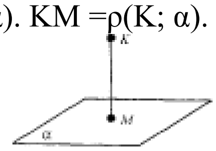
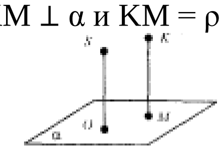
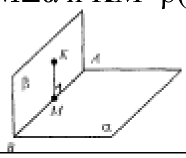
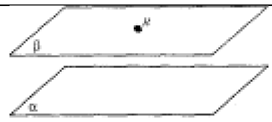
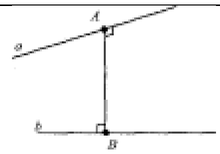
Практическая работа по теме: «Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей. Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.»

Цель: закрепление теоретических знаний по теме и приобретение практических навыков работы с признаками и свойствами параллельных и перпендикулярных плоскостей, расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве.

<u>*Теоретический материал*</u>

<table>
<tr><td colspan="3">Расстояние от точки до плоскости — это длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость.</td></tr>
<tr><td>Проводим KM ⊥ α
(M∈α). KM =ρ(K; α).
</td><td>SO⊥α.
Проводим KM ‖ SO.
Тогда KM ⊥ α и KM = ρ (K; α).
</td><td>Проводим через точку K плоскость β ⊥ α (β пересекает α по AB).
Проводим KM ⊥ AB.
Тогда KM⊥α и KM=ρ(K; α).
</td></tr>
<tr><td colspan="3">Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью</td></tr>
<tr><td>Расстоянием от прямой до параллельной ей плоскости называется расстояние от произвольной точки этой прямой до плоскости.</td><td>a‖α, A∈a, ρ (a; α) =ρ(A; α).
Выбираем на прямой a произвольную точку A и находим расстояние от этой точки до плоскости α.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Расстояние между параллельными плоскостями</td></tr>
<tr><td>Расстоянием между двумя параллельными плоскостями называется расстояние от произвольной точки одной плоскости до второй плоскости.</td><td>β ‖ α, B ∈ β, ρ (β; α) = ρ (B; α).
Выбираем в плоскости β произвольную точку B и находим расстояние от этой точки до плоскости α.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Расстояние между скрещивающимися прямыми</td></tr>
<tr><td colspan="2">Общим перпендикуляром к двум скрещивающимся прямым называется отрезок с концами на этих прямых, перпендикулярный каждой из них.
Расстоянием между скрещивающимися прямыми называется длина их общего перпендикуляра. Она равна расстоянию между параллельными плоскостями, которые проходят через эти прямые.</td><td>
AB⊥a, AB⊥b; ρ(a; b) = AB.
Прямые a и b — скрещивающиеся.</td></tr>
</table>

Пример 1. Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры AC и BD на прямую пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка AB если:

а) AC = 6 м, BD = 7 м, CD = 6 м, б) AD = BC = 5 м, CD = 1 м.

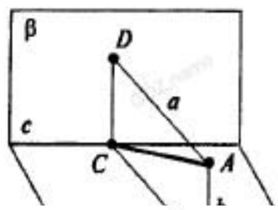
Решение: а) Пусть плоскости α и β перпендикулярны. CD – прямая пересечения плоскостей, тогда $AC \perp CB$ и $BD \perp AD$. Тогда в Δ ACB: $AB^2 = AC^2 + BC^2$, но из Δ CDB следует, что: $BC^2 = CD^2 + BD^2$, так что $AB^2 = AC^2 + CD^2 + BD^2$.

а) $AB^2 = 6^2+7^2+6^2=36+49+36=121$, AB = 11 см.

б) $AB^2 = AC^2 + BC^2$, но из ΔCDA следует ,что: $AC^2 = AD^2–CD^2$, так что $AB^2=AD^2–CD^2+BC^2$.

