ЗАДАНИЕ № 1.

Решить систему уравнений методом Гаусса и методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 - 1x_2 + 2x_3 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -4, \\ 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -1, \end{cases}.$$

Решение:

1.Решим систему уравнений методом Гаусса.

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ - основная матрица системы. $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ - матрица неизвестных. $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ - матрица свободных элементов.

Расширенная матрица исходной системы имеет вид:

$$(\mathrm{A}|\mathrm{B}) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -2 & 4 \\ 5 & -2 & 4 & -1 \end{array}\right).$$

С помощью элементарных преобразований систему уравнений приведем к равносильной системе ступенчатого (или треугольного) вида.

$$(\mathrm{A}|\mathrm{B}) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -2 & 4 \\ 5 & -2 & 4 & -1 \end{array}\right) \overset{1}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & -8 & -1 \\ 5 & -2 & 4 & -1 \end{array}\right) \overset{2}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & -8 & -1 \\ 0 & 3 & -6 & 4 \end{array}\right) \overset{3}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & -8 & -1 \\ 0 & 0 & -6 & 23 \end{array}\right)$$

1.Первую строку записали без изменений. Первую строку умножили на (- 3); сложили первую и вторую строки; результат записали во вторую строку. Третью строку записали без изменений.

2. Первую и вторую строки записали без изменений. Первую строку умножили на (- 5); сложили первую и третью строки; результат записали в третью строку.

3.Первую и вторую строки записали без изменений. Вторую строку умножили на (- 3); третью строку умножили на 5; сложили вторую и третью строки; результат записали в третью строку.

$$\overset{4}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & -8 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{23}{6} \end{array}\right).$$

4.Третью строку разделили на (- 6).

Запишем систему уравнений, соответствующую преобразованной матрице коэффициентов:

$$\begin{cases} x_1 - 1x_2 + 2x_3 = -1, \\ 5x_2 - 8x_3 = -1, \\ x_3 = -\dfrac{23}{6}, \end{cases}.$$

Из последнего (третьего) уравнения получили: $x_3 = -\frac{23}{6}$.

Из второго уравнения выразим x_2, подставим $x_3 = -\frac{23}{6}$, получим:

$$x_2 = (8x_3 - 1):5 = \left(8 \cdot \left(-\frac{23}{6}\right) - 1\right):5 = -\frac{95}{3} : 5 = -\frac{19}{3}.$$

Из первого уравнения выразим x_1, подставим $x_2 = -\frac{19}{3}$, $x_3 = -\frac{23}{6}$, получим:

$$x_1 = 1x_2 - 2x_3 - 1 = -\frac{19}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{23}{6}\right) - 1 = -\frac{22}{3} + \frac{23}{3} = \frac{1}{3}.$$

Получили:

$x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = -\frac{19}{3}$ и $x_3 = -\frac{23}{6}$.

Проверка:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{3} - \left(-\dfrac{19}{3}\right) + 2 \cdot \left(-\dfrac{23}{6}\right) = \dfrac{20}{3} - \dfrac{23}{3} = -1;\ -1 = -1 - \text{ верно}, \\ 3\dfrac{1}{3} + 2 \cdot \left(-\dfrac{19}{3}\right) - 2 \cdot \left(-\dfrac{23}{6}\right) = 1 - \dfrac{38}{3} + \dfrac{23}{3} = -4;\ -4 = -4 - \text{верно} \\ 5 \cdot \dfrac{1}{3} - 2 \cdot \left(-\dfrac{19}{3}\right) + 4 \cdot \left(-\dfrac{23}{6}\right) = \dfrac{5}{3} + \dfrac{38}{3} - \dfrac{46}{3} = -1;\ -1 = -1 - \text{верно}, \end{cases}.$$

Ответ: $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = -\frac{19}{3}$ и $x_3 = -\frac{23}{6}$.

2.Решим систему уравнений методом Крамера.

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ - основная матрица системы. $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ - матрица неизвестных. $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ - матрица свободных элементов.

