

## Содержание

1. Группировка .....	2
1.1 Построение структурной группировки .....	2
1.2 Построение аналитической группировки.....	6
2. Расчет показателей ряда распределения .....	7
2.1 Расчет показателей вариации.....	7
2.2 Показатели центра распределения .....	9
2.3 Показатели формы распределения .....	11
3. Ряды динамики .....	12
4. Индексы .....	15

## 1. Группировка

### 1.1 Построение структурной группировки

В таблице 1 приведены данные по 30-ти предприятиям:

Таблица 1

Данные по предприятиям

№	Стоимость основных фондов, млн. руб.	Прибыль, млн. руб.
1	49	39
2	38	35
3	37	34
4	56	61
5	49	50
6	37	38
7	33	30
8	55	51
9	44	46
10	41	38
11	28	35
12	27	21
13	46	27
14	33	41
15	35	30
16	41	47
17	42	42
18	53	34
19	55	57
20	60	46
21	46	48
22	39	45
23	45	43
24	57	48
25	56	60
26	36	35
27	47	40
28	20	24
29	29	36
30	26	19

Необходимо построить структурную группировку предприятий по стоимости основных фондов, образовав 4 группы с равными интервалами.

**Решение:**

При построении интервального ряда с равными интервалами величина интервала  $h$  определяется по формуле:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}, \text{ где}$$

$x_{\max}$  и  $x_{\min}$  – наибольшее и наименьшее значения признака в исследуемой совокупности;

$k$ - число групп интервального ряда.

Число групп задано в условии,  $k = 4$ .

Расчет величины интервалов:

$$h = \frac{60 - 20}{4} = 10 \text{ млн. руб.}$$

Путем последовательного прибавления величины интервала  $h = 10$  млн. руб. к нижней границе, получаем следующие границы интервалов ряда распределения:

20-30

30-40

40-50

50-60

Для построения интервального ряда распределения и структурной группировки необходимо подсчитать количество предприятий в каждой группе. Процесс группировки представлен во вспомогательной таблице 2.

Таблица 2

Вспомогательная таблица для построения группировки

Группы предприятий по среднегодовой стоимости основных фондов, млн. руб.	№	Стоимость основных фондов, млн. руб.	прибыль, млн. руб.
20-30	28	20	24
	30	26	19
	12	27	21
	11	28	35
	29	29	36
Всего	5		135

30-40	7	33	30
	14	33	41
	15	35	30
	26	36	35
	3	37	34
	6	37	38
	2	38	35
	22	39	45
Всего	8		288
40-50	10	41	38
	16	41	47
	17	42	42
	9	44	46
	23	45	43
	13	46	27
	21	46	48
	27	47	40
	1	49	39
	5	49	50
Всего	10		420
50-60	18	53	34
	8	55	51
	19	55	57
	4	56	61
	25	56	60
	24	57	48
	20	60	46
Всего	7		357
Итого	30		1200

На основе групповых строк «Всего» таблицы 2 строим структурную группировку (таблица 3).

Таблица 3

Структурная группировка предприятий по среднегодовой стоимости  
основных фондов

Группы предприятий по среднегодовой стоимости основных фондов, млн. руб.	Число предприятий в группе, единиц	Число предприятий, в % к итогу	накопленная частота предприятий	Накопленный процент предприятий
20-30	5	16,7	5	16,7
30-40	8	26,7	13	43,3
40-50	10	33,3	23	76,7
50-60	7	23,3	30	100,0
Итого	30	100,0		

**Вывод.** Построенная группировка говорит о том, что распределение предприятий не является полностью равномерным, преобладают предприятия со среднегодовой стоимостью основных фондов от 40 до 50 млн. руб., это 10 предприятий, доля которых составляет 33,3% от общего числа обследованных предприятий. 76,7% предприятий имеют среднегодовую стоимость фондов до 50 млн. руб. (23 предприятия).

