобарная теплоемкость холодного теплоносителя (Дж/кг·К) при его средней температуре  $T_{2cp} = \frac{T_{2ex} + T_{2вблх}}{2}$ .

### **Уравнения тепловых балансов с изменением агрегатного состояния теплоносителей**

1. Если теплоноситель изменяет свое агрегатного состояния, например, конденсируется насыщенный пар, то для определения количества теплоты формулу (9.2) можно записать следующим образом:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_1 h_{1пара} - \dot{m}_1 c_{1вблх} T_{1вблх} \quad (9.6)$$

$\dot{m}_1$  – массовый расход пара, кг/с;

$h_{1пара}$  – удельная энтальпия конденсирующегося пара, (Дж/кг);

$c_{1вблх}$  – удельная изобарная теплоемкость конденсата при температуре  $T_{1вблх}$ . (Дж/кг·К).

Если конденсат пара выводится при температуре конденсации, т.е.  $T_{1вблх} = T_{1конд}$ , можно записать:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_1 (h_{1пара} - c_{1конд} T_{1конд}) = \dot{m}_1 r_1 \quad (9.7)$$

$r_1$  – удельная теплота конденсации насыщенного пара (Дж/кг).



2. В случае, если жидкий теплоноситель кипит, то для определения количества теплоты формулу (9.3) можно записать следующим образом:

$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_2 (h_{2\text{пара}} - c_{2\text{жид}} T_{2\text{жид}}) = \dot{m}_2 r_2 \quad (9.8)$$

$\dot{m}_2$  – массовый расход кипящей жидкости;

$h_{2\text{пара}}$  – удельная энтальпия образующегося при кипении пара;

$c_{2\text{жид}}$  – удельная изобарная теплоемкость жидкости при температуре кипения  $T_{2\text{жид}}$  ;

$r_2$  – удельная теплота парообразования жидкости.

## Молекулярный и конвективный перенос.

### Феноменологический закон теплопроводности Фурье

*Температурным полем* называют совокупность значений температур во всех точках рассматриваемой среды. Оно характеризует распределение температур в пространстве и во времени, может быть стационарным или нестационарным.

*Изотермическая поверхность* – геометрическое место точек в среде с одинаковой температурой.

*Температурный градиент* – вектор, направленный в сторону максимального возрастания температуры, т.е. являющийся производной по нормали к изотермической поверхности.

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} \right) = \text{grad}T,$$

где  $\vec{n}$  – единичный вектор, «нормальный» к изотермической поверхности.

Фурье экспериментально установил, что при переносе теплоты теплопроводностью удельный тепловой поток  $\dot{q}$  пропорционален градиенту температур, т.е.:

$$\dot{q} = -\lambda_T \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = -\lambda_T \text{grad}T, \quad (9.9)$$

где  $\lambda_T$  – коэффициент теплопроводности (Вт/(м·К)). Знак "-" указывает, что теплота переносится в сторону уменьшения температуры.

Уравнение (9.9) называется *феноменологическим законом теплопроводности Фурье*.

Коэффициент теплопроводности для металлов равен  $10 \div 400$  Вт/(м·К); для жидкостей  $0,2 \div 0,7$  Вт/(м·К); для газов  $0,01 \div 0,06$  Вт/(м·К).

## Перенос теплоты конвекцией

### Уравнение теплоотдачи

Перенос теплоты конвекцией осуществляется движущимися макрообъемами подвижной среды - жидкостью или газом. Различают:

1. Естественную (свободную конвекцию), которая вызвана разностью плотностей в различных точках объема (например, из-за разности температур);
2. Вынужденную конвекцию, возникающую в условиях принудительного движения жидкостей и газов с применением мешалок и насосов.

Конвективный перенос намного интенсивнее молекулярной теплопроводности. В ядре потока, в турбулентной области, теплота переносится в основном конвекцией, а вблизи границы раздела или твердой стенки - только теплопроводностью.

Главное термическое сопротивление переносу теплоты из ядра потока к твердой стенке или наоборот сосредоточено в тепловом пограничном слое. Уменьшая его толщину перемешиванием или увеличивая скорость потока, можно интенсифицировать теплоотдачу.

Толщина теплового пограничного слоя пропорциональна коэффициенту температуропроводности  $a$ , м<sup>2</sup>/с:

$$a = \frac{\lambda_T}{c_p \rho}, \quad (9.10)$$

Толщина гидродинамического пограничного слоя пропорциональна коэффициенту кинематической вязкости  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ , м<sup>2</sup>/с,

т.е.  $\delta_{\text{тепл}} \sim a$ ,  $\delta_{\text{гидр}} \sim \nu$ .

Отношение  $Pr = \frac{\nu}{a}$  называется теплообменным критерием Прандтля.

В общем случае  $\delta_{\text{тепл}} \neq \delta_{\text{гидр}}$ .

Если  $Pr = 1$ , то толщина теплового пограничного слоя равна толщине гидродинамического пограничного слоя. Такая картина характерна для газов. При этом будет наблюдаться подобие поля температур и поля скоростей, появляется возможность моделирования одного процесса другим.

Таким образом, можно сделать вывод, что теплоотдача - процесс достаточно сложный. Математически описать ее не просто, т.к. неизвестен температурный градиент у стенки, также неизвестен профиль температур вдоль поверхности теплообмена.

Уравнение для описания теплоотдачи было экспериментально получено И.Ньютоном. Он установил, что скорость переноса теплоты пропорциональна разности температур между ядром потока теплоносителя и температурой на стенке.

Уравнение теплоотдачи:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A (T - T_{cm}) \quad (9.11)$$

где  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи, Вт/м<sup>2</sup>·К,  $T$  - температура в ядре потока теплоносителя,  $T_{cm}$  - температура стенки,  $A$  - поверхность стенки, м<sup>2</sup>.

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  показывает, сколько теплоты в единицу времени передается через единицу поверхности из ядра потока к разделяющей теплоносители стенке (или наоборот - от стенки в ядро потока) при разности температур между ядром потока и стенкой в 1 градус. Использование этой зависимости для расчета теплоотдачи на практике достаточно сложно, т.к. неизвестна температура стенки.

Величина коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  зависит от множества параметров: скорости движения теплоносителя, геометрических размеров аппарата, физическо-химических свойств (плотности, вязкости, теплоемкости и теплопроводности теплоносителя), состояния поверхности и т.д.

Получить значения коэффициента теплоотдачи аналитически, решая уравнения описывающие теплообмен, затруднительно. Поэтому, также как и в гидравлике, приходится применять теорию подобия, обобщая опытные данные в виде критериальных зависимостей для типовых случаев теплоотдачи.

## ЛЕКЦИЯ 10

### ПОТЕНЦИАЛ ПЕРЕНОСА. УРАВНЕНИЕ ФУРЬЕ-КИРХГОФА ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ В ТЕПЛООБМЕНЕ

#### Потенциал переноса

Рассмотрим газовую или жидкую сплошную среду. Примем: все точки среды находятся в неравновесном состоянии. Это приводит к возникновению полей концентраций, температур, давлений, а наличие градиентов этих параметров вызывает перенос массы и энергии.

Выделим элемент объема движущейся жидкости в неоднородном поле некоторого потенциала переноса. Под потенциалом переноса  $\varphi$  понимают удельную массу или энергию (отнесённую к единице объёма).  $\varphi(x, y, z)$  - скалярная величина.

Из курса математики известно, что скалярная функция  $\varphi$  называется потенциалом векторной функции  $\vec{q}$ , если между ними существует связь в форме:

$$\vec{q} = -grad\varphi = -\nabla\varphi \quad (10.1)$$

Под градиентом скалярной функции  $grad\varphi$  подразумевают векторную функцию:

$$grad\varphi = \nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k} \quad (10.2)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – базисные векторы или орты.

В дальнейшем будем понимать связь между  $q$  и  $\varphi$  как пропорциональность

$$\vec{q} \approx -grad\varphi \approx -\nabla\varphi \quad (10.2')$$

Таким образом, поток переносимой субстанции (массы или энергии) является векторной величиной  $\vec{q}$ .

В случае переноса массы под потенциалом переноса  $\varphi$  обычно понимают концентрацию компонента в смеси:

$$\varphi = \frac{m_i}{V} = \rho_i \quad (10.3)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го компонента в объёме  $V$ , кг  $i$ ;

$\rho_i$  – концентрация  $i$ -го компонента в смеси, кг  $i/m^3$ .

При переносе энергии в качестве потенциала переноса  $\varphi$  рассматривают энтальпию единицы объема среды:

$$\varphi = \frac{\rho V c_p T}{V} = c_p \rho T \quad (10.4)$$

Здесь:  $c_p$  – изобарная теплоёмкость среды, Дж/(кг·К);

$T$  – температура, К;

$\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;

$V$  – объем, м<sup>3</sup>

$$[\rho V c_p T] = [\text{Дж}] \quad [c_p \rho T] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} \right]$$

В рассматриваемой среде могут существовать, так называемые, объемные (непрерывно распределённые по объёму) источники или стоки массы и энергии. В химической технологии под ними подразумеваются химические превращения.

Известно, что процессы тепло- и массообмена осуществляются двумя основными механизмами: молекулярным и конвективным. Молекулярный перенос (диффузия, теплопроводность) возникает в результате стремления системы к термодинамическому равновесию, а конвективный вызывается наличием поля скоростей в жидком или газовом объёме  $V$ .

Следует отметить, что в случае переноса энергии в форме теплоты существует ещё и радиантный перенос (тепловое излучение), вклад которого учитывают при достаточно высоких температурах.

Молекулярный перенос является определяющим в неподвижных средах, хотя он вызывает естественную конвекцию и практически всегда ею сопровождается.

Процессы молекулярного переноса массы и энергии описываются соответствующими феноменологическими уравнениями, являющимися, как правило, линейными градиентными законами.

Молекулярный перенос массы (молекулярная диффузия) подчиняется первому закону Фика:

$$\bar{q}_{Mm} = -D \text{grad} \rho_i \quad (10.5)$$

где  $D$  – коэффициент молекулярной диффузии, м<sup>2</sup>/с;

$\bar{q}_{Mm}$  – плотность массового потока, кг  $i$  /м<sup>2</sup>с.

Молекулярный перенос энергии в форме теплоты описывается законом Фурье:

$$\bar{q}_{MT} = -\lambda_T \text{grad} T \quad (10.6)$$

где  $\lambda_T$  – коэффициент теплопроводности, Вт/м·К;

$\bar{q}_{MT}$  – плотность теплового потока, Дж/с м<sup>2</sup> = Вт/м<sup>2</sup>

В более общей форме закон Фурье можно переписать следующим образом:

$$\bar{q}_{MT} = -\lambda_T \text{grad} \frac{c_P \cdot \rho \cdot T}{c_P \cdot \rho} = -\frac{\lambda_T}{c_P \cdot \rho} \text{grad}(c_P \cdot \rho \cdot T) = -a \text{grad}(c_P \rho T) \quad (10.7)$$

Здесь  $a = \frac{\lambda_T}{c_P \cdot \rho}$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с.

Следует обратить внимание, что коэффициенты диффузии  $D$  и температуропроводности  $a$  имеют одинаковую размерность (м<sup>2</sup>/с) и называются молекулярными коэффициентами переноса.

Таким образом, молекулярный перенос массы и энергии описываются одинаковыми по форме законами, и они могут быть обобщены следующим выражением:

$$\bar{q}_M = -k \text{grad} \varphi \quad (10.8)$$

При конвективном переносе масса и энергия транспортируются макроскопическим путём, движущейся со скоростью  $\bar{v}$  средой. Плотность конвективного потока массы и энергии на каждом участке поверхности  $\Delta A$  можно выразить следующим образом:

$$\bar{q}_K = \frac{\bar{v} \Delta A \varphi}{\Delta A} = \bar{v} \varphi \quad (10.9)$$

где  $\Delta A$  – участок поверхности, ориентированный перпендикулярно вектору скорости  $\bar{v}$ .

Размерность  $q$  – [кг i/(м<sup>2</sup>·с)]; [Дж/(м<sup>2</sup>·с)] – плотность потока массы или энергии, соответственно.

$$\bar{q}_{KT} = \bar{v} (c_P \rho T) \quad (10.10)$$

Таким образом, в случае молекулярного и конвективного переноса общая плотность потока массы или энергии складывается из двух векторных величин:

$$\bar{q} = \bar{q}_M + \bar{q}_K \quad (10.11)$$

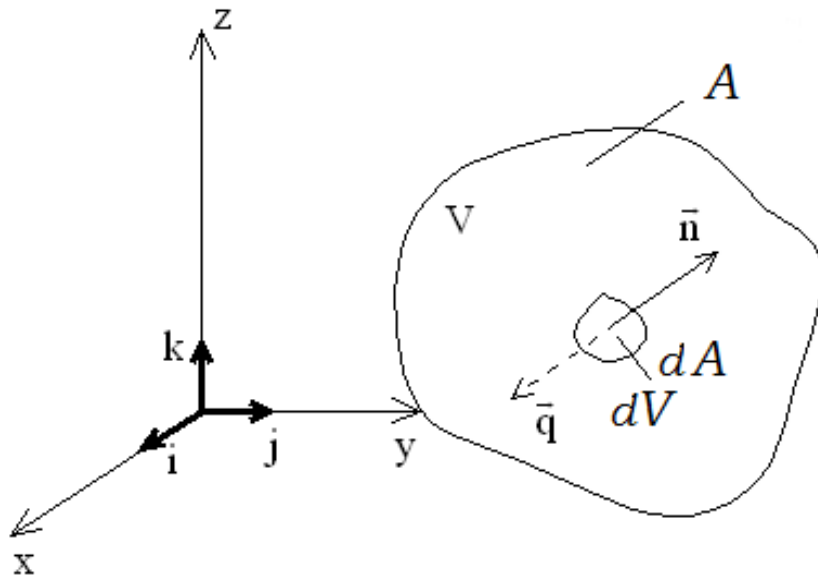


Рис.10.1. К выводу балансовых уравнений переноса

В газовой или жидкой среде, находящейся в движении, выделим произвольный объём  $V$ , ограниченный поверхностью  $A$  (рис. 10.1). На поверхности  $A$  выделим элемент поверхности  $dA$  и представим его в векторной форме, умножив на единичный вектор  $\vec{n}$ , нормальный к этому элементу и направленный из объёма,  $\vec{n}dA = d\vec{A}$ .

Составим балансовое уравнение по типу:

***Накопление внутри объёма = Вход – Выход + Образование***

Примем, что в произвольном объеме нет источников субстанции или стоков, т.е. образование равно нулю.

Плотность потока субстанции через элементарную площадку  $d\vec{A}$  будет  $-\vec{q}d\vec{A}$

Знак “-“ в этом произведении делает входящие потоки положительными, а выходящие – отрицательными.

Результирующий поток массы или энергии (*Вход минус Выход*) будет получен суммированием всех потоков через замкнутую поверхность  $A$ :

$$-\iint_A \vec{q}d\vec{A} \quad (10.12)$$

Таким образом, физически этот интеграл представляет разницу между входящими и выходящими потоками субстанции через всю поверхность  $A$ .

Если в объёме  $V$  происходит накопление субстанции, то это вызовет изменение потенциала переноса во времени  $\frac{d\varphi}{dt}$ , которое для элементарного объёма  $dV$  можно представить как  $\frac{d\varphi}{dt} dV$ , а для всего объёма  $V$  как интеграл:

$$M = \iiint_V \frac{d\varphi}{dt} dV \quad (10.13)$$

Приравняв выражения (10.12) и (10.13), получим:

$$-\iint_A \vec{q} d\vec{A} = \iiint_V \frac{d\varphi}{dt} dV \quad (10.14)$$

Согласно теореме Остроградского-Гаусса, дающей преобразование интеграла, взятого по объёму  $V$ , ограниченному поверхностью  $A$ , в интеграл, взятый по этой поверхности, будем иметь:

$$\iint_A \vec{q} d\vec{A} = \iiint_V \operatorname{div} \vec{q} dV \quad (10.15)$$

С учётом (10.15) соотношение (10.14) примет вид:

$$\iiint_V \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{q} \right) dV \quad (10.16)$$

Интеграл, взятый по произвольному объёму, может быть равен нулю только в случае равенства нулю подынтегральной функции:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{q} = 0 \quad (10.17)$$

Полученное выражение (10.17) и есть основное дифференциальное уравнение переноса субстанции – массы или энергии, как будет показано далее. В случае изотропных сплошных сред с его помощью можно получать поля температур или концентраций в однофазной среде. Искомой величиной является плотность потока субстанции  $\vec{q}$ , которая определяет удельный поток массы или энергии.



## Дифференциальное уравнение конвективного теплообмена (Уравнение Фурье-Кирхгофа)

Дифференциальное уравнение конвективного теплообмена является частным случаем уравнения переноса энергии в форме теплоты в однофазной сплошной изотропной среде. При этом теплоёмкость  $c_p$ , теплопроводность  $\lambda_T$  и плотность среды  $\rho$  считаются постоянными; отсутствует также перенос энергии в форме теплового излучения и объёмные источники (стоки) теплоты.

Как было отмечено выше, потенциалом переноса теплоты является энтальпия единицы объёма среды (ур. 10.4):

$$\varphi = \rho c_p T \quad (10.4)$$

Тогда с учётом выражений (10.7) и (10.9), будем иметь:

$$\vec{q}_T = \vec{q}_{MT} + \vec{q}_{KT} = -a \operatorname{grad}(\rho c_p T) + (\rho c_p T) \vec{v} \quad (10.18)$$

Где  $\vec{q}_T$  – плотность потока теплоты, представляющая векторную сумму молекулярной  $\vec{q}_{MT}$  и конвективной  $\vec{q}_{KT}$  компонент.

Основное уравнение переноса субстанции (10.17) в этом случае примет следующий вид:

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} + \operatorname{div}(-a \operatorname{grad}(\rho c_p T) + (\rho c_p T) \vec{v}) = 0 \quad (10.19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \operatorname{div}(-a \operatorname{grad} T + T \vec{v}) = 0 \quad (10.20)$$

При  $a = \text{const}$  получим:

$$\operatorname{div}(-a \operatorname{grad} T) = -a \nabla^2 T \quad (10.21)$$

$\nabla^2$  – оператор Лапласа.

Дифференциальная операция  $\operatorname{div}(\operatorname{grad} \varphi)$  сопоставляет скалярную функцию  $\varphi$  и скалярную функцию

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \nabla^2 \varphi \quad (10.22)$$

Примем также, что гидродинамически среда является стационарной, тогда с учётом  $\rho = \text{const}$  уравнение неразрывности имеет вид:

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (10.23)$$

Дивергенцию от  $T \vec{v}$ , как произведения векторной и скалярной величины, можно представить в виде:

$$\operatorname{div}(T \vec{v}) = T \operatorname{div} \vec{v} + \vec{v} \operatorname{grad} T \quad (10.24)$$

С учётом (10.21), (10.23) и (10.24) выражение (10.20) примет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \operatorname{grad} T = a \nabla^2 T \quad (10.25)$$

Полученное выражение (10.25) называется дифференциальным уравнением конвективного теплообмена или уравнением Фурье-Кирхгофа. Оно является частным случаем дифференциального баланса энергии в форме теплоты в движущейся среде, где имеет место перенос энергии теплопроводностью.

Полная форма уравнения конвективного теплообмена в скалярном виде будет:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (10.26)$$

Левая часть этого соотношения представляет собой субстанциональную производную:  $\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z}$

Решением дифференциального уравнения конвективного теплообмена в общем виде является функция  $T(x, y, z, t)$ , которая представляет собой нестационарное поле температур в движущейся среде.

В неподвижной среде  $\vec{v} = 0$  и выражение (10.25) принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \nabla^2 T \quad (10.27)$$

Уравнение (10.27) описывает нестационарное температурное поле в неподвижной среде, может применяться также для твёрдых тел и называется уравнением нестационарной теплопроводности.

Уравнение для установившегося процесса в неподвижной среде или в твердом теле имеет вид:

$$\nabla^2 T = 0 \quad (10.28)$$

Отметим, что согласно уравнению (10.27), локальное изменение температуры  $\frac{\partial T}{\partial t}$  пропорционально коэффициенту температуропроводности  $a$ , который, таким образом, характеризует теплоинерционные свойства среды. При прочих равных условиях быстрее нагреется или охладится то тело, которое имеет больший коэффициент температуропроводности.

### Граничное условие

Уравнения Фурье-Кирхгофа на практике используется совместно с граничным условием, т.е. условием на границе среды у неподвижной твердой стенки. Вблизи твердой стенки теплота передается только теплопроводностью внутри пограничного слоя.

Следовательно, по закону Фурье:

$$\dot{Q} = -\lambda_T \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} dA = -\lambda_T \text{grad}T dA \quad (10.29)$$

В тоже время, количество теплоты, передаваемой из ядра потока к твердой стенке, можно выразить законом Ньютона (уравнение теплоотдачи):

$$\dot{Q} = \alpha(T - T_{cm}) dA \quad (10.30)$$

Если перенос тепла стационарный, это один и тот же тепловой поток:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= -\lambda_T \text{grad}T dA = \alpha(T - T_{cm}) dA \\ -\lambda_T \text{grad}T &= \alpha(T - T_{cm}) \end{aligned} \quad (10.31)$$

Это и будет граничным условием, дополняющим уравнение Фурье-Кирхгофа.

### **Элементы теории подобия в теплообмене**

Рассмотрим гидродинамически одномерный поток жидкости. Запишем уравнение Фурье-Кирхгофа:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \nabla^2 T \quad (10.32)$$

Получим приближенное решение этого уравнения методами теории подобия.

Для этого зададим константы подобия, выражающие отношения величин, входящих в уравнение Фурье-Кирхгофа:  $a_l$ ,  $a_t$ ,  $a_T$ ,  $a_a$ ,  $a_v$ .

Умножим каждый из элементов дифференциального уравнения (10.32) на соответствующую константу подобия, причем последняя как постоянная величина, выносится за знак дифференциала.

$$\frac{a_T}{a_t} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{a_v a_T}{a_l} \left( v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{a_a a_T}{a_l^2} \cdot a \nabla^2 T \quad (10.33)$$

Для сохранения тождественности полученного и исходного уравнений необходимо выполнение следующего условия:

$$\frac{a_T}{a_t} = \frac{a_v a_T}{a_l} = \frac{a_a a_T}{a_l^2} \quad (10.34)$$

Разделим поочередно дроби на правую дробь. Отношения будут равны единице, т.к. они все являются индикаторами подобия, а у подобных явлений индикаторы равны единице. После деления заменим константы подобия их значениями:  $a_l = l_1/l_2$ ,  $a_t = t_1/t_2$ ,  $a_a = a_1/a_2$ ,  $a_T = T_1/T_2$ .

Первый комплекс при делении  $\frac{a_T}{a_t} / \frac{a_a a_T}{a_l^2} = 1$

$$Fo = \frac{t a}{l^2} \quad (10.35)$$

Критерий Фурье **Fo** является мерой отношения между количеством теплоты, вызывающей изменение температуры в данной точке движущейся среды и количеством теплоты, передаваемой данной движущейся среде теплопроводностью.

Равенство критериев *Fo* в сходственных точках подобных систем - необходимое условие подобия нестационарных процессов. Критерий *Fo* - аналог критерия *Ho* в гидродинамике.

Второй комплекс при делении  $\frac{a_v a_T}{a_l} / \frac{a_a a_T}{a_l^2} = 1$

$$Pe = \frac{vl}{a} \quad (10.36)$$

Критерий Пекле **Pe** характеризует отношение количества теплоты, передаваемой конвекцией, к количеству теплоты, передаваемой теплопроводностью.

Критерий *Pe* можно представить так:

$$Pe = \frac{vl}{v} \cdot \frac{v}{a} = Re Pr$$

где:  $Pr = \frac{v}{a}$  (10.37)

Критерий Прандтля **Pr** - мера соотношения между толщиной гидродинамического пограничного слоя  $\delta_{гидр}$  и толщиной теплового пограничного слоя  $\delta_{тепл}$ .

Критерий Прандтля *Pr* составлен только из физических параметров.

В газах при  $Pr = 1$  поля температур и скоростей подобны, толщины теплового и гидродинамического слоев соизмеримы по масштабу  $\delta_{тепл} \approx \delta_{гидр}$ .