Найдем определитель основной матрицы системы по правилу треугольников:

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 \\ 5 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 4 + (-1) \cdot (-2) \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot (-2) - 2 \cdot 2 \cdot 5 -$$

$$-1 \cdot (-2) \cdot (-2) — 1 \cdot 3 \cdot 4 = 8 + 10 - 12 - 20 - 4 + 12 = -6.$$

Определитель основной матрицы системы $\Delta = |A| = -6$. Так как $\Delta \neq 0$, то по теореме Крамера, система имеет единственное решение. Вычислим определители матриц Δ_1, Δ_2,

Δ_3 полученных из матрицы А , заменой соответственно первого, второго и третьего столбцов столбцом свободных членов:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 4 \end{vmatrix} = (-1)\cdot 2\cdot 4 + (-1)\cdot(-2)\cdot(-1) + 2\cdot(-4)\cdot(-2) - 2\cdot 2\cdot(-1) -$$

$$-(-1)\cdot(-2)\cdot(-2) - (-1)\cdot(-4)\cdot 4 = -8 - \ 2 + 16 + 4 + 4 - 16 = -2.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -2 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 1\cdot(-4)\cdot 4 + (-1)\cdot(-2)\cdot 5 + 2\cdot 3\cdot(-1) - 2\cdot(-4)\cdot 5 -$$

$$-\ 1\cdot(-2)\cdot(-1) - (-1)\cdot 3\cdot 4 = -16 + 10 - 6 + 40 - 2 + 12 = 38.$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 5 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 1\cdot 2\cdot(-1) + (-1)\cdot(-4)\cdot 5 + (-1)\cdot 3\cdot(-2) - (-1)\cdot 2\cdot 5 -$$

$$-1\cdot(-4)\cdot(-2) - (-1)\cdot 3\cdot(-1) = -2 + 20 + 6 + 10 - 8 - 3 = 23.$$

Решение системы находим по формулам:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}\ ; \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}\ ; \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}\ ,$$

откуда получаем:

$$x_1 = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}\ ; \quad x_2 = \frac{38}{-6} = -\frac{19}{3}\ ; \quad x_3 = \frac{23}{-6} = -\frac{23}{6}.$$

Ответ: $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = -\frac{19}{3}$ и $x_3 = -\frac{23}{6}$.

ЗАДАНИЕ № 2.

Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = -5, \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -5. \end{cases}$$

Решение:

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 1 & -4 \\ 2 & -5 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ - основная матрица системы. $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$ - матрица неизвестных. $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}$ - матрица свободных элементов.

Расширенная матрица исходной системы имеет вид:

$$(A|B) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & -4 & -5 \\ 2 & -5 & 3 & -5 & -5 \end{array}\right).$$

С помощью элементарных преобразований систему уравнений приведем к равносильной системе ступенчатого (или треугольного) вида.

$$(A|B) = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & -4 & -5 \\ 2 & -5 & 3 & -5 & -5 \end{array}\right) \overset{1}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -3 & -5 \\ 2 & -5 & 3 & -5 & -5 \end{array}\right) \overset{2}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -3 & -5 \\ 0 & -1 & -1 & -3 & -5 \end{array}\right) \overset{3}{\sim}$$

1.Первую строку записали без изменений. Первую строку умножили на (- 1), сложили первую и вторую строки; результат записали во вторую строку. Третью строку записали без изменений.

2.Первую и вторую строки записали без изменений. Первую строку умножили на (- 2), сложили первую и третью строки; результат записали в третью строку.

$$\overset{3}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \overset{4}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 5 \end{array}\right)$$

3.Первую строку записали без изменений. Вторую строку умножили на (- 1); сложили вторую и третью строки; результат записали в третью строку.

4.Первую строки записали без изменений. Вторую строку умножили на (- 1). Третью нулевую строку удалили.

Запишем систему уравнений, соответствующую преобразованной матрице коэффициентов:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ \quad x_2 + x_3 + 3x_4 = 5. \end{cases}$$

Анализируя полученную систему уравнений, делаем вывод: система имеет множество решений; две базисные переменные, это x_1 и x_2, ; две свободные переменные, это x_3 и x_4 .

(Базисные переменные всегда «сидят» на ступеньках матрицы, а свободные те, которым не досталась ступенька).

Выразим базисные переменные только через свободные переменные x_3 и x_4.

