



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

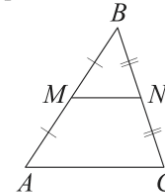
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

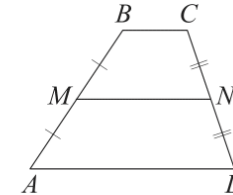
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

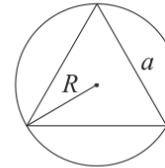


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



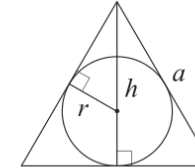
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



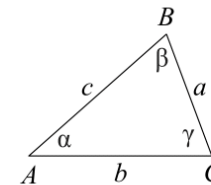
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



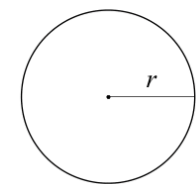
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



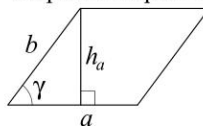
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур

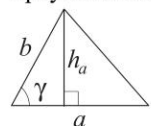
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

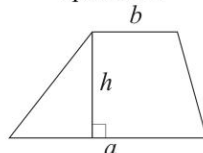
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

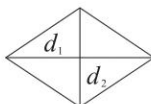
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

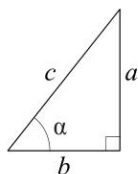
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

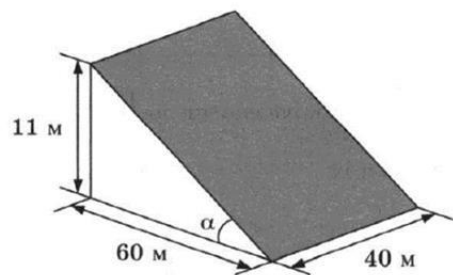
Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы. Земледельческие террасы – это горизонтальные площадки, напоминающие ступени. Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье – для выращивания винограда и оливковых деревьев. Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует тяжелого ручного труда.

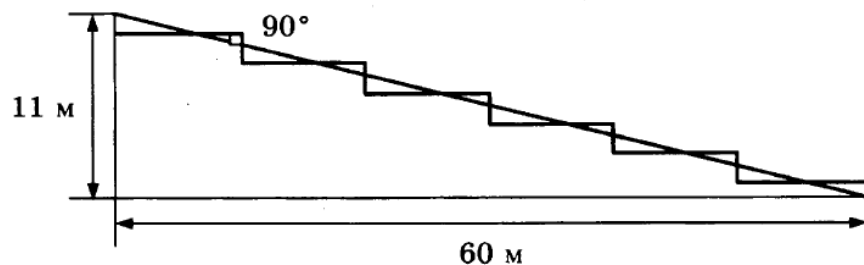


Земледелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка 40 м, а верхняя точка находится на высоте 11 м от подножия.



1 Земледелец на расчищенном склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведённая под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах.

2 Земледелец решил устроить террасы на своём участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать рис, пшено или кукурузу. Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла склона α , умноженный на 100%). Удовлетворяет ли склон холма этим требованиям? Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.



Ответ: _____.

3 На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как земледелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

4 Земледелец получает 750 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 12% массы. Сколько килограммов белого риса получит земледелец со всего своего участка?

Ответ: _____.

5 В таблице дана урожайность культур, которые может засеять земледелец на своём террасированном участке. За год обычно собирают два урожая – летом и осенью. По данным таблицы посчитайте наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засеивать разные культуры.

	Рис	Кукуруза	Пшено
1-й урожай (июнь)	600 г/м ²	650 г/м ²	не выращивают
2-й урожай (сентябрь)	750 г/м ²	не выращивают	550 г/м ²

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{9}{17} - \frac{11}{34}\right) \cdot \frac{17}{2}$$

Ответ: _____.

7 Между какими целыми числами заключено число $\frac{130}{11}$?

- 1) 10 и 11
- 2) 11 и 12
- 3) 12 и 13
- 4) 13 и 14

Ответ:





8 Найдите значение выражения

$$\frac{(b\sqrt{2})^{3\sqrt{2}}}{b^4}$$

при $b = 0,5$.

Ответ: _____.

9 Найдите корень уравнения

$$x - \frac{x}{12} = \frac{55}{12}$$

Ответ: _____.

10 В магазине канцтоваров продаётся 165 ручек: 37 красных, 16 зелёных, 46 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет синей или чёрной.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{1}{2}x - 2$ Б) $y = -\frac{1}{2}x - 2$ В) $y = -\frac{1}{2}x + 2$

ГРАФИКИ

1)

2)

3)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 423,5 Вт, а сила тока равна 5,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -35 + 5x < 0, \\ 6 - 3x > -18. \end{cases}$$

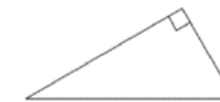
- 1) (7; 8)
- 2) $(-\infty; 7)$
- 3) $(-\infty; 8)$
- 4) $(7; +\infty)$

Ответ:

14 Каждое простейшее одноклеточное животное инфузория-туфелька размножается делением на 2 части. Сколько инфузорий было первоначально, если после пятикратного деления их стало 960?

Ответ: _____.

15 Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 34° . Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.



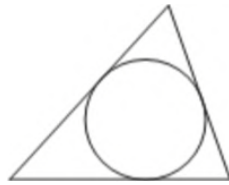
Ответ: _____.

16 Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 16. Найдите высоту этой трапеции.



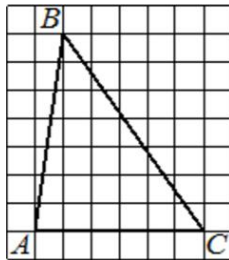
Ответ: _____.