При  $Pr = 0,7 \div 1$ , толщины теплового и гидродинамического слоев практически равны по величине. Здесь *Pr* мало зависит от температуры и давления.

В жидкостях  $Pr = 3 \div 300$ . Поэтому в капельных жидкостях толщина теплового слоя  $\delta_{тепл}$  меньше толщины гидродинамического  $\delta_{гидр}$  слоя,  $\delta_{тепл} < \delta_{гидр}$ . В жидкостях  $Pr$  сильно зависит от температуры, это объясняется значительной зависимостью от температуры коэффициента динамической вязкости.

Если с граничными условиями к уравнению Фурье-Кирхгофа (10.31) проделать подобные преобразования, получим:

$$\alpha_{\alpha} \alpha_T (\alpha(T - T_{cm})) = \frac{\alpha_{\lambda_T} \alpha_T}{\alpha_l} \lambda_T grad T$$

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda_T} \quad (10.38)$$

Критерий Нуссельта ***Nu*** характеризует соотношение между количеством теплоты, переносимой совместно конвекцией и теплопроводностью, к количеству теплоты передаваемой только теплопроводностью, и характеризует подобие процесса переноса тепла вблизи границы раздела фаз или у стенки.

Необходимым условием подобия процессов теплопереноса являются соблюдения гидродинамического, геометрического и теплового подобия.

Поэтому критериальное уравнение конвективного теплообмена будет представлено функцией вида:

$$f(Fo, Nu, Pe, Ho, Re, Fr, \Gamma_1, \Gamma_2 \dots) = 0 \quad (10.39)$$

С учетом того, что определяемым критерием здесь является критерий Нуссельта *Nu*, т.к. в него входит искомая величина - коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ , уравнение следует записать так:

$$Nu = f(Fo, Pe, Ho, Re, Fr, \Gamma_1, \Gamma_2 \dots) .$$

Вместо критерия Пекле *Pe* в ряде уравнений используется критерий Прандтля *Pr*:

$$Nu = f(Fo, Pr, Ho, Re, Fr, \Gamma_1, \Gamma_2 \dots)$$

При расчете естественной конвекции критерий Фруда *Fr*, отражающий влияние силы тяжести на теплоперенос, обязательно должен быть учтен. В случае вынужденной конвекции влияние силы тяжести на процесс переноса теплоты незначительно, им можно пренебречь и исключить из критериального уравнения.

В критерий Фруда *Fr* входит скорость - параметр трудноопределимый при естественной конвекции, поэтому для исключения скорости вместо него используются другие критерии - Архимеда *Ar* или Грасгофа *Gr*.

Критерий Архимеда *Ar*:

$$Ar = \frac{gl^3}{\nu^2} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \quad (10.40)$$

Зависимость плотности от температуры можно записать как:

$$\rho_2 = \rho_1 [1 - \beta (T_2 - T_1)] \quad (10.41)$$

где  $\beta$  - коэффициент объемного расширения (1/град).

$$\text{Отсюда } \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = \beta (T_2 - T_1) = \beta \Delta T \quad (10.42)$$

Критерий Грасгофа  $Gr$ :

$$Gr = \frac{gl^3}{\nu^2} \beta \Delta T \quad (10.43)$$

**$Gr$**  - критерий Грасгофа равен отношению подъемной силы, определяемой разностью плотностей в разных точках потока  $\rho_2$  и  $\rho_1$ , к силе внутреннего трения в неизотермической движущейся среде.

В большинстве случаев  $\Delta T$  в критерии Грасгофа определяют как положительную разницу температур между ядром потока и стенкой.

Поэтому, в условиях свободной конвекции стационарного процесса переноса теплоты, критериальное уравнение может быть записано так:

$$Nu = f(Gr, Pr, \Gamma_1, \Gamma_2 \dots) \quad (10.44)$$

Основным видом критериальных зависимостей, применяемых в инженерных расчетах, является степенная функция вида:

$$Nu = A Re^m Pr^n Gr^p \Gamma^q. \quad (10.45)$$

Коэффициенты:  $A$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $p$ ,  $q$  получают, проводя экспериментальные исследования в определенных границах изменения параметров для определенной группы подобных явлений. Полученная зависимость применяется в инженерных расчетах для получения коэффициентов теплоотдачи  $\alpha$  в указанном диапазоне величин.

## ЛЕКЦИЯ 11

### ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЧЕРЕЗ ПЛОСКИЕ И ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СТЕНКИ ИЗЛУЧЕНИЕ. РАСЧЕТ ТОЛЩИНЫ ТЕПЛОВОЙ ИЗОЛЯЦИИ

#### Теплопроводность плоской стенки

Рассмотрим стационарный перенос теплоты через бесконечную плоскую стенку постоянной толщины  $\delta$ . Механизм переноса – теплопроводность.

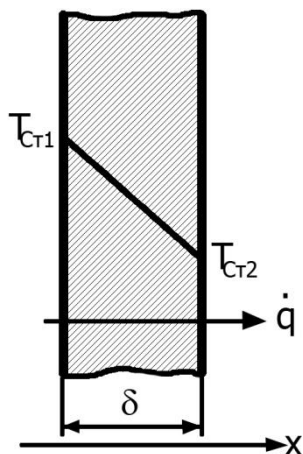


Рис.11.1. Распределение температур в плоской стенке

Примем, что на поверхностях плоской стенки поддерживаются постоянные температуры  $T_{Cm1}$  и  $T_{Cm2}$ , причем  $T_{Cm1} > T_{Cm2}$ . Тепловой поток  $q$  направлен по оси  $x$ .

Внесем соответствующие изменения в дифференциальное уравнение теплопроводности в неподвижной среде:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (10.28)$$

Температура изменяется только по оси  $x$ , поэтому:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad - \quad (11.1)$$

Тогда

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad (11.2)$$

$$\frac{dT}{dx} = C_1 \quad (11.3)$$

$$T = C_1 x + C_2 \quad (11.4)$$

Уравнение (11.4) – это уравнение прямой, следовательно, температура в плоской стенке изменяется по линейному закону.

Константы интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  можно найти из граничных условий:

$$x = 0, T = T_{Cm1}, C_2 = T_{Cm1}$$

$$x = \delta, T = T_{Cm2}, T_{Cm2} = C_1 \cdot \delta + T_{Cm1}$$

Получим выражение для  $C_1$ :

$$C_1 = (T_{Cm2} - T_{Cm1}) / \delta \quad (11.5)$$

Тогда уравнение прямой, описывающее распределение температур в плоской стенке будет иметь вид:

$$T = -\frac{T_{Cm1} - T_{Cm2}}{\delta} x + T_{Cm1} \quad (11.6)$$

По этому уравнению можно рассчитать температуру в любой точке плоской стенки.

Запишем уравнение Фурье для расчета теплопроводности через плоскую стенку:

$$q = -\lambda_T \frac{\partial T}{\partial n} \quad (11.7)$$

В данном случае:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial T}{\partial x} = C_1 = -\frac{T_{Cm1} - T_{Cm2}}{\delta}, \quad (11.8)$$

тогда

$$q = \lambda_T \frac{T_{Cm1} - T_{Cm2}}{\delta} \quad (11.9)$$

Или для общего количества передаваемой теплоты:

$$\dot{Q} = \frac{\lambda_T}{\delta} A (T_{Cm1} - T_{Cm2}) \quad (11.10)$$

Уравнение описывает перенос теплоты теплопроводностью в однослойной плоской стенке в стационарном режиме.

Отношение  $\lambda_T / \delta$  называют тепловой проводимостью стенки.

### Теплопроводность многослойной плоской стенки

Рассмотрим процесс стационарной теплопроводности через трехслойную плоскую стенку. Слои различной толщины ( $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ ) прилегают друг к другу и имеют различные



значения коэффициентов теплопроводности ( $\lambda_{T1}$ ,  $\lambda_{T2}$ ,  $\lambda_{T3}$ ). Поскольку процесс стационарный, то  $q = \text{const}$ , и направлен по оси  $x$ .

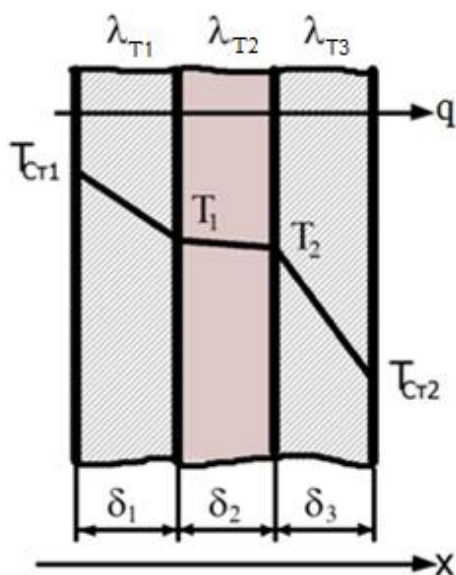


Рис.11.2. Распределение температур в многослойной плоской стенке

Примем на поверхностях внешних плоскостях постоянные температуры  $T_{Cm1}$  и  $T_{Cm2}$ , причем  $T_{Cm1} > T_{Cm2}$ , между слоями температуры  $T_1$  и  $T_2$ .

Запишем уравнение переноса тепла через каждый слой.

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_{Cm1} - T_1) \quad (11.11)$$

$$q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (T_1 - T_2) \quad (11.12)$$

$$q = \frac{\lambda_3}{\delta_3} (T_2 - T_{Cm2}) \quad (11.13)$$

Перепишем эти уравнения относительно разности температур:

$$T_{Cm1} - T_1 = q \frac{\delta_1}{\lambda_1} \quad (11.14)$$

$$T_1 - T_2 = q \frac{\delta_2}{\lambda_2} \quad (11.15)$$

$$T_2 - T_{Cm2} = q \frac{\delta_3}{\lambda_3} \quad (11.16)$$

Сложим уравнения (11.14)÷(11-16):

$$T_{Cm1} - T_1 + T_1 - T_2 + T_2 - T_{Cm2} = q \frac{\delta_1}{\lambda_1} + q \frac{\delta_2}{\lambda_2} + q \frac{\delta_3}{\lambda_3} = q \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right)$$

$$\text{Тогда: } q = \frac{T_{Cm1} - T_{Cm2}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{T_{Cm1} - T_{Cm2}}{\sum_i \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (11.17)$$

Величины:  $\frac{\delta_i}{\lambda_i}$  - термические сопротивления отдельных слоёв составляющих многослойную стенку.

Уравнение теплопроводности плоской стенки при установившемся процессе теплообмена будет иметь вид:

$$\dot{Q} = A \frac{T_{Cm1} - T_{Cm2}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = A \frac{T_{Cm1} - T_{Cm2}}{\sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (11.18)$$

В каждом слое по толщине температура изменяется линейно, в целом, профиль температур имеет вид ломаной линии, причем  $\lambda_{T_2} > \lambda_{T_1} > \lambda_{T_3}$ .

### Теплопроводность однослойной цилиндрической стенки

Рассмотрим установивший процесс передачи теплоты теплопроводностью в однородной цилиндрической стенке длиной  $l$  и толщиной  $\delta$  внутренним радиусом  $r_{вн}$  и наружным радиусом  $r_{н}$ . Температуры на внутренней и внешней сторонах цилиндра постоянны и равны, соответственно,  $T_{Cm1}$  и  $T_{Cm2}$ , причем  $T_{Cm1} > T_{Cm2}$ . Поскольку  $l \gg \delta$ , будем считать, что температура изменяется только в радиальном направлении.

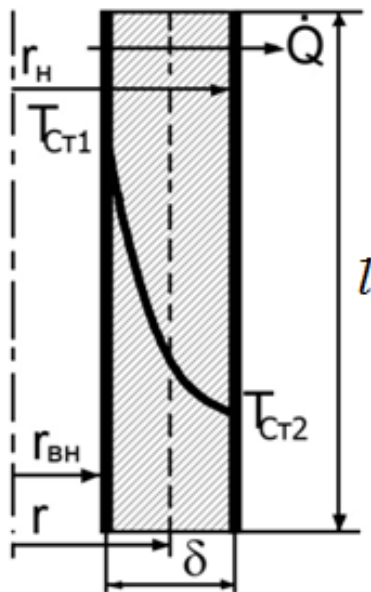


Рис.11.3. Распределение температур в цилиндрической стенке.

Запишем уравнение Фурье для переноса тепла теплопроводностью через поверхность произвольного радиуса  $r$ :

$$\dot{Q} = -\lambda_T A \frac{\partial T}{\partial n} = -2\pi r l \lambda_T \frac{\partial T}{\partial r} \quad (11.19)$$

Разделим переменные и проинтегрируем данное уравнение:

$$\int_{r_{вн}}^{r_{н}} \frac{dr}{r} = -\lambda_T \frac{2\pi l}{\dot{Q}} \int_{T_{Cm2}}^{T_{Cm1}} dT, \quad (11.20)$$

$$\ln \frac{r_{н}}{r_{вн}} = \ln \frac{d_{н}}{d_{вн}} = \lambda_T \frac{2\pi l}{\dot{Q}} (T_{Cm1} - T_{Cm2}) \quad (11.21)$$

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l \lambda_T}{\ln \frac{d_{н}}{d_{вн}}} (T_{Cm1} - T_{Cm2}) \quad (11.22)$$

Где  $d_{н}/d_{вн}$  – отношение наружного диаметра цилиндрической стенки к внутреннему диаметру.

Уравнение (11.22) показывает, что по толщине цилиндрической стенки, температура изменяется по логарифмическому закону.

Это связано с тем, что с увеличением радиуса увеличивается поверхность, через которую переносится теплота, т.е. удельный тепловой поток  $q = \dot{Q}/A$  уменьшается с увеличением радиуса.

Для многослойной цилиндрической стенки можно получить зависимость для теплового потока по аналогии с многослойной плоской стенкой. Тогда, для установившегося процесса теплопроводности в многослойной стенке, состоящей из  $n$  слоев, тепловой поток  $\dot{Q}$  равен:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l}{\sum_i^n \frac{1}{\lambda_{Ti}} \ln \left( \frac{d_{н}}{d_{вн}} \right)_i} (T_{Cm1} - T_{Cm2}) \quad (11.23)$$

В случае тонких стенок, которыми можно считать стенки с  $d_{н}/d_{вн} < 2$ , расчет с достаточной степенью точности проводят по уравнению переноса теплоты в плоских стенках. В качестве поверхности теплообмена в этом случае рекомендуется брать среднюю поверхность  $A$ , рассчитанную при среднем диаметре стенки:  $d_{cp} = (d_{н} + d_{вн})/2$ .

## Коэффициенты теплопроводности газов, жидкостей, твердых тел.

Перенос тепла теплопроводностью описывает закон Фурье:

$$q = -\lambda_T \text{ grad}T$$

Коэффициентом пропорциональности здесь выступает коэффициент теплопроводности  $\lambda_T$ , показывающий какое количество теплоты проходит вследствие теплопроводности в единицу времени через единицу поверхности теплообмена при градиенте температур в 1 градус. Размерность  $\lambda_T$  в системе СИ Вт/(м·К).

Величина  $\lambda_T$  зависит от природы вещества, его структуры, температуры и пр.

Хорошими проводниками являются металлы, плохими - газы и пары.

Наибольшую теплопроводность показывают графитовые материалы, у графена она порядка 5000 Вт/(м.град), у алмаза может достигать 2300 Вт/(м·К). У золота чуть более 300 Вт/(м.град), у железа и сталей около 50 Вт/(м·К)

В жидкостях - коэффициент теплопроводности порядка 0,1 ÷ 0,7 Вт/(м·К), в газах - 0,006 ÷ 0,175 Вт/(м·К).

Низкая теплопроводность теплоизоляционных материалов объясняется их пористостью, в порах содержится воздух, теплопроводность которого находится около 0,027 Вт/(м·К).

Для газов коэффициенты теплопроводности  $\lambda_T$  при увеличении температуры растут, а от давления зависят незначительно. Для большинства жидкостей  $\lambda_T$  с увеличением температуры падают. Исключение составляет вода, коэффициент теплопроводности которой с увеличением температуры до 130 °С немного возрастает, а затем, при дальнейшем повышении температуры, начинает падать.

Для большинства чистых металлов коэффициенты теплопроводности  $\lambda_T$  с ростом температуры уменьшаются. Наличие примесей в металлах значительно снижает их теплопроводность.

## Перенос тепла излучением

Перенос теплоты излучением осуществляется за счет электромагнитных волн. Основную долю тепла переносят волны инфракрасного спектра излучения длиной 0,8 - 800 мкм. Возникновение "тепловых лучей" определяется температурой и оптическими свойствами излучающего тела. Явление распространения тепловых лучей называют тепловым излучением.

Любое тело с температурой выше 0 К излучает электромагнитные волны.

Тепловое излучение характеризуется лучеиспускательной способностью тела  $E$  (Вт/м<sup>2</sup>), т.е. количеством теплоты  $Q$ , излучаемой телом во всем интервале длин волн в единицу времени с единицы поверхности:

$$E = \frac{Q}{At} \quad (11.24)$$

где  $Q$  - количество теплоты, излучаемое телом, Дж;  $A$  - поверхность тела, м;  $t$  - длительность процесса излучения, с.

Согласно закону Стефана-Больцмана лучеиспускательная способность абсолютно черного тела  $E_0$  пропорциональна его абсолютной температуре в четвертой степени:

$$E_0 = k_0 T^4, \quad (11.25)$$

где  $k_0$  - константа лучеиспускания абсолютно черного тела,  $k_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>)

Для удобства пользования закон Стефана-Больцмана применяют в виде:

$$E_0 = C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (11.26)$$

где  $C_0$  - коэффициент лучеиспускания абсолютно черного тела,  $C_0 = 5,67$  Вт/(м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>).

Для других тел, отличных от абсолютно черного, т.е. "серых", закон запишется как:

$$E_0 = \varepsilon C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (11.27)$$

где  $\varepsilon = \frac{C}{C_0}$  - относительный коэффициент лучеиспускания или степень черноты тела.

Степень черноты определяется природой материала и шероховатостью поверхности.

В расчетах обычно требуется знать, сколько теплоты будет передаваться от более нагретого тела с температурой  $T_1$  к менее нагретому с температурой  $T_2$ .

$$\dot{Q} = C_{1-2} A \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \varphi \quad (11.28)$$

где  $A$  - поверхность излучающего тела, с большей температурой,  $C_{1-2}$  - коэффициент взаимного излучения,  $\varphi$  - угловой коэффициент, определяемый формой, размерами и взаимным расположением участвующих в теплообмене поверхностей.

Формулы расчета коэффициента взаимного излучения  $C_{1-2}$  приводятся в справочниках, например:

\* две плоскости, параллельные одна другой  $\varphi = 1$ :

$$C_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_0}}; \quad (11.29)$$

\* излучающее тело (с большей температурой) заключено внутри другого тела (например, нагретый котел в цехе)  $\varphi > 1$ :

$$C_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_0} \right)}, \quad (11.30)$$

$C_1 = \varepsilon_1 C_0$  - коэффициент излучения горячего тела (с большей температурой  $T_1$ ),

$C_2 = \varepsilon_2 C_0$  - коэффициент излучения холодного тела (с меньшей температурой  $T_2$ ).

Если требуется ослабить лучистый теплообмен, между телами устанавливаю отражающие перегородки - экраны.

### Лучеиспускание газов

Излучение газов отличается от излучения твердых тел. Газы излучают объемом, а твердые тела поверхностью. В отличие от твердых тел газы излучают в строго фиксированном диапазоне длин волн.

Одноатомные и большинство двухатомных газов - диатермичны, т.е. прозрачны для тепловых лучей.

Хотя излучающая способность газов не пропорциональна  $T^4$ , в технических расчетах принимают, что газы подчиняются закону Стефана-Больцмана, а отклонение учитывают соответствующей степенью черноты газа.

Промышленные газы часто бывают запылены. Частицы пыли обладают значительной поверхностью и собственным спектром излучения. Это приводит к значительному возрастанию теплового потока излучения газа.

### Расчет толщины тепловой изоляции

Для того, чтобы снизить теплотери аппаратами и трубопроводами в окружающую среду, на наружные поверхности наносят теплоизоляцию.

Теплоизоляцией называют внешнее вспомогательное покрытие, служащее снижению потери теплоты. Теплоизоляция нужна для экономии топлива, поддержания стабильного теплового режима в промышленных аппаратах и соблюдения санитарных норм.

Для теплоизоляции применяют материалы с низкой теплопроводностью. В промышленности для этого применяют: шлаковую и минеральную вату, совелит,

асбозурит, асбест, асбослюда и прочие, т.е. материалы, имеющие коэффициент теплопроводности при температурах 50-100 °С меньше 0,2 Вт/м·К.

Основную теплоизолирующую роль в изоляции играет воздух. Задача состоит в снижении циркуляционных потоков в слое теплоизоляции. Снаружи теплоизоляцию покрывают специальными составами или фольгой.

При выборе теплоизоляции необходимо учитывать способность материала поглощать влагу и выдерживать соответствующую температуру. Для изоляции очень горячих поверхностей может применяться многослойная теплоизоляция. На нагретые поверхности накладывается слой термостойкого материала, например, асбеста, а уже поверх него настиляется слой минеральной ваты и т.д. При теплоизоляции аппаратов, находящихся в сырых помещениях, необходимо подбирать специальные негигроскопичные материалы, т.к. при насыщении влагой изоляционная способность материала снижается.

При расчете теплоизоляции сначала устанавливают допустимые тепловые потери, они не должны превышать 3-5 % от тепловой нагрузки аппарата. Затем подбирают вид теплоизоляции и задаются температурой наружной поверхности, отвечающей санитарным нормам:

1) для изолируемых поверхностей, расположенных в рабочей или обслуживаемой зоне помещений:

- 45 °С - при температуре теплоносителя выше 100 °С;
- 35 °С - при температуре теплоносителя до 100 °С; для поверхностей оборудования и трубопроводов, содержащих вещества с температурой вспышки паров не выше 45 °С;

2) для изолируемых поверхностей, расположенных на открытом воздухе:

- 60 °С - на открытом воздухе при штукатурном или неметаллическом покровном слое;
- 55 °С - при металлическом покровном слое.

Температуру на внутренней поверхности теплоизоляции можно принять равной температуре на внутренней поверхности стенки аппарата, т.е. пренебречь термическим сопротивлением металлической стенки с высоким коэффициентом теплопроводности  $\lambda_T$ .

Тепловой поток (в данном случае тепловые потери) в установившемся процессе одинаков и для слоя теплоизоляции и для теплоотдачи в воздухе. Тогда:

$$\dot{q}_{nom} = \frac{\lambda_{uz}}{\delta_{uz}} (T_{ann} - T_{cm}) = \alpha_{общ} (T_{cm} - T), \quad (11.31)$$

где  $\dot{q}_{nom}$  - удельные тепловые потери, Вт/м<sup>2</sup>,

$\lambda_{\text{из}}$  - коэффициент теплопроводности теплоизоляционного материала, Вт/м·К,

$\delta_{\text{из}}$  - толщина слоя теплоизоляции, м,

$\alpha_{\text{общ}}$  - общий коэффициент теплоотдачи в окружающую среду конвекцией и излучением. Его можно определить по формуле Линчевского в интервале температур 30-350 °С:

$$\alpha_{\text{общ}} = 9,3 + 0,058T_{\text{см}} , \quad (11.32)$$

$T_{\text{анн}}$  - температура внутри аппарата, она же температура внутренней поверхности теплоизоляции, °С.

$T_{\text{см}}$  - температура наружной поверхности слоя теплоизоляции, °С,

$T$  - температура наружного воздуха.

Решая данную систему уравнений с ограничениями максимальных потерь тепла и ограничением на температуру наружной поверхности  $T_{\text{см}}$ , находят толщину слоя теплоизоляции  $\delta_{\text{из}}$ .



## ЛЕКЦИЯ 12

### ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ПОВЕРХНОСТНЫХ ТЕПЛООБМЕННИКАХ АДДИТИВНОСТЬ ТЕРМИЧЕСКИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

#### Теплопередача в поверхностных теплообменниках

Поверхностными называют теплообменники, в которых перенос тепла от горячего теплоносителя к холодному осуществляется через разделяющую их поверхность. Это самый распространенный тип теплообменников, применяемых в химической промышленности. К ним относятся: кожухотрубные, спиральные, оребренные, двухтрубные, пластинчатые и другие виды теплообменников.

