

Высшее профессиональное образование

БАКАЛАВРИАТ

Т. И. ТРОФИМОВА

ФИЗИКА

Учебник

*Рекомендовано
Федеральным государственным образовательным учреждением
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)» в качестве учебника
для студентов высших учебных заведений, обучающихся
по техническим направлениям подготовки*

*Регистрационный номер рецензии 224
от 10 мая 2012 г.*

2-е издание, переработанное и дополненное



Москва
Издательский центр «Академия»
2013

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73
Т761

Автор —
профессор кафедры физики Московского института
электроники и математики Национального исследовательского университета
«Высшая школа экономики» (МИЭМ НИУ ВШЭ)

Рецензенты:
д-р физ.-мат. наук, проф. *П. А. Эминов*
(Московский государственный университет приборостроения и информатики);
канд. физ.-мат. наук, доц. *С. В. Павлов* (физический факультет Московского
государственного университета им. М. В. Ломоносова)

Трофимова Т. И.

Т761 **Физика : учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / Т. И. Трофимова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательский центр «Академия», 2013. — 352 с. — (Сер. Бакалавриат).**

ISBN 978-5-7695-9820-3

Учебник создан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по техническим направлениям подготовки (квалификация «бакалавр»).

В учебнике изложены физические основы классической механики, молекулярной физики и термодинамики, а также основы электродинамики, волновой оптики и квантовой физики. Материал представлен без громоздких математических выкладок. Особое внимание уделено выявлению физической сути явлений и описывающих их понятий и законов.

Для студентов учреждений высшего профессионального образования.

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73

*Оригинал-макет данного издания является собственностью
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым
способом без согласия правообладателя запрещается*

© Трофимова Т. И., 2013
© Образовательно-издательский центр «Академия», 2013
© Оформление. Издательский центр «Академия», 2013

ISBN 978-5-7695-9820-3

ПРЕДИСЛОВИЕ

В учреждениях высшего профессионального образования России, в том числе и технических, введена двухуровневая система обучения — бакалавриат и магистратура.

Бакалавр — квалификация, присуждаемая лицам, освоившим соответствующие образовательные программы высшего образования. Это законченное базовое высшее образование. Естественно поэтому процесс обучения в вузе должен опираться на базовые дисциплины, в том числе и на физику.

Физика, с одной стороны, служит фундаментом для изучения всех специальных дисциплин, а с другой — формирует современное естественно-научное мировоззрение, являясь фундаментальной предпосылкой для дальнейшего развития личности.

Данный учебник предназначен студентам, изучающим курс физики в соответствии с требованиями, обусловленными спецификой Государственных образовательных стандартов. Настоящий курс предназначен для технических вузов с ограниченным числом часов по физике.

Учебник состоит из пяти разделов. В первом разделе дано систематическое изложение физических основ классической механики. Второй раздел посвящен изучению молекулярной физики и термодинамики. В третьем разделе рассматриваются основы электродинамики. В четвертом разделе представлен материал по волновой оптике, в пятом — основам квантовой физики.

Второе издание учебника было значительно переработано. Дополнительно написано приложение, посвященное избранным вопросам квантовой физики. Если в учебной программе эти вопросы не предусмотрены, то их можно опустить.

Небольшой объем учебника достигнут благодаря тщательному отбору и лаконичному изложению материала. При этом особое внимание обращено на изучение основных физических явлений, фундаментальных понятий и законов классической и современной физики.

Автор выражает глубокую благодарность рецензентам — доктору физико-математических наук, профессору П. А. Эминову и кандидату физико-математических наук, доценту С. В. Павлову — за внимательное прочтение рукописи и ценные замечания. Просьба пожелания и замечания направлять автору по электронной почте на адрес ttrofimova@hse.ru.

Предмет физики

Термин «физика» происходит от древнегреческого слова «φύσις», что означает «природа», он впервые появился в сочинениях древнегреческого философа Аристотеля (IV в. до н. э.). В русский язык слово «физика» введено М. В. Ломоносовым (1711—1765), когда он издал первый в России учебник физики в переводе с немецкого языка.

Физика — фундаментальная база для теоретической подготовки бакалавра — изучает наиболее простые и вместе с тем наиболее общие свойства и законы движения *вещества* и *поля* — двух видов существования материи. Эти виды материи могут испытывать взаимопревращения. Так, при столкновении электрона и позитрона (они представляют собой вещество) появляется два фотона (представляют собой электромагнитное поле). Возможен также обратный процесс.

Физика теснейшим образом связана с другими естественными науками, в результате чего возникли новые смежные дисциплины, такие как астрофизика, геофизика, биофизика, физическая химия и т. д.

Физика связана и с техникой, причем эта связь имеет *двусторонний характер*. С одной стороны, физика выросла из потребностей техники (развитие механики у древних греков, например, было вызвано запросами строительной и военной техники того времени), и техника, в свою очередь, определяет направление физических исследований (например, задача создания наиболее экономичных тепловых двигателей вызвала интенсивное развитие термодинамики). С другой стороны, от развития физики зависит технический уровень производства.

