

Ударная поляра

Построить ударную поляру для потока воздуха со скоростью скачка V_1 и температурой торможения T_0 . По поляре определить угол Маха для невозмущенного потока, максимальный угол поворота потока в присоединенном скачке, угол наклона скачка и скорость за скачком при повороте потока в скачке на угол Θ .

126. Построить ударную поляру для потока воздуха со скоростью до скачка $V_1 = 700 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$ и температурой торможения $T_0 = 475^\circ \text{К}$. По поляре построениями определить: μ — угол Маха для невозмущенного потока, θ_{max} — максимальный угол поворота потока в присоединенном скачке, β — угол наклона скачка и V_2 — скорость за скачком при повороте потока в скачке на угол $\theta = 22^\circ$.

Решение

Критическая скорость звука до скачка $a_{\text{кр}}$ рассчитывается по известной температуре торможения газа T_0

$$a_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,4}{1,4 + 1} \cdot 287,1 \cdot 475} = 398,9 \text{ м/с}$$

Построение ударной поляры в безразмерном виде выполняется по известному значению безразмерного параметра

$$\lambda_1 = \frac{V_1}{a_{\text{кр}}} = \frac{0,024}{0,01} = \frac{700}{398,9} = 1,755$$

Ударная поляра строится в плоскости переменных (u, v) и представляет собой кривую (годограф), которая описывает конец вектора скорости после скачка (V_2) при заданной скорости потока V_1 в зависимости от изменения угла поворота потока на скачке Θ .

Построение ударной поляры производится по правилам:

- 1) устанавливается масштаб, одинаковый по осям λ_{u_2} и λ_{v_2} ;
- 2) на горизонтальной оси от начала координат откладываются отрезки:
 - $OA = 1 / \lambda_1$;
 - $OB = \lambda_1$;
 - $OC = \frac{2}{k+1} \lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1} = \lambda_{ua}$ — координата асимптоты;
- 3) на отрезках AB и AC , как на диаметрах строятся окружности;
- 4) из произвольной точки F на отрезке AB восстанавливается перпендикуляр к AB до пересечения с большой окружностью в точке E ;
- 5) на пересечении отрезка AE с малой окружностью находим точку G ;
- 6) на пересечении отрезков EF и BG находим точку K , которая и является искомой точкой поляры.

Множество таких точек образует график поляры.

Полученная поляра располагается на осях графика:

- направление оси абсцисс совпадает с направлением вектора скорости V_1 потока перед скачком уплотнения;

- по оси абсцисс координатой каждой точки поляры является безразмерная величина

$$\lambda_{u_2} = \frac{u_2}{a_{кр}}$$

где u_2 – проекция скорости V_2 за скачком на ось абсцисс;