Доля предприятий с наименьшей стоимостью основных фондов (от 20 до 30 млн. руб.) составляет 16,7% (5 предприятий). Доля предприятий с наибольшей стоимостью основных фондов (от 50 до 60 млн. руб.) составляет 23,3% (7 предприятий).

Графически ряд распределения изображаем в виде гистограммы:

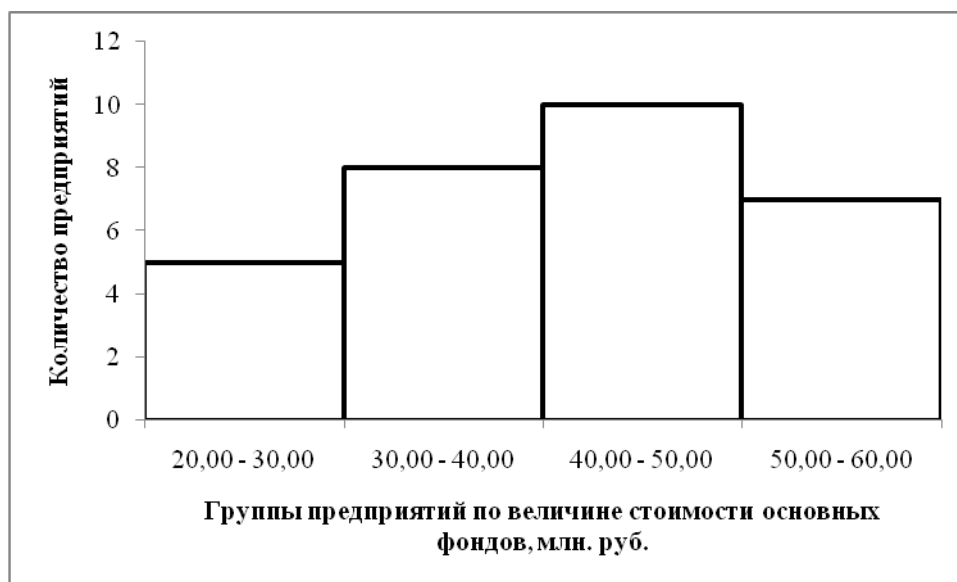


Рисунок 1 – Гистограмма распределения предприятий

## 1.2 Построение аналитической группировки

По данным таблицы 1 (Задача 1.1) необходимо построить аналитическую группировку зависимости суммы прибыли от стоимости основных фондов.

### *Решение:*

При использовании метода аналитической группировки строится интервальный ряд распределения единиц совокупности по факторному признаку  $X$  и для каждой группы ряда определяется среднегрупповое значение  $\bar{y}_j$  результативного признака  $Y$ . Если с ростом значений фактора  $X$  от группы к группе среднегрупповые значения  $\bar{y}_j$  систематически возрастают (или убывают), между признаками  $X$  и  $Y$  имеет место корреляционная связь.

Результативный признак  $Y$  – прибыль. Факторный признак  $X$  – среднегодовая стоимость основных фондов. Группировка по факторному признаку была произведена в Задании 1.1. Строим аналитическую группировку на основе групповых строк «Всего» таблицы 2:

Таблица 4

Аналитическая группировка

Группы предприятий по стоимости основных фондов, млн. руб.	Число предприятий в группе	Прибыль, млн. руб.	
		Всего	В среднем на 1 предприятие $\bar{y}_j$
1	2	3	$4=3/2$
20-30	5	135	27
30-40	8	288	36
40-50	10	420	42
50-60	7	357	51
Итого	30	1200	$\bar{y}_o = 40$

**Вывод.** Анализ 1-го и последнего столбца таблицы 4 показывает, что с увеличением среднегодовой стоимости основных фондов происходит систематическое увеличение средней величины прибыли по каждой группе предприятий (с 27 до 51 млн. руб.). Это говорит о наличии прямой

корреляционной зависимости между стоимостью основных средств и прибылью.

## 2. Расчет показателей ряда распределения

По построенной в Задании 1.1. структурной группировки (таблица 3) необходимо рассчитать показатели ряда распределения:

- показатели вариации (дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации);
- показатели центра распределения (среднее значение, мода, медиана);
- показатели формы распределения (асимметрия, эксцесс).

