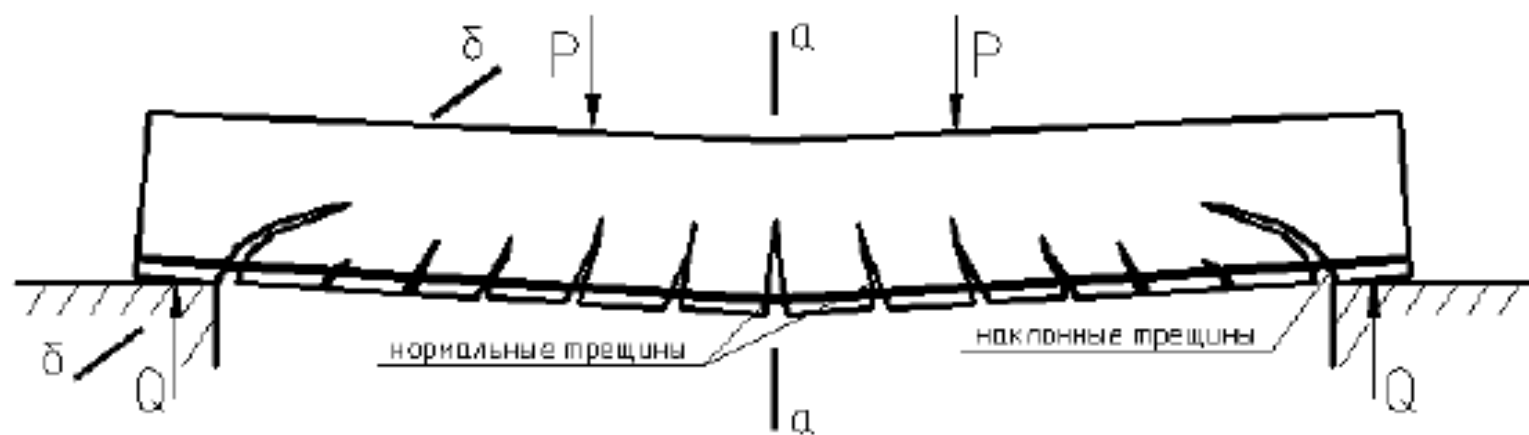


# 9 Расчет прочности по нормальным сечениям изгибаемых элементов

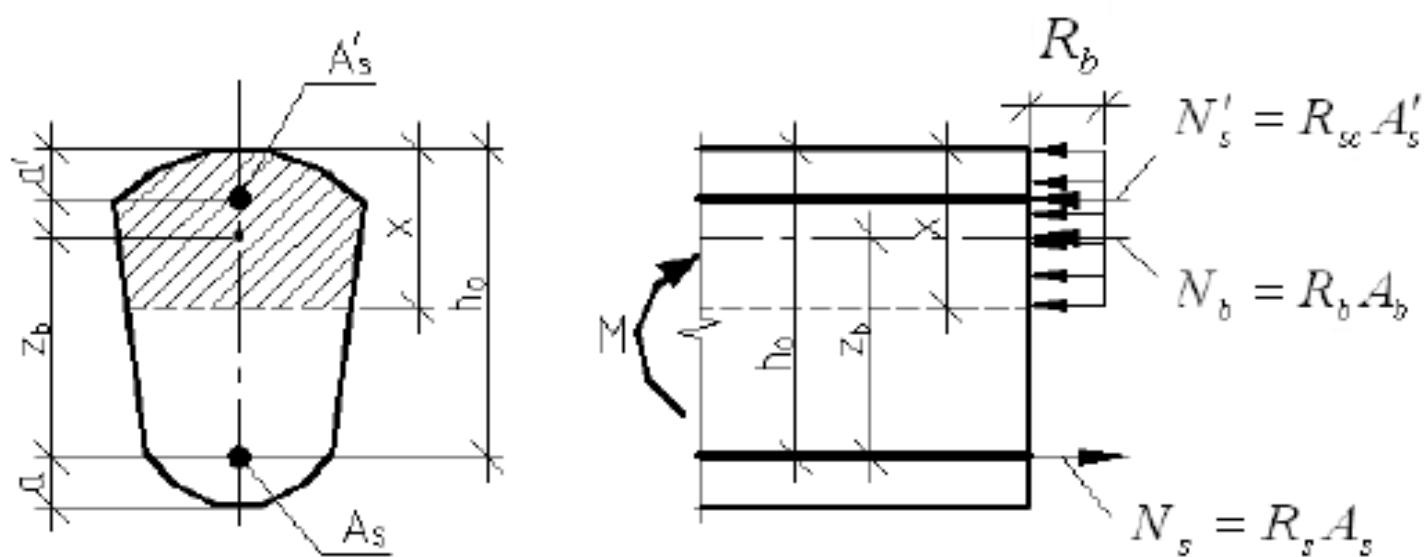
9.1 Общий способ расчета прочности изгибаемых элементов по нормальным сечениям

9.2 Расчет прочности по нормальным сечениям элементов прямоугольного профиля

9.3 Расчет прочности по нормальным сечениям элементов таврового профиля



**Рис. 1.** Схема изгибаемой железобетонной балки:  
*a-a* – нормальное сечение; *б-б* – наклонное сечение.

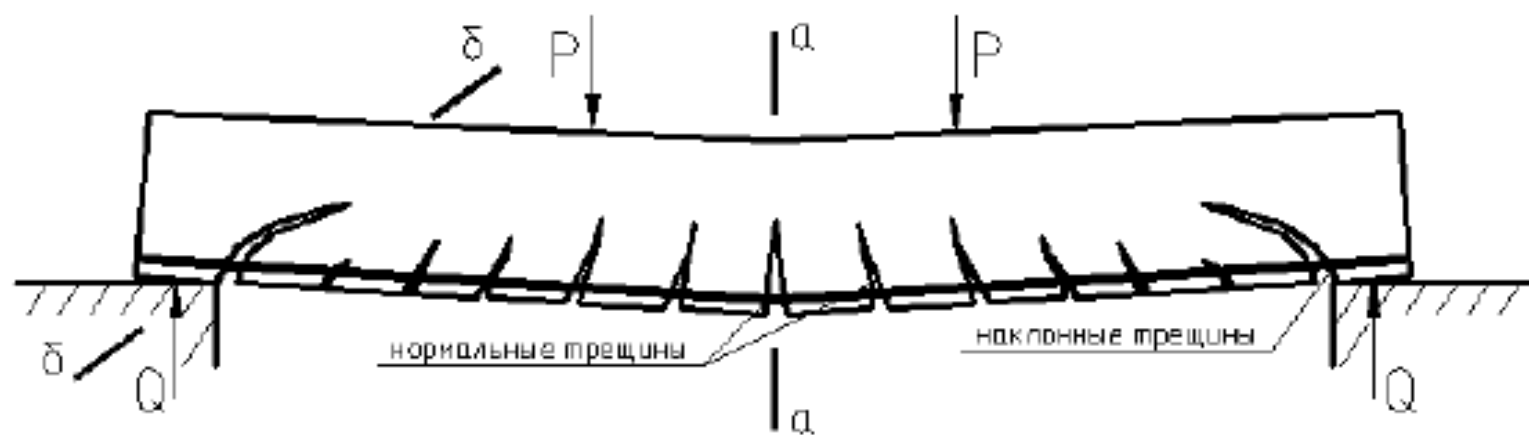


Цель расчёта прочности по нормальным сечениям изгибаемых элементов сводится к определению размеров поперечного сечения элемента и площади поперечного сечения растянутой рабочей арматуры, гарантирующих надёжную работу железобетонных конструкций в течение заданного срока службы зданий.

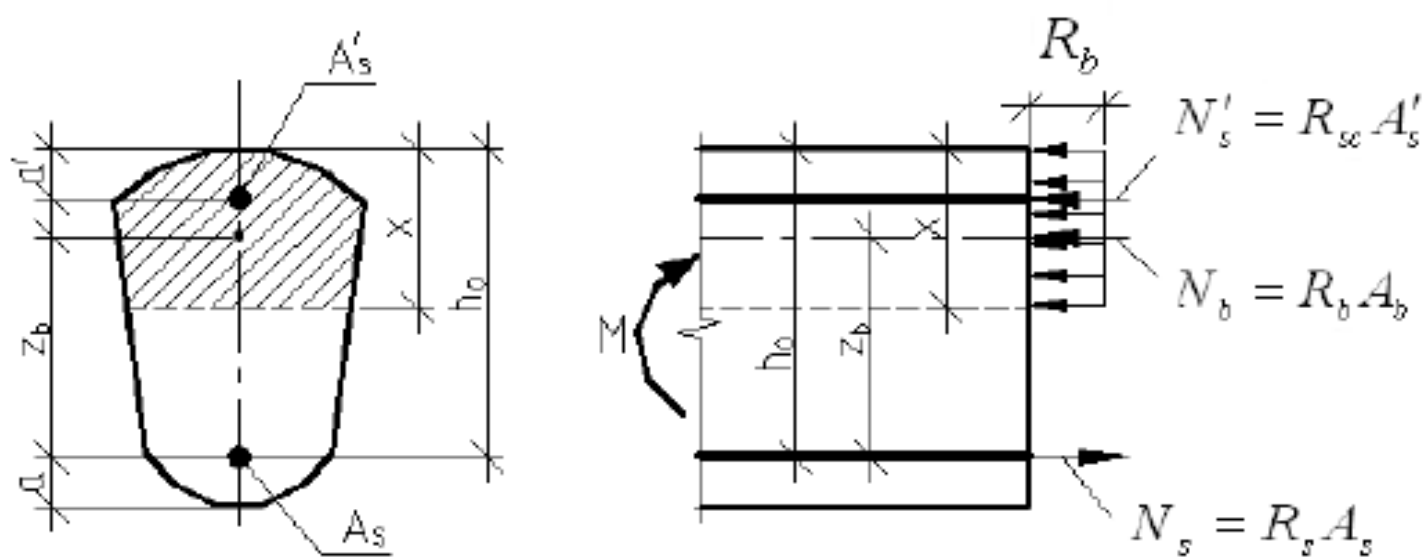
# Прямая и обратная задачи

- Прямая задача: когда необходимо определить требуемое количество растянутой арматуры (либо сечение элемента при заданной арматуре) при заданных нагрузках
- Обратная задача: когда требуется проверить несущую способность элемента при известном количестве арматуры в элементе

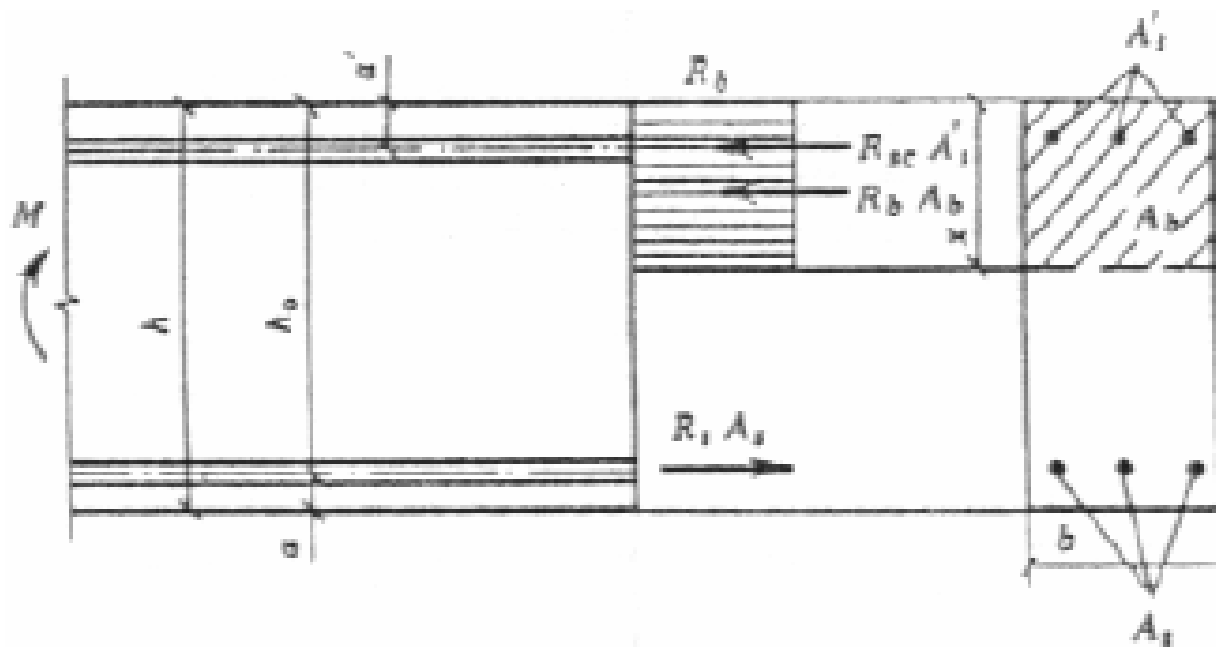
- Расчет по прочности нормальных сечений проводим по предельным усилиям
- Прочность изгибаемых железобетонных конструкций рассчитывают по III стадии НДС



**Рис. 1. Схема изгибаемой железобетонной балки:**  
*a-a – нормальное сечение; б-б – наклонное сечение.*



## 9.2 Расчет прочности по нормальным сечениям изгибаемых элементов прямоугольного профиля



Черт. 4. Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси изгибаемого железобетонного элемента, при расчете его по прочности



## Последовательность расчёта (принцип Лолейта)

- 1) Сбор нагрузок
- 2) Определение расчетной схемы
- 3) Построение эпюр M и Q
- 4) Определение требуемой площади арматуры

$$a_m \rightarrow \xi \rightarrow A_{тр}$$

- 5) Конструирование

Элементы прямоугольного профиля с одиночной арматурой (рис. 3).