- по оси ординат координатой каждой точки поляры является безразмерная величина

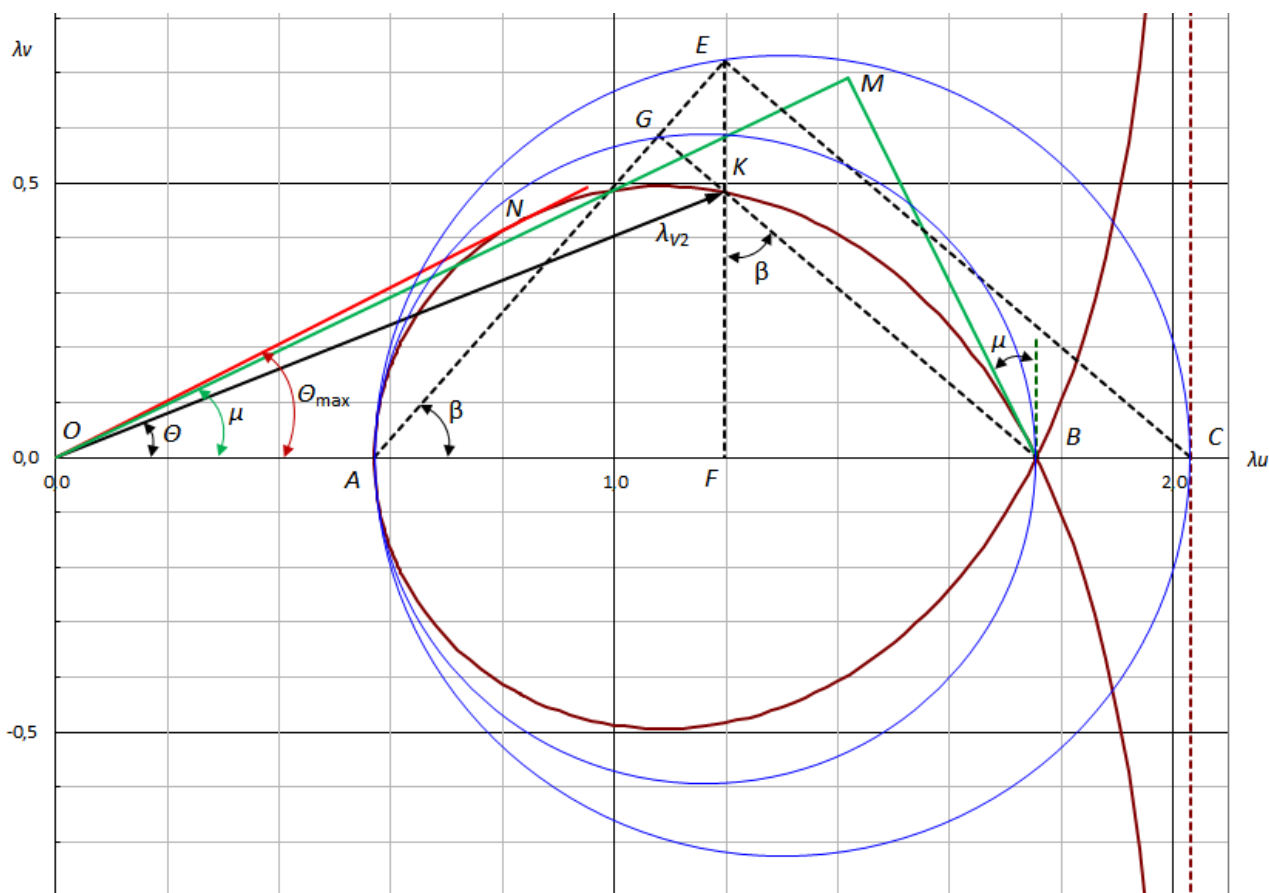
$$\lambda_{v_2} = \frac{v_2}{a_{кр}}$$

где v_2 – проекция скорости V_2 за скачком на ось ординат.

Уравнение поляры

$$\lambda_{v_2}^2 = (\lambda_1 - \lambda_{u_2})^2 \cdot \frac{\lambda_{u_2} - \frac{1}{\lambda_1}}{\frac{2}{k+1}\lambda_1 - (\lambda_{u_2} - \frac{1}{\lambda_1})}$$

Построенная ударная поляра имеет вид



Графическое определение параметров

Угол Маха для невозмущенного потока

Проводим касательную BM к ударной поляре в точке B .

Проводим OM перпендикулярно BM . Находим измерением угол Маха $\angle MOC = \mu$

$$\mu \approx 26^\circ$$

Максимальный угол поворота потока в присоединенном потоке

Проводим касательную к поляре ON . Измеряем угол $\angle NOC = \theta_{\max}$

$$\theta_{\max} \approx 27,5^\circ$$

Параметры при заданном угле поворота потока $\theta \approx 22^\circ$

Скорость за скачком

Проводим отрезок OK под углом 22° к оси λ_u до второго пересечения с полярой. Длина отрезка OK составляет в безразмерном виде величину скорости потока V_2 в масштабе графика (λ_{V_2}). Тогда

$$V_2 = \lambda_{V_2} \cdot a_{кр}$$

$$V_2 \approx 515 \text{ м/с}$$

Угол наклона скачка

Измеряем угол $\angle EAC = \beta$

$$\beta \approx 49^\circ$$

Проверка

Температура потока до скачка

$$T_1 = T_0 - \frac{k-1}{2k} \cdot \frac{V_1^2}{R} = 475 - \frac{1,4-1}{2 \cdot 1,4} \cdot \frac{700^2}{287,1} = 231,2 \text{ К}$$

Скорость звука

$$a_1 = \sqrt{kRT} = \sqrt{1,4 \cdot 287,1 \cdot 231,2} = 304,83 \text{ м/с}$$

Число Маха

$$M_1 = \frac{V_1}{a_1} = \frac{700}{304,83} = 2,296$$

Синус угла Маха

$$\sin \mu = \frac{a_1}{V_1} = \frac{304,83}{700} = 0,4355$$

Угол Маха

$$\mu = \text{asin } 0,4355 = 25,8^\circ$$

Параметры при заданном угле поворота потока $\theta \approx 22^\circ$

Связь угла наклона скачка с углом отклонения потока

$$\text{ctg } \theta = \text{tg } \frac{1 + M_1^2 \cdot \left(\frac{k+1}{2} - \sin^2 \beta \right)}{M_1^2 \cdot \sin^2 \beta - 1} \cdot \text{tg } \beta$$

откуда, численно в Excel, находим угол наклона скачка

$$\beta = 49,1^\circ$$

Скорость потока за скачком V_2 определим из уравнения

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{V_1 - u_2}{v_2} = \frac{V_1 - V_2 \cdot \cos \theta}{V_2 \cdot \sin \theta}$$

$$V_2 = \frac{V_1}{\operatorname{tg} \beta \cdot \sin \theta + \cos \theta} = \frac{700}{\operatorname{tg} 49,1^\circ \cdot \sin 22^\circ + \cos 22^\circ} = 514,842 \text{ м/с}$$

Максимальный угол поворота потока в присоединенном сверхзвуковом потоке θ_{\max}

Для расчетного определения θ_{\max} необходимы сложные вычисления. Готовая расчетная формула θ_{\max} есть только для потока с числом Маха $M_1 = 1$. Угол θ_{\max} всегда несколько больше угла Маха μ для невозмущенного потока.