

## Лекция 4.3

### Соосные поверхности. Построение линии пересечения поверхностей способом концентрических и эксцентрических сфер

Построить линию пересечения двух конических поверхностей вращения (рисунок 81).

В данном случае в качестве вспомогательных поверхностей используются концентрические сферы. Но прежде чем рассмотреть решение этой задачи, остановимся на одном частном случае пересечения поверхностей вращения.

Пусть две такие поверхности имеют общую ось, т.е. являются соосными. В этом случае они будут пересекаться по окружностям, число которых равно числу точек пересечения меридианов поверхностей.

Пусть одна поверхность образуется вращением меридиана  $m(m_2)$ , а другая – вращением меридиана  $n(n_2)$  около общей оси  $i(i_2)$  (рисунок 79). При этом общие точки  $A(A_2)$ ,  $B(B_2)$ ,  $C(C_2)$  меридианов образуют окружности, общие для данных поверхностей, и число таких окружностей равно числу точек пересечения меридианов.

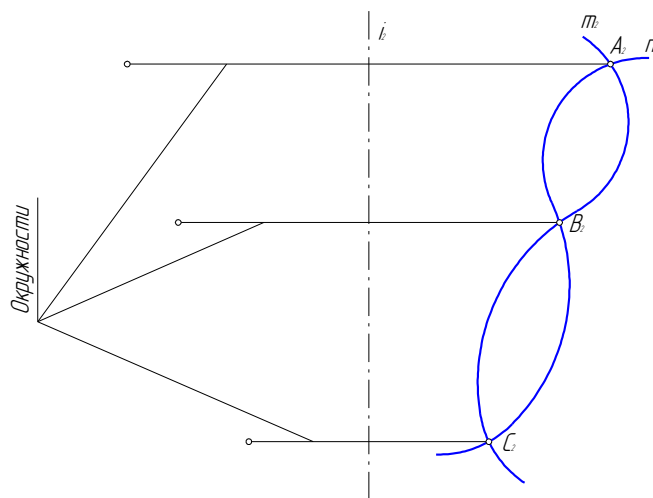


Рисунок 79 – Образование соосных поверхностей вращения

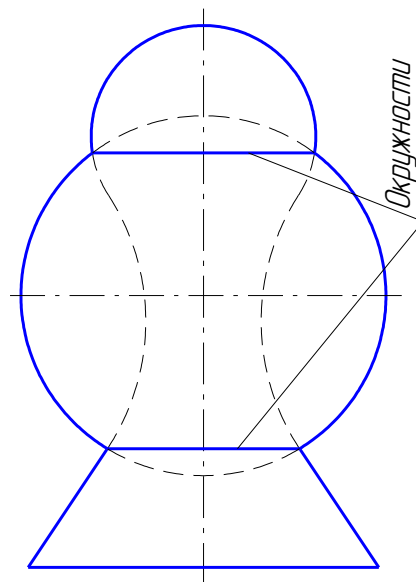


Рисунок 80 – Пересечение соосных поверхностей вращения

Предположим, что некоторая поверхность вращения пересекается со сферой, причём центр сферы находится на оси этой поверхности. При таком условии сфера будет соосной с поверхностью, и в пересечении получается окружность (рисунок 80).

Свойство сферы, имеющей центр на оси поверхности вращения, пересекать поверхность по окружностям является основой способа концентрических сфер.

Способ концентрических сфер применяется при следующих условиях:

- 1) пересекающиеся поверхности являются поверхностями вращения;
- 2) оси поверхностей пересекаются;
- 3) пересекающиеся оси образуют общую плоскость симметрии, параллельную плоскости проекций.

В рассматриваемом примере (рисунок 81) оси вращения данных конусов  $i, l$  пересекаются в точке  $O(O_1, O_2)$  и образуют общую плоскость симметрии  $\Phi(\Phi_1)$ , параллельную фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ .

Вначале определяем опорные точки. Это наивысшая точка  $1$  и наинизшая точка  $2$ , которые расположены в общей плоскости симметрии  $\Phi(\Phi_1)$  и получаются в пересечении главных меридианов данных конусов. Исходя из этого отмечаем фронтальные проекции  $1_2$  и  $2_2$  точек  $1$  и  $2$ . Горизонтальные проекции  $1_1$  и  $2_1$  этих точек отмечаем на линии  $l_1 \equiv \Phi_1$ . К опорным отнесём и точки, полученные при помощи вспомогательной секущей сферы наименьшего радиуса, проведённой из точки  $O_2$ . Для определения этого радиуса нужно из точки  $O_2$  провести две нормали к очерковым линиям поверхностей и выбрать большую из них. Если в качестве радиуса вспомогательной сферы взять меньшую нормаль, то одна из данных поверхностей с такой сферой не пересечётся. В данном примере с помощью сферы наименьшего радиуса построены точки  $A$  и  $A'$ . Эта сфера (на чертеже она изображается окружностью) касается конуса с осью вращения  $i$ , а конус с

осью вращения  $l$  пересекает. И касание, и пересечение осуществляются по окружностям, которые на фронтальной проекции изображаются отрезками. В их пересечении получают точки  $A_2 \equiv A'_2$ .