Высоту сжатой зоны  $x$  определяют из уравнения равенства нулю суммы проекций всех нормальных усилий на продольную ось элемента:

$$\sum x = R_s A_s - R_b b x = 0 \Rightarrow R_s A_s = R_b b x \Rightarrow x = \frac{R_s A_s}{R_b b}.$$

Определяем несущий момент сжатой зоны относительно центра тяжести растянутой арматуры:  $M_{ult} = R_b b x (h_0 - 0,5x)$ .

Тогда условие прочности по сжатой зоне:

$$M \leq R_b b x (h_0 - 0,5x). \quad (1)$$

Определяем несущий момент растянутой арматуры относительно центра тяжести сжатого бетона:  $M_{ult} = R_s A_s (h_0 - 0,5x)$ .

Тогда условие прочности по растянутой арматуре:

$$M \leq R_s A_s (h_0 - 0,5x). \quad (2)$$

В практике для расчета прямоугольных сечений с одиночной арматурой используют *табличный метод*. С этой целью формулы (1) и (2) преобразуют следующим

образом, подставив значение  $\xi = \frac{x}{h_0}$ ;  $x = \xi \cdot h_0$  :

$$M_{ult} = R_b \cdot b \cdot x(h_0 - 0,5x) = R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0(h_0 - 0,5 \cdot \xi \cdot h_0) = R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \xi \cdot (1 - 0,5\xi) = R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_m,$$

$$M = R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_m \tag{3}$$

где  $\alpha_m = \xi \cdot (1 - 0,5\xi)$ .

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b \cdot b \cdot h_0^2}.$$

$$M = R_s \cdot A_s (h_0 - 0,5x) = R_s \cdot A_s \cdot h_0 \left(1 - 0,5 \frac{x}{h_0}\right) = R_s \cdot A_s \cdot h_0 \cdot \zeta,$$

где  $\zeta = \left(1 - 0,5 \frac{x}{h_0}\right) = (1 - 0,5\xi)$ .

$$A_s = \frac{M}{R_s \cdot h_0 \cdot \zeta}. \tag{4}$$

Для коэффициентов  $\alpha_m$  и  $\xi$  составлена таблица 3.1 (Байков), которая значительно сокращает вычисления.

$$\sum x = R_s A_s - R_b b x = 0 \Rightarrow R_s A_s = R_b b x \Rightarrow x = \frac{R_s A_s}{R_b b}.$$

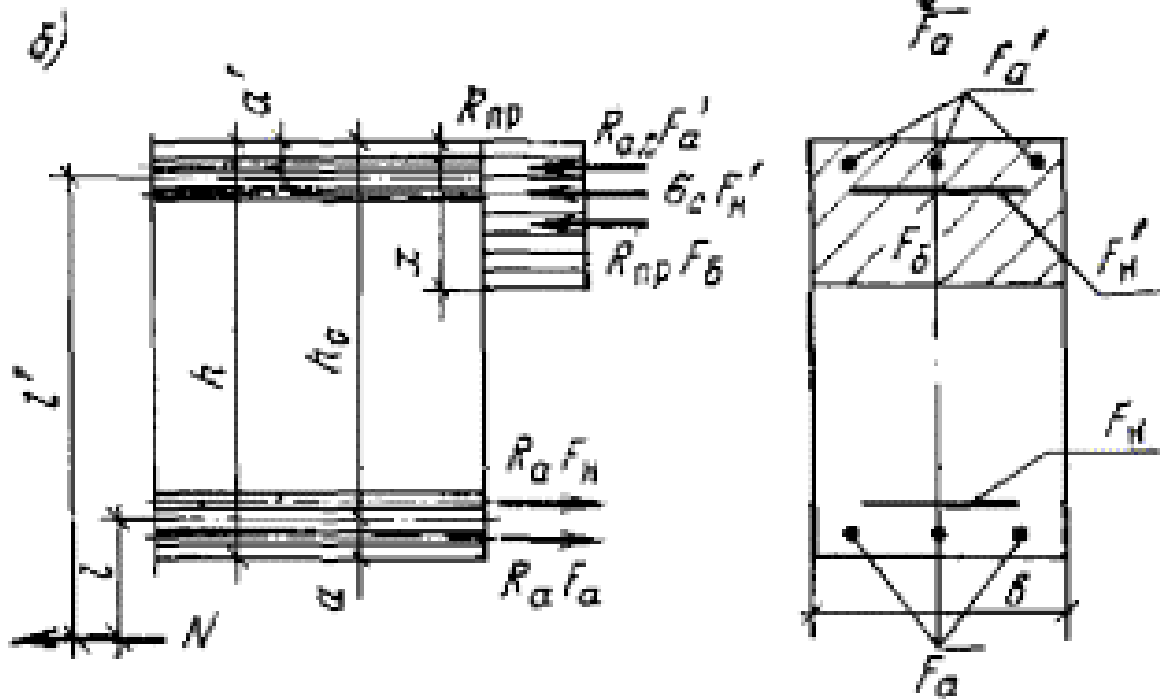
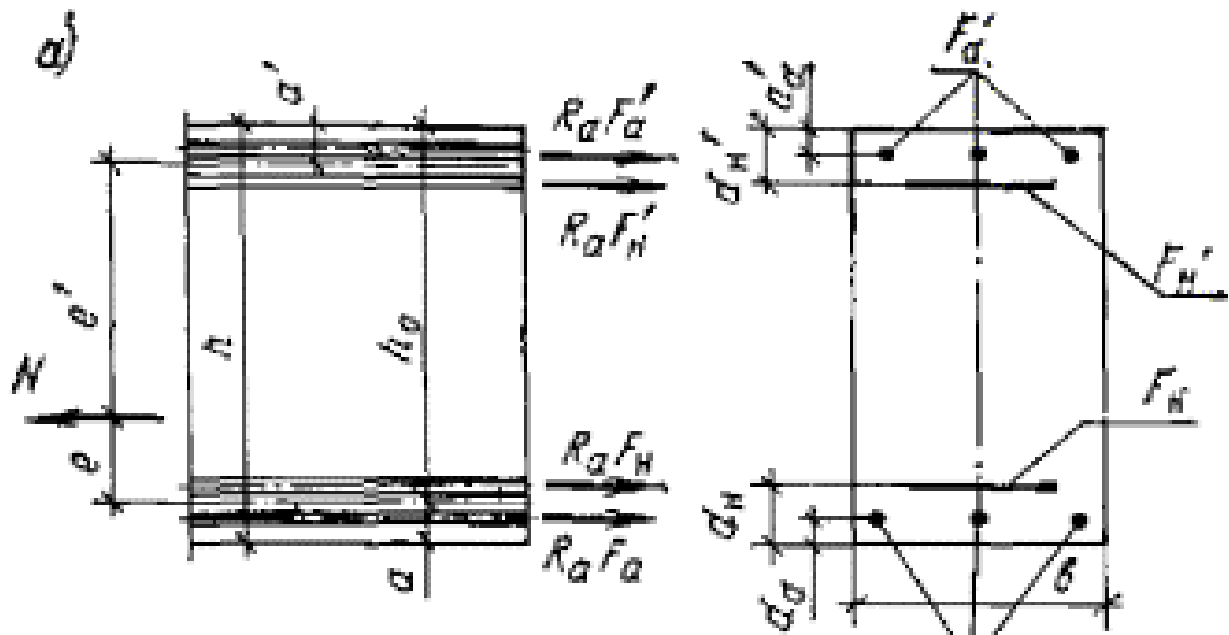
$$\alpha_m = \frac{M}{R_b \cdot b \cdot h_0^2}.$$