Из второго уравнения системы выражаем базисную переменную x_2:

$x_2 = -x_3 - 3x_4 + 5.$

Из первого уравнения системы выразим базисную переменную x_1 и подставим выражение для x_2:

$x_1 = 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 2 \cdot (-x_3 - 3x_4 + 5) - 2x_3 + x_4 = -2x_3 - 6x_4 + 10 - 2x_3 + x_4;$

$x_1 = -4x_3 - 5x_4 + 10.$

Получили общее решение системы:

$(-4x_3 - 5x_4 + 10;\ -x_3 - 3x_4 + 5;\ x_3;\ \ x_4)$.

Ответ: Общее решение системы: $(-4x_3 - 5x_4 + 10;\ -x_3 - 3x_4 + 5;\ x_3;\ \ x_4)$.

ЗАДАНИЕ № 1.

Найти указанные пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{16x^5 + 4x^7 - 7x^3 - 6}{13x^7 + 25x}$; б) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{1+15x^2} - 4}{x^2 - x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x}{\sin(14x)}$.

Решение:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{16x^5 + 4x^7 - 7x^3 - 6}{13x^7 + 25x}$.

Подстановка предельного значения аргумента приводит к неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$. Так как под знаком предела стоит отношение двух многочленов, то, разделив числитель и знаменатель на старшую степень аргумента, т. е. на x^3, получим:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{16x^5 + 4x^7 - 7x^3 - 6}{13x^7 + 25x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{16x^5}{x^7} + \frac{4x^7}{x^7} - \frac{7x^3}{x^7} - \frac{6}{x^7}}{\frac{13x^7}{x^7} + \frac{25x}{x^7}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{16}{x^2}^{\to 0} + 4 - \frac{7}{x^4}^{\to 0} - \frac{6}{x^7}^{\to 0}}{13 + \frac{25}{x^6}^{\to 0}} = = \frac{0 + 4 - 0 - 0}{13 + 0} = \frac{4}{13}.$$

б) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{1+15x^2} - 4}{x^2 - x}$.

Подстановка предельного значения аргумента приводит к неопределенности вида $\left[\frac{0}{0}\right]$. Умножим числитель и знаменатель дроби на выражение, сопряженное числителю, затем, воспользуемся формулой сокращенного умножения:

$(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2$,получим:

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{1+15x^2} - 4}{x^2 - x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \frac{\left(\sqrt{1+15x^2} - 4\right)\cdot\left(\sqrt{1+15x^2} + 4\right)}{(x^2 - x)\cdot\left(\sqrt{1+15x^2} + 4\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{1 + 15x^2 - 16}{(x^2 - x)\cdot\left(\sqrt{1+15x^2} + 4\right)} = \lim_{x\to 1} \frac{15x^2 - 15}{(x^2 - x)\cdot\left(\sqrt{1+15x^2} + 4\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{15(x^2-1)}{x(x-1)\cdot\left(\sqrt{1+15x^2}+4\right)} = \lim_{x\to 1}\frac{15(x-1)(x+1)}{x(x-1)\cdot\left(\sqrt{1+15x^2}+4\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{15\cdot(x+1)}{x\cdot\left(\sqrt{1+15x^2}+4\right)} = \frac{15\cdot(1+1)}{1\cdot\left(\sqrt{1+15\cdot 1^2}+4\right)} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}.$$

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{\sin(14x)}$.

Представим дробь в виде $\frac{x}{\sin(14x)} = x\cdot\frac{1}{\sin(14x)}$. Здесь функция $\sin(14x)$ при $x\to\infty$ предела вообще не имеет, но является ограниченной $(-1\le\sin(14x)\le 1)$, поэтому и дробь $\frac{1}{\sin(14x)}$ также ограниченная функция, а множитель x при $x\to\infty$ является бесконечно большой функцией, то по свойству № 3 бесконечно больших функций

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\sin(14x)} = \infty.$$

Ответ:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{16x^5+4x^7-7x^3-6}{13x^7+25x} = \dfrac{4}{13}$;

б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{1+15x^2}-4}{x^2-x} = \dfrac{15}{4}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{\sin(14x)} = \infty$.

ЗАДАНИЕ № 2.

Найти производные первого порядка данных функций.