Процесс переноса тепла от горячего теплоносителя к холодному через границу раздела или через разделяющую поверхность (стенку) называется теплопередачей.

Теплопередача - сложный процесс, включающий перенос тепла из ядра потока горячего теплоносителя к стенке (границе раздела), перенос тепла через стенку (границу раздела) и перенос тепла от стенки (границы раздела) в ядро потока холодного теплоносителя.

Основное уравнение теплопередачи

$$\dot{Q} = K_T A \Delta T_{cp} \quad (12.1)$$

где  $\dot{Q}$  – тепловой поток в процессе теплопередачи, Вт;  $A$  – поверхность теплообмена, м<sup>2</sup>;  $\Delta T_{cp}$  – средняя движущая сила процесса теплопередачи, °С;  $K$  - коэффициент теплопередачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К).

Коэффициент теплопередачи показывает, какое количество теплоты переходит в единицу времени от более нагретого к менее нагретому теплоносителю через 1 м<sup>2</sup> теплообменной поверхности при разности температур между теплоносителями в 1 градус.

Перенос тепла в пределах одной фазы (от стенки в ядро потока или из ядра потока к стенке) называется теплоотдачей. Описывается уравнением Ньютона (ур. 9.11).

В процессе теплопередачи теплоносители могут изменять свою температуру вдоль поверхности теплообмена (при нагреве или охлаждении) или температура может оставаться постоянной (процессы кипения или конденсации при постоянном давлении).

## Аддитивность термических сопротивлений

### Перенос тепла через теплопередающую плоскую стенку при постоянной температуре теплоносителей в стационарном режиме

Рассмотрим установившийся процесс теплопередачи от горячего теплоносителя 1 с постоянной температурой  $T_1$  к холодному теплоносителю 2 с постоянной температурой  $T_2$  через разделяющую их многослойную плоскую стенку.

Стенка состоит из  $n$  слоев с различной теплопроводностью  $\lambda_{Ti}$  и толщиной  $\delta_i$ . Тепловой поток через поверхность теплообмена  $A$  от горячего теплоносителя к холодному теплоносителю постоянен и равен  $\dot{Q}$ .

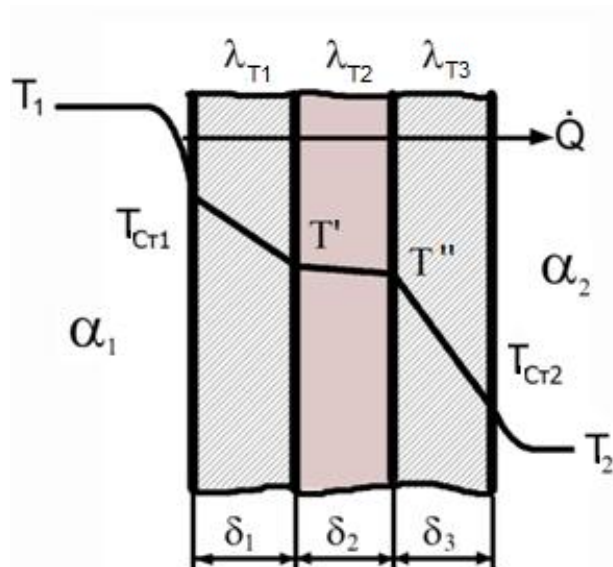


Рис.12.1. Распределение температур в процессе теплопередачи через многослойную плоскую стенку

Запишем выражения для теплового потока  $\dot{Q}$  на различных стадиях теплопередачи.

1. Перенос теплоты из ядра потока горячего теплоносителя к стенке описывается уравнением Ньютона:

$$\dot{Q} = \alpha_1 A (T_1 - T_{Cm1}), \quad (12.2)$$

$\alpha_1$  - коэффициент теплоотдачи горячего теплоносителя, а  $T_{Cm1}$  - температура стенки со стороны горячего теплоносителя.

2. Перенос теплоты через многослойную плоскую стенку:

$$\dot{Q} = A \frac{T_{Cm1} - T_{Cm2}}{\sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_{Ti}}} \quad (12.3)$$

$T_{Cm2}$  - температура стенки со стороны холодного теплоносителя.

3. Перенос теплоты от стенки в ядро холодного теплоносителя:

$$\dot{Q} = \alpha_2 A (T_{Cm2} - T_2), \quad (12.4)$$

где  $\alpha_2$  - коэффициент теплоотдачи холодного теплоносителя.

Перепишем эти уравнения относительно разности температур:

$$T_1 - T_{Cm1} = \frac{\dot{Q}}{\alpha_1 A} \quad (12.5)$$

$$T_{Cm1} - T_{Cm2} = \frac{\dot{Q}}{A} \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_{Ti}} \quad (12.6)$$

$$T_{Cm2} - T_2 = \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 A} \quad (12.7)$$

Сложим уравнения (12.5)÷(12-7):

$$(T_1 - T_{Cm1}) + (T_{Cm1} - T_{Cm2}) + (T_{Cm2} - T_2) = \frac{\dot{Q}}{\alpha_1 A} + \frac{\dot{Q}}{A} \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_{Ti}} + \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 A}$$

Получим:

$$T_1 - T_2 = \frac{\dot{Q}}{A} \left( \frac{1}{\alpha_1} + \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_{Ti}} + \frac{1}{\alpha_2} \right) \quad (12.8)$$

Перепишем полученное уравнение относительно  $\dot{Q}$ :

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{\left( \frac{1}{\alpha_1} + \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_{Ti}} + \frac{1}{\alpha_2} \right)} A \quad (12.9)$$

Сравним полученное выражение с уравнением теплопередачи:

$$\dot{Q} = K_T A (T_1 - T_2), \quad (12.1)$$

$K_T$  - коэффициент теплопередачи (Вт/(м<sup>2</sup>К))

Тогда

$$K = \frac{1}{\left( \frac{1}{\alpha_1} + \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_{Ti}} + \frac{1}{\alpha_2} \right)} \quad (12.10)$$

Или

$$\frac{1}{K} = \left( \frac{1}{\alpha_1} + \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} \right) \quad (12.11)$$

Величину  $\frac{1}{K}$  обозначим как общее термическое сопротивление  $R$ ,

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_{Ti}} + \frac{1}{\alpha_2}, \quad (12.12)$$

$$R = r_1 + r_{Cm} + r_2 \quad (12.13)$$

где  $r_1 = \frac{1}{\alpha_1}$  - термическое сопротивление переносу теплоты от горячего теплоносителя к стенке;

$r_{Cm} = \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_{Ti}}$  - термическое сопротивление плоской многослойной стенки, состоящей из  $n$  слоев;

$r_2 = \frac{1}{\alpha_2}$  - термическое сопротивление переносу теплоты от стенки в холодный теплоноситель.

Уравнения (12.10)-(12.13) являются различными формами уравнения аддитивности термических сопротивлений при теплопередаче. Из уравнения аддитивности следует, что общее сопротивление теплопередачи складывается из суммы сопротивлений на отдельных стадиях теплопередачи.

Общее термическое сопротивление теплопередачи  $R$  всегда больше термического сопротивления на отдельной стадии, в частности,  $R > r_1$  и  $R > r_2$ . Из этого следует, что коэффициент теплопередачи всегда меньше коэффициентов теплоотдачи  $K_T < \alpha_1$ ,  $K_T < \alpha_2$ .

Чем меньше общее термическое сопротивление теплопередачи  $R$ , тем выше коэффициент теплопередачи  $K_T$  и интенсивность теплообмена.

В некоторых случаях теплообмена одно термическое сопротивление намного превышает остальные. Например, в процессах переноса тепла от горячей жидкости в трубах к окружающему воздуху, сопротивление теплоотдаче от стенки к воздуху намного

больше, чем сопротивление теплоотдаче внутри труб. Поэтому, значение коэффициента теплопередачи  $K_T$  будет в основном определяться наименьшим значением коэффициента теплоотдачи в воздухе  $\alpha_{возд}$ , т.е.  $K_T \approx \alpha_{возд}$ .

Следовательно, для увеличения скорости переноса тепла необходимо воздействовать на ту стадию теплопередачи, в которой сосредоточено основное термическое сопротивление. В частности, поддерживать поверхности стенок свободными от загрязнений, увеличивать скорость и степень турбулизации теплоносителей и т.д.

Перенос тепла через теплопередающую цилиндрическую стенку при постоянной температуре теплоносителей в стационарном режиме

Рассмотрим процесс теплопередачи от горячего теплоносителя, движущегося внутри трубы, к холодному теплоносителю снаружи трубы. Горячий теплоноситель имеет температуру  $T_1$ , холодный - температуру  $T_2$ . Многослойная цилиндрическая стенка состоит из  $n$  слоев с различной теплопроводностью  $\lambda_{Ti}$  и толщиной  $\delta_i$ . Процесс переноса теплоты установившийся  $\dot{Q} = \text{const}$ .

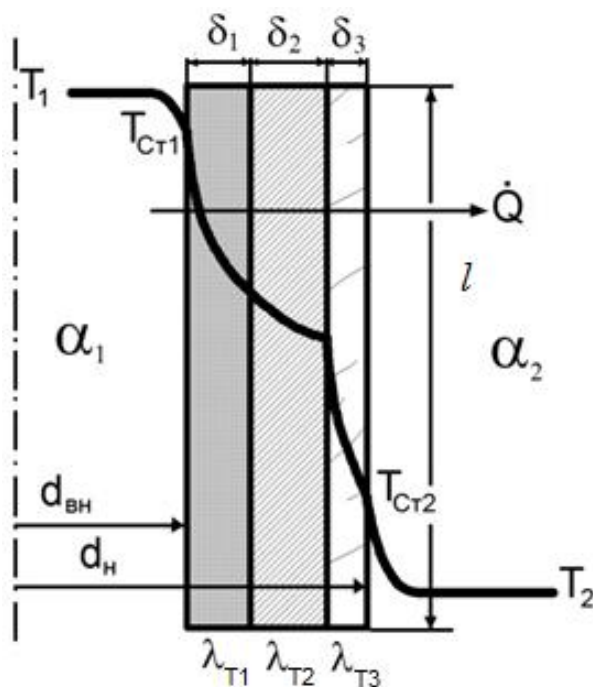


Рис.12.2. Распределение температур в процессе теплопередачи через многослойную цилиндрическую стенку

Запишем выражения для теплового потока  $\dot{Q}$  на различных стадиях теплопередачи:

1. Перенос теплоты из ядра потока горячего теплоносителя к стенке описывается уравнением Ньютона:

$$\dot{Q} = \alpha_1 A_{вн} (T_1 - T_{Cm1}) = \alpha_1 \pi d_{вн} l (T_1 - T_{Cm1}), \quad (12.14)$$

$\alpha_1$  - коэффициент теплоотдачи от горячего теплоносителя к стенке, а  $T_{Cm1}$  - температура стенки со стороны горячего теплоносителя,  $A_{вн}$  - площадь внутренней поверхности трубы длиной  $l$ ,  $d_{вн}$  - внутренний диаметр трубы;

2. Перенос теплоты через многослойную цилиндрическую стенку:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l}{\sum_i^n \frac{1}{\lambda_{Ti}} \ln\left(\frac{d_n}{d_{вн}}\right)_i} (T_{Cm1} - T_{Cm2}) \quad (12.15)$$

$T_{Cm2}$  - температура стенки со стороны холодного теплоносителя.

3. Перенос теплоты от стенки в ядро потока холодного теплоносителя:

$$\dot{Q} = \alpha_2 A_n (T_{Cm2} - T_2) = \alpha_2 \pi d_n l (T_{Cm2} - T_2) \quad (12.16)$$

где  $\alpha_2$  - коэффициент теплоотдачи от стенки к холодному теплоносителю,  $A_n$  - площадь наружной поверхности трубы длиной  $l$ ,  $d_n$  - наружный диаметр трубы.

Перепишем эти уравнения относительно разности температур:

$$(T_1 - T_{Cm1}) = \frac{\dot{Q}}{\alpha_1 \pi d_{вн} l} \quad (12.17)$$

$$(T_{Cm1} - T_{Cm2}) = \frac{\dot{Q}}{2\pi l} \sum_i^n \frac{\ln(d_n / d_{вн})_i}{\lambda_{Ti}} \quad (12.18)$$

$$(T_{Cm2} - T_2) = \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 \pi d_n l} \quad (12.19)$$

Сложим уравнения (12.17)-(12-19):

$$(T_1 - T_{Cm1}) + (T_{Cm1} - T_{Cm2}) + (T_{Cm2} - T_2) = \frac{\dot{Q}}{\alpha_1 \pi d_{вн} l} + \frac{\dot{Q}}{2\pi l} \sum_i^n \frac{\ln(d_n / d_{вн})_i}{\lambda_{Ti}} + \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 \pi d_n l}$$

Получим:

$$(T_1 - T_2) = \frac{\dot{Q}}{2\pi l} \left( \frac{1}{\alpha_1 r_{вн}} + \sum_i^n \frac{\ln(d_n / d_{вн})_i}{\lambda_{Ti}} + \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 r_n} \right) \quad (12.20)$$

Перепишем полученное уравнение относительно  $\dot{Q}$ :

$$\dot{Q} = \frac{1}{\left( \frac{1}{\alpha_1 r_{вн}} + \sum_i^n \frac{\ln(d_n / d_{вн})_i}{\lambda_{T_i}} + \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 r_n} \right)} 2\pi l (T_1 - T_2). \quad (12.21)$$

Полученное уравнение является уравнением теплопередачи через многослойную цилиндрическую стенку:

$$\dot{Q} = K_r 2\pi l \Delta T, \quad (12.22)$$

$$\text{где: } K_r = \frac{1}{\left( \frac{1}{\alpha_1 r_{вн}} + \sum_i^n \frac{\ln(d_n / d_{вн})_i}{\lambda_{T_i}} + \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 r_n} \right)} \quad (12.23)$$

$K_r$  - линейный коэффициент теплопередачи, отнесенный к единице длины трубы (Вт/м·К).

Полученные уравнения на практике применяют для толстостенных труб, у которых отношение наружного и внутреннего диаметров больше 2:  $d_n / d_{вн} > 2$ .

Если же отношение  $d_n / d_{вн} < 2$ , то расчет с достаточной степенью точности можно проводить по уравнениям для плоских стенок (12.10)-(12.11) для среднего диаметра трубы  $d_{ср} = (d_n + d_{вн}) / 2$ .

## ЛЕКЦИЯ 13

### РАСЧЕТНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ПРОЦЕССАХ ТЕПЛООБМЕНА

#### Определение коэффициентов теплоотдачи в процессах без изменения агрегатного состояния теплоносителя

Теплообменные процессы без изменения агрегатного состояния теплоносителя - это процессы, связанные с нагреванием или охлаждением жидкостей, газов и паров. Теплота в этих режимах переносится совместно конвекцией и теплопроводностью. Различают теплоотдачу при вынужденной и при свободной конвекции.

#### Вынужденное движение жидкостей и газов внутри труб

Теплоотдача для установившегося движения внутри прямых труб при развитом турбулентном режиме ( $Re > 10000$ ):

$$Nu = 0,021 \varepsilon_l Re^{0,8} Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \quad (13.1)$$

$\varepsilon_l$  - поправочный коэффициент, зависящий от отношения длины трубы  $L$  к ее внутреннему диаметру  $d$ . Он учитывает влияние входного участка трубопровода на общий коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ .

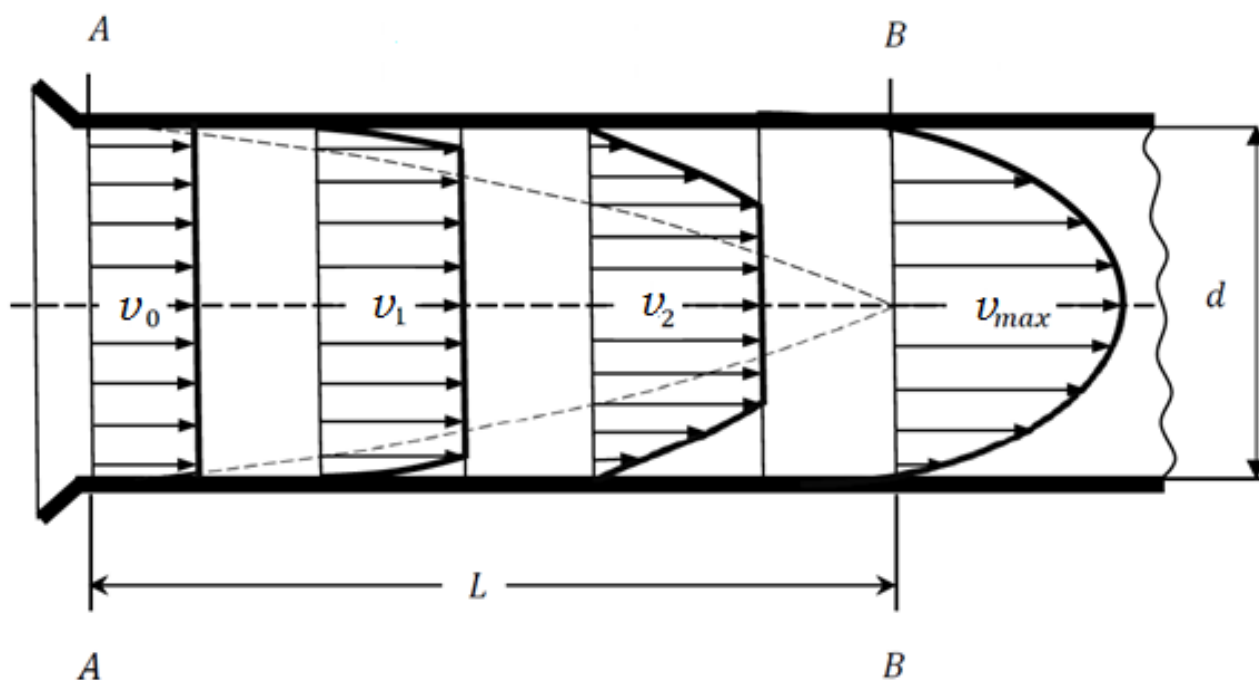


Рис.13.1 Развитие профиля скоростей в круглой трубе:  $v_0 < v_1 < v_2 < v_{max}$ .



Входной участок, на котором формируется устойчивый профиль скоростей, создает дополнительную турбулентность, несколько увеличивающую интенсивность теплообмена. На длинных трубах:  $(L/d) > 50$  влияние входного участка можно не учитывать, а в коротких - влияние входного участка может привести к увеличению среднего коэффициента теплоотдачи в 2 раза. При  $(L/d) > 50$ ,  $\varepsilon_l = 1$ ; при  $(L/d) < 50$ ,  $\varepsilon_l > 1$ .

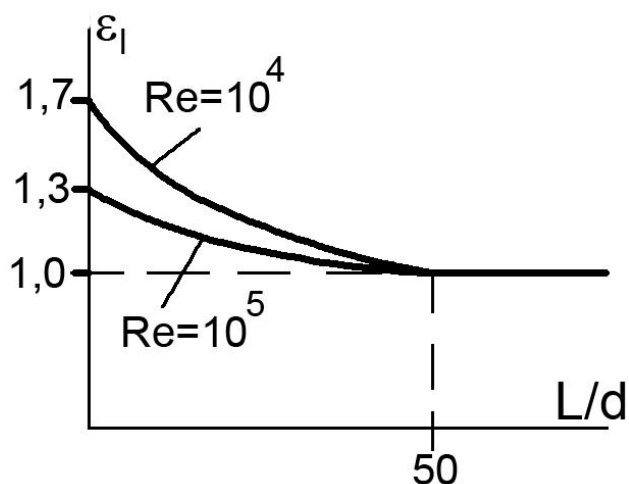


Рис.13.2. Значение коэффициента  $\varepsilon_l$  для коротких труб

Все физические параметры, входящие в критериальное уравнение, находятся при определяющей температуре теплоносителя в трубе:  $T_{опр} = T_{ср} = (T_{вх} + T_{вых})/2$ , где  $T_{вх}$  - температура теплоносителя на входе в трубу,  $T_{вых}$  - температура теплоносителя на выходе из трубы.

$Pr_{ст}$  - критерий Прандтля, рассчитанный при температуре разделяющей стенки.

$Pr / Pr_{ст}$  - это отношение учитывает направление теплового потока, т.е. принимает различные значения при нагревании или охлаждении теплоносителя.

При нагревании температура стенки выше, чем температура теплоносителя, поэтому у стенки теплоноситель имеет вязкость ниже, чем в потоке. Это приводит к уменьшению толщины теплового пограничного слоя вблизи твердой стенки, и следовательно, благоприятствует теплообмену.

Если теплоноситель охлаждается, то температура стенки будет ниже температуры теплоносителя. У стенки вязкость увеличится, увеличится и толщина пограничного слоя, т.е. произойдет торможение теплового потока.

Если температурный напор невелик, то отношение  $Pr / Pr_{ст}$  можно брать равным 1.

В качестве определяющего линейного размера  $l$  в данном уравнении следует использовать внутренний диаметр трубы,  $d_{вн}$ .

Если теплоноситель движется в змеевике, изготовленном из круглой трубы, то за счет изменения скорости внутри трубы по направлению и возникновению прижимного

течения, коэффициент теплоотдачи будет больше, чем в прямой трубе. Коэффициент теплоотдачи в змеевике  $\alpha_{зм}$  можно определить, вычислив предварительно коэффициент теплоотдачи в прямой круглой трубе  $\alpha_{пр}$  той же длины, что и труба, из которой изготовлен змеевик.

$$\alpha_{зм} = \alpha_{пр} (1 + 3,54(d_{вн} / D))$$

$D$  - диаметр витка змеевика.

Для переходной области турбулентного режима ( $2320 < Re < 10000$ ) надежных формул для расчета коэффициента теплоотдачи не существует. Поэтому здесь используют опытные данные, полученные в виде графиков. Также можно использовать формулу Хаузена:

$$Nu = 0,0235 (Re^{0,8} - 230) \cdot (1,8 Pr^{0,33} - 0,8) \times \left[ 1 + \left( \frac{d}{L} \right)^{2/3} \right] \left( \frac{\mu}{\mu_{cm}} \right)^{0,14}. \quad (13.2)$$

Ориентировочные значения коэффициентов теплоотдачи при турбулентном течении:

для воды: 1000-6000 Вт/(м<sup>2</sup>К);

для воздуха: 30-80 Вт/(м<sup>2</sup>К).

#### Ламинарный режим течения в прямых трубах ( $Re < 2320$ )

При ламинарном течении велико влияние естественной конвекции, различном при вертикальном или горизонтальном положениях трубы в сочетании с условиями теплообмена (нагревание или охлаждение жидкости). Описание такого теплообмена является достаточно трудной задачей. Интенсивность переноса теплоты резко снижается по сравнению с турбулентным движением.

Роль естественной конвекции оценивается критерием Грасгофа:

В газах влияние критерия Грасгофа может быть значительным из-за большой величины коэффициента объемного расширения  $\beta$ .

Для расчета можно использовать следующее выражение

$$Nu = 0,017 \varepsilon_l Re^{0,33} Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{СТ}} \right)^{0,25} Gr^{0,1} \quad (13.3)$$

#### Свободная конвекция в большом объеме

Тепло переносится только за счет естественной конвекции, которая вызывает перемешивание среды посредством замкнутых циркуляционных потоков в объеме

теплоносителя. В большом объеме конвективные потоки поднимающегося и опускающегося теплоносителей разграничены, что упрощает расчет. Уравнение для расчета коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  имеет вид:

$$Nu = A(Gr Pr)^n \quad (13.4)$$

Таблица 13.1

Значения коэффициентов в зависимости от режима теплообмена

Режим	$GrPr$	$A$	$n$
Ламинарный	$< 500$	1,18	0,125
Переходная область	$500 - 2 \cdot 10^7$	0,54	0,25
Развитый турбулентный	$> 2 \cdot 10^7$	0,135	0,33

Определяющим линейным размером в критерии Грасгофа является:

- для горизонтальных труб и сфер - их наружный диаметр;
- для вертикальных поверхностей - их высота.

Значения физических параметров определяются при средней температуре между температурой теплоносителя и стенкой:  $T_{cp} = (T_{cm} + T) / 2$ .