$$A_s = \frac{M}{R_s \cdot h_0 \cdot \zeta}.$$

Значения  $\xi$ ,  $\zeta$ ,  $\alpha_m$

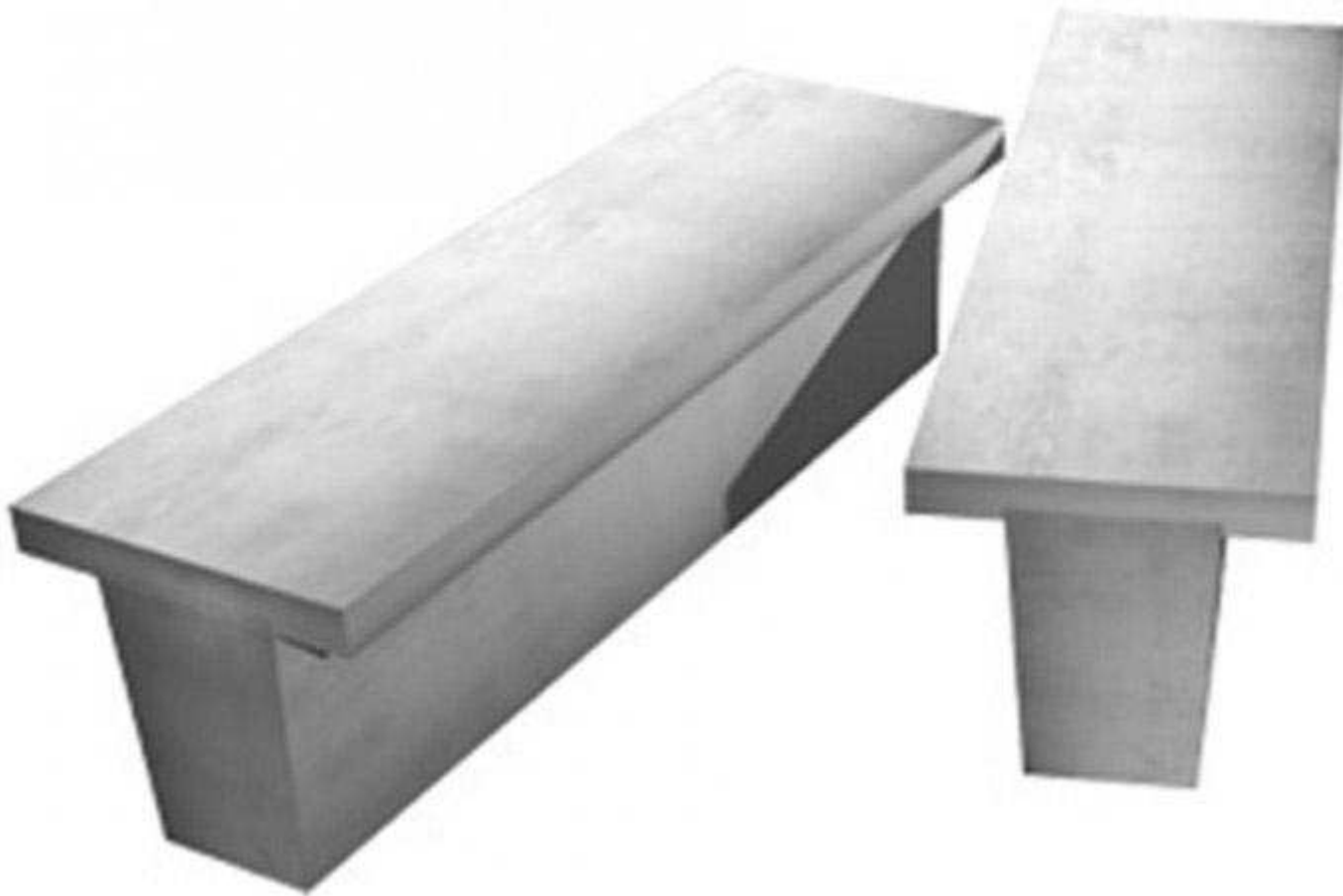
Таблица 13

| $\xi$ | $\zeta$ | $\alpha_m$ | $\xi$ | $\zeta$ | $\alpha_m$ | $\xi$ | $\zeta$ | $\alpha_m$ |
|-------|---------|------------|-------|---------|------------|-------|---------|------------|
| 0,01  | 0,995   | 0,01       | 0,26  | 0,87    | 0,226      | 0,51  | 0,745   | 0,38       |
| 0,02  | 0,99    | 0,02       | 0,27  | 0,865   | 0,234      | 0,52  | 0,74    | 0,385      |
| 0,03  | 0,985   | 0,03       | 0,28  | 0,86    | 0,241      | 0,53  | 0,735   | 0,39       |
| 0,04  | 0,98    | 0,039      | 0,29  | 0,855   | 0,248      | 0,54  | 0,73    | 0,394      |
| 0,05  | 0,975   | 0,049      | 0,30  | 0,85    | 0,255      | 0,55  | 0,725   | 0,399      |
| 0,06  | 0,97    | 0,058      | 0,31  | 0,845   | 0,262      | 0,56  | 0,72    | 0,403      |
| 0,07  | 0,965   | 0,068      | 0,32  | 0,84    | 0,269      | 0,57  | 0,715   | 0,407      |
| 0,08  | 0,96    | 0,077      | 0,33  | 0,835   | 0,276      | 0,58  | 0,71    | 0,412      |
| 0,09  | 0,955   | 0,086      | 0,34  | 0,83    | 0,282      | 0,59  | 0,705   | 0,416      |
| 0,10  | 0,95    | 0,095      | 0,35  | 0,825   | 0,289      | 0,60  | 0,7     | 0,42       |
| 0,11  | 0,945   | 0,104      | 0,36  | 0,82    | 0,295      | 0,62  | 0,69    | 0,428      |
| 0,12  | 0,94    | 0,113      | 0,37  | 0,815   | 0,302      | 0,64  | 0,68    | 0,435      |
| 0,13  | 0,935   | 0,122      | 0,38  | 0,81    | 0,308      | 0,66  | 0,67    | 0,442      |
| 0,14  | 0,93    | 0,13       | 0,39  | 0,805   | 0,314      | 0,68  | 0,66    | 0,449      |
| 0,15  | 0,925   | 0,139      | 0,40  | 0,8     | 0,32       | 0,70  | 0,65    | 0,455      |
| 0,16  | 0,92    | 0,147      | 0,41  | 0,795   | 0,326      | 0,72  | 0,64    | 0,461      |
| 0,17  | 0,915   | 0,156      | 0,42  | 0,79    | 0,332      | 0,74  | 0,63    | 0,466      |
| 0,18  | 0,91    | 0,164      | 0,43  | 0,785   | 0,338      | 0,76  | 0,62    | 0,471      |
| 0,19  | 0,905   | 0,172      | 0,44  | 0,78    | 0,343      | 0,78  | 0,61    | 0,476      |
| 0,20  | 0,9     | 0,18       | 0,45  | 0,775   | 0,349      | 0,80  | 0,6     | 0,48       |
| 0,21  | 0,895   | 0,188      | 0,46  | 0,77    | 0,354      | 0,85  | 0,575   | 0,489      |
| 0,22  | 0,89    | 0,196      | 0,47  | 0,765   | 0,36       | 0,90  | 0,55    | 0,495      |
| 0,23  | 0,885   | 0,204      | 0,48  | 0,76    | 0,365      | 0,95  | 0,525   | 0,499      |
| 0,24  | 0,88    | 0,211      | 0,49  | 0,755   | 0,37       | 1,00  | 0,50    | 0,50       |
| 0,25  | 0,875   | 0,219      | 0,50  | 0,75    | 0,375      |       |         |            |





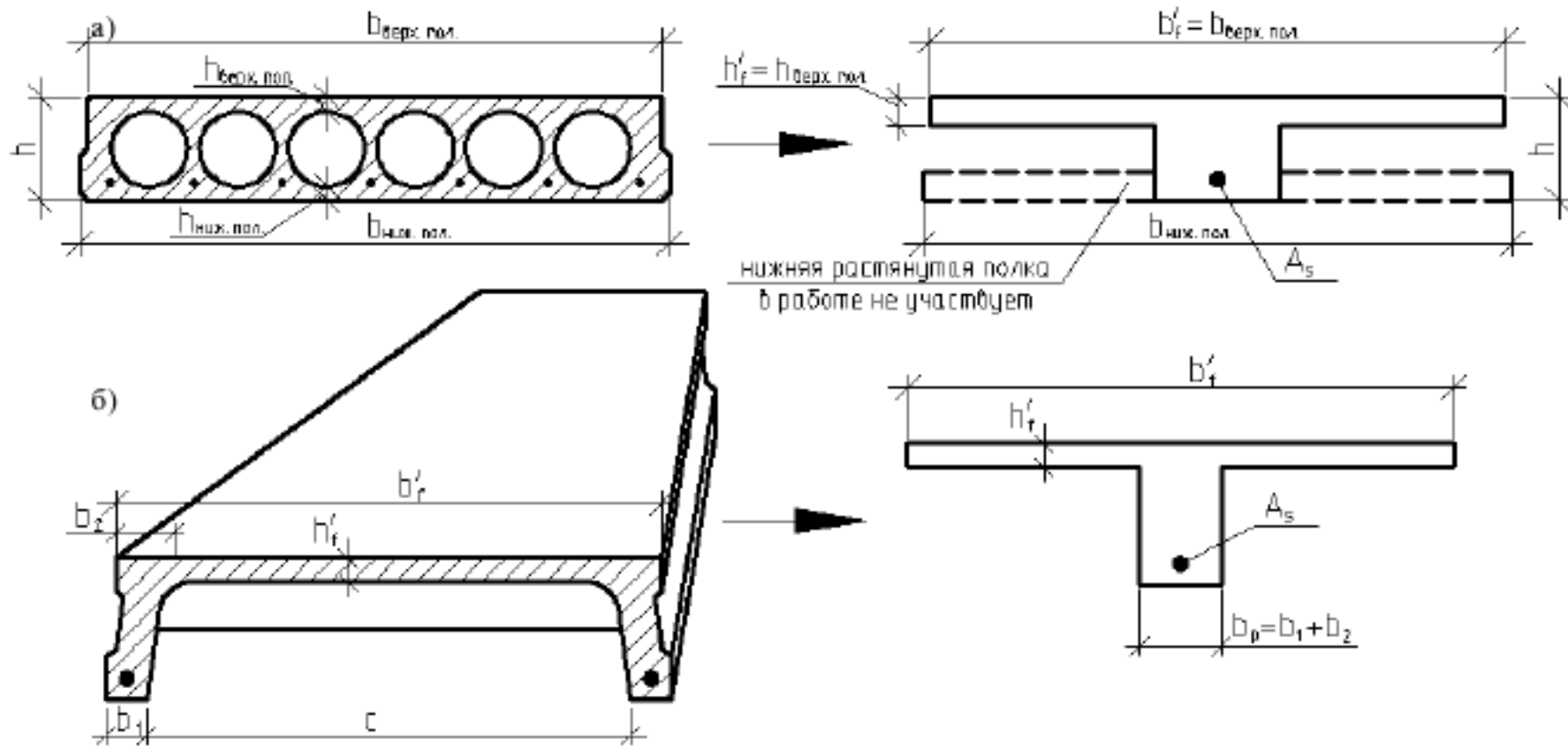
## 9.3 Расчет тавровых сечений изгибаемых элементов



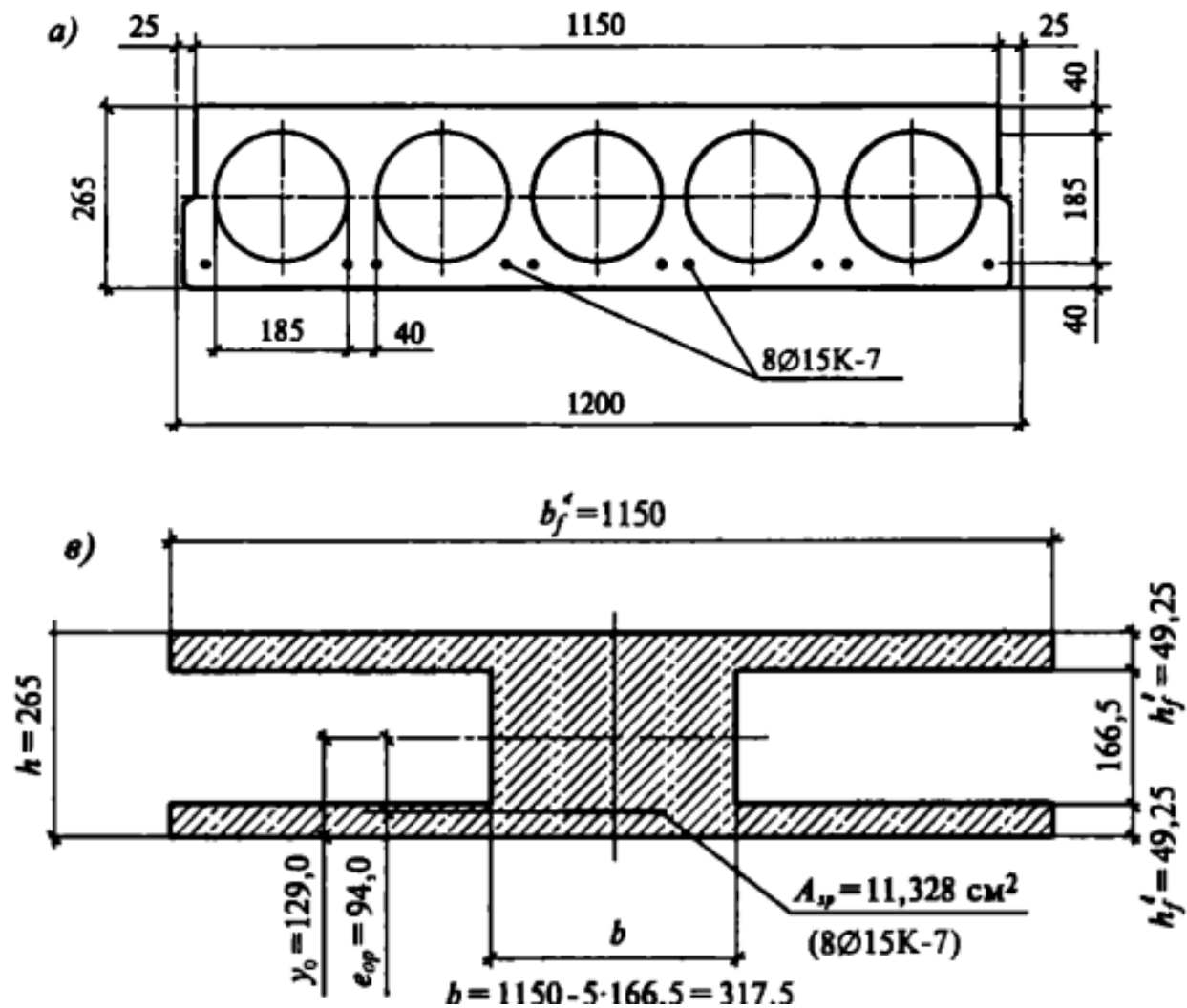


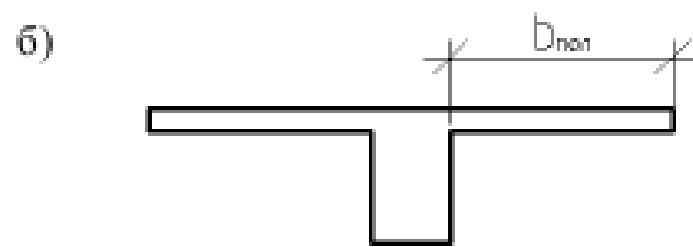
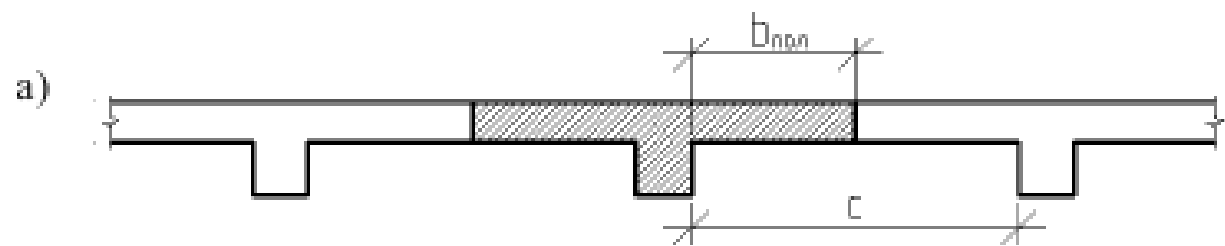
# Расчетное и приведенное сечение

