

**Определение 1.** Говорят, что функция  $y(x)$  задана *параметрически*, если она определяется двумя функциями аргумента  $t$ , называемого параметром:

$\begin{aligned} x &= \varphi(t), \\ y &= \psi(t) \end{aligned}$	(2.14)
--	--------

и при этом для функции  $x = \varphi(t)$  существует обратная  $t = \varphi^{-1}(x)$ . Параметр  $t$  существует на некотором множестве  $T$  (например, на отрезке  $[t_1, t_2]$ ).

Если  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$  дифференцируемы в некоторой области изменения  $t$ , причём  $\varphi'(t) \neq 0$ , то **производная  $y'(x)$  находится по формуле:**

$y'(x) = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)} = \frac{y'(t)}{x'(t)}$	(2.15)
--	--------

**Пример.**  $x = a \cos t$ ,  $y = b \sin t$  ( $a, b$  – некоторые числа).

Согласно (4.16)

$$y'(x) = \frac{(b \sin t)'}{(a \cos t)'} = \frac{b \cos t}{-a \sin t} = -\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t.$$

**Определение 2.** Пусть переменные  $x$  и  $y$  связаны уравнением

$F(x, y) = 0$	(2.16)
---------------	--------

Если каждому значению переменной  $x$ , изменяющейся на множестве  $X$  (например, интервале или отрезке) соответствует одно и только одно значение  $y$ , удовлетворяющее вместе с  $x$  уравнению (2.16), то говорят, что это уравнение определяет  *неявную функцию  $y(x)$* .

**Для того, чтобы найти производную  $y'(x)$  неявной функции**, совсем не обязательно разрешать уравнение (2.16) относительно  $y$ . Для этого достаточно воспользоваться следующей методикой:

- 1) Вычислить производную по  $x$  левой части (2.16) как производную сложной функции  $F(x, y(x))$ ;
- 2) Приравнять эту производную нулю:  $\frac{d}{dx} F(x, y(x)) = 0$ ;
- 3) Разрешить получившееся уравнение относительно  $y'(x)$ , при этом  $y'(x)$  будет зависеть как от  $x$ , так и от  $y$ .

**Пример.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - a^2 = 0$ , где  $a$  – некоторое число;

$$\frac{d}{dx} F(x, y(x)) = 2x + 2y \cdot y'(x) = 0, \text{ откуда } y'(x) = -\frac{x}{y}$$