а) $y = \dfrac{13}{7x^7-12x^5+x}$; б) $y = ln(5x+cosx)$; в) $y = \dfrac{-8x^2+x-4x^5}{\sqrt{x^2-7}}$.

Решение:

а) $y = \dfrac{13}{7x^7-12x^5+x}$.

$$y' = \left(\frac{13}{7x^7-12x^5+x}\right)' = \left|\begin{gathered}(Cu)' = C\cdot u',\\ \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2}\cdot u'.\end{gathered}\right| = 13\cdot\left(\frac{1}{7x^7-12x^5+x}\right)' =$$

$$= 13\cdot\left(-\frac{1}{(7x^7-12x^5+x)^2}\cdot(7x^7-12x^5+x)'\right) = \left|\begin{gathered}(x^n)' = n\cdot x^{n-1},\\ x' = 1,\\ (u\pm v)' = u'\pm v'.\end{gathered}\right| =$$

$$= 13 \cdot \left(-\frac{7(x^7)' - 12(x^5)' + x'}{(7x^7 - 12x^5 + x)^2}\right) = -13 \cdot \frac{7 \cdot 7 \cdot x^{7-1} - 12 \cdot 5 \cdot x^{5-1} + 1}{(7x^7 - 12x^5 + x)^2} =$$

$$= -13 \cdot \frac{49x^6 - 60x^4 + 1}{(7x^7 - 12x^5 + x)^2}.$$

б) $y = ln(5x + cosx)$.

$$y' = \big(ln(5x + cosx)\big)' = \left| \begin{array}{c} (lnu)' = \frac{1}{u} \cdot u', \\ (Cu)' = C \cdot u', \\ (cosx)' = -sinx, \\ (u \pm v)' = u' \pm v'. \end{array} \right| = \frac{1}{5x + cosx} \cdot (5x + cosx)' =$$

$$= \frac{5x' + (cosx)'}{5x + cosx} = \frac{5 \cdot 1 - sinx}{5x + cosx} = \frac{5 - sinx}{5x + cosx}.$$

в) $y = \dfrac{-8x^2 + x - 4x^5}{\sqrt{x^2 - 7}}$.

$$y' = \left(\frac{-8x^2 + x - 4x^5}{\sqrt{x^2 - 7}}\right)' = \left| \begin{array}{c} \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad C' = 0, \qquad (x^n)' = n \cdot x^{n-1}, \\ \left(\sqrt{u}\right)' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{u}} \cdot u', \qquad (Cu)' = C \cdot u', \\ (u \pm v)' = u' \pm v', \qquad x' = 1. \end{array} \right| =$$

$$= \frac{(-8x^2 + x - 4x^5)' \cdot \sqrt{x^2 - 7} - (-8x^2 + x - 4x^5) \cdot \left(\sqrt{x^2 - 7}\right)'}{\left(\sqrt{x^2 - 7}\right)^2} =$$

$$= \frac{(-8 \cdot (x^2)' + x' - 4 \cdot (x^5)') \cdot \sqrt{x^2 - 7} - (-8x^2 + x - 4x^5) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 - 7}} (x^2 - 7)'}{x^2 - 7} =$$

$$= \frac{(-8 \cdot 2x + 1 - 4 \cdot 5 \cdot x^4) \cdot \sqrt{x^2 - 7} - (-8x^2 + x - 4x^5) \cdot \frac{(x^2)' - 7'}{2 \cdot \sqrt{x^2 - 7}}}{x^2 - 7} =$$

$$= \frac{(-16x + 1 - 20x^4) \cdot \sqrt{x^2 - 7} - (-8x^2 + x - 4x^5) \cdot \frac{2x}{2 \cdot \sqrt{x^2 - 7}}}{x^2 - 7} =$$

$$= \frac{(-16x + 1 - 20x^4) \cdot \sqrt{x^2 - 7} - (-8x^2 + x - 4x^5) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 - 7}}}{x^2 - 7} =$$

$$= \frac{(-16x + 1 - 20x^4) \cdot (x^2 - 7) - (-8x^2 + x - 4x^5) \cdot x}{(x^2 - 7) \cdot \sqrt{x^2 - 7}} =$$

$$= \frac{-16x^3 + 112x + x^2 - 7 - 20x^6 + 140x^4 + 8x^3 - x^2 + 4x^6}{(x^2 - 7) \cdot \sqrt{x^2 - 7}} =$$

$$= \frac{-16x^6 + 140x^4 - 8x^3 + 112x - 7}{(x^2 - 7) \cdot \sqrt{x^2 - 7}} .$$

Ответ:

а) $y' = -13 \cdot \dfrac{49x^6 - 60x^4 + 1}{(7x^7 - 12x^5 + x)^2}$;

б) $y' = \dfrac{5 - sinx}{5x + cosx}$;

в) $y' = \dfrac{-16x^6 + 140x^4 - 8x^3 + 112x - 7}{(x^2 - 7) \cdot \sqrt{x^2 - 7}}$.

ЗАДАНИЕ № 3.

Вычислить следующие неопределенные интегралы.

а) $\int (8x^7 + 6x^5 - 3x^2 + 4)dx;$ б) $\int \dfrac{2}{7 - x^2} dx;$ в) $\int cos\dfrac{1}{x^2} \cdot \dfrac{dx}{x^3}$.

Решение:

а) $\int (8x^7 + 6x^5 - 3x^2 + 4)dx.$

$$\int (8x^7 + 6x^5 - 3x^2 + 4)dx = \left| \begin{array}{c} \int (u \pm v)dx = \int udx \pm \int vdx, \\ \int \alpha udx = \alpha \int udx, \\ \int u^m du = \dfrac{u^{m+1}}{m+1} + C; m \neq -1, \\ \int du = u + C. \end{array} \right| =$$

$$= \int 8x^7 dx + \int 6x^5 dx - \int 3x^2 dx + \int 4dx = 8\int x^7 dx + 6\int x^5 dx - 3\int x^2 dx + 4\int dx =$$

$$= 8 \cdot \frac{x^{7+1}}{7+1} + 6 \cdot \frac{x^{5+1}}{5+1} - 3 \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1} + 4 \cdot x + C = x^8 + x^6 - x^3 + 4x + C.$$

б) $\int \dfrac{2}{7 - x^2} dx.$

$$\int \frac{2}{7 - x^2} dx = \left| \int \alpha udx = \alpha \int udx, \right| = 2\int \frac{1}{7 - x^2} dx = 2\int \frac{1}{\left(\sqrt{7}\right)^2 - x^2} dx =$$

$$= -2\int \frac{1}{x^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2} dx = \left| \begin{array}{c} \int \dfrac{du}{u^2 - a^2} = \dfrac{1}{2a} \cdot ln\left|\dfrac{u-a}{u+a}\right| + C, \\ u = x; \ \ a = \sqrt{7} \end{array} \right| = -2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{7}} \cdot ln\left|\frac{x - \sqrt{7}}{x + \sqrt{7}}\right| + C =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{7}} \cdot ln\left|\frac{x-\sqrt{7}}{x+\sqrt{7}}\right| + C = \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot ln\left|\frac{x+\sqrt{7}}{x-\sqrt{7}}\right| + C.$$

в) $\int cos\frac{1}{x^2} \cdot \frac{dx}{x^3}$.

$$\int cos\frac{1}{x^2} \cdot \frac{dx}{x^3} = \int cosx^{-2} \cdot x^{-3}dx = \left|\begin{matrix} u = x^{-2}; \\ du = -2x^{-3}dx \\ x^{-3}dx = -\frac{1}{2}du \end{matrix}\right| = \int cosu \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)du =$$

$$= -\frac{1}{2}\int cosudu = \left|\int cosudu = sinu + C\right| = -\frac{1}{2}sinu + C = |u = x^{-2}| =$$

$$= -\frac{1}{2}sinx^{-2} + C = -\frac{1}{2}sin\frac{1}{x^2} + C.$$

Ответ:

а) $\int (8x^7 + 6x^5 - 3x^2 + 4)dx = x^8 + x^6 - x^3 + 4x + C$;

б) $\int \frac{2}{7-x^2}dx = \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot ln\left|\frac{x+\sqrt{7}}{x-\sqrt{7}}\right| + C$;

в) $\int cos\frac{1}{x^2} \cdot \frac{dx}{x^3} = -\frac{1}{2}sin\frac{1}{x^2} + C.$