Ориентировочные значения  $\alpha$  для воды при свободной конвекции: 250 - 900 Вт/(м<sup>2</sup>К).

#### Теплоотдача при поперечном обтекании труб

Этот тип теплообмена наблюдается при нагревании или охлаждении теплоносителей в межтрубном пространстве кожухотрубчатых теплообменников.

Для расчета используются следующие выражения:

Коридорное и шахматное расположение труб в пучке при  $Re < 1000$ :

$$Nu = 0,34 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,36} \cdot (Pr / Pr_{cm})^{0,25}, \quad (13.5)$$

при турбулентном режиме течения, то есть при  $Re > 1000$

- для коридорных пучков

$$Nu = 0,13 \cdot Re^{0,65} \cdot Pr^{0,36} \cdot (Pr / Pr_{cm})^{0,25} \quad (13.6)$$

- для шахматных пучков

$$Nu = 0,40 \cdot Re^{0,6} \cdot Pr^{0,36} \cdot (Pr / Pr_{cm})^{0,25} \quad (13.7)$$

В уравнениях (13.5)-(13.7) определяющий линейный размер — наружный диаметр

*трубы*,  $d_{нар}$ . Значения физических параметров определяются при средней температуре между температурой теплоносителя и стенкой:  $T_{cp}=(T_{cm}+T)/2$ .

## Определение коэффициентов теплоотдачи при изменении агрегатного состояния теплоносителя

### *Теплоотдача при конденсации насыщенных паров*

Теплоотдача при конденсации паров и теплоотдача при кипении представляют собой сложные процессы, протекающие при изменении агрегатного состояния теплоносителей и при постоянной температуре.

В теплообменниках-конденсаторах используют более эффективную пленочную конденсацию (в отличие от капельной), которая происходит на хорошо смачиваемых поверхностях.

При пленочной конденсации на стенке вследствие разности температур пара и стенки ( $T_n - T_{cm}$ ) образуется плёнка конденсата (Рис. 13.5), которая постепенно утолщается по мере стекания по вертикальной поверхности. При этом увеличивается и термическое сопротивление пленки.

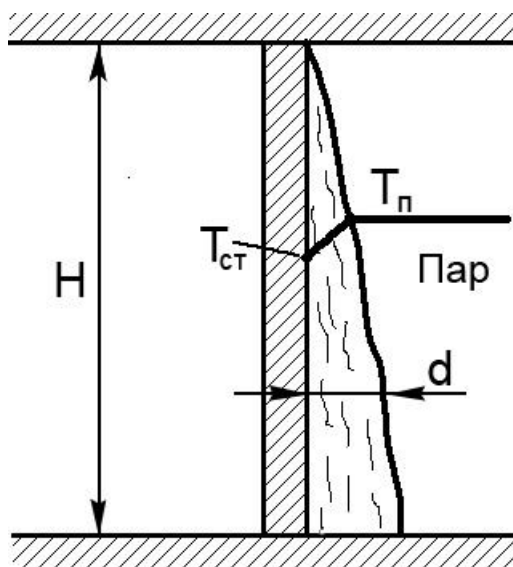


Рис.13.3. Теплоотдача при конденсации

Рассмотрим стационарное ламинарное стекание пленки по вертикальной плоской поверхности. Примем температуру стенки  $T_{cm}$  постоянной по ее длине, физические свойства конденсата неизменными.

Внесем соответствующие изменения в уравнение Фурье-Кирхгофа (10.26):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad - \text{ движение стационарное}$$

$v_x, v_y$  равны нулю, т.к. жидкость движется вниз по стенке вдоль оси  $z$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad - \text{ температура изменяется только по оси } x$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad - \text{ температура стенки постоянна.}$$

. Тогда

$$0 = a \frac{d^2 T}{dx^2} \tag{13.8}$$

$$\frac{dT}{dx} = C_1 \tag{13.9}$$

$$T = C_1 x + C_2 \tag{13.10}$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – константы интегрирования

Уравнение (13.10) описывает распределение температур в пленке конденсата. Оно аналогично уравнению теплопроводности в плоской стенке и также представляет собой уравнение прямой.

Количество  $d\dot{Q}$  теплоты, проходящее через элементарную площадку  $dA$  этой пленки, определяется по формуле:

$$d\dot{Q} = \lambda_{nl} (T_{nl} - T_{cm}) dA / \delta \tag{13.11},$$

где  $\lambda_{nl}$  и  $\delta$  – теплопроводность и толщина пленки конденсата, соответственно.

Это же количество теплоты можно выразить с помощью уравнения теплоотдачи:

$$d\dot{Q} = \alpha (T_{nl} - T_{cm}) dA \tag{13.12}$$

Тогда коэффициент теплоотдачи при конденсации пара  $\alpha$  равен:

$$\alpha = \lambda_{nl} / \delta \tag{13.13}$$

Из гидродинамики течения пленки известно, что толщина пленки жидкости  $\delta$  зависит от высоты  $H$  стенки, по которой стекает плёнка конденсата, и от физических свойств конденсата, и определяется как:

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4 \lambda_{нл} (T_n - T_{см}) \mu H}{r_n \rho^2 g}} \quad (13.14)$$

где  $\rho$  и  $\mu$  - соответственно плотность и коэффициент динамической вязкости жидкости – конденсата,  $r_n$  – теплота парообразования.

Тогда коэффициент теплоотдачи можно найти по следующим формулам:

- при конденсации на вертикальной поверхности

$$\alpha = \frac{\lambda_{нл}}{\delta} = k_1 \sqrt[4]{\frac{\lambda_{нл}^3 r_n \rho^2 g}{(T_n - T_{см}) \mu H}} \quad (13.15)$$

- при конденсации на горизонтальной трубе

$$\alpha = \frac{\lambda_{нл}}{\delta} = k_2 \sqrt[4]{\frac{\lambda_{нл}^3 r_n \rho^2 g}{(T_n - T_{см}) \mu d_{нар}}} \quad (13.16)$$

Согласно экспериментальным результатам  $k_1 = 1,13$ ;  $k_2 = 0,728$  (для одиночной трубы);  $k_2 = 0,728 \varepsilon_n$  (для пучка  $n$  труб), коэффициент  $\varepsilon_n$  - справочная величина.

Все физические константы в уравнениях (13.14÷13.16) относятся к конденсату при его средней температуре между температурой конденсации и температурой стенки.

### ***Теплоотдача при кипении***

Кипение – это процесс интенсивного парообразования за счет подвода теплоты к кипящей жидкости.

Для возникновения кипения необходимо, чтобы температура жидкости была выше температуры насыщения пара, а также наличие центров парообразования. Различают кипение на поверхности нагрева и кипение в объеме жидкости. Кипение на твердой поверхности идет с образованием паровой фазы в отдельных местах поверхности обогрева и обусловлено подводом теплоты к жидкости от соприкасающейся с ней поверхностью. Объемное кипение возникает при значительном перегреве жидкой фазы относительно температуры насыщения. Наиболее важным в химической технологии видом кипения является кипение на поверхности.

Механизм кипения на поверхности сложнее, чем при обычной конвекции. Перенос теплоты и массы осуществляется пузырьками пара из пограничного слоя в объем жидкости. Интенсивность теплоотдачи очень велика.

Различают два режима кипения: пузырьковый I и пленочный II.

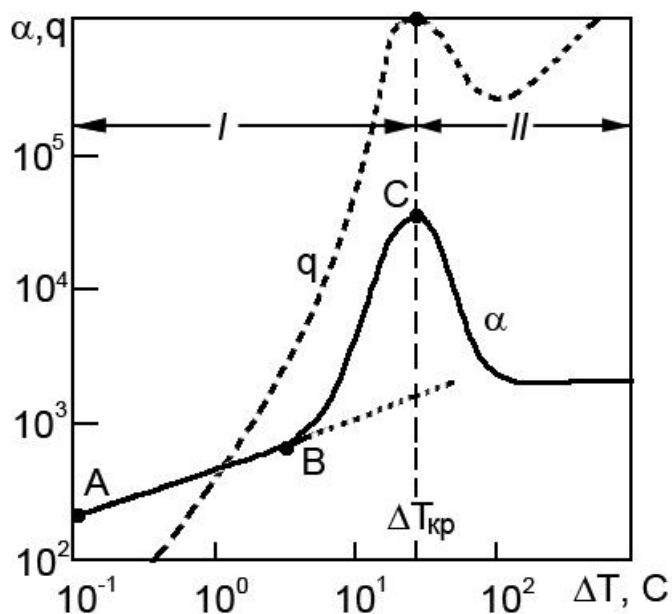


Рис.13.4. Теплоотдача при кипении

На Рис.13.4 представлена типичная зависимость коэффициента теплоотдачи  $\alpha_{кип}$  и удельной тепловой нагрузки  $q = \dot{Q}_{кип} / A$  от температурного напора при кипении жидкости  $\Delta T = T_{ст} - T_{кип}$  ( $T_{ст}$  и  $T_{кип}$  соответственно температура стенки со стороны кипящей жидкости и температура кипения).

В области АВ перегрев жидкости мал ( $\Delta T \geq 5$  К), мало число активных центров парообразования, интенсивность теплообмена низка.

При дальнейшем повышении  $\Delta T$  увеличивается число активных центров парообразования, и коэффициент теплоотдачи резко возрастает (отрезок ВС). Эту область называют областью пузырькового или ядерного кипения. Этот режим работы является основным для промышленных теплообменников-кипятильников.

При дальнейшем увеличении  $\Delta T$  происходит слияние пузырьков пара на поверхности нагрева. Поверхность как бы покрывается пленкой пара, плохо проводящей теплоты. Это - область пленочного кипения. Коэффициент теплоотдачи резко снижается (в десятки раз). Совершенно очевидно, что пленочный режим кипения крайне нежелателен.

Значения  $\Delta T$ , коэффициента теплоотдачи и удельной тепловой нагрузки, соответствующие переходу от пузырькового режима к пленочному, называют критическими. В специальной литературе приводятся эмпирические зависимости, а также опытные данные, позволяющие определить эти критические значения.

Скорость переноса теплоты при кипении зависит от многих разнообразных факторов (физических свойств жидкости, давления, температурного напора, свойств

материала поверхности нагрева и многих других), учесть влияние которых на процесс и свести их в единую зависимость крайне сложно. Поэтому в литературе приводятся рекомендации многих авторов, которые на основе различных физических моделей получили расчетные зависимости для определения коэффициента теплоотдачи при кипении.

Часто эти зависимости имеют следующий вид:

$$\alpha_{кип} = Aq^{0,6} \quad (13.17)$$

Коэффициент  $A$  - сложный комплекс многих величин, влияющих на интенсивность переноса теплоты при кипении.

Поскольку в настоящее время нет достаточно надежных обобщенных уравнений для расчета  $\alpha$  при кипении, решая конкретную задачу определения коэффициента теплоотдачи при кипении, следует обращаться к специальной литературе.



## ЛЕКЦИЯ 14

### ВЗАИМНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕЙ

#### РАСЧЕТ ДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ

##### Взаимное направление движения теплоносителей

В зависимости от конструкции теплообменных аппаратов, можно выделить четыре случая взаимного движения теплоносителей в них.

##### 1. Прямоток.

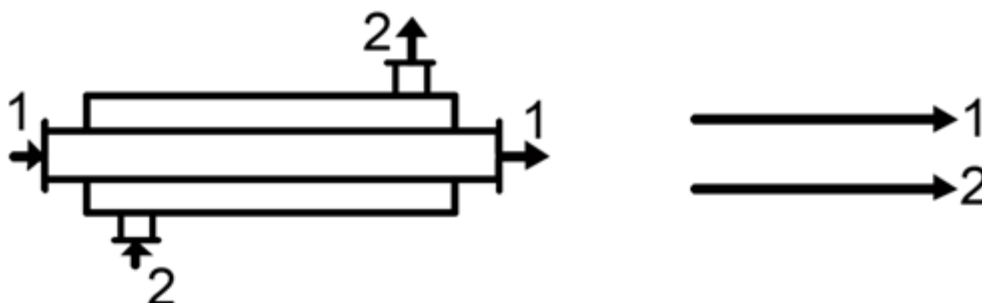


Рис.14.1 Прямоток

Теплоносители движутся вдоль поверхности теплообмена строго в одном направлении по параллельным траекториям, такой режим можно реализовать в теплообменнике типа "труба в трубе";

##### 2. Противоток.

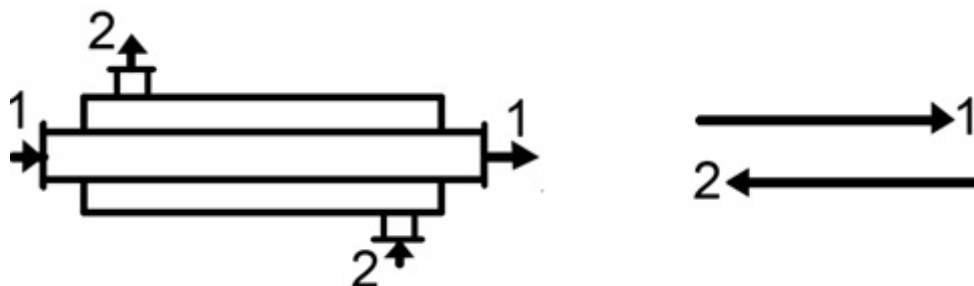


Рис.14.2. Противоток

Теплоносители движутся вдоль поверхности теплообмена по параллельным траекториям, но во встречных направлениях. Такой режим также можно реализовать в теплообменнике типа "труба в трубе".

### 3. Перекрестный ток.

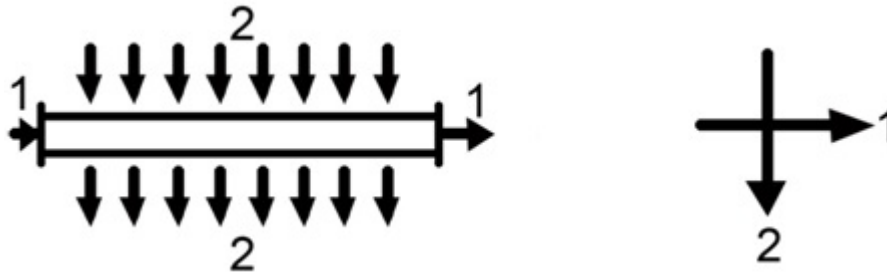


Рис.14.3. Перекрестный ток

Такой режим возможен в оросительном теплообменнике, когда один теплоноситель движется по горизонтальной трубе, а второй омывает эту трубу сверху, вертикально, под прямым углом;

### 4. Смешанный ток.

Все остальные случаи движения теплоносителей относят к смешанному току (движение в многоходовых кожухотрубчатых теплообменниках, пластинчатых и пр.).

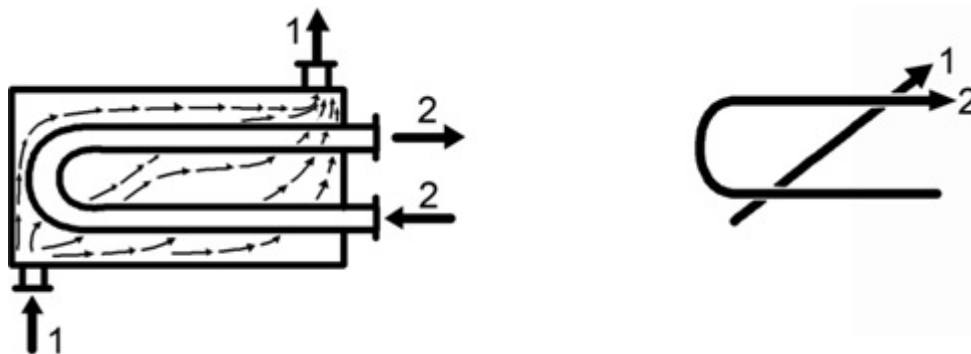


Рис.14.4. Смешанный ток

В большинстве теплообменников температура теплоносителя вдоль поверхности теплообмена изменяется, это приводит к тому, что в разных сечениях теплообменного аппарата разность температур (движущая сила) будет различной.

Для того, чтобы можно было использовать уравнение теплопередачи вида  $\dot{Q} = K_T A \Delta T$ , для случаев переменной движущей силы в теплообменнике вместо  $\Delta T$  необходимо использовать усредненное значение  $\Delta T_{cp}$  - среднюю разность температур в аппарате, которая будет зависеть от взаимного направления движения теплоносителей.

## Определение средней разности температур в теплообменнике при прямотоке

Выведем формулу для расчета средней разности температур на примере прямотока. Рассмотрим теплообмен через плоскую стенку, где с одной стороны стенки горячий теплоноситель с расходом  $m_1$  (кг/с) и теплоемкостью  $c_{p1}$  (Дж/(кг·К)), а с другой стороны стенки- холодный теплоноситель с расходом  $m_2$  (кг/с) и теплоемкостью  $c_{p2}$  (Дж/(кг·К)).

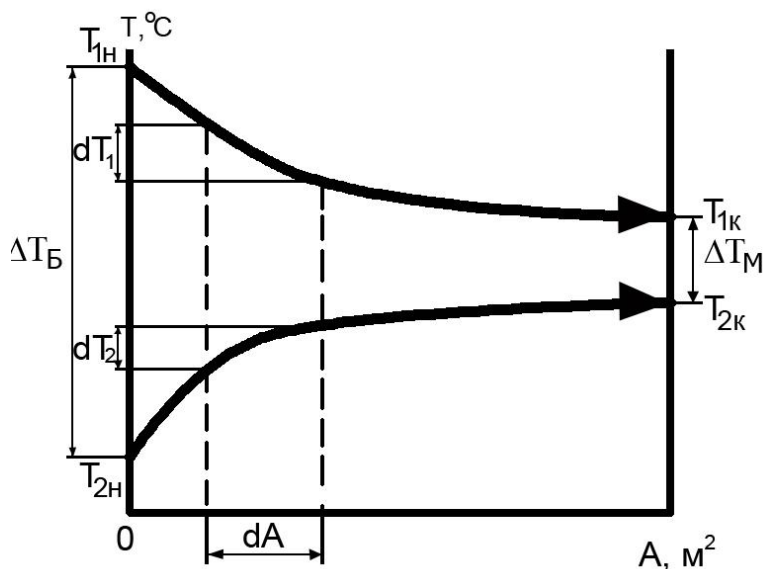


Рис.14.5. Профиль температур при прямотоке

Примем допущения.

1. Процесс теплообмена стационарный;
2. Теплоемкости теплоносителей  $c_{p1}$  и  $c_{p2}$  постоянны;
3. Коэффициент теплопередачи не изменяется вдоль всей поверхности теплообмена;
4. Теплоносители движутся в поршневом режиме, т.е. их движение описывается моделью идеального вытеснения;
5. Потери теплоты отсутствуют.

На Рис.14.5. изображен профиль температур горячего 1 и холодного 2 теплоносителей вдоль поверхности теплообмена;  $T_{1н}$ ,  $T_{1к}$  ( $^{\circ}\text{C}$ )- температура горячего теплоносителя на входе и на выходе из теплообменника;  $T_{2н}$ ,  $T_{2к}$  - температура холодного теплоносителя на входе и на выходе из теплообменника;  $dA$  - элементарная поверхность

теплообмена ( $m^2$ );  $dT_1$ ,  $dT_2$  - изменение температур горячего и холодного теплоносителя на элементарной поверхности  $dA$ .

Запишем уравнение теплового баланса для элементарной поверхности  $dA$ :

$$\dot{dQ} = \dot{m}_1 c_{P1} (-dT_1) = \dot{m}_2 c_{P2} dT_2 \quad (14.1)$$

Получим:

$$dT_1 = \frac{\dot{dQ}}{\dot{m}_1 c_{P1}} \quad (14.2)$$

$$dT_2 = \frac{\dot{dQ}}{\dot{m}_2 c_{P2}} \quad (14.3)$$

$$dT_1 - dT_2 = -\dot{dQ} \left( \frac{1}{\dot{m}_1 c_{P1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{P2}} \right) \quad (14.4)$$

$$\dot{dQ} = - \frac{d(T_1 - T_2)}{\frac{1}{\dot{m}_1 c_{P1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{P2}}} \quad (14.5)$$

Выразим  $\dot{dQ}$  из основного уравнения теплопередачи, считая, что перенос теплоты на элементарном участке  $dA$  происходит при постоянных температурах теплоносителей.

$$\dot{dQ} = K_T (T_1 - T_2) dA \quad (14.6)$$

Приравнявая  $\dot{dQ}$  из ур. (14.5) и (14.6), получим:

$$\dot{dQ} = - \frac{d(T_1 - T_2)}{\frac{1}{\dot{m}_1 c_{P1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{P2}}} = K_T (T_1 - T_2) dA \quad (14.7)$$

$$- \frac{d(T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} = K_T \left( \frac{1}{\dot{m}_1 c_{P1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{P2}} \right) dA \quad (14.8)$$

$$\int_{T_{1H}-T_{2H}}^{T_{1K}-T_{2K}} - \frac{d(T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} = \int_0^A K_T \left( \frac{1}{\dot{m}_1 c_{P1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{P2}} \right) dA \quad (14.9)$$

$$\ln \frac{T_{1H} - T_{2H}}{T_{1K} - T_{2K}} = K_T \left( \frac{1}{\dot{m}_1 c_{P1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{P2}} \right) A \quad (14.10)$$

Запишем уравнение теплового баланса для всего теплообменника:

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_{P1} (T_{1н} - T_{1к}) = \dot{m}_2 c_{P2} (T_{2к} - T_{2н}), \quad (14.11)$$

отсюда получим:

$$\frac{1}{\dot{m}_1 c_{P1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{P2}} = \frac{T_{1н} - T_{1к}}{\dot{Q}} + \frac{T_{2к} - T_{2н}}{\dot{Q}} = \frac{(T_{1н} - T_{2н}) - (T_{1к} - T_{2к})}{\dot{Q}} = \frac{(\Delta T_{\delta} - \Delta T_{\mathcal{M}})}{\dot{Q}} \quad (14.12)$$

$\Delta T_{\delta}$  и  $\Delta T_{\mathcal{M}}$  - большая и меньшая, если сравнивать численно, разность температур на концах теплообменника.

$$\ln \frac{\Delta T_{\delta}}{\Delta T_{\mathcal{M}}} = K_T \frac{(\Delta T_{\delta} - \Delta T_{\mathcal{M}})}{\dot{Q}} A \quad (14.13)$$

или:

$$\dot{Q} = K_T A \frac{\Delta T_{\delta} - \Delta T_{\mathcal{M}}}{\ln \frac{\Delta T_{\delta}}{\Delta T_{\mathcal{M}}}} = K_T A \Delta T_{Cp} \quad (14.14)$$

$$\text{тогда: } \Delta T_{Cp} = \frac{\Delta T_{\delta} - \Delta T_{\mathcal{M}}}{\ln \frac{\Delta T_{\delta}}{\Delta T_{\mathcal{M}}}} \quad (14.15)$$

$\Delta T_{Cp}$  - средняя разность температур в теплообменнике.

$$\Delta T_{\mathcal{M}} < \Delta T_{Cp} < \Delta T_{\delta}$$

Если рассмотреть движение теплоносителей в режиме противотока, то выражение для расчета средней движущей силы (средней разности температур) получилось бы точно такое же, только при противотоке требуется определить и сравнить разницу температур на концах аппарата для выявления  $\Delta T_{\delta}$  и  $\Delta T_{\mathcal{M}}$ . При прямотоке большая разность температур всегда будет на входе.

