



- 5 Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в руб. за 1 кв.м.)	Доставка (в руб.)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в руб.)
1	270	4000	15000
2	280	3000	5000
3	300	2000	8000

Во сколько рублей обойдется владельцам самый выгодный вариант?

5

- 6 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{5}{7} + \frac{3}{28}\right) : 3\frac{2}{7}$$

6

- 7 Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{12}{23}$  и  $\frac{11}{17}$

- 1) 0,4
- 2) 0,5
- 3) 0,6
- 4) 0,7

7

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{8^{-6} \cdot 8^{-7}}{8^{-15}}$$

- 1) 64
- 2) 1/16
- 3) -1/16
- 4) -64

8

- 9 Решите уравнение  $(2x+6)^2 - 15 = 21 + 4x$ . Если корней несколько, в ответ запишите наименьший из них.

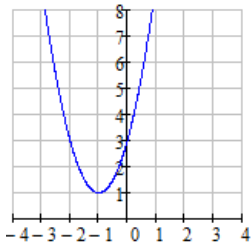
9

- 10 В коробке лежат четыре вида конфет в красной, синей, зелёной и жёлтой обёртках. Маша уже съела четыре конфеты в красной обёртке и шесть конфет в жёлтой обёртке. Какова вероятность того, что следующая случайно вынутая конфета будет в синей обёртке, если изначально в коробке было 460 конфет, а конфет каждого вида было одинаковое количество? Ответ округлить до десятых и дать в виде десятичной дроби.

10

- 11 Найдите значение а по графику функции  $y = ax^2 + bx + c$

11



- 1) -1
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 3

12 Дана арифметическая прогрессия  $a_1 = -12$ ;  $a_2 = -10,4$ ;  $a_3 = -8,8$ ; ...

Найдите  $a_{14}$ .

12

13

Упростите выражение  $\frac{3x-6}{2y-yx}$  и найдите его значение при  $x = \sqrt{2}$ ,  $y = 5$ . Запишите полученное число.

13

14

Объём правильной треугольной пирамиды вычисляется по формуле  $V = \frac{h \cdot a^2}{4\sqrt{3}}$ , где  $h$  — высота пирамиды,  $a$  — сторона основания пирамиды. Найдите  $a$  (в см), если  $V = 96$  см<sup>3</sup>, а  $h = 6\sqrt{3}$

14

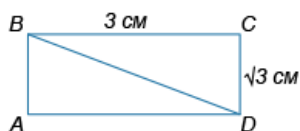
15 Решение какого неравенства изображено на рисунке?



- 1)  $x^2 - 49 > 0$
- 2)  $x^2 + 49 > 0$
- 3)
- 4)

15

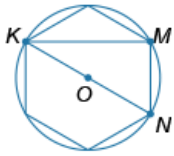
16 На рисунке изображён прямоугольник ABCD. Найдите градус угла DBC.



16

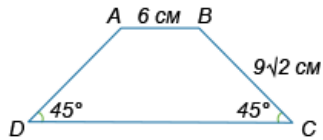
17 В окружность с центром в точке O вписан правильный шестиугольник. Найдите градус угла MKN.

17



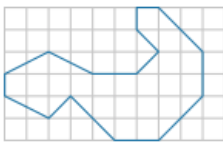
- 18 Найдите площадь трапеции ABCD (в см<sup>2</sup>), если AB = 6 см, BC =  $9\sqrt{2}$  см, а угол D равен углу C.

18



- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите её площадь (в см<sup>2</sup>).

19



- 20 Укажите номера верных утверждений. Необходимо указать 2 из списка.

20

- 1) Окружность и прямая могут пересекаться не более чем в двух точках.
- 2) Каждая сторона треугольника равна сумме двух других сторон.
- 3) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- 4) Из одной точки вне данной прямой можно провести несколько прямых, перпендикулярных к ней.

При выполнении заданий 21–26 используйте тетрадь. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите неравенство  $\left(\frac{x+1}{4-x}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$

22 Один раствор содержит 20% (по объёму) соли, а второй – 70% соли. Сколько литров первого и второго растворов нужно взять, чтобы получить 100л 50%-ного соляного раствора?

