

Теоретические вопросы к экзамену

1. Принципы сложения и умножения в комбинаторике. Размещения, перестановки и сочетания без повторений, с повторениями.
2. Простейшие свойства несовместных событий. Вероятность суммы событий.
3. Понятие условной вероятности. Теорема о вероятности произведения двух событий. Независимые и зависимые события.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
5. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Предельные теоремы.
6. Дискретные случайные величины. Закон распределения, условие нормировки. Моменты дискретных случайных величин.
7. Функция распределения дискретной случайной величины, ее график.
8. Дискретная случайная величина, имеющая биномиальное распределение (распределение Бернулли). Условие нормировки, вычисление математического ожидания и дисперсии.
9. Функция распределения непрерывной случайной величины и ее свойства.
10. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
11. Случайная величина, имеющая равномерное распределение на отрезке $[a; b]$. Вычисление математического ожидания и дисперсии.
12. Нормальное распределение одной случайной величины. Проверка условия нормировки плотности.
13. Вычисление математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины.
14. Функция Лапласа и ее свойства.
15. Функция распределения нормальной случайной величины. Правило 3σ для нормальной случайной величины.
16. Функция распределения и плотность распределения системы случайных величин, их свойства.
17. Независимые и зависимые случайные величины. Математическое ожидание функции случайных величин, его свойства.
18. Дисперсия функции случайных величин, ее свойства.
19. Свойства корреляционного момента. Коэффициент корреляции.
20. Критерий невырожденной линейной зависимости двух случайных величин.
21. Нормальное распределение системы двух случайных величин. Критерий независимости двух случайных величин, распределенных по нормальному закону.

22. Линейная функция одной случайной величины. Линейная функция случайной величины, имеющей нормальное распределение.
23. Гамма-функция и ее свойства.
24. Распределение Пирсона (χ^2_n – распределение).
25. Распределение Стьюдента.
26. Предельные теоремы и неравенства теории вероятностей.
27. Точечные оценки параметров распределения случайной величины.
28. Доверительные оценки параметров распределения случайной величины.
29. Проверка гипотезы о виде распределения генеральной совокупности (критерий χ^2).
30. Цели и задачи математической статистики. Генеральная совокупность. Конечная и случайная выборки. Репрезентативность выборки.
31. Эмпирическая функция распределения, полигон и гистограмма.
32. Точечные оценки числовых характеристик и параметров генеральной СВ на основе выборки и характеристики их качества (состоятельность, несмещённость и эффективность).
33. Выборочное среднее. Выборочная дисперсия. Несмещённая выборочная дисперсия.
34. Получение точечных оценок неизвестных параметров распределений метод моментов.
35. Получение точечных оценок неизвестных параметров распределений методом максимального правдоподобия.
36. Интервальные оценки неизвестных параметров распределений. Доверительная вероятность (надёжность).
37. Построение доверительного интервала для неизвестного математического ожидания нормально распределённой СВ при известной дисперсии.
38. Построение доверительного интервала для неизвестного математического ожидания нормально распределённой СВ при неизвестной дисперсии.
39. Построение доверительного интервала для неизвестной дисперсии нормально распределённой СВ при известном математическом ожидании.
40. Построение доверительного интервала для неизвестной дисперсии нормально распределённой СВ при неизвестном математическом ожидании.
41. Условное математическое ожидание. Уравнения выборочной линейной регрессии Y на X и X на Y .

42. МНК построения уравнения выборочной линейной регрессии Y на X .
43. Статистическая проверка гипотез. Параметрические гипотезы. Понятия критерия, критической области, ошибки первого и второго рода, мощности критерия.
44. Гипотеза о равенстве средних двух нормальных распределений при известных дисперсиях.
45. Гипотеза о равенстве средних двух нормальных распределений при неизвестных дисперсиях.
46. Гипотеза о равенстве дисперсий двух нормальных распределений при известных средних.
47. Критерий согласия χ^2 относительно закона распределения генеральной СВ.
48. Критерий согласия χ^2 для распределения Пуассона.
49. Критерий согласия χ^2 для нормального распределения.

Пример экзаменационного билета

1. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Распределение Пирсона (χ^2_n – распределение).
3. Дискретная случайная величина X – число нечетных чисел при бросании трех игральных костей. Составить закон распределения X .
4. Дана функция распределения дискретной случайной величины X . Найти $M(X)$, $P(X \geq 3,5)$, $P(|X| < 2,5)$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ 0,3, & 2 < x \leq 3, \\ 0,5, & 3 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины (см. рис.). Найти значение $a > 0$, функцию распределения.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0; 2a], \\ x, & x \in [0; a], \\ 2a - x, & x \in [a; 2a]. \end{cases}$$

6. Коэффициент корреляции ρ_{XY} двух случайных величин X и Y $\rho_{XY} = \frac{3}{4}$. Дисперсии этих случайных величин равны соответственно $\sigma_X^2 = 9$ и $\sigma_Y^2 = 0,04$. Для случайных величин $\xi = 2X + 3Y$ и $\eta = -2X + 4Y$ найти их дисперсии и коэффициент корреляции.