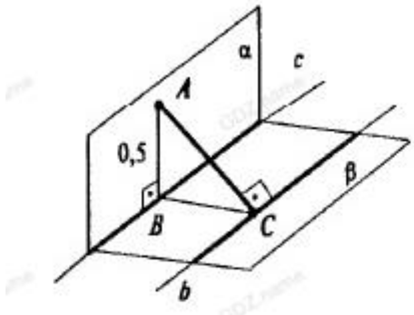
$AB^2=5^2–1^2+5^2=25-1+25 = 49$, AB = 7.

Ответ: а) 11 м, б) 7 м.



Пример 2. Точка A находится на расстоянии a = 24 см и b = 10 см от двух перпендикулярных плоскостей α и β. Найдите расстояние от этой точки до прямой пересечения плоскостей.

Решение: Пусть $\alpha \perp \beta$ и $\alpha \cap \beta = c$. Проведем перпендикуляры AB, AD, AC. Тогда четырехугольник ABCD – прямоугольник. $AC^2 = a^2+b^2$, AC –искомое расстояние. BC - проекция AC на плоскость α, поэтому по теореме о 3 – х перпендикулярах $BC \perp c$, $BC \perp \beta$. Так как $AD \perp \beta$, то по теореме $AD \parallel BC$, а, значит, AD и BC лежат в одной плоскости.



Итак, $AC^2=24^2+10^2=576+100=676$, AC = 26 см.

Ответ: AC = 26 см.

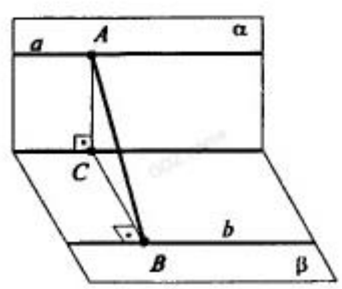
Пример 3. Плоскости α и β перпендикулярны. В плоскости α взята точка A, расстояние от которой до прямой c (линия пересечения плоскостей) равно 0,5 м. В плоскости β проведена прямая b, параллельная прямой c и отстоящая от нее на 1,2 м. Найдите расстояние от точки A до прямой b.

Решение: Пусть $\alpha \perp \beta$, $b \parallel c$, BC=1, AB = 0,5м , где $AB \perp c$ и $BC \perp b$.

Тогда по теореме о 3 – х перпендикулярах $AC \perp b$. Так что: AC – искомое расстояние и $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1{,}2^2+0{,}5^2= 1{,}44+ 0{,}25 =1{,}69$, AC = 1,3.

Ответ: AC = 1,3 м.

Пример 4. Перпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой с. Плоскости α проведена прямая а|| с, в плоскости β – прямая b || с. Найдите расстояние между прямыми а и b, если расстояние между прямыми а и с равно 1,5 м, а между прямыми b и с – 0,8 м.



Решение: Возьмем в плоскости α точку А на прямой а. По теореме о 3 – х параллельных прямых получаем, что а||b (так как а||с, b||с). Проведем АС⊥с и СВ⊥b. Тогда по теореме о 3 – х перпендикулярах АВ⊥b.

Так что АВ – искомое расстояние и АВ⊥СВ, так как α⊥β (по условию), из прямоугольного треугольника АВС по теореме Пифагора имеем: $AB^2 = CB^2 + AC^2 = 1{,}5^2 + 0{,}8^2 = 2{,}25 + 0{,}64 = 2{,}89$, АВ =1,7 м.

Ответ: АВ = 1,7 м.

Задание: записать тему занятия, повторить изученный материал, рассмотреть примеры, решить задачи

Задания:

1. Два отрезка длин *a* и b упираются концами в две параллельные плоскости. Проекция первого отрезка (длины а) на плоскость равна с. Найдите проекцию второго отрезка, если *a* = 13, b = 15, с = 5 см.

2. Две параллельные плоскости расстояние между которыми 6 дм, пересечены прямой, составляющей с каждой из плоскости угол в 30^0. Найти длину отрезка этой прямой, заключенной между плоскостями.

3. Расстояние между параллельными плоскостями равно 10 см. Отрезок прямой длина которого 26 см расположен между ними так, что его конец принадлежит плоскости. Найти проекцию этого отрезка на другую плоскость.