# Приведенное сечение (для I группы предельных состояний)



# Приведенное сечение (для II группы предельных состояний)



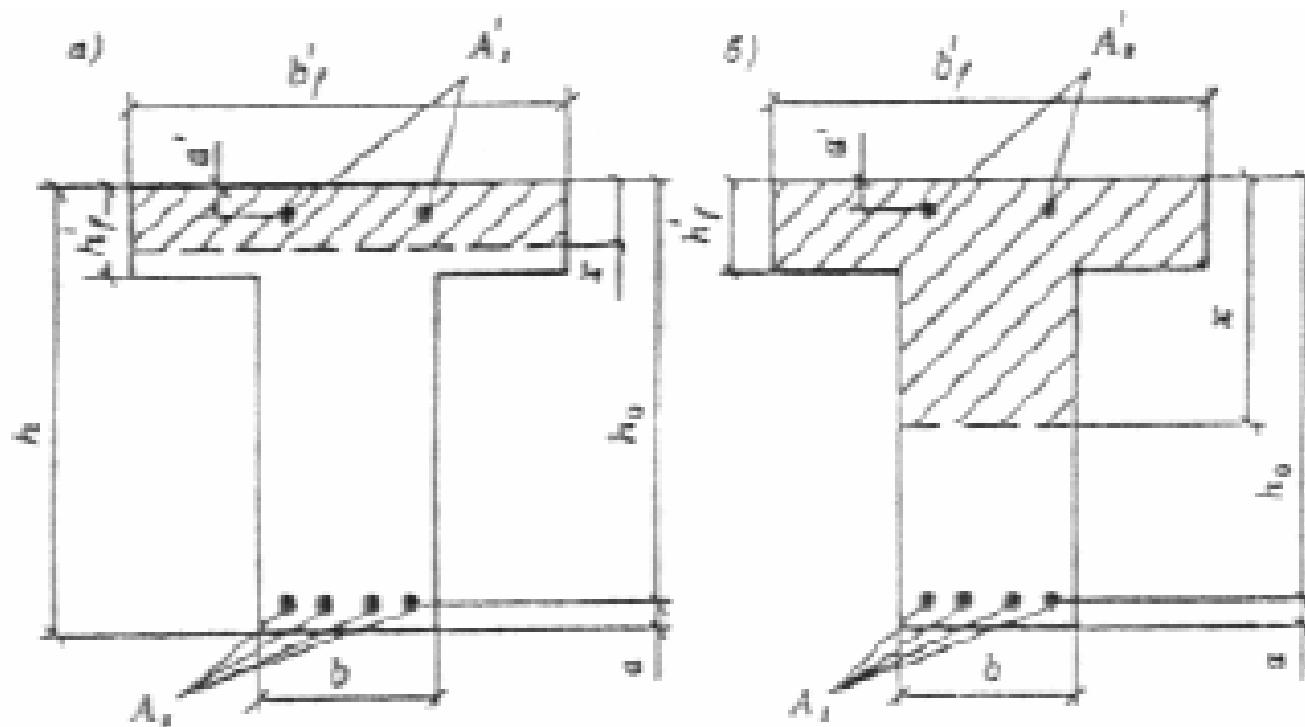


# Приведенное сечение

Бетон и арматура, хотя и работают совместно, но имеют разные модули упругости: при одинаковых деформациях в них возникают разные напряжения. Чтобы подсчитать, их сечения приводят к одному материалу (обычно к бетону) через коэффициент приведения

$$a = E_s / E_b,$$

где  $E_s$  и  $E_b$  – модули упругости арматуры и бетона (начальный). Такие сечения называют приведенными.



Черт. 5. Положение границы сжатой зоны в сечении  
 изгибаемого железобетонного элемента  
 $a$  — в полке;  $b$  — в ребре

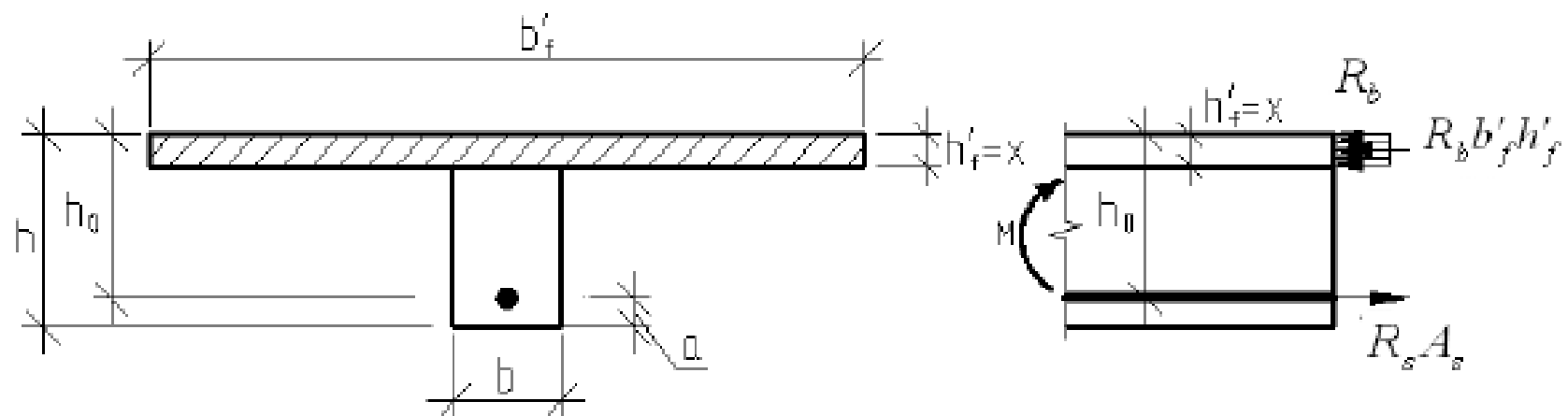


Рис. 9. К определению расчетного случая в элементах таврового профиля.

Элементы таврового профиля с одиночной арматурой (рис. 10).

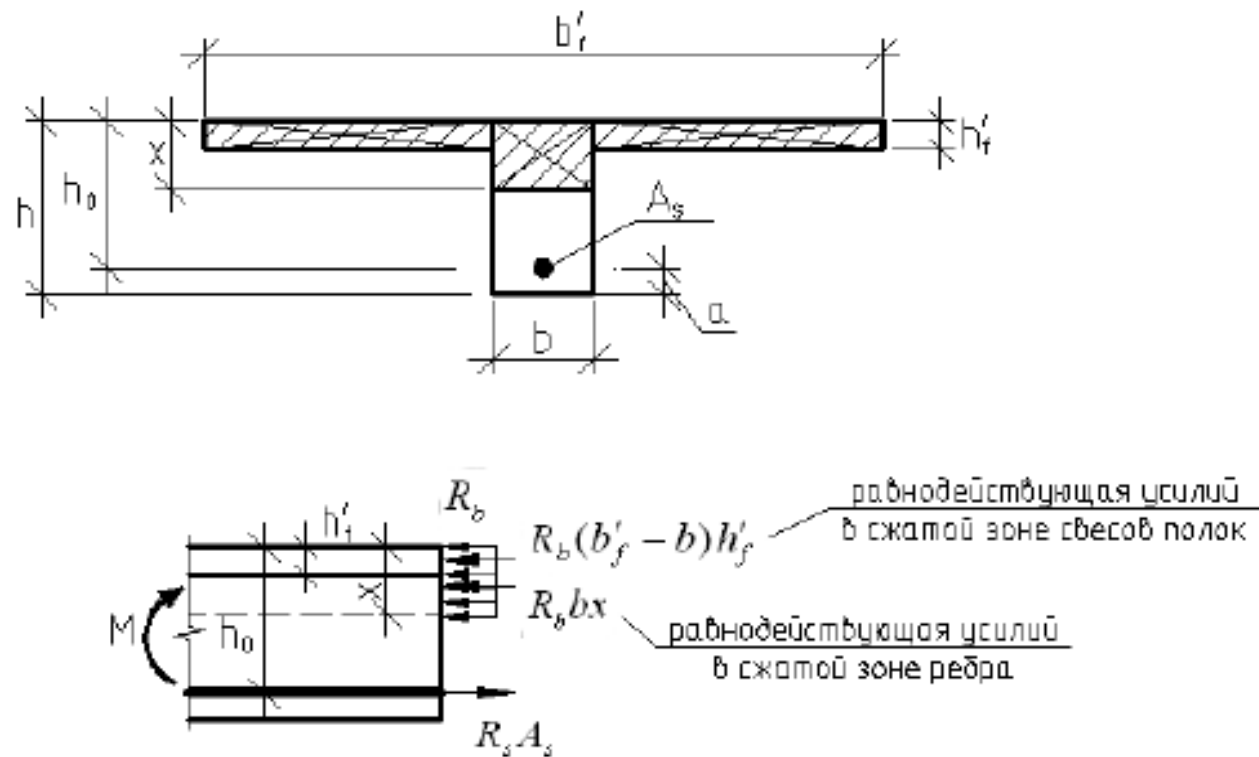


Рис. 10. К расчету растянутой арматуры в элементах таврового профиля.



Элементы таврового профиля с двойной арматурой (рис. 11).

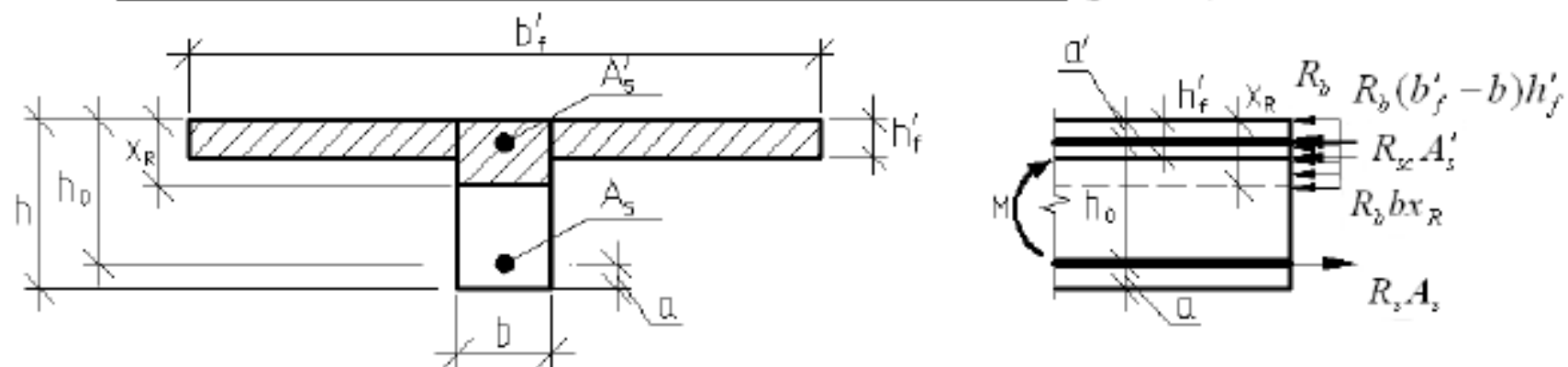
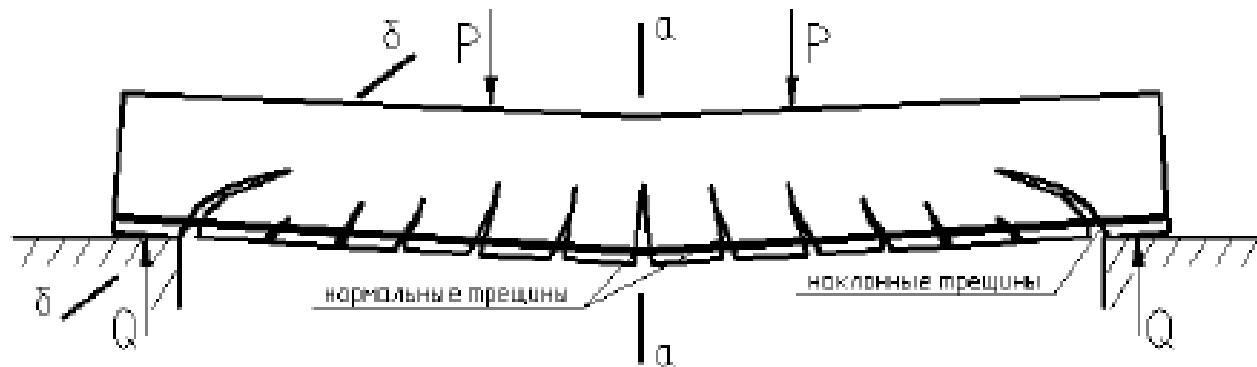


Рис. 11. К расчету сжатой арматуры в элементах таврового профиля.

