

Лекция №1

Свод основных определений и соотношений

Колебаниями называются процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости.

Гармонические колебания – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется с течением времени по закону синуса или косинуса.

Уравнение гармонических колебаний:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \alpha)$$

Скорость:

$$V(t) = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \alpha)$$

Ускорение:

$$a(t) = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \alpha)$$

Дифференциальное уравнение свободных механических колебаний без затухания:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

Вид решения этого уравнения:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

Кинетическая энергия: $W_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{mA\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \alpha)$

Потенциальная энергия: $W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \alpha)$

Полная механическая энергия: $W_{полн} = W_k + W_p = \frac{m \cdot \omega_0^2 \cdot A^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$

В процессе колебаний происходит взаимопревращение кинетической и потенциальной энергии, так что полная механическая энергия незатухающих колебаний остается постоянной.

Дифференциальное уравнение свободных электрических колебаний без затухания:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

Вид решения этого уравнения:

$$q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

Напряжение на обкладках конденсатора:

$$U_c = \frac{q(t)}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

Сила тока в цепи

колебательного контура:

$$I(t) = \dot{q} = -q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

Энергия электрических колебаний:

$$W_{эл} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \alpha)$$

$$W_{магн} = \frac{LI^2}{2} = \frac{Lq_0^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \alpha)$$

$$W_{полн} = W_{эл} + W_{магн} = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{Lq_0^2 \omega_0^2}{2} \rightarrow const$$

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

где l - расстояние между осью подвеса и центром масс тела