23 Постройте график функции  $y = 2x|x| + x^2 - 6x$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком более двух общих точек.

24 Высота, опущенная на гипотенузу прямоугольного треугольника, делит его на два треугольника, площади которых равны соответственно 6 и 54. Найдите гипотенузу треугольника

25 Докажите, что биссектрисы углов прямоугольника с неравными сторонами при пересечении образуют квадрат.

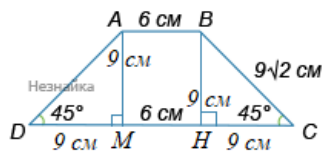
26 Стороны ромба EFGH являются гипотенузами прямоугольных равнобедренных треугольников EAF, FDG, GCH и HBE, причем все эти треугольники имеют общие внутренние точки с ромбом EFGH. Сумма площадей четырехугольника ABCD и ромба EFGH равна 12. Найдите CH.

1	<p>24965</p> <p>Огород - 2 - "За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией)."</p> <p>Пруд - 4 - "При входе на участок слева от ворот находится курятник. Рядом с курятником расположен пруд."</p> <p>Фонтан - 9 - "Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рожица."</p> <p>Баня - 6 - "При входе на участок справа от ворот находится коровник. Между жилым домом и коровником построена баня."</p> <p>Жилой дом - 5 - "Жилой дом расположен в глубине территории."</p>
2	<p>21</p> <p>Площадка между коровником и курятником: <math>56 \text{ м}^2</math> - 56 штук.</p> <p>Дорожки: <math>10+9+2+6=27</math> штук.</p> <p>Всего: <math>56+27=83</math> штуки.</p> <p><math>83/4=20,75 \approx 21</math> упаковка</p>
3	<p>84</p> <p>Одна клеточка на плане занимает <math>2 \times 2 = 4 \text{ м}^2</math></p> <p>Дом занимает <math>4 \times 6 - 3 = 21</math> клеточку</p> <p>Его площадь: <math>21 \times 4 = 84 \text{ м}^2</math></p>
4	<p>2</p> <p>Жилой дом расположен под цифрой 5, а баня - 6. Между ними 1 клеточка, значит расстояние между ними - сторона квадрата этой клеточки, т.е. 2 м.</p>
5	<p>31240</p> <p>В задании 2 было найдено количество плитки, необходимой для обновления и дорожек, и площадки - 83 штуки. По плану видно, что одна плитка занимает <math>1 \text{ м}^2</math>. Рассчитаем стоимость планируемого обновления для каждого поставщика и выберем самый выгодный.</p> <p>1: <math>270 \cdot 83 + 4000 + 15000 = 41410</math> руб.</p> <p>2: <math>280 \cdot 83 + 3000 + 5000 = 31240</math> руб.</p> <p>3: <math>300 \cdot 83 + 2000 + 8000 = 34900</math> руб.</p> <p>Самый выгодный вариант у 2го поставщика по цене 31240 рублей</p>
6	<p>0,25</p> $\left(\frac{5}{7} + \frac{3}{28}\right) : 3 \frac{2}{7} = \left(\frac{20}{28} + \frac{3}{28}\right) \cdot \frac{7}{23} = \frac{23}{28} \cdot \frac{7}{23} = 0,25$
7	<p>3</p> $\begin{array}{r} -12 \quad   \quad 23 \\ \hline 115 \quad   \quad 0,52 \\ \hline \quad -50 \\ \hline \quad \quad -46 \\ \hline \quad \quad \quad 40 \end{array}$ $\begin{array}{r} -11 \quad   \quad 17 \\ \hline 102 \quad   \quad 0,64 \\ \hline \quad -80 \\ \hline \quad \quad -68 \\ \hline \quad \quad \quad 120 \end{array}$ <p><math>\frac{11}{17} \approx 0,64 &gt; 0,6</math></p>
8	<p>1</p> $\frac{8^{-6} \cdot 8^{-7}}{8^{-15}} = 8^{-6-7-(-15)} = 8^2 = 64$