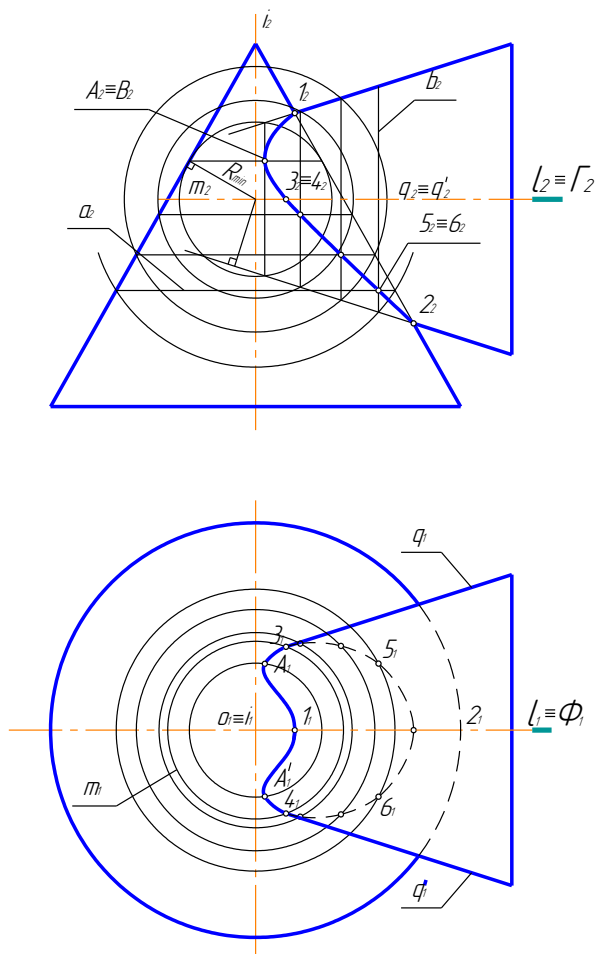


Рисунок 81 – Способ концентрических сфер

Горизонтальные проекции  $A_1, A'_1$  точек  $A$  и  $A'$  построены при помощи окружности-параллели конуса с осью  $i$ , по которой вспомогательная сфера наименьшего радиуса касается этого конуса. Точки  $3$  и  $4$  видимости линии пересечения данных поверхностей на плоскости  $\Pi_1$  также относятся к опорным точкам. Они определяются при помощи плоскости  $\Gamma(\Gamma_2)$ , проведённой через ось вращения  $l$  второго конуса. Эта плоскость пересекает конус с осью  $i$  по окружности  $m(m_2, m_1)$ , а второй конус – по образующим  $q$  и  $q_1$ , которые совпадают с его осью. Горизонтальные проекции  $3_1, 4_1$  точек видимости  $3$  и  $4$  получают в пересечении окружности  $m_1$  с линиями  $q_1$  и  $q'_1$ .

Фронтальные проекции  $3_2 \equiv 4_2$  этих точек определяются на линии  $l_2 \equiv \Gamma_2$ . На плоскости  $\Pi_1$  видимыми являются точки, расположенные на линии пересечения выше плоскости  $\Gamma(\Gamma_2)$ . Это точки  $1, A, A', 3$  и  $4$ . Промежуточные точки линии пересечения определены с помощью сфер, проведённых из центра  $O_2$ , радиусы которых больше радиуса  $R_{min}$  – радиуса наименьшей

сферы, но меньше радиуса наибольшей сферы, которая может быть проведена через наиболее удалённую точку  $2_2$  линии пересечения.

Ввиду того, что точка 2 определяется с помощью общей плоскости симметрии  $\Phi(\Phi_1)$ , нет необходимости использовать сферу наибольшего радиуса. Определение промежуточных точек линии пересечения можно видеть на примере построения точек 5 и 6. Фронтальные проекции  $5_2, 6_2$  этих точек получены в пересечении линий  $a_2$  и  $b_2$ , которыми изображаются фронтальные проекции соответствующих окружностей  $a$  и  $b$  как принадлежащих одной и той же вспомогательной сфере-посреднику, соосной с данными поверхностями. Горизонтальные проекции  $5_1, 6_1$  точек 5 и 6 построены при помощи окружности-параллели  $a$  конуса с осью  $i$ .

Вспомогательные сферы-посредники могут быть и эксцентрическими, т.е. имеющими различные центры. Они применяются при следующих условиях:

- 1) из двух пересекающихся поверхностей одна является поверхностью вращения, а другая имеет семейство круговых сечений;
- 2) оси поверхностей в общем случае не пересекаются;
- 3) поверхности имеют общую плоскость симметрии, параллельную плоскости проекций.