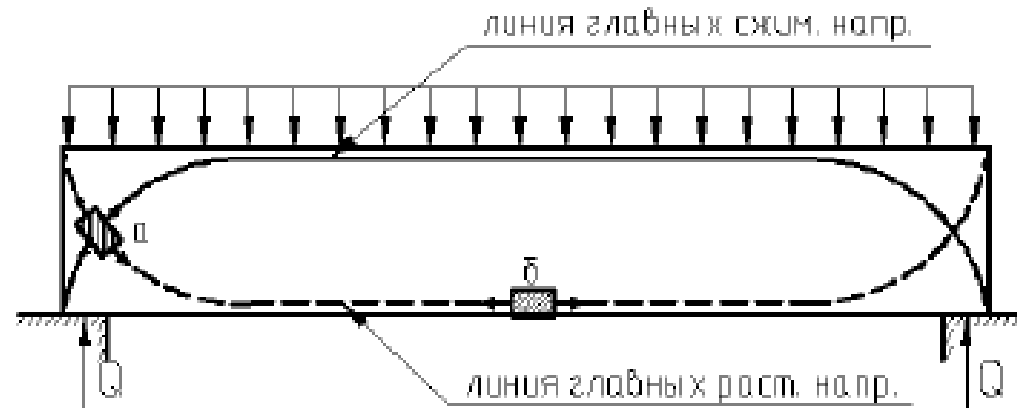


# 10 Расчет прочности по наклонным сечениям изгибаемых железобетонных элементов



**Рис. 1. Схема изгибаемой железобетонной балки:**  
*a-a – нормальное сечение; б-б – наклонное сечение.*

Главные растягивающие и главные сжимающие напряжения действуют под углом к оси (рис. 1).

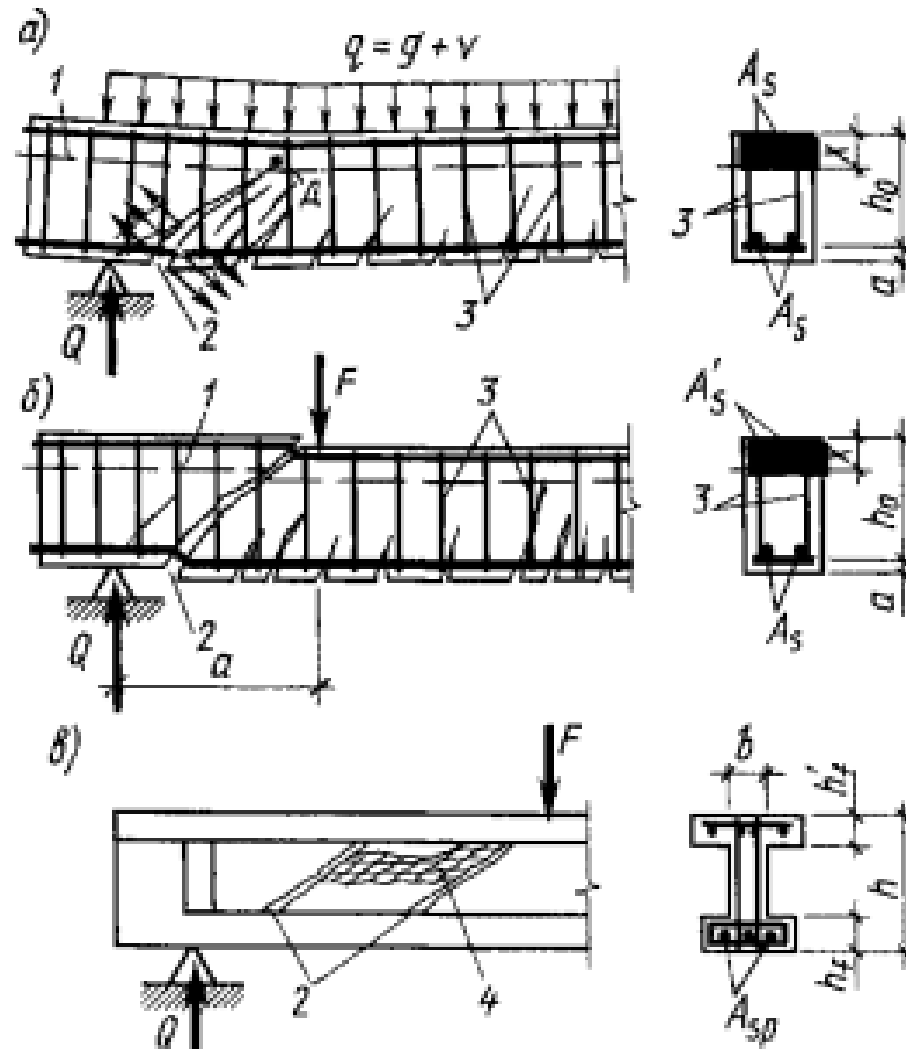


**Рис. 2. Линии главных сжимающих и растягивающих напряжений.**

- Образование наклонных трещин в изгибаемых элементах (например, у опор балок) обусловлено совместным действием изгибающих моментов и поперечных сил.
- Место их образования, наклон, раскрытие и развитие по высоте зависят от вида нагрузок, формы сечения, вида армирования, соотношения  $M/Q$  и других факторов
- Разрушение элементов по наклонным сечениям не менее вероятно, чем по нормальным (в пролете)

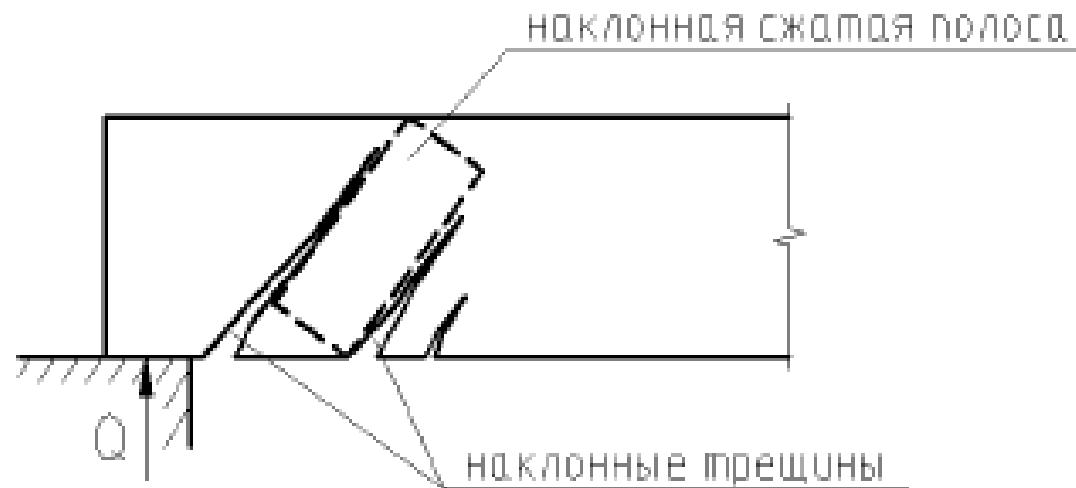


# Расчет наклонных сечений изгибаемых ж/б элементов



### 3 случая разрушения ЖБ элемента по наклонному сечению

1. Раздробление бетона наклонной полосы между наклонными трещинами от главных сжимающих напряжений





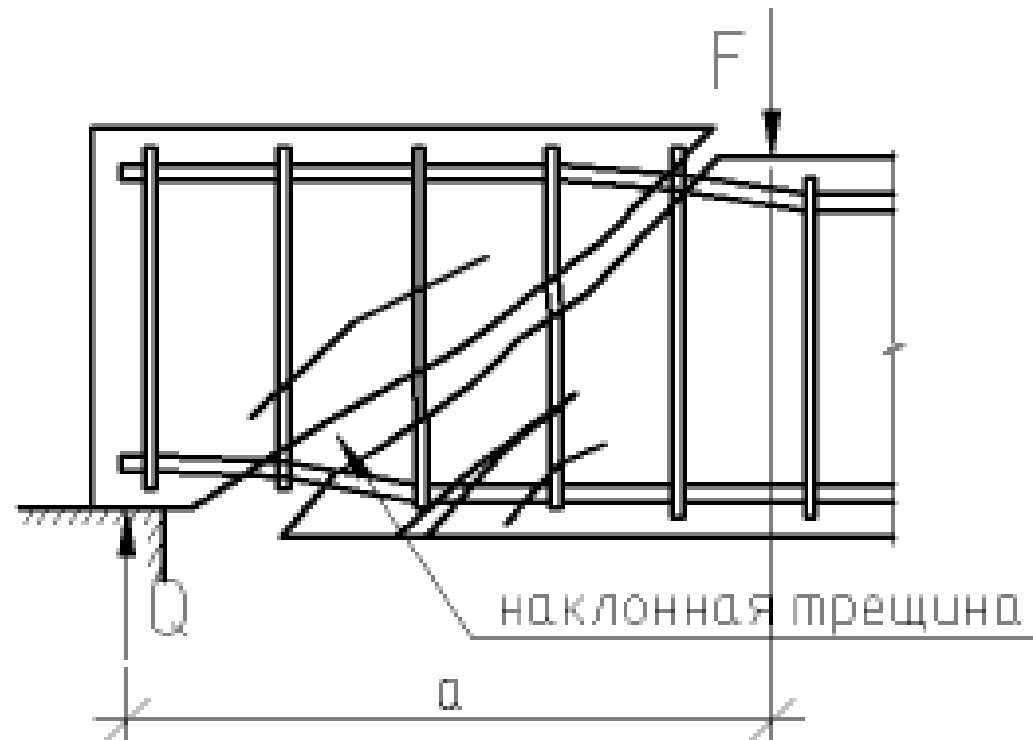
Расчет железобетонных элементов по полосе между наклонными сечениями (8.1.32, СП 63) производят из условия

$$Q \leq \varphi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0,$$

- где  $Q$  - поперечная сила в нормальном сечении элемента;
- $\varphi_{b1}$  - коэффициент, принимаемый равным 0,3.

***Если условие не соблюдается, необходимо увеличить размеры сечения или повысить класс бетона.***

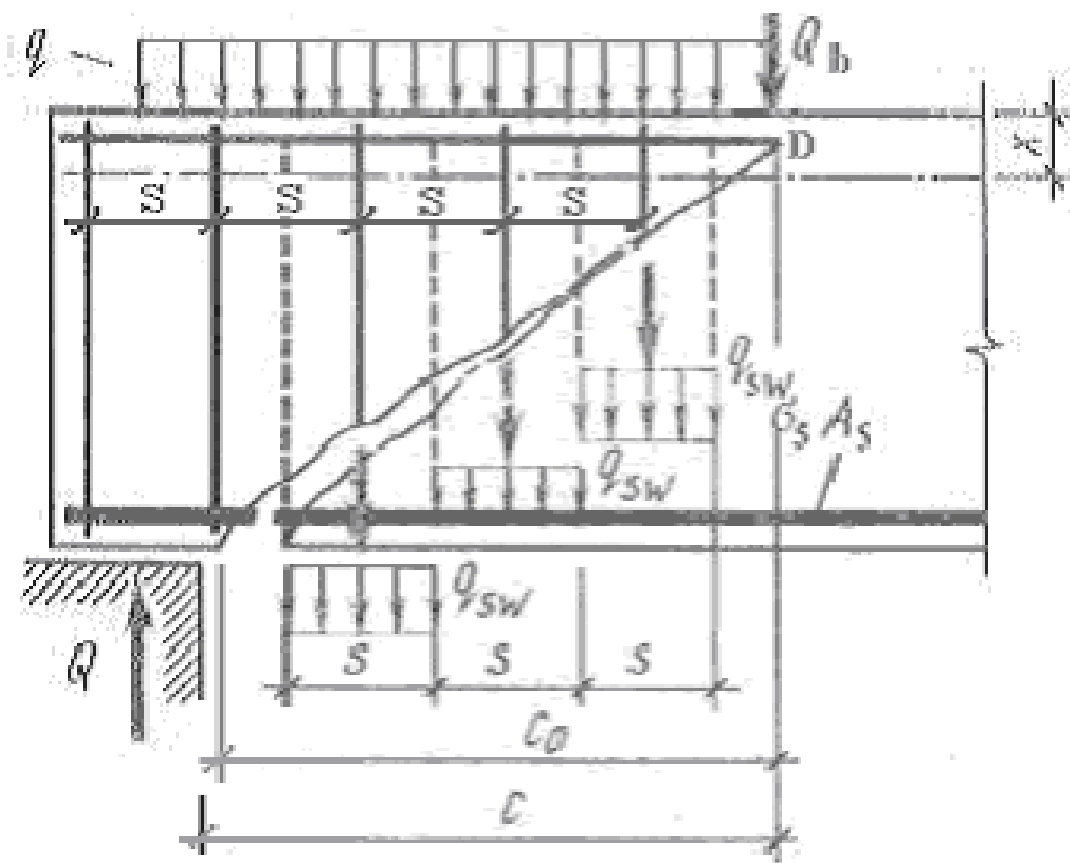
## 2. Сдвиг по наклонному сечению от доминирующего действия поперечной силы