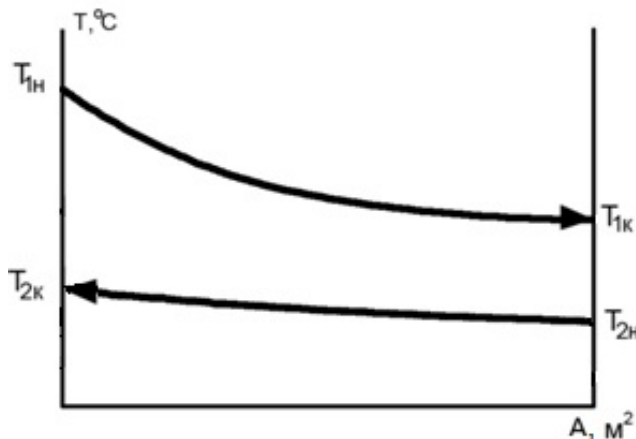


Рис.14.6. Профиль температур при противотоке

Если  $\Delta T_{\delta} / \Delta T_{\mathcal{M}} \leq 2$  то, с достаточной для инженерных расчетов точностью  $\Delta T_{Cp}$  можно определять как среднее арифметическое между  $\Delta T_{\delta}$  и  $\Delta T_{\mathcal{M}}$ .

$$\Delta T_{Cp} = (\Delta T_{\delta} + \Delta T_{\mathcal{M}}) / 2 . \quad (14.16)$$

Для остальных случаев движения теплоносителей в теплообменниках, т.е. для перекрестного и смешанного токов, среднюю разницу температур определяют, используя движущую силу при противотоке  $\Delta T_{Cp \text{ прот}}$ :

$$\Delta T_{Cp \text{ смеш}} = \Delta T_{Cp \text{ прот}} \cdot \varphi , \quad (14.17)$$

где  $\varphi$  -коэффициент, который зависит от степени изменения температур и конструкции теплообменника,  $\varphi < 1$ . Коэффициент  $\varphi$  является справочной величиной.

Следует отметить, что средняя движущая сила при перекрестном или смешанном токе всегда будет ниже движущей силы при противотоке, но выше чем при прямотоке:

$$\Delta T_{Cp \text{ прямоток}} < \Delta T_{Cp \text{ смеш}} < \Delta T_{Cp \text{ противоток}}$$

### Движущая сила при различных видах теплопередачи. Влияние направления движения теплоносителей

1. Первый теплоноситель - насыщенный пар - конденсируется, второй кипит

$$\Delta T = T_1 - T_2$$

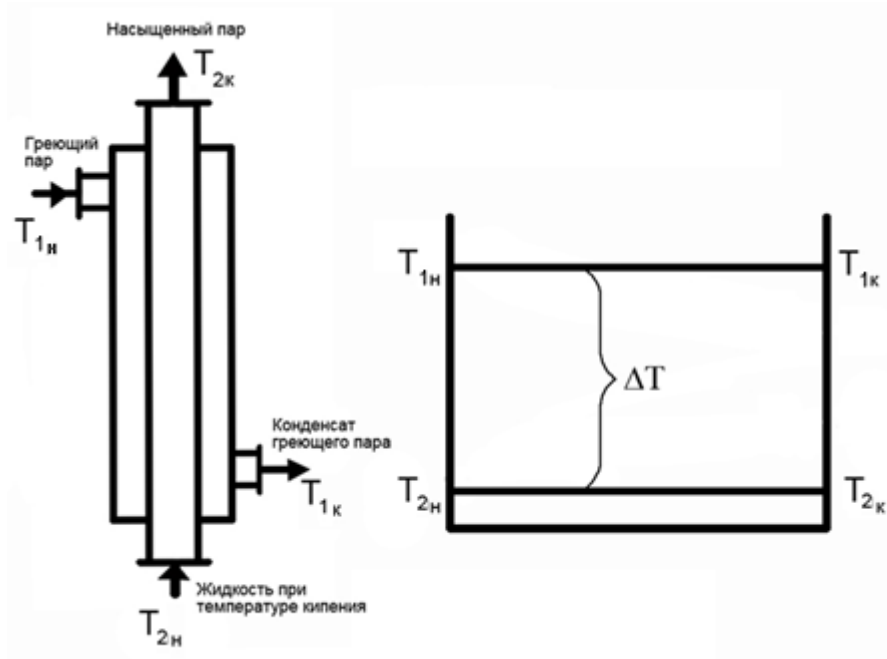


Рис.14.7. Процесс кипение – конденсация: движение теплоносителей в двухтрубном теплообменнике и соответствующий профиль температур

2. Первый теплоноситель - насыщенный пар - конденсируется, второй - нагревается

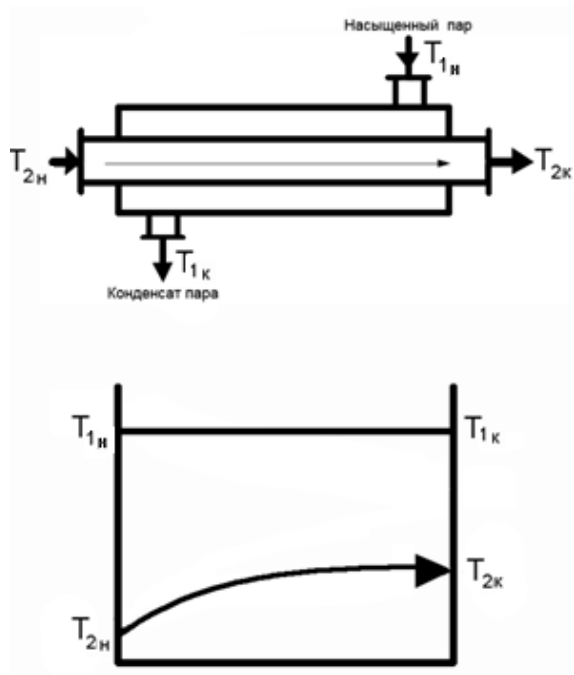


Рис.14.8. Процесс конденсация пара – нагревание жидкости или газа: движение теплоносителей в двухтрубном теплообменнике и соответствующий профиль температур

3. Первый теплоноситель охлаждается, второй – нагревается

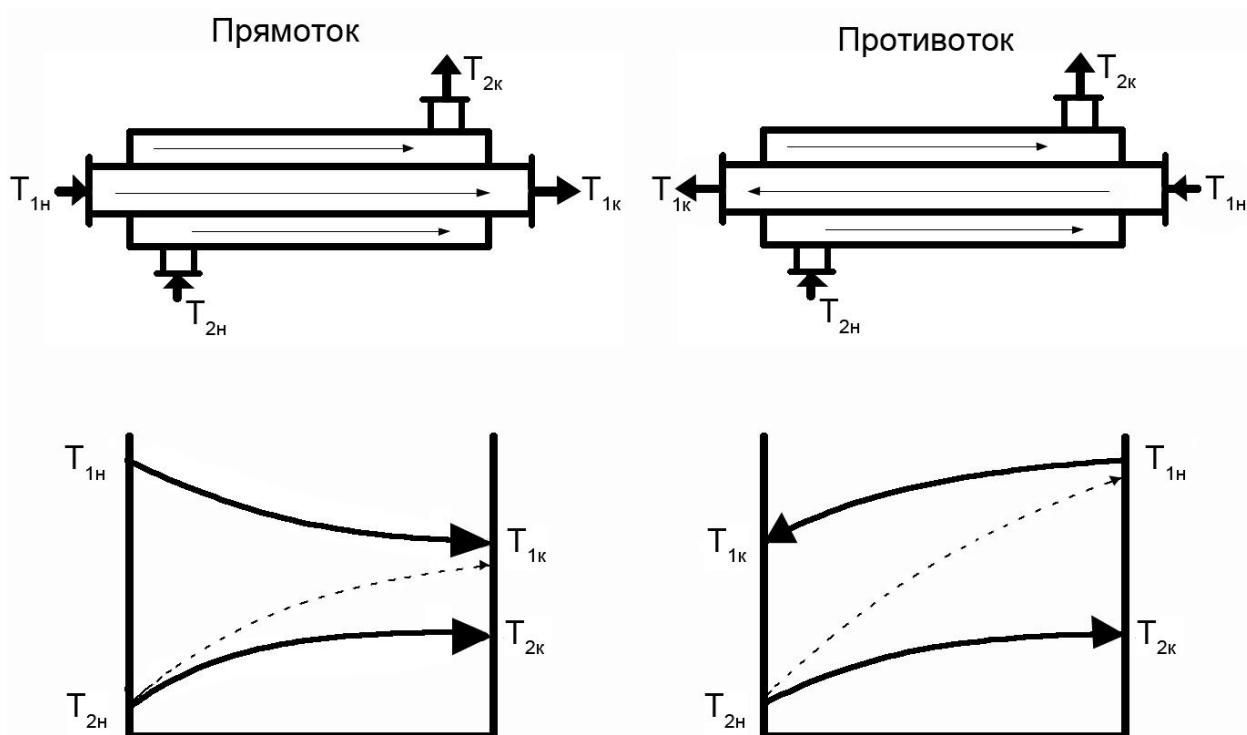


Рис.14.8. Процесс охлаждения – нагревание жидкостей или газов: движение теплоносителей в двухтрубном теплообменнике и соответствующий профиль температур



Если температуры теплоносителей изменяются вдоль аппарата, то противоток обладает преимуществом по сравнению с прямотоком:

- При противотоке достигается бóльшая средняя разность температур при одних и тех же соответствующих начальных и конечных температурах теплоносителей;
- При противотоке холодный теплоноситель можно нагреть до более высоких температур, снизить его расход и затраты на его перемещение.

## ЛЕКЦИЯ №15

### ПРОМЫШЛЕННЫЕ ТЕПЛОНОСИТЕЛИ

Проведение многих технологических процессов, осуществляемых в химической промышленности, часто бывает связано с необходимостью подвода или отвода тепловой энергии. Для решения этой задачи применяют различные теплоносители, представляющие собой жидкие или газообразные вещества, отдающие тепловую энергию в теплообменных аппаратах (теплообменниках). Промежуточные теплоносители используются для транспортировки тепловой энергии от её источников (печей, где теплота выделяется при сгорании топлива) к аппаратам, потребляющим тепловую энергию.

### ТЕПЛОНОСИТЕЛИ ДЛЯ НАГРЕВАНИЯ

На Рис 15.1 приведены основные теплоносители, а также их рабочий температурный интервал. Самые высокие температуры имеют газообразные теплоносители (дымовые газы). Второй класс теплоносителей составляют пары жидкостей, которые в процессе теплообмена конденсируются (водяной пар, пары высококипящих органических жидкостей, пары металлов: лития, калия, кадмия и ртути). Третий класс теплоносителей – это жидкие теплоносители: вода (в том числе перегретая и находящаяся под давлением); высокотемпературные органические теплоносители (ВОТ), представляющие собой органические жидкости с высокими температурами кипения (этиленгликоль, глицерин, нафталин и его производные, дифенил и его производные) и их смеси (например, дифенильная смесь); минеральные масла; ионные теплоносители, представляющие собой расплавы солей (например, нитрит-нитратная смесь); кремнийорганические жидкости; жидкометаллические теплоносители (ртуть, расплавы щелочных и щелочно-земельных металлов, расплавы свинца, висмута, кадмия, сурьмы, олова). Также для нагревания сред возможно применять электрический ток. Аппараты для нагрева электрическим током обладают многочисленными преимуществами: наиболее компактны из всех теплообменников, имеют широкий интервал температур нагрева, им присуща легкость регулировки и контроля. Однако стоимость единицы тепловой энергии, полученной при нагреве электрическим током, в несколько раз выше стоимости единицы тепловой энергии, полученной при сжигании топлива. Поэтому на химических предприятиях, где есть возможность получать тепловую энергию от тепловых станций, нагрев электрическим током не применяют. Используют его лишь на малотоннажных установках, там, где нет подведённых линий паропроводов.

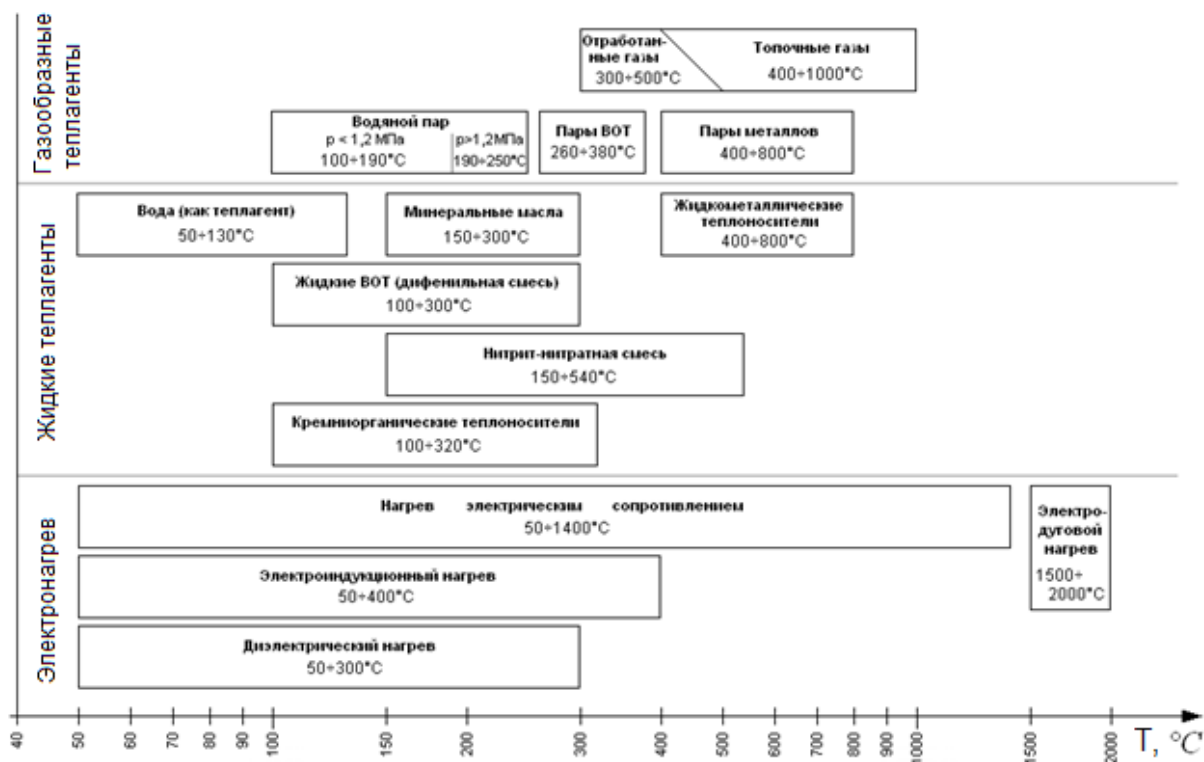
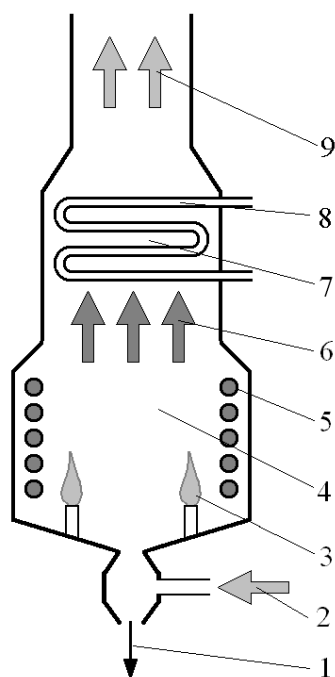


Рис.15.1. Рабочие интервалы температур теплоносителей и нагрева электрическим током

### 1. Дымовые газы

Основным источником тепловой энергии на химических предприятиях служат печи, где производится сжигание топлива (природного газа, каменного угля, мазута и т.д.) (Рис.15.2). Продуктом работы печей является тепловая энергия, которая служит для нагревания промежуточного теплоносителя в радиационной зоне печи. Образующиеся дымовые газы (смесь продуктов сгорания топлива с воздухом) либо отдают теплоту в конвективной зоне печи, либо направляются к потребителям.



Из-за трудностей транспортировки дымовых газов (больших тепловых потерь) потребляющие тепловую энергию дымовых газов аппараты размещают рядом с печами.

Рис.15.2. Схема трубчатой печи:

1 – удаление шлака; 2 – воздух; 3 – факел сгорающего топлива; 4 – радиационная зона печи; 5 – трубчатка радиационной зоны печи; 6 – дымовые газы; 7 – конвективная зона печи; 8 – трубчатка конвективной зоны печи; 9 – отработанные газы

### *Достоинства дымовых газов как теплоносителей:*

- 1) Наиболее высокий из всех теплоносителей рабочий интервал температур (для печных и топочных дымовых газов  $400 \div 1\ 000$  °С, для отработанных газов  $300 \div 500$  °С).
- 2) Относительно низкая стоимость, благодаря получению непосредственно сжиганием топлива.

### *Недостатки дымовых газов как теплоносителей:*

- 1) Малая удельная объёмная теплоёмкость (около  $1,5$  кДж/( $\text{м}^3 \cdot \text{К}$ )), что вызывает необходимость пропускания через аппараты больших объёмов газов.
- 2) Низкие коэффициенты теплоотдачи от газа к стенке (менее  $50$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{К}$ )), что приводит к необходимости создания в аппаратах больших поверхностей теплоотдачи.
- 3) Неравномерность нагрева и сложность регулирования нагрева из-за значительного изменения температуры дымовых газов в процессе теплообмена.
- 4) Загрязнение поверхности теплопередачи продуктами сгорания
- 5) Коррозия стенок аппарата вследствие высоких температур и содержания коррозионно-активных веществ (воды, остатков кислорода, оксидов серы и азота) в дымовых газах.
- 6) Экологическая опасность (загрязнение атмосферы продуктами сгорания топлива: оксидами азота, серы и фосфора, а также выброс в атмосферу парниковых газов).

### *Область применения*

Дымовые газы, получаемые при сжигании твёрдого, жидкого или газообразного топлива – основной источник тепловой энергии на химических предприятиях. Другие теплоносители, являющиеся промежуточными теплоносителями (такие как водяной пар, горячая вода, ВОТ и др.), получают тепловую энергию от дымовых газов.

## **2. Водяной пар**

Паровые котлы для получения насыщенного пара предназначены для снабжения насыщенным водяным паром химического предприятия. Высокие требования при получении пара предъявляются к качеству испаряемой воды. Подаваемая в парогенераторы вода должна быть очищена не только от механических примесей, но и от солей жёсткости – гидрокарбонатов кальция и магния, которые при нагревании способны выпадать на стенках труб в виде накипи. на стоимости получаемого пара.

*Достоинства водяного пара как теплоносителей:*

- 1) Высокий коэффициент теплоотдачи от конденсирующегося пара к стенке ( $5\ 000 \div 15\ 000\ \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ).
- 2) Большое количество теплоты, выделяемой при конденсации пара ( $2\ 000 \div 2\ 300\ \text{кДж}/\text{кг}$ ).
- 3) Возможность транспортировки на значительные расстояния (при этом пар должен быть перегрет на  $10 \div 20\ \text{К}$ ).
- 4) Равномерность обогрева, поскольку температура конденсации пара постоянна по всей длине аппарата.
- 5) Возможность регулирования температуры пара путём изменения давления.
- 6) Водяной пар нетоксичен, экологически безопасен, негорюч и невзрывоопасен.

*Недостатки водяного пара как теплоносителей:*

- 1) Значительное возрастание давления с увеличением температуры, вследствие чего использование пара высоких температур возможно только на оборудовании, рассчитанном на высокие давления, что ограничивает применение водяного пара.

*Область применения*

Водяной пар является наиболее распространённым теплоносителем в химической промышленности. Рабочий интервал температур насыщенного водяного пара ограничен  $250\ ^\circ\text{C}$ , однако на практике насыщенный водяной пар используют при  $100 \div 190\ ^\circ\text{C}$ , поскольку более высокие температуры пара соответствуют высоким давлениям. Использование пара с давлением свыше  $1,2\ \text{МПа}$ , как правило, экономически нецелесообразно вследствие усложнения аппаратного оформления процесса и заметного снижения удельной теплоты парообразования

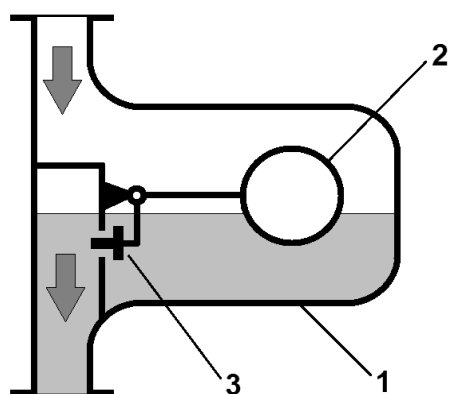


Рис.15.3. Схема устройства конденсатоотводчика со сферическим закрытым поплавком: 1 – корпус; 2 – поплавок; 3 – клапан

### 3. Пары высокотемпературных органических теплоносителей

Для нагревания выше 190 °С без существенного усложнения оборудования вместо водяного пара могут быть использованы пары высокотемпературных органических жидкостей (ВОТ). Широкое распространение получила дифенильная смесь – эвтектическая и азеотропная бинарная смесь, содержащая 26,5 % дифенила и 73,5 % дифенилового эфира, кипящая при атмосферном давлении при 258 °С и разлагающаяся при 400 °С.

*Достоинства паров дифенильной смеси как теплоносителя:*

1) Возможность нагрева до высоких температур без существенного повышения давления (рабочий интервал температур 260÷380 °С, при этом давление паров не превышает 1 МПа).

2) Низкая горючесть и взрывобезопасность паров (в случае просачивания паров в топочное пространство происходит их воспламенение, но пары горят слабо, образуя шлак, который часто герметизирует имеющуюся щель).

3) Нетоксичность (вдыхание паров не опасно, однако длительное пребывание в атмосфере паров дифенильной смеси вызывает раздражение слизистых оболочек и иногда головные боли).

4) Коррозионно неактивна по отношению к наиболее распространенным конструкционным материалам.

*Недостатки паров дифенильной смеси как теплоносителя:*

1) Коэффициент теплоотдачи при конденсации паров дифенильной смеси на порядок ниже коэффициента теплоотдачи при конденсации пара (около 1400÷1750 Вт/(м<sup>2</sup>·К)).

2) Теплота конденсации дифенильной смеси в 4–5 раз меньше, чем для водяного пара, однако вследствие большей плотности паров дифенильной смеси количество теплоты, выделяющееся на единицу объёма, для паров дифенильной смеси и водяного пара примерно одинаково.

3) Стоимость дифенильной смеси существенно выше стоимости водяного пара.

4) Быстрое разложение дифенильной смеси при нагревании выше 400°С. Если точное регулирование температуры в испарителе невозможно и дифенильная смесь может частично разлагаться, то необходимо предусмотреть в схеме аппарат для удаления продуктов разложения.

### 4. Вода

Горячая вода является побочным продуктом работы котлов для получения водяного пара. Также может быть использован конденсат от выпарных установок, теплообменников,

подогревателей и других аппаратов, где происходит конденсация водяного пара без охлаждения конденсата.

Интервал рабочих температур жидкой воды как горячего теплоносителя ограничен температурой её кипения и при атмосферном давлении составляет  $50\div 95$  °С. Однако повышение давления до 0,5 МПа позволяет расширить интервал до 150 °С без серьёзного усложнения оборудования.

*Достоинства воды как горячего теплоносителя:*

- 1) Доступность воды.
- 2) Высокая теплоёмкость воды по сравнению с органическими жидкостями ( $4,19$  кДж/(кг·К) у горячей воды, примерно  $1,5\text{--}2$  кДж/(кг·К) у органических жидкостей).
- 3) Невысокая вязкость воды по сравнению с органическими жидкостями.
- 4) Высокий коэффициент теплоотдачи (примерно в 5–6 раз выше, чем у органических жидкостей).
- 5) Нетоксичность, пожаро- и взрывобезопасность, экологическая безопасность.

*Недостатки воды как горячего теплоносителя:*

- 1) Ограниченный температурный интервал вследствие резкого повышения давления для перегретой воды.
- 2) Высокие требования к качеству очистки воды от солей жёсткости, способных образовывать накипь на стенках аппаратов.
- 3) Коррозионная активность воды по отношению к обычной стали и чугуну, из которых выполняются большинство трубопроводов и аппаратов.

## **5. Минеральные масла**

Минеральными маслами называют жидкие смеси высококипящих углеводородов (температура кипения  $300\div 600$  °С), главным образом алкилнафтоновых и алкилароматических, получаемые переработкой нефти. При использовании минеральных масел в качестве горячего теплоносителя часто применяют циркуляционный способ обогрева с естественной или принудительной циркуляцией. Однако образование в минеральных маслах твёрдых или газообразных продуктов их разложения и окисления требует установки в циркуляционном контуре устройств для удаления этих продуктов: фильтров, сепараторов и т.п.