### 2.1 Расчет показателей вариации

Для расчета показателей строим вспомогательную таблицу 5:

Таблица 5

Вспомогательная таблица для расчета показателей распределения

Группы предприятий по величине стоимости основных фондов, млн. руб.	Количество предприятий $f_j$	Середина интервала $x_j$	$x_j f_j$	$(x_j - \bar{x})^2 f_j$	накопленная частота
20-30	5	25	125,00	1333,89	5
30-40	8	35	280,00	320,89	13
40-50	10	45	450,00	134,44	23
50-60	7	55	385,00	1307,44	30
Итого	30		1240,00	3096,67	-

Для расчета среднего в интервальном ряду используется формула средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k x_j f_j}{\sum_{j=1}^k f_j}, \text{ где}$$

$x_j$  – середина  $j$ -го интервала;

$f_j$  – частота j-го интервала.

Середину интервала находим как среднюю арифметическую из нижней и верхней границ интервалов:

$$x_j = \frac{x_j^H + x_j^B}{2}$$

Расчет средней стоимости основных фондов:

$$\bar{x} = \frac{1240}{30} = 41,33 \text{ млн. руб.}$$

**Вывод.** В рассматриваемой совокупности предприятий среднее значение стоимости основных фондов составляет 41,33 млн. руб.

Дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^2 f_j}{\sum_{j=1}^k f_j} = \frac{3096,67}{30} = 103,22$$

Среднее квадратическое отклонение показывает, насколько в среднем отклоняются конкретные варианты признака от среднего значения. Рассчитывается, как корень квадратный из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{103,22} = 10,16 \text{ млн. руб.}$$

**Вывод.** Отклонение от среднего значения стоимости основных фондов в ту или иную сторону составляет 10,16 млн. руб. Наиболее характерные значения стоимости основных фондов в рассматриваемой совокупности предприятий находятся в пределах от 31,17 до 51,49 млн. руб. (диапазон  $\bar{x} \pm \sigma$ ).

Коэффициент вариации является мерой относительной колеблемости признака около средней и характеризует степень однородности признака в изучаемой совокупности:

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = 10,16 / 41,33 \times 100\% = 24,6\%$$



**Вывод.** Значение коэффициента вариации не превышает 33,3%, следовательно, вариация величины численности персонала в исследуемой совокупности фирм незначительная и совокупность однородна. Найденное среднее значение численности персонала является типичной и надежной характеристикой среднего.

## 2.2 Показатели центра распределения

Мода и медиана являются структурными средними величинами, характеризующими (наряду со средней арифметической) центр распределения единиц совокупности по изучаемому признаку.

*Мода*  $M_o$  – значение признака, которое встречается наиболее часто в рассматриваемой совокупности. В интервальном вариационном ряду модой приближенно считается центральное значение модального интервала (имеющего наибольшую частоту).

Конкретное значение моды для интервального ряда рассчитывается по формуле:

$$M_o = x_{M_o} + h \times \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}, \text{ где}$$

$x_{M_o}$  – нижняя граница модального интервала,

$h$  – величина модального интервала,

$f_{M_o}$  – частота модального интервала,

$f_{M_o-1}$  – частота интервала, предшествующего модальному,

$f_{M_o+1}$  – частота интервала, следующего за модальным.

Модальным интервалом ряда распределения является интервал 40-50 млн. руб., так как его частота максимальна ( $f = 10$ ).

Расчет моды:

$$M_o = 40 + 10 \times \frac{10 - 8}{(10 - 8) + (10 - 7)} = 44 \text{ млн. руб.}$$

**Вывод.** Для рассматриваемой совокупности наиболее часто встречаются предприятия со стоимостью основных фондов 44 млн. руб.

*Медиана*  $Me$  – это значение признака, приходящееся на середину ранжированного ряда. По обе стороны от медианы находится одинаковое количество единиц совокупности.