- 17 Периметр треугольника равен 50, одна из сторон равна 20, а радиус вписанной в него окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

$$x^4 = (x - 20)^2.$$

- 21 Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км – со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

- 22 Постройте график функции

$$y = x^2 - |4x + 3|.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

- 23 Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 14$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.

- 24 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.

- 25 Окружности радиусов 25 и 100 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



О проекте «Пробный ОГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ОГЭ 100 баллов» <https://vk.com/oge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-88725006_40825331
(также доступны другие варианты для скачивания)

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	10 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 98 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) 55 учеников набрали 90-100 баллов на ЕГЭ 2021 Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/user/ShkolaPifagora https://www.instagram.com/shkola_pifagora/

Система оценивания экзаменационной работы по математике**Часть 1**

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ	Текстовое решение	Видео решение
1	2440		
2	18,3		
3	1,6		
4	1584		
5	3360		
6	1,75		
7	2		
8	0,25		
9	5		
10	0,4		
11	213		
12	14		
13	2		
14	30		
15	56		
16	32		
17	100		
18	3		
19	1		
20	-5; 4		
21	75		
22	$-1; \frac{9}{16}$		
23	7		
24	■		
25	80		



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^4 = (x - 20)^2$.

$$(x^2)^2 - (x - 20)^2 = 0$$

$$(x^2 - (x - 20)) \cdot (x^2 + x - 20) = 0$$

$$x^2 - x + 20 = 0 \quad x^2 + x - 20 = 0$$

$D < 0$
нет корней

$$D = 81$$

$$x = \frac{-1 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -5$$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: -5; 4.

21 Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км — со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

$v = 60, t = 5 \text{ ч}, S = 300$
 $v = 100, t = 3 \text{ ч}, S = 300$
 $v = 75, t = 4 \text{ ч}, S = 300$

$$V_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{всего}}}{t_{\text{всего}}} = \frac{900}{12} = 75$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 75 км/ч

22 Постройте график функции $y = x^2 - |4x + 3|$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

При $4x + 3 \geq 0 \quad x \geq -\frac{3}{4}$

$$y = x^2 - (4x + 3) = x^2 - 4x - 3$$

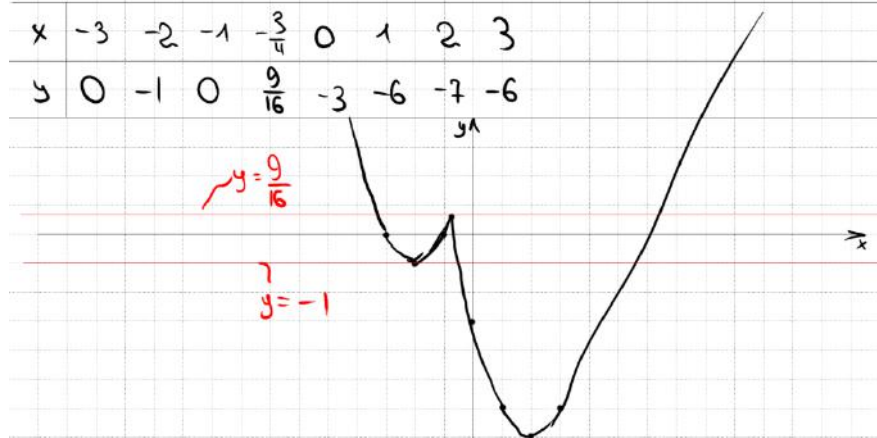
$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2$$

При $4x + 3 < 0 \quad x < -\frac{3}{4}$

$$y = x^2 - (-4x - 3) = x^2 + 4x + 3$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$$

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x - 3 & \text{при } x \geq -\frac{3}{4} \\ x^2 + 4x + 3 & \text{при } x < -\frac{3}{4} \end{cases}$$



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: -1; 9/16

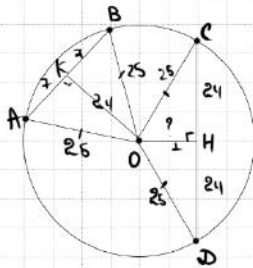


23

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 14$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.



0A27C6



$$\triangle AKO: AO = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$

$$\triangle OCH: OH = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

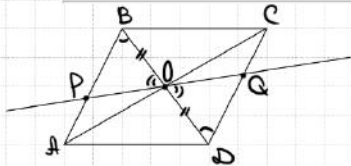
ОТВЕТ: 7

24

Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.



B609A6



$$\begin{aligned} BO &= DO \text{ (св-ва диаг. - ма)} \\ \angle BPO &= \angle DQO \text{ (накрест. лежа)} \\ \angle BOP &= \angle DOQ \text{ (верт.)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \triangle BOP = \triangle DOQ \text{ по стороне и 2 угла, к ней угла}$$

$$\Rightarrow BP = DQ \blacksquare$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

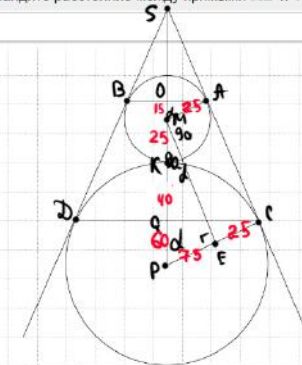
25

Окружности радиусов 25 и 100 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .



057580

- ① $AMPC$
 $ME \parallel AC$
- ② $\triangle MPE: \cos \alpha = \frac{75}{125} = \frac{3}{5}$
- ③ $\triangle OMA: \cos \alpha = \frac{3}{5} = \frac{OM}{25}$
 $\Rightarrow OM = 15$
- ④ $\triangle PQC: \cos \alpha = \frac{3}{5} = \frac{PQ}{100}$
 $\Rightarrow PQ = 60$
- ⑤ $OQ = 15 + 25 + 40 = 80$



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 80



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.

