

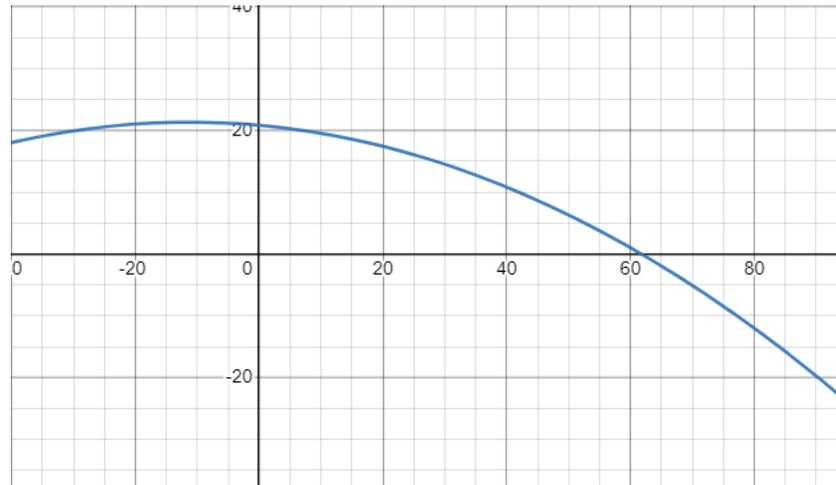
## ПРИЛОЖЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

### 1. Производительность труда.

Решение:

Известна эмпирическая формула производительности труда в течение дня:

$$p(t) = -0.004t^2 - 0.09t + 20.8$$



Объем произведенной продукции ( $Q$ ) зависит от производительности труда и длительности промежутка рабочего времени, в течение которого производительность может меняться.

Пусть  $f(t)$  – функция изменения производительности труда от времени.

Количество продукции  $Q$ , произведенной в промежутке времени от  $a$  до  $b$  при производительности труда  $f(t)$ , вычисляется по формуле

$$Q = \int_a^b f(t)dt$$

Воспользуемся этой формулой

$$Q = \int_0^8 f(t)dt = \int_0^8 (-0.004t^2 - 0.09t + 20.8)dt = 162.837 \approx 163$$

Мы узнали общую производительность за один рабочий день. Теперь узнаем среднюю производительность в течение одного рабочего дня:

$$\frac{163}{8} = 20.375 \approx 20.3$$

Используя полученные данные, можно составить следующее равенство:

$$p(t) = 20 = -0.004t^2 - 0.09t + 20.8$$

Приводим его к виду квадратного уравнения, и находим время, в которое достигается средняя производительность:

$$1) -0.004t^2 - 0.09t + 0.5 = 0$$

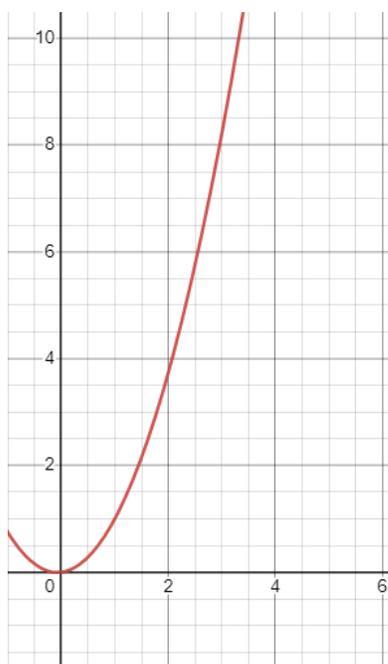
$$2) t_{1,2} = \frac{-0.09 + 5\sqrt{161}}{2 \cdot 0.004} = 4.61$$