*Достоинства минеральных масел как горячего теплоносителя:*

- 1) Возможность нагрева до высоких температур без повышения давления.
- 2) Отсутствие коррозионного действия большинства минеральных масел на материал трубопроводов и материалов.

3) Невысокая стоимость и доступность по сравнению с другими высокотемпературными теплоносителями.

4) Нетоксичность.

*Недостатки минеральных масел как горячего теплоносителя:*

1) Невысокая теплоёмкость минеральных масел и низкий коэффициент теплоотдачи приводят к низкой производительности теплообменной аппаратуры.

2) Высокая вязкость, ещё более возрастающая в ходе длительной эксплуатации из-за окисления и полимеризации.

3) Разложение минеральных масел при перегреве, что ограничивает рабочий интервал температур (не выше 200–300 °С).

4) Постепенное разложение, окисление или полимеризация минеральных масел, что влечёт необходимость их частой замены, а также установки в циркуляционном контуре дополнительных устройств, удаляющих твёрдые и газообразные продукты разложения.

5) Загрязнение поверхностей трубопроводов и аппаратов продуктами разложения или полимеризации минеральных масел.

6) Горючесть минеральных масел и взрывоопасность их паров.

## **6. Высокотемпературные органические теплоносители**

Для получения высоких температур без существенного увеличения давления в системе используются высокотемпературные органические теплоносители (ВОТ): индивидуальные органические вещества (этиленгликоль, глицерин, нафталин и его производные, дифенил и продукты его хлорирования, полифенолы), смеси (дифенильная смесь).

*Достоинства жидких ВОТ как горячих теплоносителей:*

1) Возможность нагрева до высоких температур без существенного повышения давления (нагрев жидкой дифенильной смесью при атмосферном давлении проводят до 255 °С, под избыточным давлением – до 380 °С).

2) Отсутствие коррозионного действия большинства ВОТ на материал трубопроводов и материалов.

3) Низкая токсичность большинства ВОТ.

*Недостатки жидких ВОТ как горячих теплоносителей:*

1) Меньшая, чем у воды, теплоёмкость ВОТ.

2) Меньший, чем у воды, коэффициент теплоотдачи (дифенильная смесь имеет коэффициент теплоотдачи около  $200 \div 350 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ).

3) Горючесть большинства ВОТ.



4) Стоимость ВОТ существенно выше стоимости воды.

5) Большинство ВОТ разлагаются при резком повышении температуры (дифенильная смесь начинает быстро разлагаться при 400 °С).

*Состав наиболее распространённых ВОТ*

Дифенильная смесь (даутерм) – смесь, содержащая 26,5 % дифенила и 73,5 % дифенилового эфира, температура кипения при атмосферном давлении 258 °С.

Двойная нафталиновая смесь – эвтектическая бинарная смесь, содержащая 15 % нафталина и 85 % дифенилового эфира, температура плавления смеси 12 °С, температура термического разложения нафталина 320 °С.

Тройная нафталиновая смесь – эвтектическая трёхкомпонентная смесь, содержащая 15 % нафталина, 25,5 % дифенила и 59,5 % дифенилового эфира, рабочий интервал температур ограничен, с одной стороны, температурой плавления смеси 4 °С, с другой стороны – температурой термического разложения нафталина 320 °С.

## **7. Нагрев электрическим током**

Наряду с топочными газами электрическая энергия представляет собой прямой источник тепловой энергии. Нагрев электрическим током имеет ряд существенных преимуществ: высокий КПД; широкий рабочий диапазон температур, превосходящий все иные теплоносители, и ограниченный только термической стойкостью материалов, из которых изготовлен теплообменный аппарат (электропечь); компактность оборудования; удобство подвода электрического тока к теплообменному оборудованию; возможность точного и быстрого регулирования нагрева.

Несмотря на столь существенные преимущества, нагрев электрическим током не находит широкого применения в химической технологии, что связано с высокой стоимостью электрической энергии.

*Основные способы нагрева электрическим током:*

- Нагрев электрическим сопротивлением прямого и косвенного действия;
- Электроиндукционный нагрев индукционными токами;
- Высокочастотный диэлектрический нагрев;
- Электродуговой нагрев.

## ТЕПЛОНОСИТЕЛИ ДЛЯ ОХЛАЖДЕНИЯ (ХЛАДАГЕНТЫ)

По фазовому состоянию хладагенты можно разделить на жидкие и газообразные. Газообразные хладагенты в химической технологии представлены в основном воздухом. Из жидких хладагентов наиболее широко в химической технологии применяется вода, которая является вторым после воздуха по доступности хладагентом.

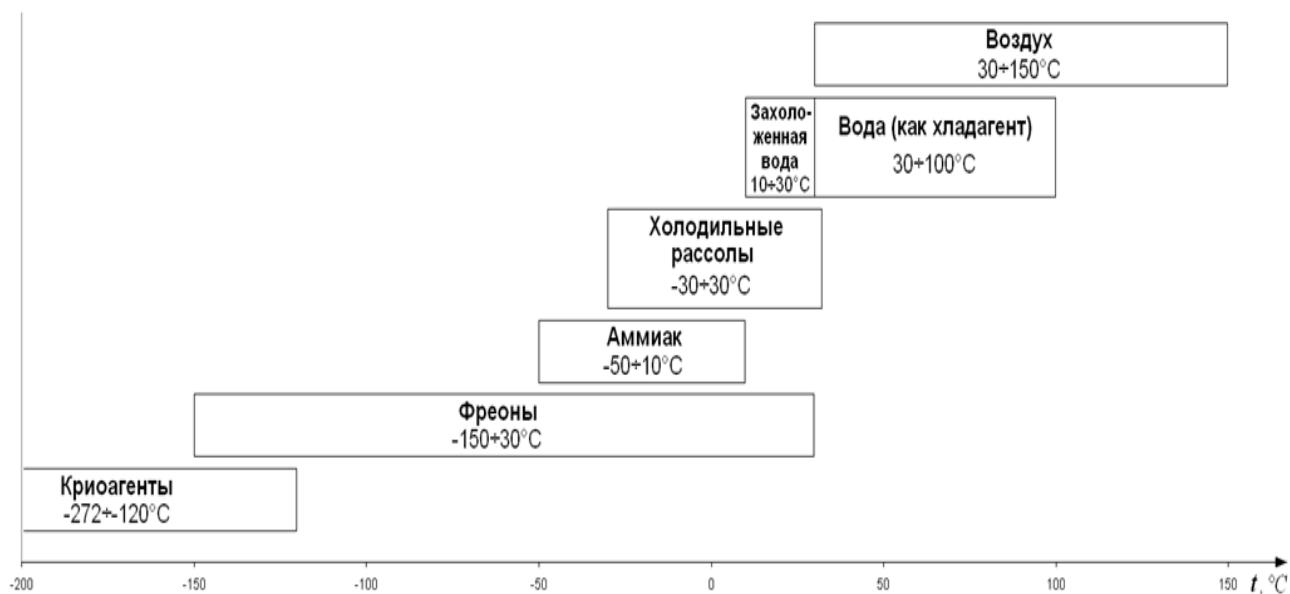


Рис.15.4. Интервалы рабочих температур хладагентов

### 1. Воздух

Получаемый из окружающей среды воздух обычно не требует никакой дополнительной обработки и подготовки и может быть сразу использован как хладагент. В редких случаях требуется очистка воздуха от пыли или влаги перед его использованием, но, даже с учётом этого, воздух остаётся наиболее дешёвым хладагентом.

*Достоинства воздуха как хладагента:*

- 1) Доступность (чаще всего, не требуется предварительной очистки и подготовки).
- 2) Дешевизна (воздух получают непосредственно из окружающей среды).
- 3) Воздух не загрязняет поверхности аппаратов.

*Недостатки воздуха как хладагента:*

1) Низкая плотность воздуха и низкая изобарная удельная теплоёмкость приводят к необходимости прокачивать через теплообменные аппараты значительные объёмы охлаждающего воздуха.

- 2) Низкий коэффициент теплоотдачи от стенки аппарата к воздуху

## 2. Вода

Вода, как и воздух, может являться прямым источником холода в том случае, если поступает из окружающей среды. Температура такой воды будет зависеть от её источника: речная, прудовая и озёрная вода в зависимости от времени года имеет температуру  $4\div 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , артезианская вода – температуру  $8\div 12\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При проектировании теплообменного оборудования начальную температуру охлаждающей воды следует принимать исходя из наиболее неблагоприятных – летних условий. Таким образом, для воды как хладагента не следует рассчитывать на охлаждение ниже  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Температура охлаждающей воды на выходе из теплообменника должна составлять не более  $40\div 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

На химическом предприятии охлаждающая вода циркулирует по замкнутому контуру,

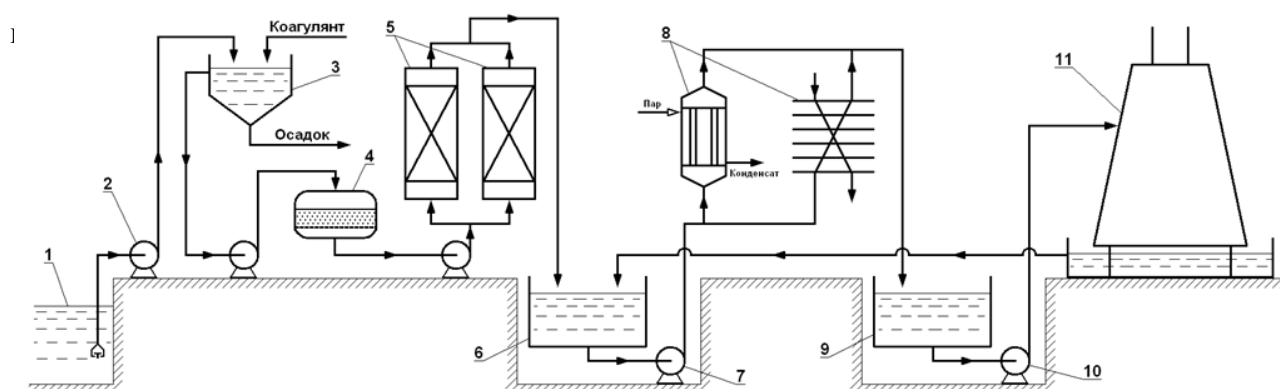


Рис.15.5. Схема водоподготовки и водооборотного цикла химического предприятия:

1 – водоём; 2 – насос водозабора; 3 – отстойник-коагулятор; 4 – фильтр со слоем кварцевого песка; 5 – ионообменные колонны; 6 – сборник холодной воды; 7 – насос холодной воды; 8 – теплообменники; 9 – сборник отработанной (тёплой) воды; 10 – насос тёплой воды; 11 – градирня

*Достоинства воды как хладагента:*

- 1) Невысокая стоимость воды.
- 2) Самая высокая среди хладагентов теплоёмкость ( $4,18\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$ ).
- 3) Высокий коэффициент теплоотдачи от стенки к воде ( $1\ 000\div 6\ 000\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{K})$ ).
- 4) Нетоксична, экологически безопасна, взрыво- и пожаробезопасна.
- 5) Вода – один из прямых источников холода, либо может быть охлаждена воздухом в градирнях.

*Недостатки воды как хладагента:*

- 1) Коррозионная активность воды
- 2) В воде содержатся соли жёсткости, загрязняющие поверхность теплообменников

### 3. Холодильные рассолы

Холодильными рассолами называют водные растворы солей (хлорида кальция, хлорида натрия и др.), применяемые как промежуточные теплоносители для транспортировки холода от холодильной машины к потребляющим аппаратам.

*Достоинства холодильных рассолов:*

1) Невысокая стоимость холодильных рассолов по сравнению с фреонами (использование холодильных рассолов позволяет значительно сэкономить фреон, которого потребовалось бы гораздо больше, если для доставки холода к потребляющим аппаратам использовался непосредственно он).

2) Замерзание части рассола концентрирует оставшуюся часть, препятствуя дальнейшему замерзанию.

3) Высокая теплоёмкость рассола (при необходимости остановки холодильной машины рассол некоторое время способен поддерживать низкую температуру в системе).

4) Безопасность рассолов (нетоксичны, взрыво- и пожаробезопасны).

5) Рассолы безопасны для экологии (если соблюдать правила утилизации).

*Недостатки холодильных рассолов:*

1) Высокая коррозионная активность.

2) Наличие двойного перепада температур: в холодильной машине от фреона к рассолу и в аппарате от рассола к охлаждаемой среде. Это влечёт необходимость создания более глубокого холода в холодильной машине, чем при непосредственном охлаждении фреоном.

3) Высокая вязкость рассолов по сравнению с фреонами.

### 4. Аммиак как хладагент

Аммиак в нормальных условиях – бесцветный газ с резким запахом, под избыточным давлением легко сжижается. До настоящего времени аммиак продолжает оставаться самым распространенным холодильным агентом промышленных холодильных установок.

*Достоинства аммиака как хладагента:*

1) Аммиак может быть использован для подвода холода непосредственно к охлаждаемой среде (в отличие от фреонов).

2) Высокая теплоёмкость жидкого аммиака и низкая вязкость жидкого аммиака

3) Высокий коэффициент теплоотдачи от стенки к аммиаку.

4) Аммиак имеет оптимальные свойства в наиболее важном для холодильной техники температурном интервале от  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

5) Не оказывает корродирующего действия на материал трубопроводов и аппаратов.

6) Экологически безопасен

*Недостатки аммиака как хладагента:*

1) По физиологическому действию на организм относится к группе веществ удушающего и нейротропного действия.

2) Пожаро- и взрывоопасен.

## **5. Фреоны (хладоны)**

*Получение и область применения*

Фреоны (хладоны) – техническое название группы насыщенных алифатических фторсодержащих углеводородов, применяемых в качестве хладагентов. Известно более 40 различных фреонов. Наиболее широко в качестве хладагентов применяют R12 (дифтордихлорметан) и R22 (хлордифторметан).

*Достоинства фреонов:*

1) Благодаря своему многообразию фреоны обеспечивают охлаждение в широком температурном интервале от  $-120\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

2) Высокие объёмные холодопроизводительности значительной части фреонов (не уступающие аммиаку).

3) Фреоны химически инертны, не оказывает корродирующего действия на материал трубопроводов и аппаратов.

4) Фреоны не токсичны и безопасны для человека.

5) Фреоны пожаро- и взрывобезопасны.

6) Фреоны, являясь хорошими растворителями, смывают загрязнения с внутренних поверхностей трубопроводов и аппаратов.

*Недостатки фреонов:*

1) Пары фреонов, попадая в атмосферу, способствуют разрушению озонового слоя в атмосфере Земли.

2) При нагревании выше  $250\text{ }^{\circ}\text{C}$  или под действием открытого пламени образуют ядовитые вещества, в том числе фосген.

3) Более высокая стоимость фреонов по сравнению с аммиаком.

## ЛЕКЦИЯ №16

### ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ

Теплообменные аппараты в зависимости способа передачи теплоты подразделяют на поверхностные, смесительные (контактные), регенеративные (Рис.16.1).

*Поверхностные теплообменники* представляют собой наиболее значительную группу аппаратов, используемых в химической технологии. В таких аппаратах теплоносители разделены стенкой, через которую теплота передаётся за счёт теплопроводности материала стенки. Главной характеристикой таких аппаратов является площадь поверхности стенки, поскольку именно от её размера зависит количество теплоты, передаваемое в аппарате от одного теплоносителя к другому. Форма поверхности стенки может быть трубчатой, плоской или иной.

В *смесительных (контактных) теплообменниках* теплообмен происходит при непосредственном соприкосновении теплоносителей. В *регенеративных теплообменниках* процесс переноса тепла от горячего теплоносителя к холодному происходит на насадке, которая нагревается горячим теплоносителем, а затем сама нагревает холодный теплоноситель.

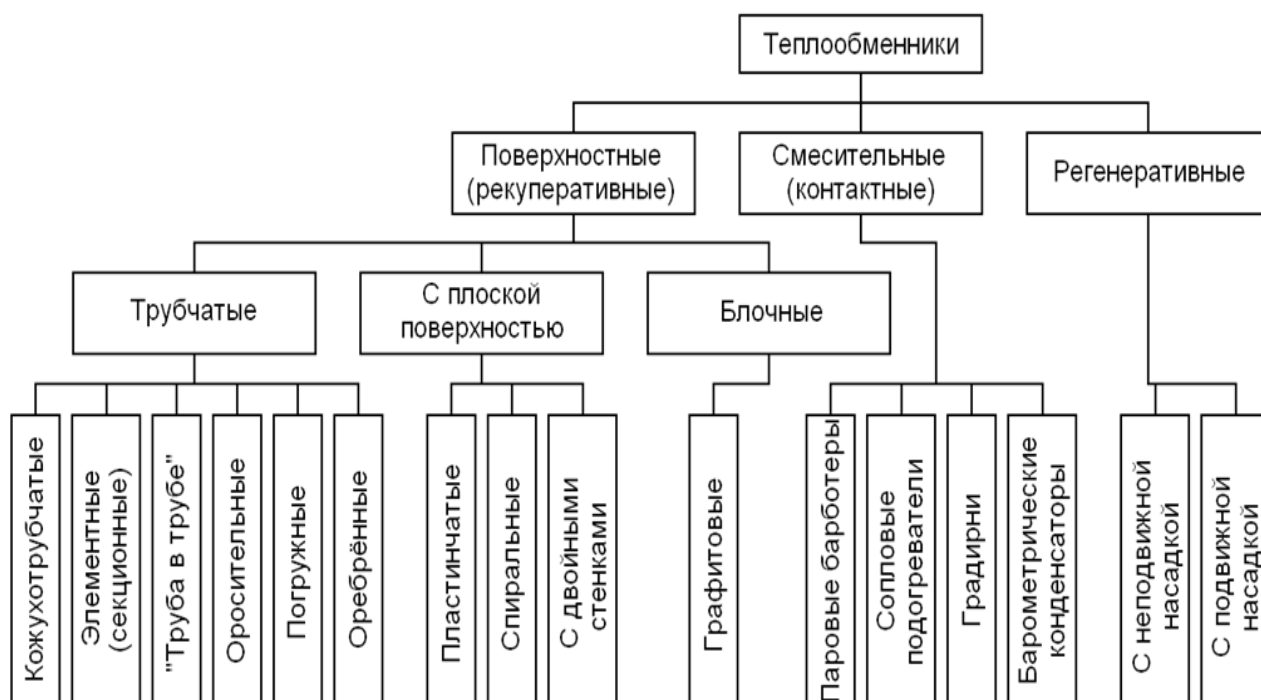


Рис.16.1. Классификация теплообменных аппаратов

По назначению поверхностные теплообменные аппараты подразделяют на следующие типы:

*холодильники* – для охлаждения жидких или газовых сред;

*подогреватели* – для нагрева жидких или газовых сред жидким теплоносителем или конденсирующимся паром;

*конденсаторы* – для конденсации паров при охлаждении водой или другим хладагентом;

*испарители* – для испарения жидкостей при обогреве паром или жидким высокотемпературным теплоносителем.

### **Кожухотрубчатые теплообменники**

#### *Устройство и принцип работы вертикального одноходового кожухотрубчатого теплообменника*

Холодный теплоноситель II через штуцер на днище 1 (Рис.16.2) поступает во входную камеру, образованную днищем и нижней трубной решёткой 2. Во входной камере поток теплоносителя распределяется по трубам 3, движется вверх, попадая в верхнюю камеру, образованную крышкой 4 и верхней трубной решёткой 5, и покидает аппарат через штуцер на крышке. Горячий теплоноситель I поступает в межтрубное пространство 6 и движется сверху вниз, обтекая трубы. В межтрубном пространстве установлены сегментные перегородки 7, способствующие турбулизации течения теплоносителя.

Такое движение теплоносителей (нагреваемый – снизу вверх, а охлаждаемый – сверху вниз) способствует более эффективному переносу теплоты, так как направление естественной конвекции из-за разности температур совпадает с направлением вынужденной конвекции.

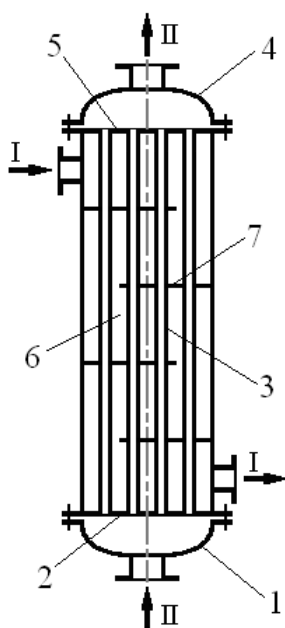


Рис.16.2. Кожухотрубчатый одноходовой теплообменник: 1 – днище; 2 – нижняя трубная решётка; 3 – трубы; 4 – крышка; 5 – верхняя трубная решётка; 6 – межтрубное пространство; 7 – сегментные перегородки; I, II – теплоносители

### Размещение и способы крепления труб в трубных решётках

Наиболее распространённый способ размещения труб в трубных решётках – по вершинам равносторонних треугольников (рис.16.3, а). Применяются и другие способы размещения труб (рис.16.3, б, в). Способ размещения должен обеспечить максимальную компактность аппарата, высокое значение коэффициента теплоотдачи, низкое гидравлическое сопротивление и возможность очистки межтрубного пространства.

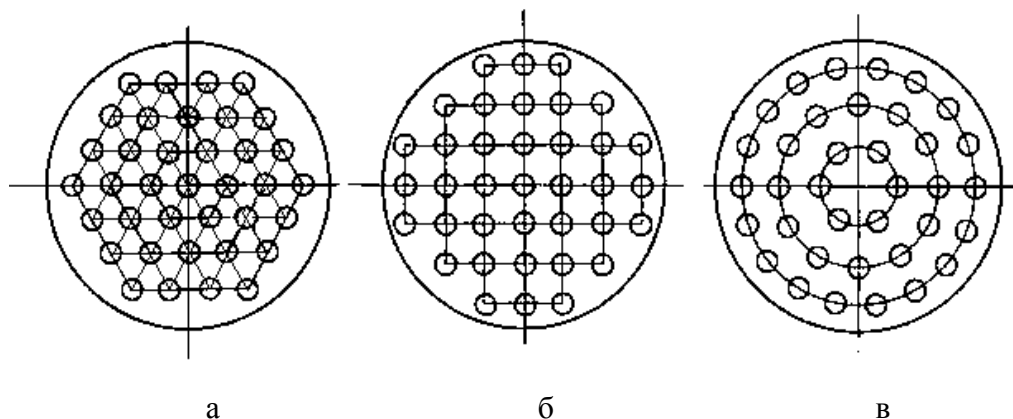


Рис. 16.3. Способы размещения труб в трубных решётках:

а – по вершинам равносторонних треугольников; б – по вершинам квадратов; в – по концентрическим окружностям

Для обеспечения герметизации теплообменников и предотвращения смешения теплоносителей разработаны различные способы крепления труб в трубных решётках (рис.16.4). Чаще всего трубы закрепляют при помощи развальцовки, это наиболее удобный и распространённый метод. Если материал труб не поддается развальцовке, или при большом давлении теплоносителя - используют сварку. Применение сальниковых уплотнений дорого, сложно и недостаточно надёжно, хотя значительно упрощает разбор теплообменника для его очистки. Кроме того, крепление труб с помощью сальникового уплотнения является одним из способов компенсации температурных деформаций теплообменника.

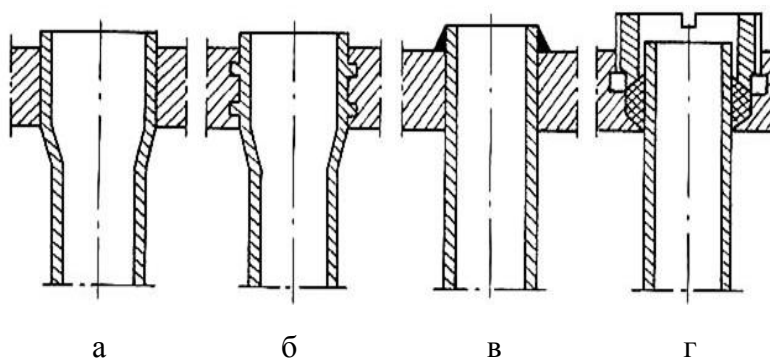


Рис.16.4. Крепление труб в трубных решетках:

а – развальцовка; б – развальцовка с канавками; в – сварка; г – сальниковые уплотнения



### Многоходовые кожухотрубчатые теплообменники

Теплоноситель, поступающий в трубное пространство одноходового теплообменника, распределяется по всем трубам равномерно. Однако, в случае относительно небольших расходов теплоносителя, это приводит к малой скорости теплоносителя в трубах и, как следствие, к низкому значению коэффициента теплоотдачи в трубном пространстве.