Конкретное значение медианы для интервального ряда рассчитывается по формуле:

$$Me = x_{Me} + h \cdot \frac{\frac{\sum_{j=1}^k f_j}{2} - S_{Me-1}}{f_{Me}}, \text{ где}$$

$x_{Me}$  – нижняя граница медианного интервала,

$h$  – величина медианного интервала;

$\sum_{j=1}^k f_j$  – сумма всех частот ряда;

$f_{Me}$  – частота медианного интервала;

$S_{Me-1}$  – сумма частот, накопившихся до начала медианного интервала.

Медианным интервалом является интервал 40-50, так как именно в этом интервале накопленная частота  $S = 23$  впервые превышает величину, равную половине совокупности ( $30 / 2 = 15$ ).

Расчет медианы:

$$Me = 40 + 10 \times \frac{\frac{30}{2} - 13}{10} = 42 \text{ млн. руб.}$$

**Вывод.** В рассматриваемой совокупности половина предприятий имеют стоимость основных фондов не более 42 млн. руб., а другая половина – не менее 42 млн. руб.

$$\bar{x} = 41,33 \quad Me = 42 \quad Mo = 44$$

**Вывод.** Значение показателей центра распределения отличается незначительно, это говорит о близости распределения к нормальному.

$\bar{x} < Me < Mo$ , следовательно, асимметрия левосторонняя. В совокупности преобладают предприятия с более высокими значениями признака, чем среднее значение.

## 2.3 Показатели формы распределения

Таблица 6

Вспомогательная таблица для расчета показателей формы распределения

Группы предприятий по величине стоимости основных фондов, млн. руб.	Количество предприятий $f_j$	Середина интервала $x_j$	$(x_j - \bar{x})^3 f_j$	$(x_j - \bar{x})^4 f_j$
20-30	5	25	-21786,85	355851,91
30-40	8	35	-2032,30	12871,21
40-50	10	45	492,96	1807,53
50-60	7	55	17868,41	244201,57
Итого	30		-5457,78	614732,22

Рассчитываем центральный момент третьего порядка:

$$\mu_3 = \frac{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^3 f_j}{\sum_{j=1}^k f_j} = \frac{-5457,78}{30} = -181,93$$

Расчет коэффициента асимметрии:  $As = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{-181,93}{10,16^3} = -0,173$

**Вывод.** Значение коэффициента асимметрии отрицательное, что свидетельствует о левосторонней асимметрии распределения, т.е. в совокупности преобладают единицы со значением признака большие, чем среднее.

Рассчитываем центральный момент четвертого порядка:

$$\mu_4 = \frac{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^4 f_j}{\sum_{j=1}^k f_j} = \frac{614732,22}{30} = 20491,07$$

Расчет коэффициента эксцесса:  $Ex = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{20491,07}{10,16^4} - 3 = -1,077$

**Вывод.** Показатель эксцесса отрицательный, т.е. вершина кривой распределения лежит ниже вершины кривой нормального закона распределения, а форма кривой более пологая по сравнению с кривой нормального закона. Это означает, что значения признака не концентрируются в центральной части ряда, а рассеяны по всему диапазону.

### 3. Ряды динамики

По данным таблицы 7 рассчитайте базисные, цепные и среднегодовые показатели абсолютного прироста, темпов роста и темпов прироста ввода жилых домов.

Таблица 7

Динамика ввода жилых домов

год	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
Введено жилых домов, тыс.кв.м общей площади	23	26	27	29	30	33	35	37	42	46

#### **Решение:**

Показатель называется цепным, если сравнение происходит с предыдущим уровнем. Показатель называется базисным, если сравнение происходит с первым (базисным) уровнем.

Абсолютные приросты рассчитываются по формулам:

$$\Delta^u = y_i - y_{i-1}$$

$$\Delta^o = y_i - y_1$$

$y_i$  – значение показателя в анализируемый период;

$y_{i-1}$  – значение показателя в период, который предшествует анализируемому;

$y_1$  – значение показателя в базисном периоде (1981 год).