9	<p>-5</p> $(2x+6)^2 - 15 = 21 + 4x.$ $4x^2 + 24x + 36 - 36 - 4x = 0$ $4x^2 + 20x = 0$ $x_1 = 0$ $x_2 = -5$ — наименьший из корней
10	<p>0,3</p> <p>Изначально было <math>460/4=115</math> конфет каждого вида. После поедания их осталось <math>460-4-6=450</math> штук. Вероятность вытянуть синюю конфету <math>p=115/450=0,2(5)\approx 0,3</math></p>
11	<p>3</p> <p>Вершина в точке (-1;1)</p> $x_0 = -\frac{b}{2a} = -1$ $b = 2a$ $y(-1) = a - b + c = 1$ $a = c - 1$ $y(0) = c = 3$ $a = 3 - 1 = 2$
12	<p>8,8</p> $d = a_{n+1} - a_n$ $d = -10,4 - (-12) = 1,6$ $a_n = a_1 + d(n-1)$ $a_{14} = -12 + 1,6(14-1) = 8,8$
13	<p>-0,6</p> $\frac{3x-6}{2y-yx} = \frac{3(x-2)}{-y(x-2)} = -\frac{3}{y} = y = 5 \Rightarrow -\frac{3}{5} = -0,6$
14	<p>8</p> $V = \frac{h \cdot a^2}{4\sqrt{3}}$ $96 = \frac{6\sqrt{3} \cdot a^2}{4\sqrt{3}}$ $a^2 = 64$ $a = 8 \text{ см}$
15	<p>3</p> <p>1) <math>x^2 - 49 &gt; 0</math>  <math>x^2 &gt; 49</math>  <math>x &gt; 7</math> или <math>x &lt; -7</math></p> <p>2) <math>x^2 + 49 &gt; 0</math> - верно для всех x</p> <p>3)  <math>x^2 &lt; 49</math>  <math>-7 &lt; x &lt; 7</math> - решение, изображенное на рисунке</p> <p>4) - не имеет решений</p>
16	<p>30</p> $\operatorname{tg} \angle DBC = \frac{DC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle DBC = 30^\circ$
17	<p>30</p> <p>Угол MON - центральный и, как известно, для правильного шестиугольника составляет <math>60^\circ</math>. Вписанный угол опирающийся на ту же дугу что и центральный, равен половине градусной меры центрального. Значит угол MKN составляет</p>

половину от MON, т.е. 30°.

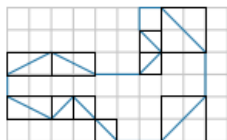
18 135



Проведем две высоты AM и BH. Отрезок MH=AB=6 см. Так как угол D равен углу C, то трапеция равнобедренная. Значит треугольники ADM и BCH равны между собой и являются равнобедренными прямоугольными. Тогда их катеты равны между собой и составляют по 9 см.

$$S = \frac{AB+DC}{2} \cdot BH = \frac{6+6+9+9}{2} \cdot 9 = 135$$

19 26,5



Площадь не выделенной фигуры, составленной из клетки 1 см × 1 см, равна 17 см<sup>2</sup>.

Площади выделенных треугольников рассчитывается как полусумма произведения катетов:

$$S_{\Delta} = \frac{1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2}{2} = \frac{19}{2} = 9,5$$

Получаем итоговую площадь всей фигуры: 17+9,5=26,5

20 13

- 1) Верное.
- 2) Неверное. Каждая сторона треугольника должна быть меньше суммы двух других его сторон.
- 3) Верное.
- 4) Неверное. Из одной точки вне данной прямой можно только одну прямую, перпендикулярную к ней.

21 Нули числителя:  $x_1 = -6$  ;  $x_2 = 2/3$

Нули знаменателя:  $x_{1,2} = 4$

При любом  $x$ , кроме 4, знаменатель больше 0.