Роль физических исследований в настоящее время все возрастает. Так, если ранее развитие термодинамики позволило создать автомобиль, электромагнетизма — телефон, то понятно, что, например, нанотехнологии, о которых сейчас много говорят, требуют создания веществ с заданной атомной структурой путем манипулирования отдельными атомами и молекулами, что без знания законов физики невозможно.

Бурный темп развития физики, растущие связи ее с техникой указывают на значительную роль курса физики в учреждениях высшего профессионального образования — это фундаментальная база для теоретической подготовки бакалавра, без которой его успешная деятельность невозможна.

Единицы физических величин

Основным методом исследования в физике является *опыт* — наблюдение исследуемых явлений в точно учитываемых условиях, позволяющих следить за ходом явлений и многократно воспроизводить его при повторении этих условий.

Для объяснения экспериментальных данных выдвигаются гипотезы. *Гипотеза* — это научное предположение, выдвигаемое для объяснения изучаемого явления. Если гипотеза подтвердилась при проведении соответствующих опытов, оказалась теоретически обоснованной, выдержала проверку временем, то гипотеза превращается в *научную теорию*.

В результате обобщения экспериментальных данных, а также накопленного опыта людей устанавливаются *физические законы* — устойчивые повторяющиеся объективные закономерности, существующие в природе. Наиболее важные законы устанавливают связь между физическими величинами, для чего необходимо эти величины измерять.

Измерение физической величины есть действие, выполняемое с помощью средств измерений для нахождения значения физической величины в принятых единицах.

Единицы физических величин можно выбрать произвольно, но тогда возникнут трудности при их сравнении. Поэтому целесообразно ввести систему единиц, охватывающую единицы всех физических величин.

Для построения системы единиц произвольно выбирают единицы для нескольких не зависящих друг от друга физических величин. Эти *единицы* называются *основными*. Остальные же величины и их единицы выводятся из законов, связывающих эти величины и их единицы с основными. Эти *единицы* называются *производными*.

В настоящее время обязательна к применению Система Интернациональная (СИ), которая строится на семи основных единицах — *метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль, кандела* — и двух дополнительных — *радиан и стерадиан*.

Метр (м) — длина пути, проходимого светом в вакууме за $1/299792458$ с.

Килограмм (кг) — масса, равная массе международного прототипа килограмма (платиново-иридиевого цилиндра, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа).

Секунда (с) — время, равное 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.

Ампер (А) — сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным

в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, создает между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Кельвин (К) — $1/273,16$ часть термодинамической температуры тройной точки воды.

Моль (моль) — количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько атомов содержится в нуклиде ^{12}C массой 0,012 кг.

Кандела (кд) — сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $1/683$ Вт/ср.

РадIAN (рад) — угол между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу.

Стерadian (ср) — телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

РАЗДЕЛ I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Глава 1

ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

§ 1. Механическое движение.

Структура механики

Движение, как философская категория, отражает любые изменения вообще. Простейшей формой движения является *механическое движение* — изменение положения тел или их частей в пространстве относительно других тел с течением времени. Это простейшая и вместе с тем наиболее изученная форма движения в природе и технике (например, движения небесных тел, движение разных видов транспорта, вращательные движения различных деталей в механизмах, падение тел и т. д.). Изучением этого вида движения занимается *механика*.

Механика — раздел физики, в котором изучают закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение. Термин «механика» ввел Аристотель (IV в. до н. э.), хотя развитие механики как науки следует отнести к III в. до н. э., когда древнегреческий ученый Архимед (III в. до н. э.) сформулировал закон равновесия рычага и законы равновесия плавающих тел.

Основные законы механики установлены итальянским физиком и астрономом Г. Галилеем (1564—1642) и окончательно сформулированы английским ученым И. Ньютоном (1643—1727).

Механику делят:

— *на классическую (механику Галилея—Ньютона)*. В ней изучают законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света c в вакууме;

— *релятивистскую* (основана на специальной теории относительности, сформулированной А. Эйнштейном (1879—1955)). В ней рассматриваются законы движения тел (частиц) со скоростями, сравнимыми со скоростью света c в вакууме;

– **квантовую**. В ней изучают специфические особенности движения частиц в области микромира.

Уравнения релятивистской механики в пределе (для скоростей, малых по сравнению со скоростью света) переходят в уравнения классической механики, уравнения квантовой механики в пределе (для масс больших по сравнению с массами атомов) также переходят в уравнения классической механики.

Это указывает на ограниченность применимости классической механики — *механики тел больших масс* (по сравнению с массой атомов), *движущихся с малыми скоростями* (по сравнению со скоростью света).

Классическая механика включает в себя:

– **кинематику** (изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обуславливают);

– **динамику** (изучает законы движения тел, которые вызывают или изменяют это движение);

– **статику** (изучает законы равновесия системы тел).

Если известны законы движения тел, то из них можно установить и законы равновесия.