Темпы роста рассчитываются по формулам:

$$T^ч = \frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100\%$$

$$T^б = \frac{y_i}{y_1} \times 100\%$$

Темпы прироста рассчитывается по формулам:

$$\Delta T^ч = T^ч - 100\%$$

$$\Delta T^б = T^б - 100\%$$

Расчет всех показателей представлен в таблице 8.

График ряда динамики приведен на рисунке 2.

Таблица 8

Расчет показателей ряда динамики

год	Введено жилых домов, тыс.кв.м общей площади	Абсолютный прирост. тыс. кв.м		темп роста,%		темп прироста, %	
		цепной	базисный	цепной	базисный	цепной	базисный
1981	23	-	-	-	-	-	-
1982	26	3	3	113,0	113,0	13,0	13,0
1983	27	1	4	103,8	117,4	3,8	17,4
1984	29	2	6	107,4	126,1	7,4	26,1
1985	30	1	7	103,4	130,4	3,4	30,4
1986	33	3	10	110,0	143,5	10,0	43,5
1987	35	2	12	106,1	152,2	6,1	52,2
1988	37	2	14	105,7	160,9	5,7	60,9
1989	42	5	19	113,5	182,6	13,5	82,6
1990	46	4	23	109,5	200,0	9,5	100,0

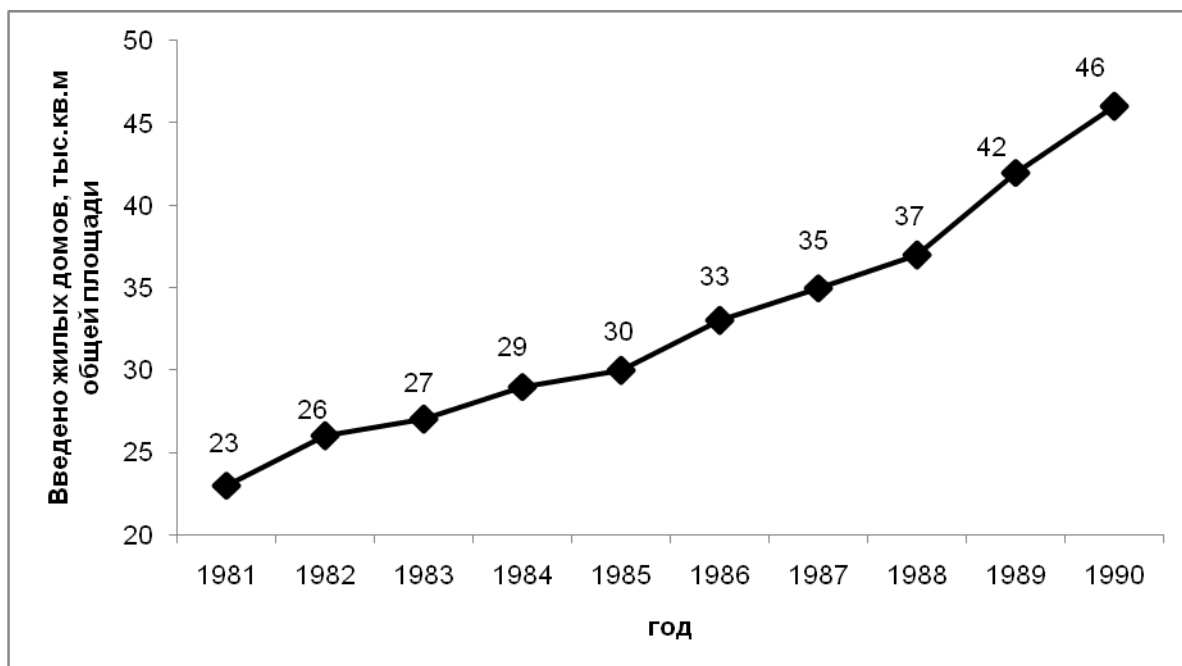


Рисунок 2 – Динамика ввода в действие жилых домов

**Вывод.** Полученные показатели говорят о том, что динамика ввода жилых домов носит положительный характер, имеет тенденцию к росту, ежегодно ввод жилых домов возрастал. Наибольшее увеличение произошло в 1989 году по сравнению с 1987 годом, ввод жилых домов вырос на 5 тыс. кв.м, в 1,135 раза или на 13,5%.