Для интенсификации теплоотдачи в трубном пространстве необходимо увеличить скорость теплоносителя в нём. Для этого теплоноситель распределяют не по всем трубам, а направляют его таким образом, чтобы он последовательно поступал только в первую часть труб, затем в вторую часть и т.д. При этом площадь сечения потока, поступающего в часть труб меньше, чем в исходном варианте одноходового теплообменника, следовательно, скорость теплоносителя возрастает. Такие теплообменники называют *многоходовыми* по трубному пространству (рис.16.5).

В многоходовом по трубному пространству кожухотрубчатом теплообменнике с помощью поперечных перегородок 2, установленных в крышке и днище теплообменника, пучок труб разделён на секции или ходы, по которым последовательно движется теплоноситель. Очевидно, что в таких теплообменниках скорость движения теплоносителя по трубам, при неизменном его расходе, увеличивается кратно числу ходов.

Для увеличения скорости, турбулизации потока, повышения коэффициента теплоотдачи в межтрубном пространстве кожухотрубчатого теплообменника применяют сегментные перегородки. Применение сегментных перегородок эффективно только для теплоносителей, которые нагреваются или охлаждаются, т.е. не изменяющих фазового состояния.

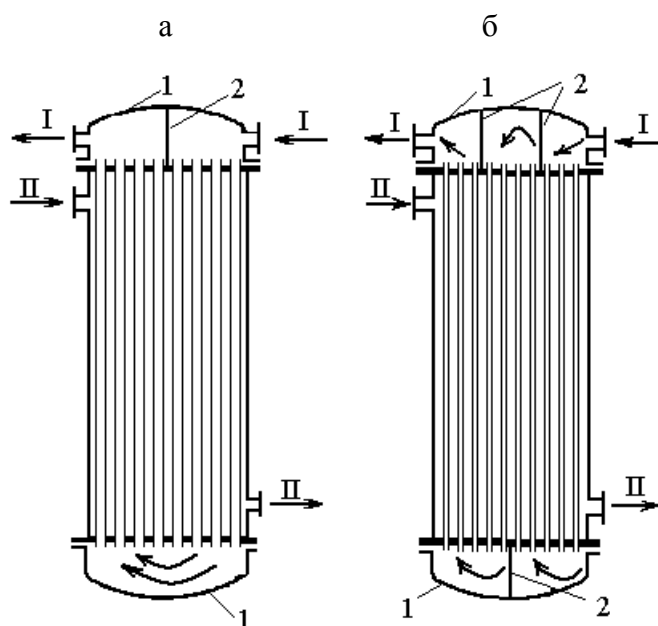


Рис.16.5. Схема многоходовых (по трубному пространству) кожухотрубчатых теплообменников:  
а – двухходовой, б – четырёхходовой;  
1 – крышки и днища, 2 – перегородки;  
I, II – теплоносители

Увеличение скорости движения теплоносителей в трубном и межтрубном пространствах теплообменника влечёт за собой увеличение гидравлического сопротивления, а также снижение движущей силы теплопередачи. Поэтому выбор конструкции кожухотрубчатого теплообменника должен быть сделан на основе техно-экономического анализа.

#### *Устройства для компенсации температурных деформаций*

Кожух теплообменника и его трубы контактируют с разными теплоносителями, температура этих элементов конструкции теплообменника различна. Если разница температур кожуха и труб достаточно велика (более 50 К), то кожух и трубы удлиняются существенно неодинаково, что влечёт за собой значительные механические напряжения в трубных решётках, и может привести к нарушению плотности соединения труб с трубными решётками. Поэтому при значительных разницах температур кожуха и труб и большой длине труб теплообменника применяют теплообменники нежёсткой конструкции (Рис.16.6).

При небольших температурных деформациях (не более 10–15 мм) и невысоких давлениях в межтрубном пространстве (не более 0,5 МПа) в качестве устройства для компенсации температурных деформаций может быть использован *линзовый компенсатор* - гибкая складка на кожухе теплообменника. Линзовый компенсатор прост, дешев, однако он значительно снижает прочность кожуха.

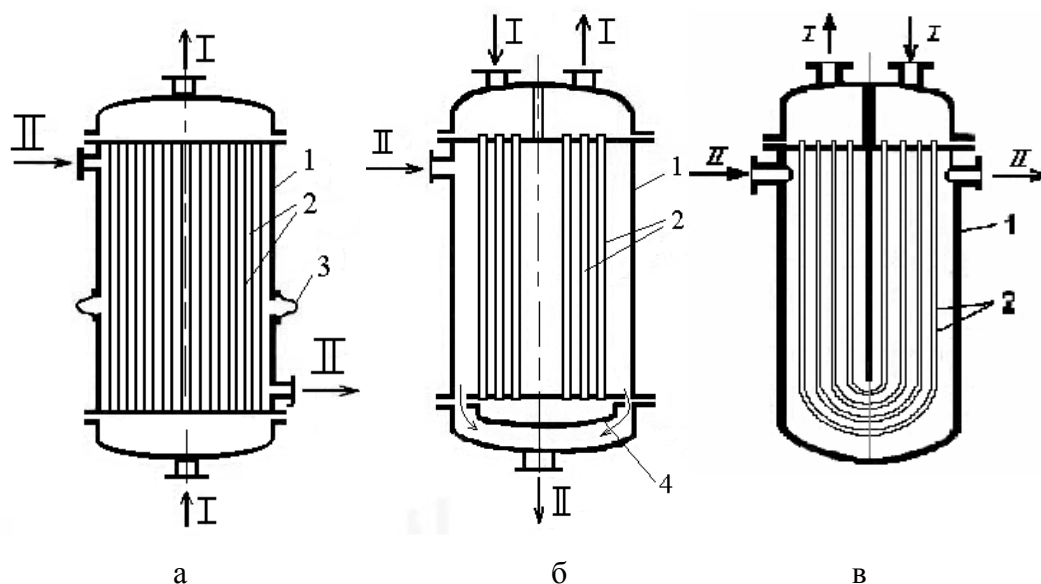


Рис.16.6. Кожухотрубчатые теплообменники с устройствами для компенсации температурных деформаций: а – теплообменник с линзовым компенсатором; б – теплообменник с U-образными трубами; в – теплообменник с плавающей головкой; 1 – кожух; 2 – трубы; 3 – линзовый компенсатор; 4 – плавающая головка; I, II – теплоносители

В теплообменнике с *U-образными трубами* нет нижней решетки, трубы могут удлиняться или сокращаться независимо от кожуха. Такие аппараты не имеют ограничений по температурным деформациям и давлению в межтрубном пространстве, как аппараты с линзовым компенсатором. Однако в таких аппаратах усложняется монтаж труб, затруднена очистка их внутренней поверхности.

В теплообменнике с *плавающей головкой* нижняя трубная решётка не связана с кожухом и снабжена отдельной крышкой. Обладает теми же достоинствами, что и аппарат с *U-образными трубами*, к тому же, он лишён недостатков, связанных с проблемой монтажа труб и механической очистки их внутренних поверхностей. Однако стоимость таких аппаратов несколько выше, чем теплообменников с другими способами компенсаций температурных деформаций.

*Достоинства кожухотрубчатых теплообменников:*

- 1) Большая площадь поверхности теплопередачи при относительно компактных размерах кожухотрубчатого теплообменника.
- 2) Простота изготовления.
- 3) Расход материала на изготовление сравнительно невелик.
- 3) Надёжны в работе.
- 4) Способны работать под большими давлениями.

*Недостатки кожухотрубчатых теплообменников:*

- 1) Не способны эффективно работать при низких расходах теплоносителей.
- 2) Трудности изготовления из материала, не допускающего развальцовки и сварки.
- 3) Трудности при осмотре, чистке и ремонте.

## Пластинчатые теплообменники

### *Устройство и принцип работы*

Пластинчатые теплообменники относятся к подклассу теплообменников с плоской поверхностью теплопередачи, образованной гофрированными параллельными пластинами. (рис.16.7). Пластины развернуты одна относительно другой на 180°, собраны в пакет и закреплены в раме. При этом образуется система узких волнистых каналов (рис.16.8) шириной 3÷6 мм, по которым и протекают теплоносители. Такая установка пластин обеспечивает чередование горячих и холодных каналов. В процессе теплообмена жидкости движутся навстречу друг другу (в противотоке). Двойное резиновое уплотнение практически исключает смешение и потерю теплоносителей.

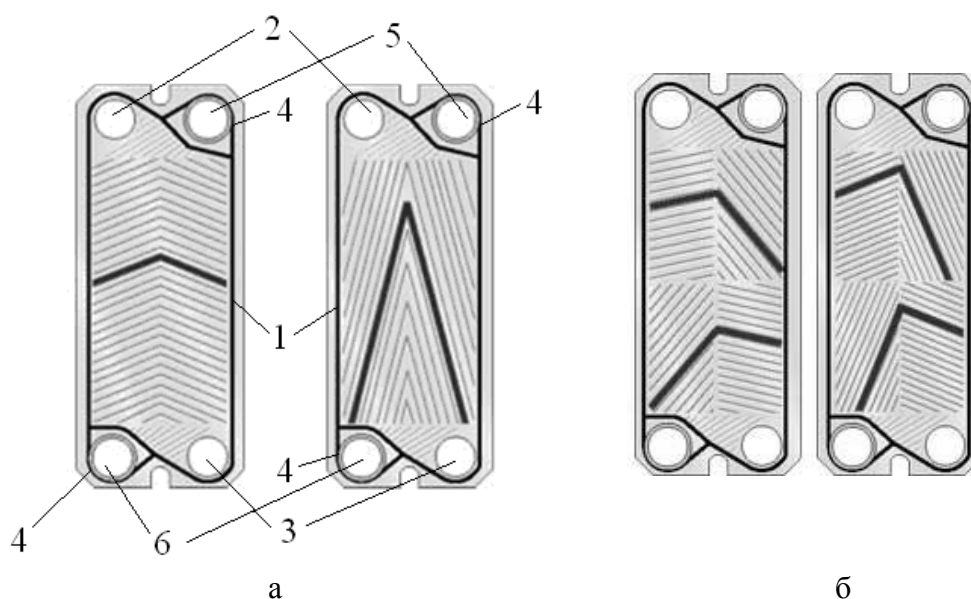


Рис.16.7. Гофрированные пластины пластинчатых теплообменников:

а – обычные (симметричные) пластины; б – пластины с рисунком «ассиметричная ёлочка»; 1 – прокладка, ограничивающая пространство первого теплоносителя; 2, 3 – отверстия для входа и выхода первого теплоносителя; 4 – прокладка, ограничивающая пространство второго теплоносителя; 5, 6 – отверстия для прохода второго теплоносителя



Рис.16.8. Характер движения потока жидкости в канале, образованном двумя соседними гофрированными пластинами

Разборный пластинчатый теплообменник (рис.16.9) представляет собой пакет гофрированных пластин, зажатый в специальном станке, подобном тому, что используется для рамного фильтр-пресса. Сжатие пакета пластин в станке, состоящем из подвижной плиты 8 и неподвижной плиты, направляющих стержней 7 и 13, стойки 9 и стяжного винтового устройства 10, обеспечивает плотное прилегание прокладок между пластинами 6. Теплоноситель I поступает через штуцер 12 и движется по проходу 15, образованному отверстиями в пластинах. Продвигаясь по проходу, теплоноситель I распределяется по нечётным каналам (считая слева направо), образованным гофрированными пластинами 6. Отработанный теплоноситель I собирается в проход 4, и по нему направляется к выходному штуцеру 2. Теплоноситель II, поступающий через штуцер 1 и двигаясь по проходу 5, распределяется по чётным каналам. Отработанный теплоноситель II собирается в проход 14 и по нему направляется к выходному штуцеру 11.

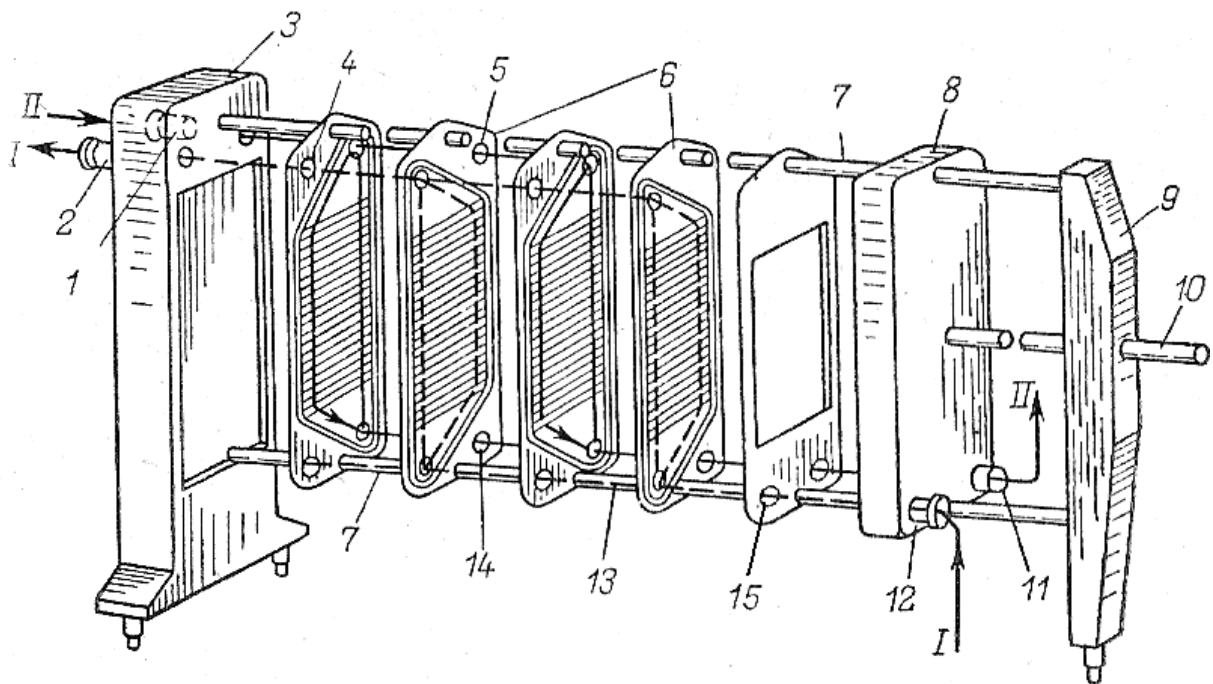


Рис.16. 9. Разборный пластинчатый теплообменник типа «фильтр-пресс»:

1 – штуцер ввода теплоносителя II; 2 – штуцер вывода теплоносителя I; 3 – неподвижная плита; 4 – проход для движения отработанного теплоносителя I; 5 – проход для движения свежего теплоносителя II; 6 – гофрированные пластины; 7 – верхний направляющий стержень; 8 – подвижная плита; 9 – неподвижная стойка; 10 – стяжное винтовое устройство; 11 – проход для движения отработанного теплоносителя II; 12 – штуцер ввода теплоносителя I; 13 – нижний направляющий стержень; 14 – проход для движения отработанного теплоносителя II; 15 – проход для движения свежего теплоносителя I

Разборные пластинчатые теплообменники достаточно просты в изготовлении, их легко разбирать для чистки и ремонта. Однако герметизация пластин представляет серьёзную проблему, поэтому они не могут работать при высоких давлениях. Эта проблема практически исчезает в сварных или паяных пластинчатых теплообменниках, однако последние являются неразборными, они подлежат замене при загрязнении пластин, что удорожает процесс теплообмена. Применяют также полуразборные пластинчатые теплообменники, где пластины сварены попарно.

Одно из существенных преимуществ пластинчатых теплообменников заключается в возможности различных схем пакетной компоновки пластин. Пакетом в данном случае названа группа пластин, образующих систему параллельных каналов, в которых данный теплоноситель движется только в одном направлении (сверху вниз или наоборот). Пакет по существу аналогичен одному ходу по трубам в многоходовых кожухотрубчатых теплообменниках. При заданном расходе теплоносителя увеличение числа пакетов приводит к увеличению скорости теплоносителя, что интенсифицирует теплоотдачу, но увеличивает гидравлическое сопротивление.

*Достоинства пластинчатых теплообменников:*

1) Пластинчатые теплообменники компактны (в 4÷8 раз меньше по габаритным размерам равных по площади поверхности теплопередачи кожухотрубчатых теплообменников).

2) Пластинчатые теплообменники обеспечивают высокий коэффициент теплопередачи 3000÷4000 Вт/(м<sup>2</sup>·К) (что более чем в 3 раза выше, чем в кожухотрубчатых), благодаря высокой скорости теплоносителей в каналах (1÷3 м/с), при сравнительно невысоких для таких скоростей гидравлических сопротивлениях.

3) Разборные пластинчатые теплообменники удобны для обслуживания, чистки и ремонта.

4) Имеется возможность различных схем компоновки пластин, что позволяет подобрать оптимальный режим работы при заданных расходах теплоносителей.

*Недостатки пластинчатых теплообменников:*

1) Невозможность работы при высоких давлениях из-за недостаточной герметичности прокладок у разборных пластинчатых теплообменников и опасности деформации пластин у сварных (разборные теплообменники работают при давлениях до 1 МПа, сварные – до 4 МПа).

2) Проблема обслуживания сварных пластинчатых теплообменников – чистка и ремонт затруднены.

## Двухтрубные теплообменники

### *Устройство и принцип работы*

Двухтрубные теплообменники, применяемые при небольших тепловых нагрузках, когда требуемая поверхность теплообмена не превышает  $30 \text{ м}^2$ , часто называют теплообменниками типа «труба в трубе». Они представляют собой набор последовательно соединённых элементов, состоящих из двух концентрически расположенных труб (рис.16.10). Один теплоноситель I движется по внутренним трубам 1, другой теплоноситель II – по кольцевому зазору, образованному внешними и внутренними трубами 2. Внутренние трубы соединяются с помощью калачей 3, а наружные - с помощью соединительных патрубков 4.

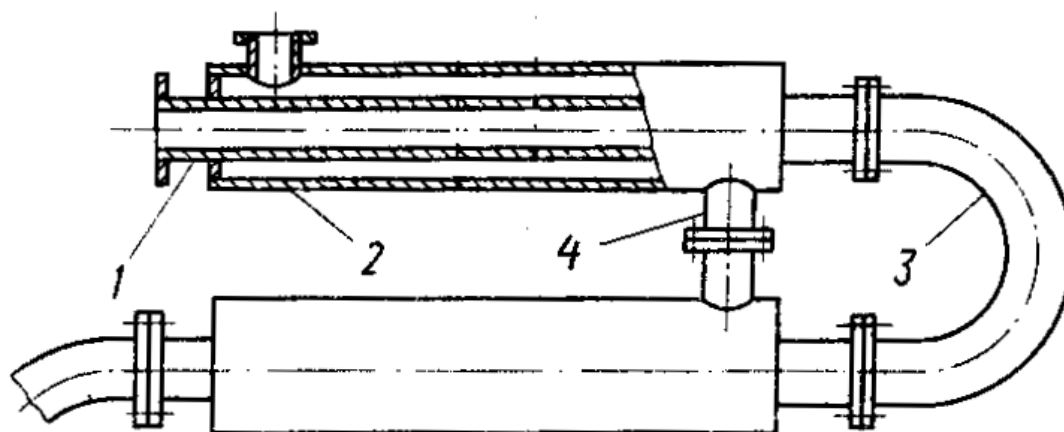


Рис.16.10. Неразборный однопоточный теплообменник типа «труба в трубе»:

1 – внутренняя труба; 2 – внешняя труба; 3 – соединительное колено (калач); 4 – соединительный патрубок

### *Достоинства двухтрубных теплообменников:*

- 1) Высокие коэффициенты теплоотдачи благодаря высоким скоростям движения теплоносителей.
- 2) Возможность работы при небольших расходах теплоносителей.
- 3) Возможность работы при высоких давлениях.

### *Недостатки двухтрубчатых теплообменников:*

- 1) Относительно небольшие площади поверхности теплопередачи при значительных габаритных размерах теплообменника.
- 2) Большой расход материала на изготовление.
- 3) В неразборных двухтрубных теплообменниках затруднена чистка.

## Оросительные теплообменники

### *Устройство и принцип работы*

Оросительные теплообменники применяют главным образом в качестве холодильников для жидкостей и газов или как конденсаторы паров. Оросительный теплообменник представляет собой змеевик (рис.16.11), по которому протекает охлаждаемый теплоноситель. Снаружи трубы орошаются водой, которую подают в распределитель - желоб 3. Вода, последовательно перетекая по наружным поверхностям труб змеевика, частично испаряется. Неиспарившаяся вода поступает в корыто 4. За счёт испарения части воды процесс теплообмена идёт интенсивнее, а расход воды на охлаждение в оросительных теплообменниках ниже, чем в холодильниках других типов. Однако при этом происходит необратимая потеря испарившейся воды, а также увлажнение окружающего воздуха. Поэтому оросительные теплообменники чаще устанавливают на открытом воздухе, а при установке в помещениях снабжают кожухом и подключают к системе вытяжной вентиляции.

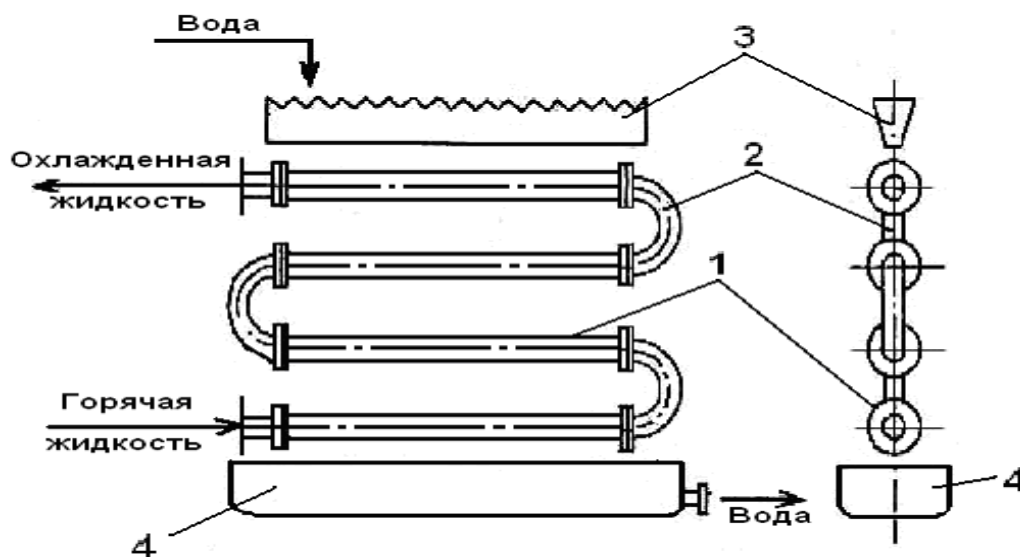


Рис.16.11. Оросительный холодильник:

1 – трубы; 2 – соединительные колена (калачи); 3 – желоб для распределения охлаждающей воды; 4 – корыто для сбора воды

### *Достоинства оросительных теплообменников:*

- 1) Простота изготовления и низкая стоимость.
- 2) Лёгкость чистки наружных стенок труб.
- 3) Интенсификация теплообмена за счёт частичного испарения воды.
- 4) Меньший расход охлаждающей воды



*Недостатки оросительных теплообменников:*

- 1) Безвозвратная потеря испарившейся воды и увлажнение воздуха.
- 2) Громоздкость оросительных теплообменников (особенно снабжённых кожухами для работы внутри помещений).
- 3) Неравномерность смачивания труб (нижние ряды могут слабо смачиваться и практически не участвовать в теплообмене).