## 2. Социальное неравенство.

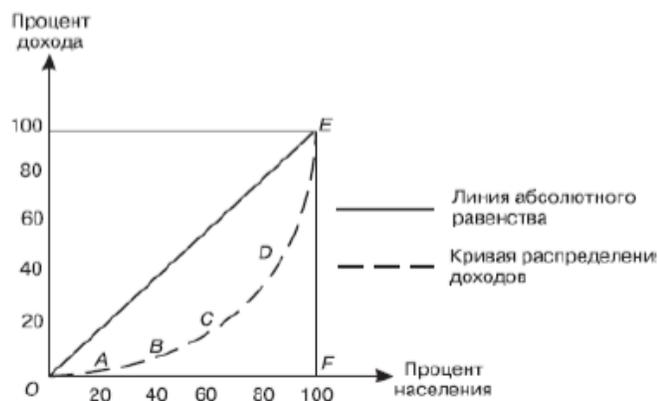
Решение:

Распределение дохода в стране определяется кривой Лоренца:

$$y(x) = 0.87x^2 + 0.13x$$



Графически кривая Лоренца представляет собой кривую в системе координат. По оси абсцисс откладывают долю семей в процентах от общего их числа, а по оси ординат – долю доходов в процентах от общей суммы.



Степень дифференциации в распределении доходов определяется с помощью коэффициента Джини, который рассчитывается путем деления площади OABCDE на площадь треугольника OFE. Чем больше величина этого коэффициента, тем больше отклоняется фактическое распределение дохода от абсолютного равенства.

$$K_{\text{Джини}} = \frac{S_{\text{Oabcde}}}{S_{\Delta OFE}} = \frac{S_{\text{Oabcde}}}{0.5}$$

Чем выше индекс Джини, тем выше неравномерность распределения доходов населения и, следовательно, выше расслоенность общества.

Чтобы понять какая часть населения получает 70% доходов. Для этого подставим в исходную функцию:

$$y(x) = \frac{70}{100} = 0,7$$

И получим следующее выражение:

$$y(0.7) = 0.87 \cdot (0.7)^2 + 0.13 \cdot 0.7 = 0.5173 = 51.73 \%$$

Следовательно, 70% дохода получает 51.73% населения, т.е. чуть больше половины.

Далее для нахождения коэффициента Джини найдем площадь фигуры OABCDE с помощью интеграла:

$$S_{ABCDE} = \int_0^1 (0.87 \cdot x^2 + 0.13) dx = 0.355$$

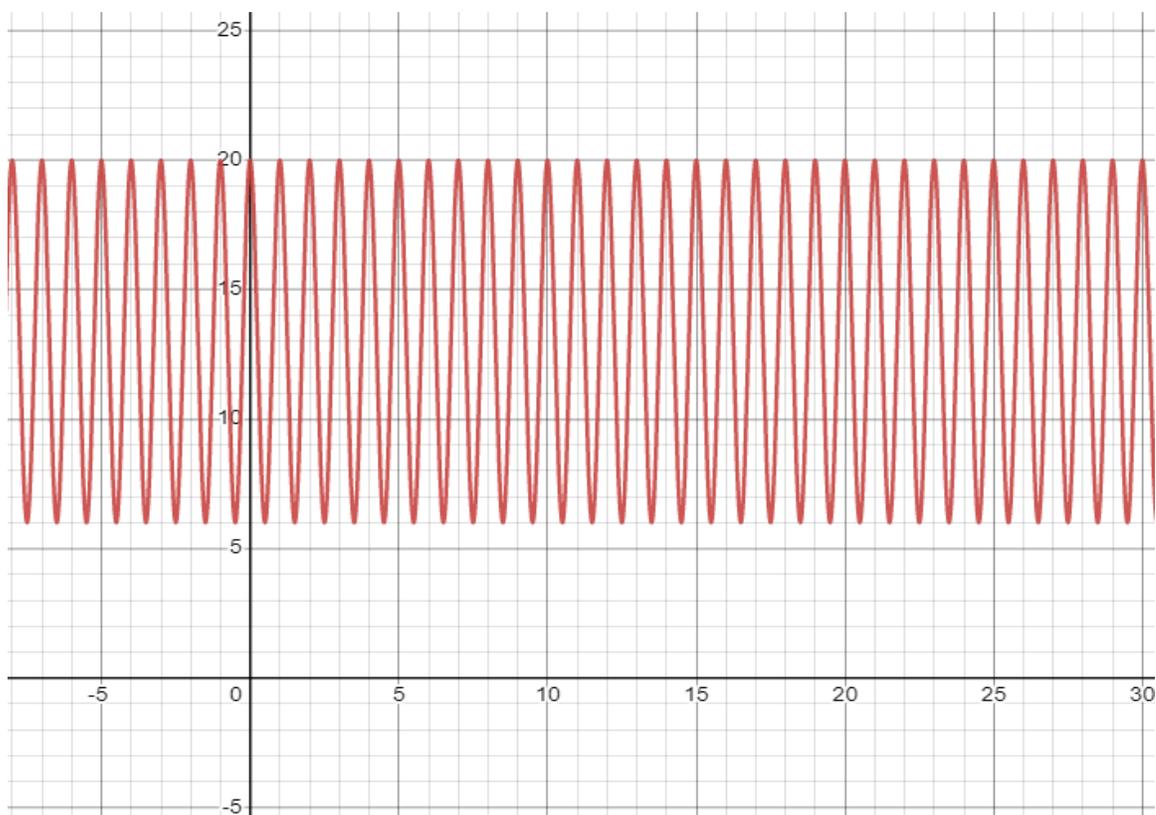
Подставим полученное число в формулу и найдем коэффициент Джини на данный момент:

$$K_{\text{Джини}} = \frac{S_{abcde}}{0.5} = \frac{0.355}{0.5} = 0,71$$

Можно сделать вывод, что на данный момент в обществе присутствует сильная степень неравенства. Экономисты считают, что коэффициент Джини не должен быть выше значения 0,3-0,4. Когда индекс больше, в стране существует высокое неравенство (как в нашем случае). Оно замедляет темп экономического развития и формирует «ловушку бедности», при которой общество становится беднее с каждым поколением.

### 3. Сезонное потребление.

Решение:



Пусть  $t = 0$  соответствует 1 января, а  $t = 1$  соответствует 1 декабря, а  $\gamma$  – суммарное потребление ресурса

Если  $y(t) = f(t) \cdot n(t)$ , тогда:

$$\begin{aligned}\gamma &= \int_0^1 (f(t) \cdot n(t)) dt \\ &= \int_0^1 (13 + 7 \cos(2\pi(t + 0,03))) \cdot (1570 + 335t) dt \approx 82.93\end{aligned}$$

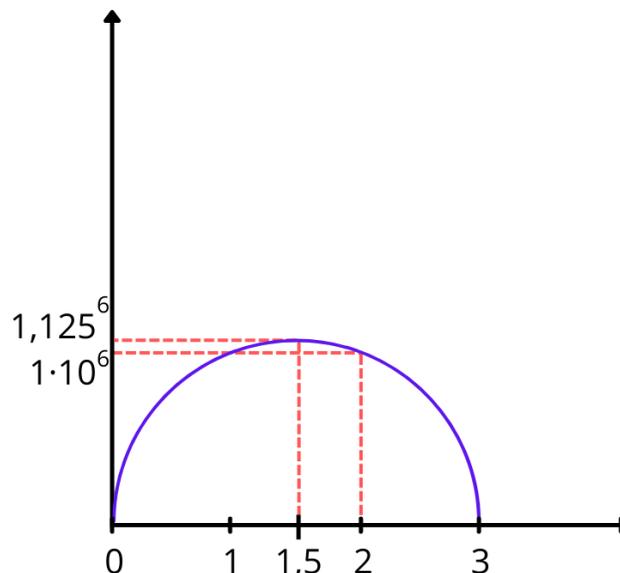
#### 4. Информационный ответ

Решение:

Для начала найдём функцию количества ответов на сообщение:

$$v(t) = \int 1.5 \cdot 10^6 t - \frac{10^6 t^2}{2} + C, C \in \mathbb{R}$$

Теперь построим график функции:



Из график видно, что:

1. продолжительность реакции составляет 3 недели;
2. спад реакции начинается на 1,5 неделях;
3. в момент спада количество ответов составляет  $1,125 \cdot 10^6$

Пусть количество ответов за всё время реакции будет  $\alpha$ , тогда:

$$\alpha = \int_0^2 (1,5 \cdot 10^6 t - \frac{10^6 t^2}{2} + 0) dt = 1\,666\,666$$