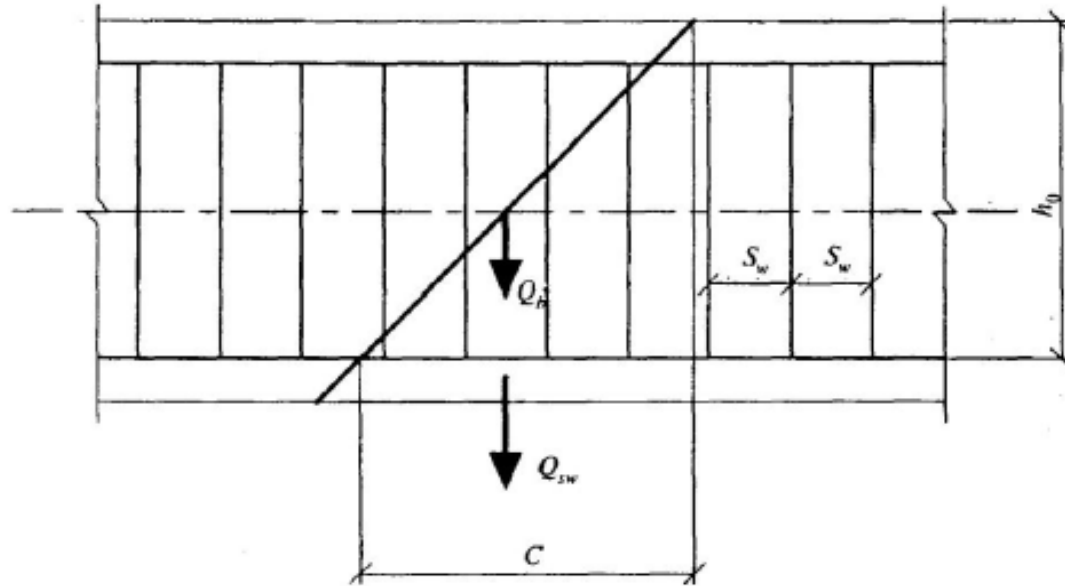


Расчет по наклонным сечениям для случая  
разрушения от действия поперечной силы  
(8.1.33, СП 63) (обязательный!)

$$Q \leq Q_b + Q_{sw},$$

- где  $Q$  — поперечная сила в наклонном сечении с длиной проекции  $S$  на продольную ось элемента;
- $Q_b$  — поперечная сила, воспринимаемая бетоном в наклонном сечении;
- $Q_{sw}$  — поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой (хомутами) в наклонном сечении.





Поперечную силу  $Q_b$  определяют по формуле

$$Q_b = \frac{\varphi_{b2} R_{bt} b h_0^2}{c},$$

но принимают не более  $2,5 R_{bt} b h_0$  и не менее  $0,5 R_{bt} b h_0$ ;

- $\varphi_{b2}$  — коэффициент, принимаемый равным 1,5.

Усилие  $Q_{sw}$  для поперечной арматуры (хомутов), нормальной к продольной оси элемента, определяют по формуле

$$Q_{sw} = \varphi_{sw} q_{sw} c, \quad (8.58)$$

где  $\varphi_{sw}$  — коэффициент, принимаемый равным 0,75;

$q_{sw}$  — усилие в поперечной арматуре (в хомутах) на единицу длины элемента

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{s_w}. \quad (8.59)$$

Расчет производят для ряда расположенных по длине элемента наклонных сечений при наиболее опасной длине проекции наклонного сечения  $c$ . При этом длину  $c$  в формуле (8.58) принимают не менее  $1,0 h_0$  и не более  $2,0 h_0$ .

Поперечную арматуру учитывают в расчете, если соблюдается условие

$$q_{sw} \geq 0,25 R_{bt} b.$$

Шаг поперечной арматуры, учитываемой в расчете,  $\frac{s_w}{h_0}$  должен быть не больше значе-

ния  $\frac{s_{w,max}}{h_0} = \frac{R_{bt} b h_0}{Q}$ .

*При отсутствии поперечной арматуры* расчет производят из условий (8.56), принимая усилие  $Q_{sw}$  равным нулю.

### Алгоритм решения:

1. Проверка прочности по наклонным сечениям от разрушения между наклонными трещинами:

$$Q \leq \varphi_{bt} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0$$

2. Проверка необходимости в установке поперечных стержней (хомутов) по расчету:

$$Q_{\max} \leq 2,5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$

Если условие выполняется, то бетон сопротивляется внешней нагрузке без помощи хомутов или они устанавливаются конструктивно.

Если условие не выполняется, необходимо установить по расчету поперечную арматуру;

3. Находим шаг стержней исходя из условия, что

$$s \leq \begin{cases} S_{\max}^{\text{констр}} \\ S_{\max} \end{cases}$$

$S_{\max}^{\text{констр}}$  – максимальный шаг стержней по конструктивным требованиям;

$S_{\max}$  – наибольшее значение проекции наклонной трещины на продольную ось элемента в случае, если наклонная трещина проходит между смежными поперечными стержнями и вся поперечная сила воспринимается лишь бетоном.

$$c = s;$$

$$Q = Q_b$$

$$Q_b = \frac{\varphi_{b2} \cdot (1 + \varphi_f + \varphi_n) \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2}{c};$$

$$s_{\max} = \frac{\varphi_{b4} \cdot (1 + \varphi_n) \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2}{Q};$$

4. Определяем  $M_b$ ;

5. Определяем  $q_{sw,mp}$ ;

6. Подбираем диаметр и количество стержней фактической поперечной арматуры

$A_{sw}^{mp} \approx A_{sw}^{\phi}$ , где

$$R_{sw} \cdot A_{sw}^{mp} = q_{sw}^{mp} \cdot s;$$

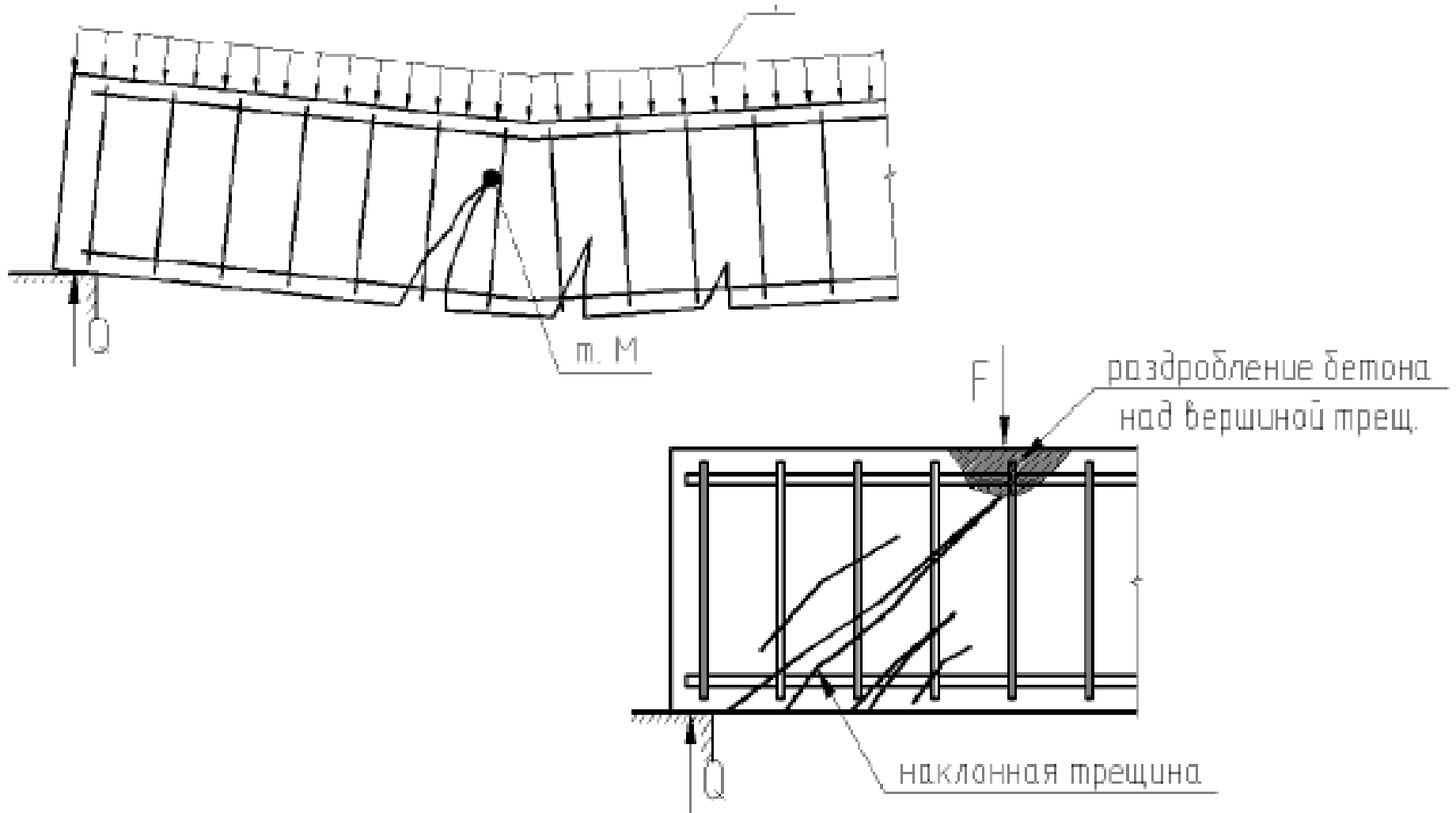
$$A_{sw}^{mp} = \frac{q_{sw}^{mp} \cdot s}{R_{sw}}$$

7. Находим  $Q_{расч} = Q - q \cdot c$ ;

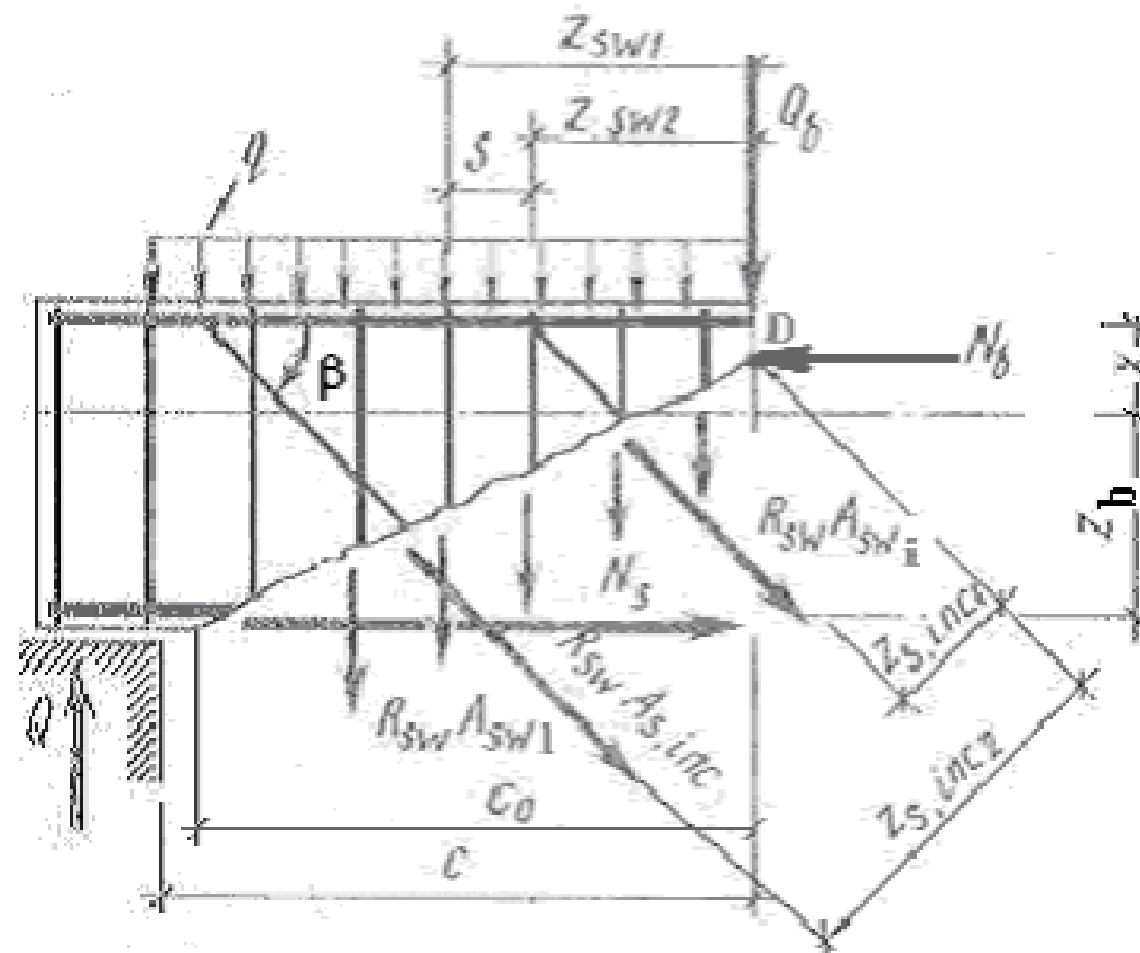
8. Проверяем прочность наклонного сечения  $Q_{расч} \leq Q_b + Q_{sw}$



### 3. Излом по наклонному сечению от действия доминирующего изгибающего момента



# Расчет железобетонных элементов по наклонным сечениям на действие моментов



Расчет железобетонных элементов по наклонным сечениям на действие моментов производят из условия

$$M \leq M_s + M_{sw}$$

- где  $M$  - момент в наклонном сечении с длиной проекции  $C$  на продольную ось элемента, определяемый от всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого наклонного сечения, относительно конца наклонного сечения (точка  $D$ ), противоположного концу, у которого располагается проверяемая продольная арматура;
- $M_s$  - момент, воспринимаемый продольной арматурой, пересекающей наклонное сечение, относительно противоположного конца наклонного сечения (точка  $D$ );
- $M_{sw}$  - момент, воспринимаемый поперечной арматурой, пересекающей наклонное сечение, относительно противоположного конца наклонного сечения (точка  $D$ ).