### **Погружные теплообменники**

*Устройство и принцип работы*

Погружные теплообменники (рис.16.12) представляют собой змеевик 2, помещённый в сосуд 1 с жидким теплоносителем I. Другой теплоноситель II движется внутри змеевика. Скорость движения теплоносителя I в сосуде аппарата мала вследствие большой площади сечения аппарата, что обуславливает низкие значения коэффициента теплоотдачи между наружной поверхностью змеевика и теплоносителем I. Иногда для увеличения этого коэффициента теплоотдачи увеличивают скорость циркуляции теплоносителя в аппарате путём установки направляющего стакана 3, который упорядочивает движение теплоносителя, заставляя его направленно обтекать змеевик. При этом жидкость движется либо за счёт естественной конвекции, либо принудительно под действием мешалки 4. Зачастую погружной змеевик крепят к крышке аппарата, что позволяет при чистке и ремонте извлекать его из аппарата вместе со снятой крышкой.

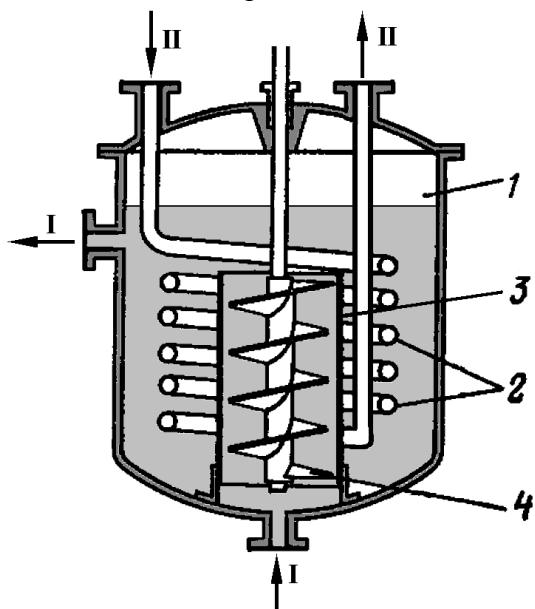


Рис.16.12. Теплообменный аппарат с погружным змеевиком:

- 1 – сосуд аппарата; 2 – змеевик; 3 – стакан;  
4 – мешалка; I, II – теплоносители

*Достоинства погружных теплообменников:*

- 1) Простота устройства и низкая стоимость изготовления.
- 2) Доступность наружной поверхности для чистки.

- 3) Возможность работы при больших давлениях внутри змеевика.
- 4) Высокий коэффициент теплоотдачи внутри змеевика за счёт высокой скорости теплоносителя в змеевике.

*Недостатки погружных теплообменников:*

- 1) Небольшая поверхность теплопередачи (менее  $15 \text{ м}^2$ ).
- 2) Недоступность внутренней поверхности змеевика для чистки.
- 3) Низкий коэффициент теплоотдачи со стороны наружной поверхности змеевика.

### **Оребрённые теплообменники**

*Устройство и принцип работы*

Оребренные теплообменники используются в таких процессах теплообмена, в которых коэффициенты теплоотдачи теплоносителей резко различаются по величине. Увеличение поверхности теплообмена с помощью оребрения труб со стороны теплоносителя с низким коэффициентом теплоотдачи позволяет существенно повысить тепловую нагрузку теплообменника. Этот принцип используют при нагреве и охлаждении газов и сильновязких жидкостей.

Очевидно, что материал, из которого изготавливают ребристые трубы, должен иметь большой коэффициент теплопроводности. Для снижения гидравлического сопротивления поверхность рёбер должна быть параллельна направлению движения потока теплоносителя. Форма рёбер может быть различной. Наиболее часто используют рёбра прямоугольного (рис.16.13, а) и трапециевидного (рис.16.13, б) сечения.

Конструкции оребренных теплообменников весьма разнообразны.

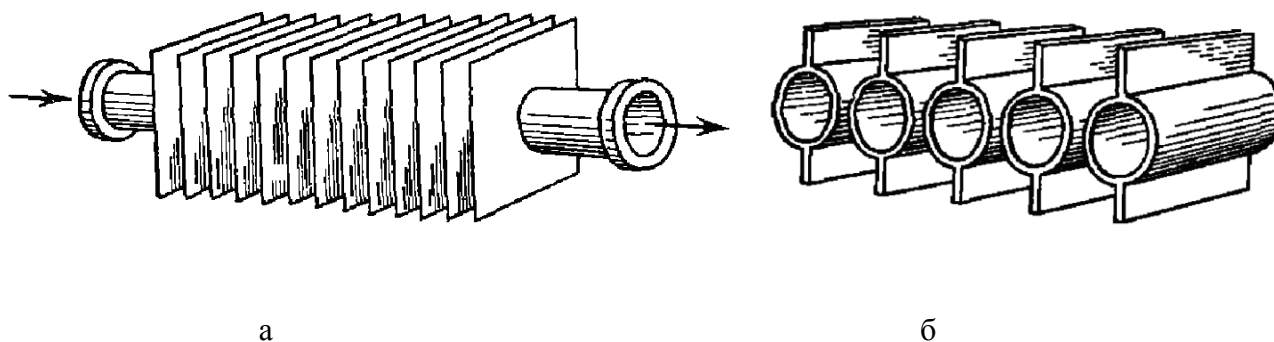


Рис.16.13. Оребрение труб поперечное (а) и продольное «плавниковое» (б)

На рис.16.14 представлен широко распространённый теплообменник для нагрева воздуха – пластинчатый калорифер. Соприкасаясь с пластинами теплообменника, воздух нагревается, его плотность уменьшается, и он за счет естественной конвекции поднимается вверх, а на его место приходит новая порция холодного воздуха. По такому принципу работают бытовые системы отопления, которые также являются оребрёнными воздушными калориферами. Однако принудительная циркуляция воздуха существенно улучшает теплоотдачу. С этой целью пластинчатый калорифер помещают в корпус, а подачу воздуха осуществляют с помощью вентиляторов и воздуходувок.

Теплообменники воздушного охлаждения получают все более широкое применение. Это объясняется гораздо меньшей стоимостью воздуха как хладагента, по сравнению с водой.

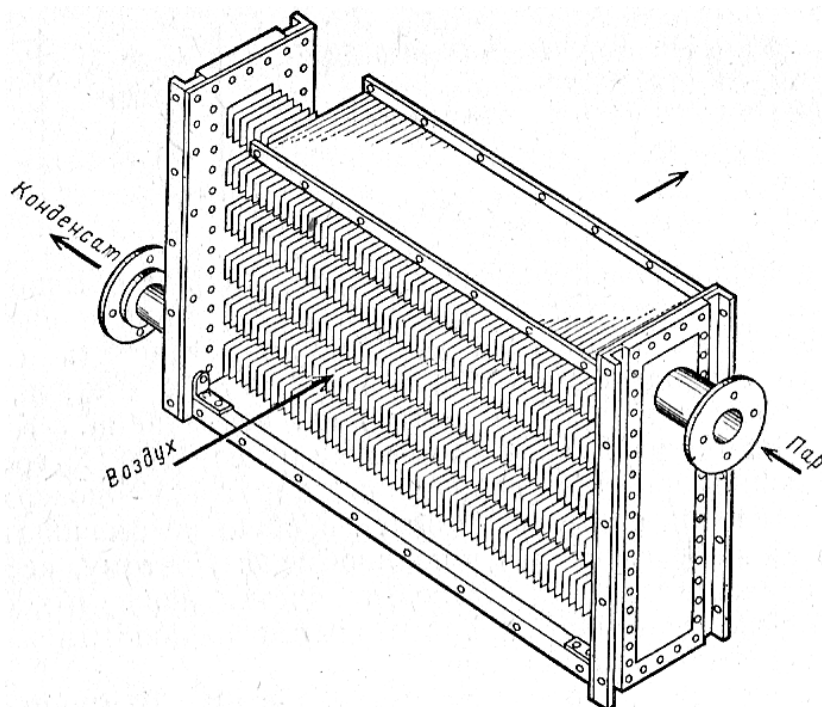


Рис.16.14. Пластинчатый калорифер для нагрева воздуха

*Достоинства оребрённых теплообменников:*

- 1) Возможность работы со сложными (с точки зрения теплообмена) теплоносителями – воздухом и высоковязкими жидкостями.
- 2) Большая поверхность теплоотдачи со стороны сложного (с точки зрения теплообмена) теплоносителя при высокой компактности теплообменного аппарата.

3) Возможность использования в качестве хладагента воздуха, что экономически выгодно, поскольку позволяет сэкономить на более дорогой, чем воздух, водооборотной воде.

#### *Недостатки оребренных теплообменников:*

1) Для изготовления пластин-ребрений требуется материал с высокой теплопроводностью (сталь подходит не всегда, зачастую используется алюминий или медь).

2) Теплообменники воздушного охлаждения всё же существенно более громоздки, чем теплообменники для охлаждения водой.

### **Спиральные теплообменники**

#### *Устройство и принцип работы*

В спиральных теплообменниках (рис.16.15) поверхность теплообмена образована двумя длинными металлическими листами 1 и 2, свёрнутыми по спирали. Внутренние концы листов приварены к глухой перегородке 3. Между листами образованы два изолированных друг от друга спиральных канала прямоугольного сечения шириной  $2\div 12$  мм. По каналам противотоком движутся теплоносители I и II. Иногда ширину канала фиксируют дистанционной полосой (штифтом), которая обеспечивает одинаковое по всей длине каналов расстояние между листами, а также способствует упрочнению конструкции аппарата в целом. С торцов аппарат закрыт плоскими крышками 4 с уплотняющей прокладкой, изготавливаемой из резины, паронита, асбеста или мягкого металла. Крышки крепят болтами к фланцам 5. Штуцера для ввода и вывода теплоносителей крепятся на крышки и возле наружных концов свёрнутых в спираль листов. Спиральные теплообменники могут быть установлены как вертикально, так и горизонтально.

Спиральные теплообменники бывают разборными и неразборными сварными. Сварные теплообменники дешевле, но они не обладают таким преимуществом, как возможность разборки, из-за чего затруднена их очистка.

#### *Достоинства спиральных теплообменников:*

1) Спиральные теплообменники компактны, обеспечивают большую площадь поверхности теплоотдачи (до  $100 \text{ м}^2$ ) при относительно небольших габаритных размерах.

2) Спиральные теплообменники обеспечивают высокий коэффициент теплопередачи, благодаря высокой скорости теплоносителей в каналах (1÷2 м/с), при сравнительно невысоких для таких скоростей гидравлических сопротивлениях.

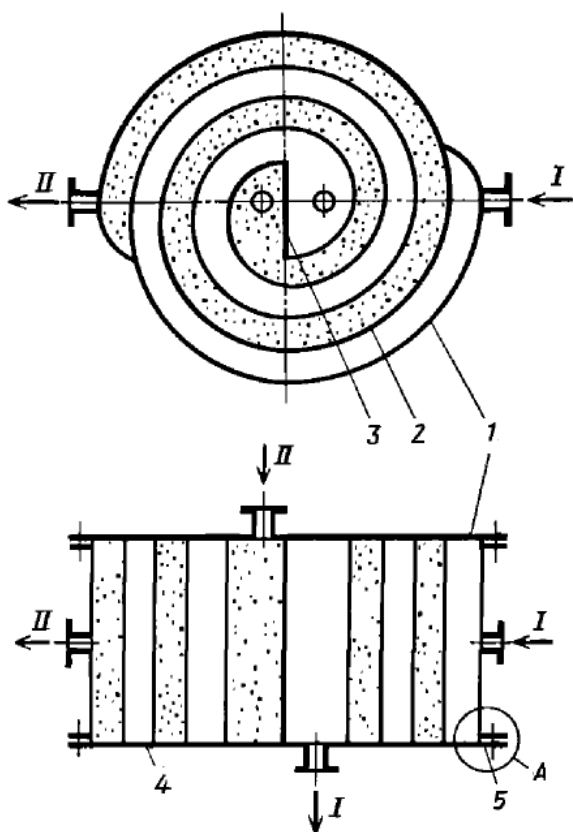


Рис.16.15. Схема устройства вертикального спирального теплообменника:

1, 2 – металлические листы;  
3 – пластина-перегородка; 4 – крышки; 5 – фланцы; I, II – теплоносители

в:

1) Невозможность работы при высоких давлениях (не более 1 МПа) из-за недостаточной герметичности прокладок.

2) Сложны в изготовлении.

### Аппараты с двойными стенками (рубашками)

#### *Устройство и принцип работы*

Теплообменные аппараты с рубашками (рис.16.16) используются в химической технологии как обогреваемые или охлаждаемые сосуды для проведения химических реакций. Как правило, они работают под избыточным давлением и в зависимости от характера технологического процесса носят название автоклавов, нитраторов, полимеризаторов, варочных аппаратов и др.

На рис.16.16 представлен аппарат с греющей рубашкой. Корпус 1 аппарата снабжён с наружной стороны рубашкой 2, в которую сверху подаётся пар. К корпусу рубашку крепят с

помощью сварки или болтами (шпильками). В случае, когда рубашка приварена, её очистка и ремонт затруднены.

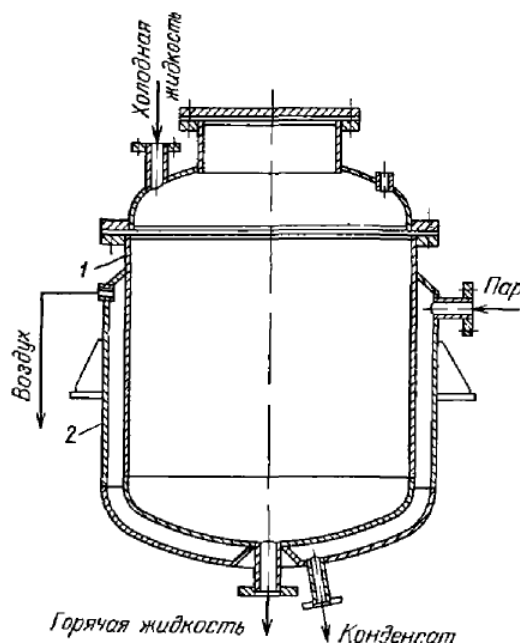


Рис.16.16. Аппарат с греющей рубашкой :  
1 – корпус аппарата; 2 – греющая рубашка

*Достоинства аппаратов с рубашками:*

- 1) Удобство доступа к внутренней поверхности аппарата для её очистки.
- 2) Простота устройства.
- 3) Высокий коэффициент теплоотдачи при использовании пара в качестве теплоносителя

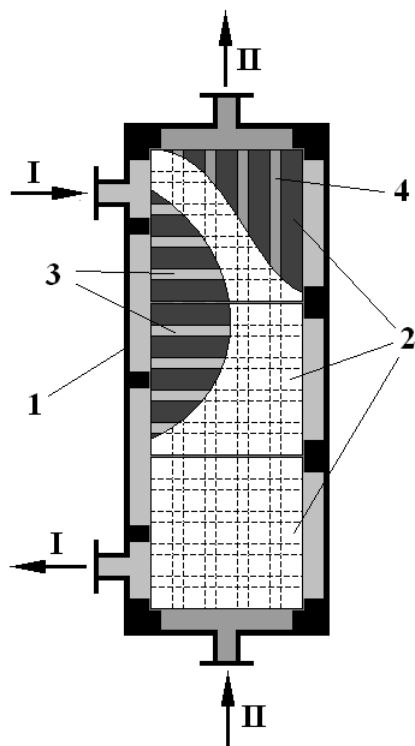
*Недостатки аппаратов с рубашками:*

- 1) Небольшая поверхность теплопередачи (менее  $15 \text{ м}^2$ ).
- 2) Ограниченность давления в рубашке (до 1 МПа) вследствие того, что стенка рубашки может деформироваться под действием высоких давлений.
- 3) Низкий коэффициент теплоотдачи с внутренней стороны корпуса аппарата, для повышения которого используется перемешивание с помощью мешалок или барботажем сжатого воздуха или пара.
- 4) Невысокий коэффициент теплоотдачи в рубашке при использовании жидкого теплоносителя из-за его низких скоростей течения.

## Блочные теплообменники

### Устройство и принцип работы

Основным элементом блочного теплообменника (рис.16.17) является блок 2, имеющий форму параллелепипеда, в котором просверлены вертикальные 4 и горизонтальные 3 сквозные непересекающиеся отверстия. Теплообменный аппарат состоит из одного или нескольких блоков, помещённых в корпус 1. Теплоноситель II, движущийся по



вертикальным каналам-отверстиям, может иметь один или два хода, в зависимости от конструкции крышки и дна. Теплоноситель I, движущийся по горизонтальным каналам-отверстиям, имеет число ходов на единицу большее, чем число блоков в теплообменнике.

Рис.16.17. Схема устройства блочного теплообменника:

1 – корпус аппарата; 2 – блоки; 3 – горизонтальные каналы; 4 – вертикальные каналы; I, II - теплоносители

### Достоинства блочных теплообменников:

1) Химическая стойкость материала теплообменника (чаще всего, графита) позволяет использовать теплообменник для нагрева или охлаждения химически агрессивных жидкостей, когда использование теплообменников из других материалов невозможно.

2) Высокая теплопроводность графита ( $92 \div 116 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ), благодаря которой значительная толщина стенок между каналами не ухудшает теплопередачу.

### Недостатки блочных теплообменников:

1) Блочные теплообменники более громоздки, чем сравнимые по площади поверхности теплопередачи кожухотрубчатые и пластинчатые.

2) Более высокая стоимость блочного теплообменника ограничивает его использование (блочные теплообменники целесообразно использовать только в том случае, если использование других теплообменных аппаратов невозможно из-за химической агрессивности теплоносителей).

## Градирни

### *Устройство и принцип работы*

Одними из самых распространенных смесительных теплообменников являются градирни - устройства для охлаждения большого количества воды направленным потоком атмосферного воздуха. Иногда градирни называют также охладительными башнями (англ. cooling tower).

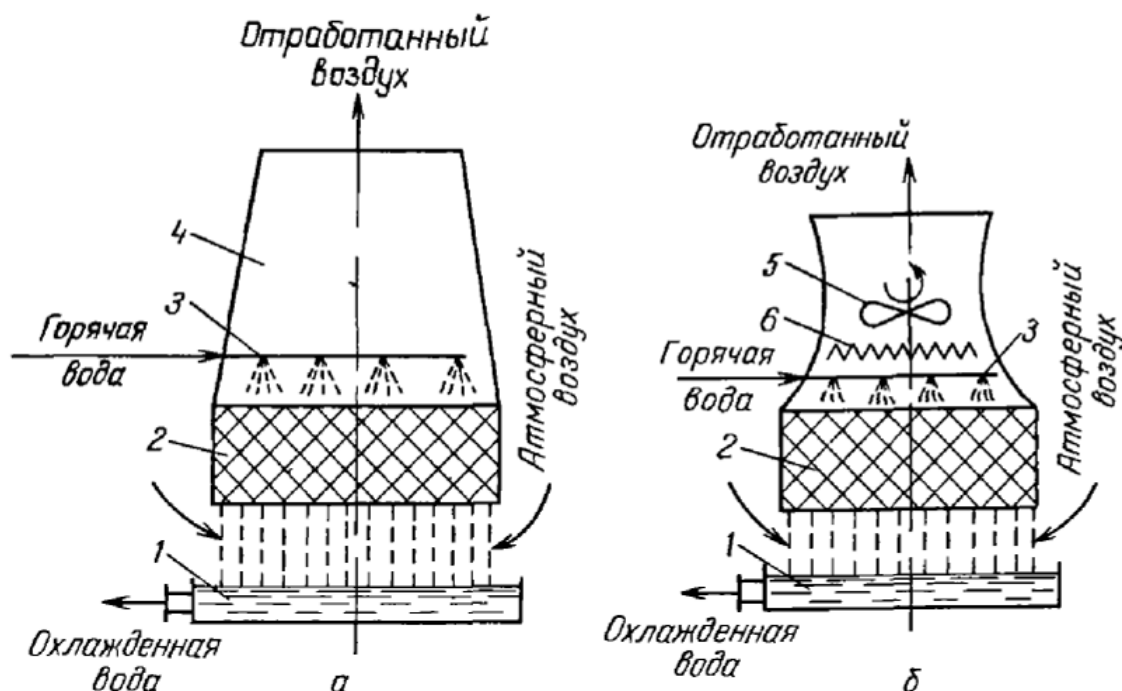


Рис.16.18. Градирни с естественной (а) и принудительной (б) тягой:

1 – поддоны; 2 – слои насадки; 3 – распределители охлаждающей воды; 4 – полая часть градирни для обеспечения естественной тяги; 5 – осевой вентилятор; 6 – брызгоотбойник

Градирни (рис.16.18) представляют собой полые башни, в которых сверху разбрызгивается охлаждаемая вода, а снизу вверх движется воздух. Движение воздуха обеспечивается либо естественной тягой, либо, если размеры градирни недостаточны для возникновения тяги, с помощью вентилятора. Расположенная внутри градирни насадка 2 служит для увеличения поверхности контакта между водой и воздухом. Вода в градирне охлаждается не столько за счёт передачи теплоты более холодному воздуху, сколько за счёт испарительного охлаждения – охлаждения большей части воды за счёт испарения меньшей её части. Так испарение 1 % воды приводит к охлаждению остальной части воды примерно на 5,5 °С.

Наиболее широко градирни используются в водооборотных циклах химических предприятий, где служат для охлаждения отработанной воды, после которого вода может



быть повторно использована как хладагент, что значительно сокращает расходы на водоподготовку.

*Достоинства градирен:*

- 1) Низкая стоимость процесса охлаждения (благодаря тому, что в качестве хладагента выступает воздух).
- 2) Простота конструкции.
- 3) Относительно невысокая стоимость обслуживания.
- 4) Большая производительность по охлаждаемой воде.

*Недостатки градирен:*

- 1) Громоздкость конструкции (особенно у градирен с естественной тягой).
- 2) Невосполнимые потери воды вследствие испарения.
- 3) Небольшая глубина охлаждения (в градирне вода охлаждается не более чем на 15–20 градусов от своей первоначальной температуры).

### **Регенеративные теплообменники**

*Устройство и принцип работы*

Регенеративные теплообменники периодического действия (рис.16.19) обычно состоят из двух аппаратов цилиндрической или прямоугольной формы, корпуса которых заполнены насадкой в виде свёрнутой в спираль гофрированной металлической ленты, кирпича, кусков шамота, листового металла и других материалов. Цикл работы каждого из аппаратов состоит из двух периодов: периода нагрева насадки и периода её охлаждения. В то время как в первом аппарате происходит нагрев насадки путём пропускания через неё горячего теплоносителя, во втором аппарате насадка охлаждается, отдавая теплоту проходящему через неё холодному теплоносителю.

Затем с помощью клапанов происходит переключение аппаратов и в первый аппарат поступает холодный теплоноситель, контактируя с нагретой в предыдущем периоде насадкой, а во второй аппарат – горячий теплоноситель, нагревая остывшую насадку. Таким образом, в целом установка работает непрерывно, благодаря автоматическому переключению потоков.

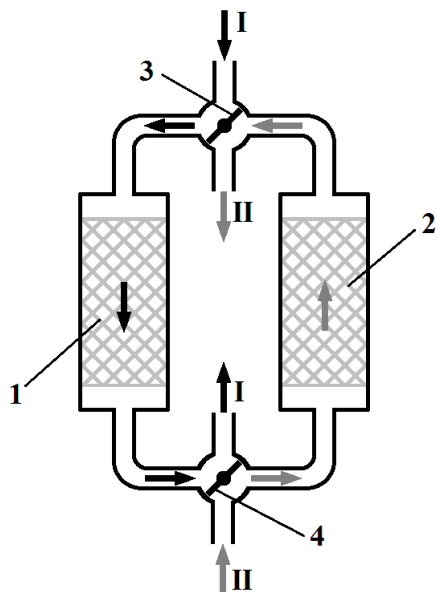


Рис.16.19. Схема устройства регенеративных теплообменников с неподвижной насадкой:

1, 2 – регенеративные теплообменники с насадкой;  
3,4 клапаны; I, II – теплоносители

*Достоинства регенеративных теплообменников:*

- 1) Простота устройства.
- 2) Возможность работы со значительными количествами теплоносителей.
- 3) Относительно невысокая стоимость обслуживания.
- 4) Возможность работы при высоких температурах (например, с дымовыми газами доменных печей).

*Недостатки регенеративных теплообменников:*

- 1) Громоздкость конструкции.
- 2) Необходима значительная разница температур теплоносителей, чтобы движущая сила процесса теплопередачи была достаточной на обеих стадиях процесса.