При  $x > 2/3$  и  $x < -6$  числитель положительный, значит неравенство верно при  $x \in [-6 ; 2/3]$

Ответ:  $[-6 ; 2/3]$

22 Пусть  $X$  литров взято первого раствора, а  $Y$  литров - второго.  $0,2X$  соли в первом растворе и  $0,7Y$  соли во втором растворе. В столитровом растворе  $X+Y$  литров и  $0,5(X+Y)$  соли. Получаем систему двух уравнений:

$$X+Y=100$$

$$0,2X+0,7Y=0,5(X+Y)$$

$$Y=100-X$$

$$0,2X+0,7(100-X)=0,5(X+100-X)$$

$$0,2X-0,7X+70=50$$

$X=40$  - литров первого раствора

$Y=60$  - литров второго раствора

Ответ: 40 и 60

23  $y = 2x|x| + x^2 - 6x$

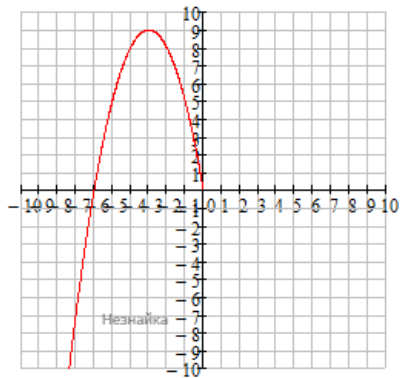
Раскроем знак модуля. Для  $x < 0$  :

$$y = 2x \cdot (-x) + x^2 - 6x$$

$$y = -x^2 - 6x$$

$y = -(x+3)^2 + 9$  - парабола, ветви вниз, вершина  $(-3;9)$ , без растяжений.



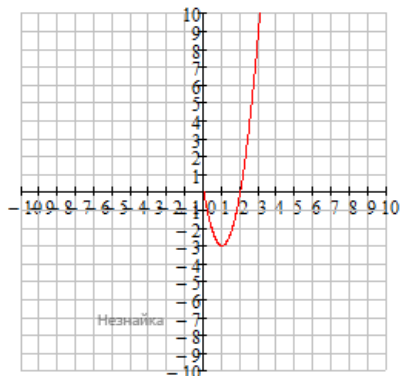


Для  $x > 0$

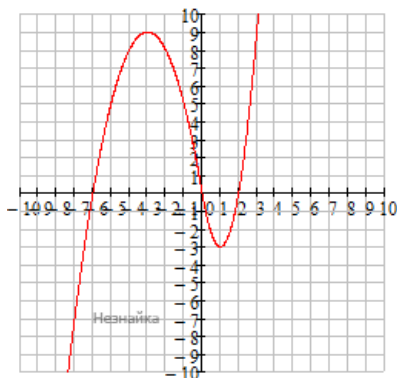
$$y = 2x \cdot x + x^2 - 6x$$

$$y = 3x^2 - 6x$$

$y = 3(x-1)^2 - 3$  - парабола, ветви вверх, вершина (1;-3), вытянута вдоль оси  $y$  в 3 раза.



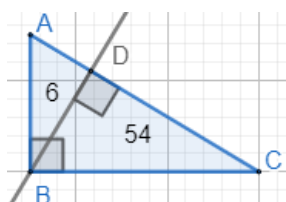
Строим график функции  $y = 2x|x| + x^2 - 6x$



Прямая  $y = m$  параллельна оси  $Ox$ , значит при  $m = -3$  и  $m = 9$  прямая имеет две общих точки с графиком, а при  $m \in (-3; 9)$  - три.

Ответ: (-3;9)

24



$$S_{ABD} = AD \cdot BD / 2 = 6$$

$$AD = 12 / BD$$

$$S_{BCD} = DC \cdot BD / 2 = 54$$

$$DC = 108 / BD$$

Высота, проведенная к гипотенузе, есть среднее пропорциональное между проекциями катетов на гипотенузу.