**Момент Ms** определяют по формуле

$$M_s = N_s \cdot z_s$$

где  $N_s$  - усилие в продольной растянутой арматуре, принимаемое равным  $R_s \cdot A_s$ , а в зоне анкеровки определяемое согласно 10.3.21 - 10.3.28;

$z_s$  - плечо внутренней пары сил; допускается принимать  $z_s = 0,9 h_0$ .

**Момент Msw** для поперечной арматуры, нормальной к продольной оси элемента, определяют по формуле

$$M_{sw} = 0,5 \cdot Q_{sw} \cdot C$$

где  $Q_{sw}$  - усилие в поперечной арматуре, принимаемое равным  $q_{sw} \cdot C$ ;

$q_{sw}$  - определяют по формуле (8.59),  
а  $C$  принимают в пределах от  $1,0 h_0$  до  $2,0 h_0$ .

# Конструктивные требования

- Диаметр поперечной арматуры в вязаных каркасах изгибаемых элементов принимают не **менее 6 мм**.
- В сварных каркасах диаметр поперечной арматуры принимают не менее диаметра, устанавливаемого **из условия сварки** с наибольшим диаметром продольной арматуры (Приложение 9, Байков).
- В сплошных плитах, а также в часторебристых **плитах высотой менее 300 мм** и в **балках (ребрах) высотой менее 150 мм** на участке элемента, где поперечная сила по расчету воспринимается только бетоном, **поперечную арматуру можно не устанавливать**.
- В **балочных конструкциях высотой свыше 150 мм**, а также в **многопустотных плитах** (или аналогичных часторебристых конструкциях) **высотой свыше 300 мм** должна устанавливаться поперечная арматура.

Поперечная арматура в балочных и плитных конструкциях, устанавливается:

- на приопорных участках, равных при равномерно распределенной нагрузке  $1/4$  пролета, при сосредоточенных нагрузках — расстоянию от опоры до ближайшего груза, но не менее  $1/4$  пролета, с шагом **не более  $0,5 h_0$  и не более 300 мм**;
- на остальной части пролета при высоте сечения элемента  $h$  свыше 300 мм устанавливается поперечная арматура с шагом **не более  $3/4 h$  и не более 500 мм**.

# Анкеровка арматуры

Поперечная арматура, предусмотренная для восприятия поперечных сил, должна иметь надежную анкеровку по концам путем приварки или охвата продольной арматуры, обеспечивающую равнопрочность соединений и хомутов.

Базовую длину анкеровки определяют по формуле 10.1:

$$\ell_{0,ан} = \frac{R_s \cdot A_s}{R_{bond} \cdot u_s}$$

где  $A_s, u_s$  – соответственно площадь поперечного сечения анкеруемого стержня арматуры и периметр его сечения, определяемые по номинальному диаметру стержня;

$R_{bond}$  – расчетное сопротивление сцепления арматуры с бетоном, принимаемое равномерно распределенным по длине анкеровки и определяемое по формуле 8.2.

$$R_{bond} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot R_{bt}$$

$R_{bt}$  – расчетное сопротивление бетона осевому растяжению;

$\eta_1$  – коэффициент, учитывающий влияние вида поверхности арматуры ( $\eta_1 = 1,5 \div 2,5$ );

$\eta_2$  – коэффициент, учитывающий влияние размера диаметра арматуры.



**Требуемую расчетную длину анкеровки** арматуры с учетом конструктивного решения определяют по формуле 8.3

$$\ell_{an} = \alpha \cdot \ell_{0,an} \cdot \frac{A_{s,cal}}{A_{s,ef}}$$

где  $A_{s,cal}; A_{s,ef}$  – площади поперечного сечения арматуры соответственно требуемая по расчету и фактически установленная;

$\alpha$  – коэффициент, учитывающий влияние на длину анкеровки напряженного состояния бетона и арматуры.

Допускается уменьшать длину анкеровки в зависимости от количества и диаметра арматуры, вида анкерующих устройств и величины поперечного обжатия бетона в зоне анкеровки, но не более чем на 30%.

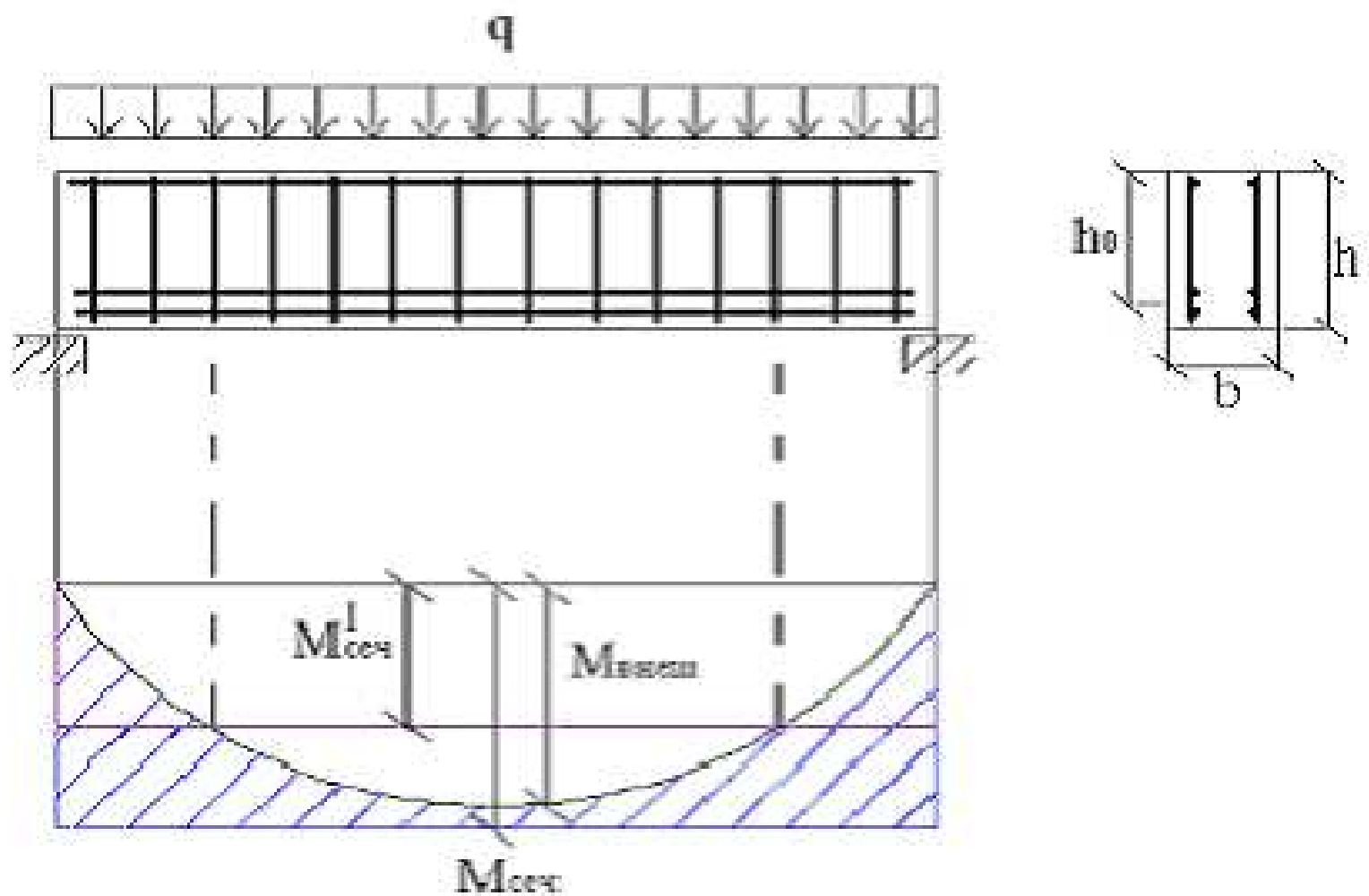
**Фактическую длину анкеровки принимают**  $\ell_{an} = \begin{cases} \geq 0,3 \cdot \ell_{0,an} \\ \geq 15 \cdot d_s \\ \geq 200 \text{ мм} \end{cases}$

# Построение эпюры материалов

***Эпюра материалов - это эпюра изгибающих моментов, выдерживаемых сечением элемента.***

Она наглядно показывает для каждого его сечения превышение величины изгибающего момента, соответствующего площади сечения арматуры, по сравнению с его теоретическим значением.

Чтобы это превышение свести к минимуму, необходимо лишнюю арматуру оборвать в пролете или перевести в верхнюю зону.



**Построение эпюры материалов**

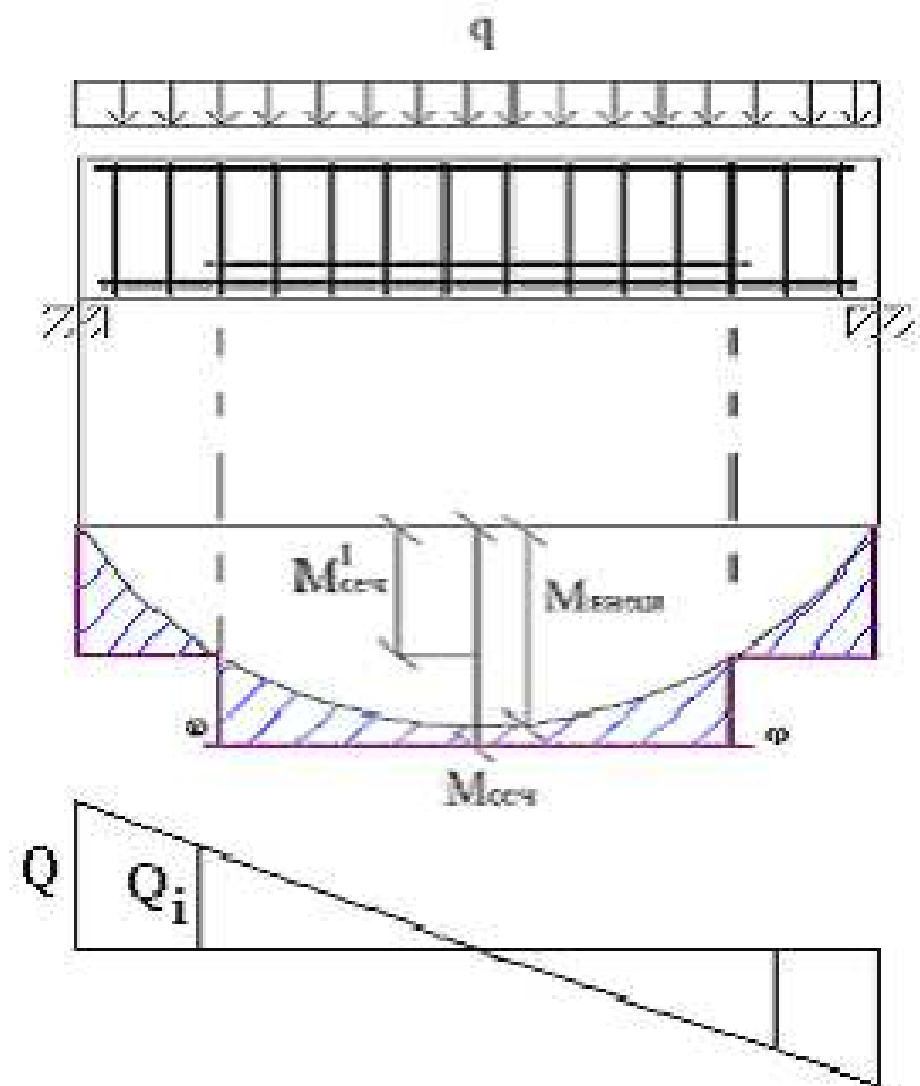
Порядок определения места фактического обрыва продольных стержней в пролете следующий:

