Параллелограмм

Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

Свойства параллелограмма.

1.В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.
2.Диагонали параллелограмма точки пересечения делятся пополам.

Признаки параллелограмма.

1.Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник-параллелограмм.

2.Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник-параллелограмм.

3.Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник-паралелограмм.

Трапеция.

Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две других стороны не параллельны. Параллельные стороны трапеции называются ее основаниями, а две другие стороны - боковыми сторонами. Трапеция называется равнобедренной, если ее боковые стороны равны. Трапеция, один из углов которой прямой, называется прямоугольной.

Средняя линия трапеции

- Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Прямоугольник.

Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

Диагонали прямоугольника равны.(св-во)

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник.(признак)

Ромб и квадрат.

Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.
Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.(св-во)
Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.

Свойства квадрата.

1.Все углы квадрата прямые.
2.Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.

Площадь.Теоремы

- Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.
- Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.
- Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.
- Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.

Теорема Пифагора. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. $a^2 + b^2 = c^2$

Подобные треугольники.

Опр. Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.
Теоремы:Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Признаки подобия треугольников:

- Если два угла треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.
- Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.
- Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.

Т.: Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные сторонам треугольника.

$$\frac{ВД}{АВ} = \frac{СД}{АС}$$

Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.
Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.
Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.
Касательная к окружности

- Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания
- Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна к этому радиусу, то она является касательной.

Угол с вершиной в центре окружности называется ее центральным углом.

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется вписанным углом.

- Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.
- Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

Следствия:
Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.
Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.

- Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его сторон.
- Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка.
- Высота треугольника (или их продолжения)пересекаются в одной точке.

Вписанная и описанная окружность

Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется вписанной в многоугольник, а многоугольник – описанным около этой окружности.

- В любой треугольник можно вписать окружность.

Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется описанной около многоугольника, а многоугольник – вписанным в эту окружность.

- Около любого треугольника можно описать окружность.

Формулы площадей.

- Формула площади треугольника: $S = \frac{1}{2}ah$
- Формула площади треугольника: $S = \frac{1}{2}ab \sin\alpha$
- Формула площади треугольника Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Формула площади прямоугольного треугольника: $S = \frac{1}{2}ab$
- Формула площади равностороннего треугольника: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
- Формула площади квадрата: $S = a^2$
- Формула площади прямоугольника: $S = ab$
- Формула площади параллелограмма: $S = ah$, $S = ab \sin\alpha$
- Формула площади ромба: $S = \frac{ab}{2}$
- Формула площади трапеции: $S = \frac{1}{2}(a+b)h$
- Формула площади круга: $S = \pi r^2$
- Формула длины окружности: $c = 2\pi r$

Теорема: Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров.
Теорема: Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис.
Теорема: медианы в *любом* треугольнике точкой пересечения делятся 2 : 1, начиная с вершины