Наименьшее увеличение произошло в 1985 году по сравнению с 1984 годом, ввод жилых домов вырос на 1 тыс. кв.м или на 3,8%.

В целом за рассматриваемый период ввод жилых домов увеличился на 23 тыс.кв.м, в 2 раза или на 100%.

Поскольку уровни ряда отражают динамику за определенные интервалы времени (годы) то ряд динамики является интервальным. Среднее значение в интервальных рядах рассчитывается по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{23 + 26 + 27 + \dots + 27 + 42 + 46}{10} = 32,8 \text{ тыс.кв.м}$$

Средний абсолютный прирост:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{46 - 23}{10-1} = 2,56 \text{ тыс.кв.м}$$

Средний темп роста:

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \times 100\% = \sqrt[10-1]{\frac{46}{23}} \times 100\% = 108,0\%$$

Средний темп прироста:

$$\bar{\Delta T} = \bar{T} - 100\% = 108,0 - 100\% = 8,0\%$$

**Вывод.** Среднегодовое значение ввода жилых домов за рассматриваемый 10-тилетний период составило 32,8 тыс.кв.м. В среднем ежегодно ввод жилых домов возрастал на 2,56 тыс.кв.м или на 8%.

#### 4. Индексы

По данным таблицы 9 определите общие индексы цен, физического объема проданных товаров, товарооборота, абсолютное изменение товарооборота.

Таблица 9

Данные по товарам

Вид товара	Предыдущий период		Отчетный период	
	количество, шт.	цена за единицу, руб.	количество, шт.	цена за единицу, руб.
Утюги	60	230	70	420
Пылесосы	30	600	80	1200

**Решение:**

Общий индекс товарооборота (стоимости):

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{420 \times 70 + 1200 \times 80}{230 \times 60 + 600 \times 30} = \frac{125400}{31800} = 3,943$$

Общий индекс цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{420 \times 70 + 1200 \times 80}{230 \times 70 + 600 \times 80} = \frac{125400}{64100} = 1,956$$

Общий индекс физического объема:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{230 \times 70 + 600 \times 80}{230 \times 60 + 600 \times 30} = \frac{64100}{31800} = 2,016$$

Индексы имеют мультипликативную взаимосвязь:

$$I_{pq} = I_p \times I_q$$

$$3,943 = 1,956 \times 2,016$$

**Вывод.** В отчетном периоде по сравнению с предыдущим периодом товарооборот по всем товарам изменился в 3,943 раза (вырос на 294,3%). За счет изменения физического объема проданных товаров товарооборот изменился в 2,016 раза (вырос на 101,6%), а за счет изменения цен товарооборот изменился в 1,956 раза (вырос на 95,6%).

Абсолютное изменение товарооборота рассчитывается, как разность числителя и знаменателя соответствующего индекса:

Общий прирост товарооборота:

$$\Delta Q = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 125400 - 31800 = 93600 \text{ (руб.)}$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет изменения цен:

$$\Delta Q(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 125400 - 64100 = 61300 \text{ (руб.)}$$

Прирост товарооборота за счет изменения физического объема:

$$\Delta Q(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 64100 - 31800 = 32300 \text{ (руб.)}$$

Взаимосвязь абсолютных приростов:

$$93600 = 61300 + 32300$$

**Вывод.** В отчетном периоде по сравнению с предыдущим периодом товарооборот по всем товарам вырос на 93,6 тыс. руб. За счет изменения физического объема проданных товаров товарооборот вырос на 32,3 тыс. руб., а за счет изменения цен товарооборот вырос на 61,3 тыс. руб. Т.е. за счет изменения цен происходит переплата покупателями 61,3 тыс. руб.