$$BD^2 = 36$$

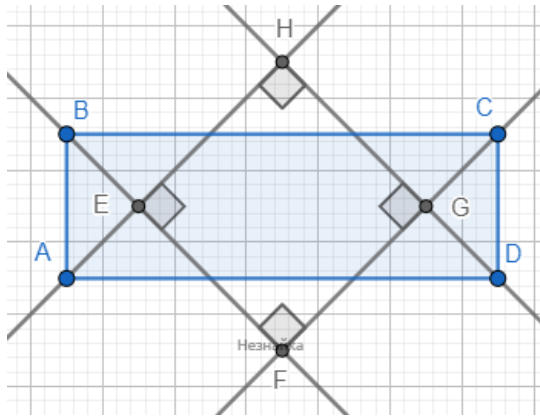
$$BD = 6$$

$$S_{ABC} = AC \cdot BD / 2 = 6 + 54$$

$$AC = 60 \cdot 2 / BD = 20$$

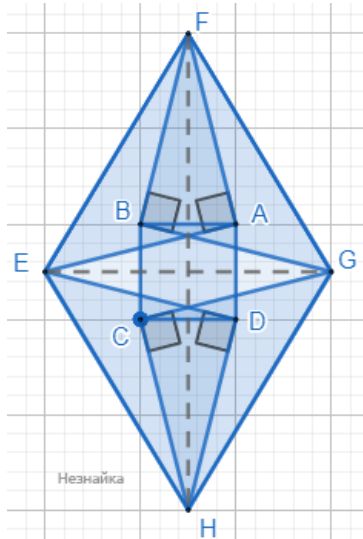
Ответ: 20

25



EHGF — четырехугольник, образованный при пересечении биссектрис углов прямоугольника ABCD. Это прямоугольник, т.к. биссектрисы, выходящие из прямых углов попарно параллельны и пересекаются под прямым углом. Докажем, что  $EH=HG$ . Треугольник  $AHD$  — равнобедренный, т.к. углы при основании равны  $45^\circ$ . Тогда  $AH=HD$ . Треугольник  $ABM$  равен треугольнику  $DPC$ , по стороне ( $AB=CD$ ) и прилежащим двум углам (по  $45^\circ$ ). Тогда  $AE=DG$ , значит  $EH=AH-AE=HD-DG=HG$ . Получили, что в прямоугольнике EHGF две смежные стороны равны, значит EHGF — квадрат.

26



Если взять диагонали ромба как оси симметрии, то получаем, что стороны ромба симметричны относительно этих осей, а с учетом того, что треугольники построены прямоугольные и равнобедренные на равных сторонах, то треугольники равны и симметричны так же относительно этих осей. Тогда ABCD — прямоугольник.

Пусть сторона ромба  $EF=X$ , а острый угол  $\angle EFG=\alpha$ . Тогда из треугольников:

$$EAF \text{ и } GBF: AF=BD=EF/\sqrt{2}=X/\sqrt{2}$$

$$\angle EFB=\angle EFG-\angle GFB=\alpha-45^\circ$$

$$\angle GFA=\angle EFG-\angle EFA=\alpha-45^\circ$$

$$\angle AFB=\angle EFG-\angle EFB-\angle GFA=90^\circ-\alpha$$

Тогда по теореме косинусов в треугольнике ABF:

$$AB=\sqrt{(AF^2+BF^2-2\cdot AF\cdot BF\cdot \cos\angle AFB)}=\sqrt{(X^2-X^2\sin\alpha)}$$

$$\angle FEH=180^\circ-\alpha$$

$$\angle AED=\angle FEH-\angle FEA-\angle DEH=90^\circ-\alpha$$

Тогда по теореме косинусов в треугольнике AEC:

$$AD=\sqrt{(AE^2+DE^2-2\cdot AE\cdot DE\cdot \cos\angle AED)}=\sqrt{(X^2-X^2\sin\alpha)}=AB$$

ABCD — квадрат.

$$S_{ABCD}+S_{EFGH}=AB\cdot AC+EF\cdot FG\cdot \sin\angle EFG=X^2-X^2\sin\alpha+X^2\sin\alpha=12$$

$$EF=X=\sqrt{12}=GH$$

$$CH=GH/\sqrt{2}=\sqrt{6}$$

Ответ:  $\sqrt{6}$

**Обо всех неточностях пишите на почту** (с указанием номера варианта и задания):  
gregorykharin@yandex.ru

Источник: [https://neznaika.info/test/math\\_oge/1399-variant-1.html](https://neznaika.info/test/math_oge/1399-variant-1.html)