1. на эпюру моментов  $M_{\text{внеш}}$  от внешних нагрузок (см. рисунок 11.14.) наносят ординаты момента, воспринимаемого нормальным сечением элемента с продольной арматурой, которую доводят до торца элемента (т.е. несущая способность данного сечения).

$$M_{\text{сеч}} = R_b b x (h_0 - \frac{x}{2}) \geq M_{\text{внеш}}$$

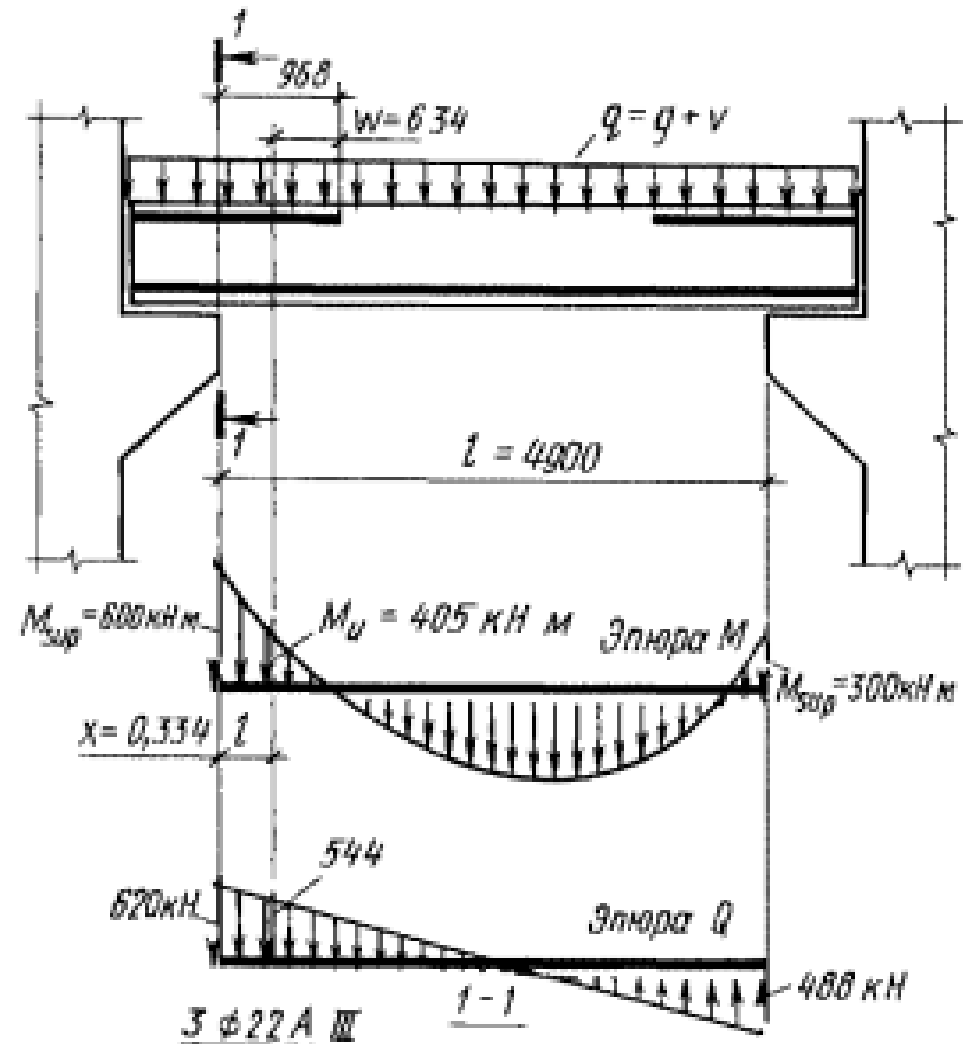
2. точки пересечения эпюры расчетных моментов с эпюрой обрываемой арматуры определяет места **теоретического обрыва** стержней. Места действительного обрыва стержней отстоят от теоретической точки на величину  $\omega$ , которая определяется как:

$$\omega_i = \frac{Q_i}{2q_{sw}} + 5d \geq 20d$$



Эпюра материалов

# Построение эпюры материалов



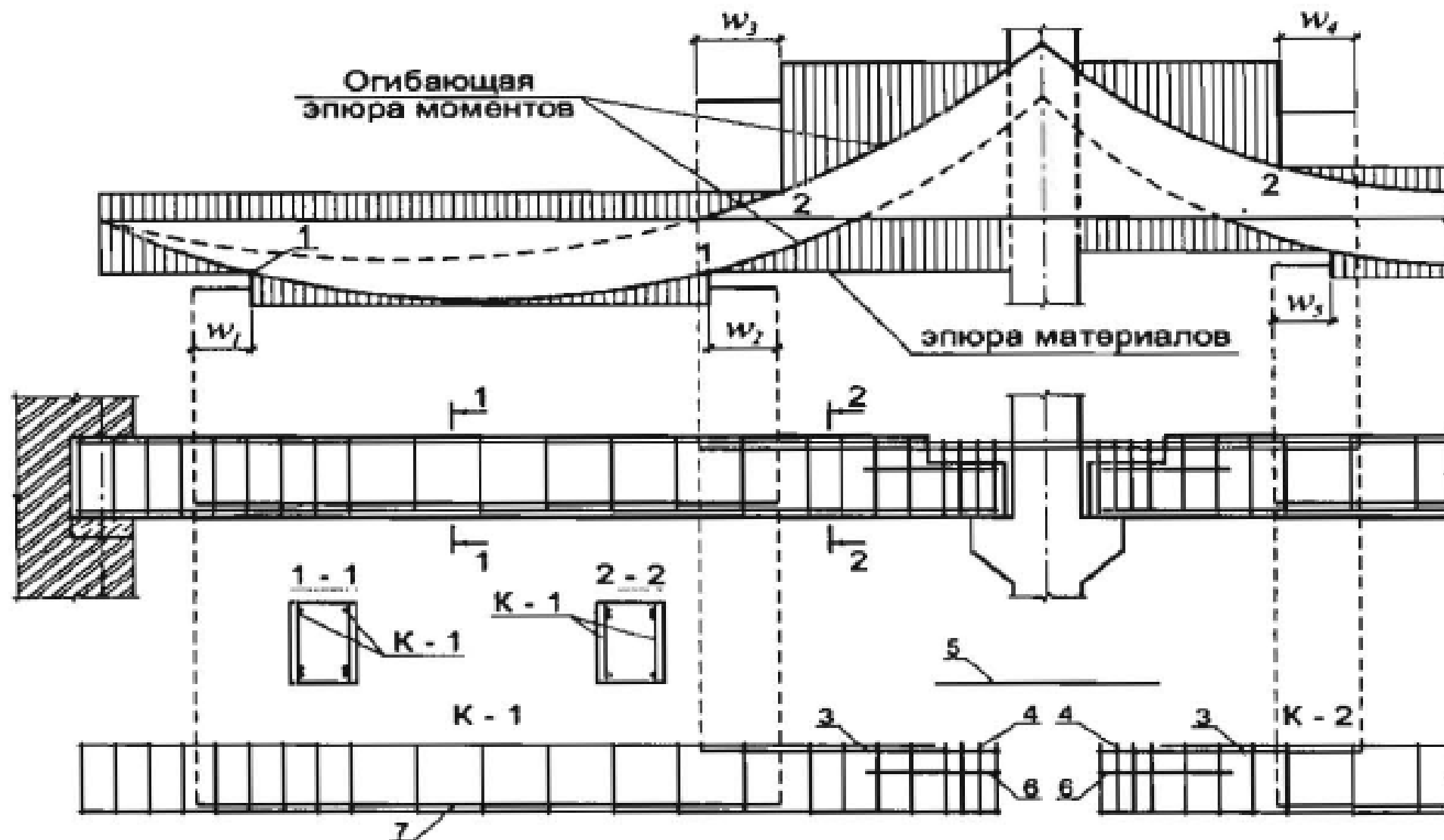


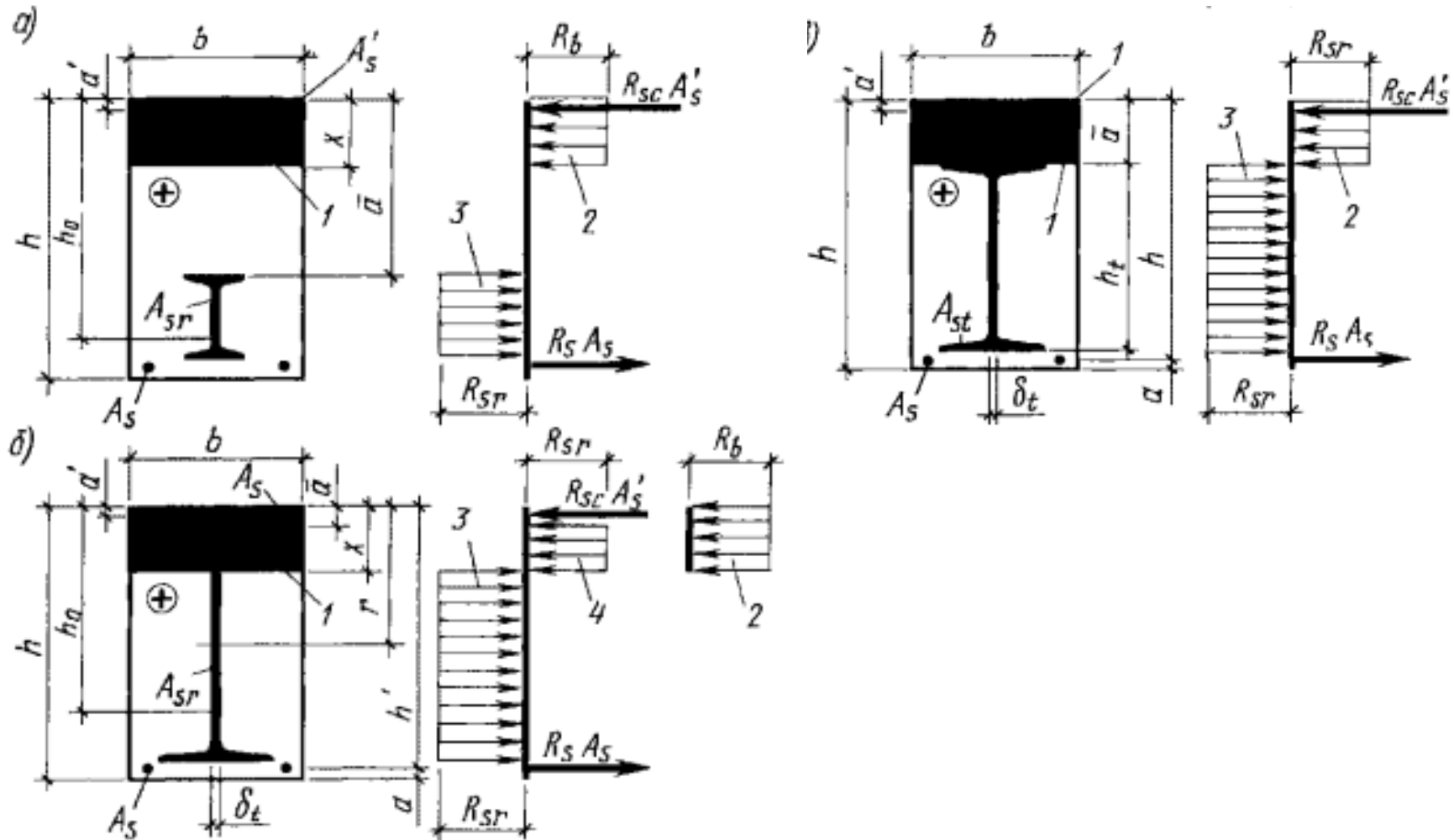
Рис 18.7. Армирование ригеля:

1 – точки теоретического обрыва рабочих стержней 7 в пролете; 2 – то же, рабочих стержней; 3 – на опоре; 4 – хомуты (выпуски) для армирования бетона замоноличивания стыка; 5 – стыковые закладные детали на опоре; 6 – арматура подрезки;  $w_1 \dots w_5$  – длина анкеровки рабочей арматуры





# Расчет прочности изгибаемых элементов с жесткой арматурой



# Расчет прочности изгибаемых элементов с жесткой арматурой