Любое физическое тело занимает некоторую область пространства, т. е. имеет определенные размеры и форму. Однако при рассмотрении ряда задач размеры и форма тела не имеют значения. Поэтому в механике для описания движения тел в зависимости от условий конкретных задач используются различные *физические модели*, в частности материальную точку и абсолютно твердое тело.

Материальная точка — тело, размерами и формой которого в условиях данной задачи можно пренебречь, т. е. тело рассматривают как точку, обладающую массой.

Понятие материальной точки — *абстрактное*, но его введение облегчает решение практических задач. Например, изучая движение планет по орбитам вокруг Солнца, можно принять их за материальные точки, поскольку линейные размеры планет гораздо меньше размеров их орбит.

Произвольное макроскопическое тело или систему тел можно мысленно разбить на малые взаимодействующие между собой части, каждая из которых рассматривается как материальная точка. Тогда изучение движения произвольной системы тел сводится к изучению системы материальных точек.

При рассмотрении многих физических задач в механике вводят понятие абсолютно твердого тела. **Абсолютно твердое тело** — тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться, и при всех условиях расстояние между двумя точками этого тела остается постоянным.

Это опять-таки *абстракция*, позволяющая в данной задаче отвлечься от малых деформаций реальных твердых тел при их взаимодействии с другими телами.

§ 2. Система отсчета. Виды движения

Любое *движение* тела является *относительным*, поэтому положение любого тела в пространстве в любой момент времени следует рассматривать по отношению к какому-либо другому произвольно выбранному телу (например, о движении самолета можно судить по изменению его положения относительно поверхности Земли). Поэтому вводят **тело отсчета** — произвольно выбранное тело (его считают неподвижным), относительно которого определяют положение других (движущихся) тел.

С телом отсчета связывают **систему отсчета** — совокупность системы координат и часов, *жестко* связанных с телом отсчета, по отношению к которому определяется положение тела в различные моменты времени.

Наиболее часто в качестве системы координат выбирают *декартову систему координат* (рис. 1). На рисунке $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — орты системы координат — взаимно перпендикулярные единичные векторы, направленные вдоль осей X, Y и Z .

Положение материальной точки A относительно рассматриваемой на рис. 1 системы задается тремя координатами x, y, z или радиусом-вектором \vec{r} — вектором, проведенным в точку A из начала системы координат O . Согласно правилу сложения векторов, радиус-вектор точки A :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

Произвольное движение абсолютно твердого тела можно представить в виде двух основных видов *движений* — *поступательного* и *вращательного*. **Поступательное движение** — движение абсолютно твердого тела, при котором прямая, соединяющая две любые точки тела, перемещается параллельно самой себе (рис. 2).

Поступательно, например, движется кабина лифта; в первом приближении поступательное движение совершает кабина колеса обозрения.

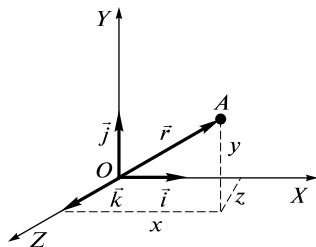


Рис. 1

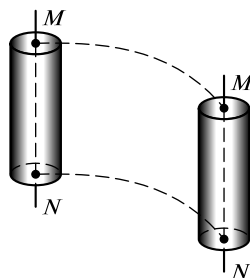


Рис. 2

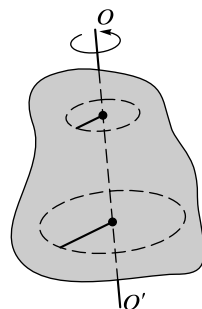


Рис. 3

При поступательном движении *все точки* абсолютно твердого тела совершают одинаковые перемещения за одинаковые промежутки времени. Это позволяет свести изучение поступательного движения абсолютно твердого тела к изучению отдельной материальной точки. Если известна зависимость от времени радиуса-вектора $r(t)$ любой точки этого тела и его положение в начальный момент времени, то поступательное движение описано полностью.

Вращательное движение — движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой OO' , называемой **осью вращения** (рис. 3).

При вращательном движении *различные точки тела движутся* по окружностям разного радиуса, имеют различные линейные скорости и скорость каждой точки нельзя охарактеризовать движением одной материальной точки. Для описания вращательного движения надо задать в пространстве положение оси вращения и в каждый момент времени задать угловую скорость (см. § 6).

§ 3. Траектория, длина пути, вектор перемещения

При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются. В общем случае движение материальной точки определяется скалярными уравнениями

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t), \quad (3.1)$$

эквивалентными векторному уравнению

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (3.2)$$

Уравнения (3.1) и (3.2) называются **кинематическими уравнениями движения материальной точки**.

Линия, описываемая движущейся материальной точкой (или телом) относительно выбранной системы отсчета, называется **траекторией**. В различных системах отсчета траектория *разная*, причем ее вид зависит от *начальных условий* и *сил*, действующих на материальную точку. Так, для человека, едущего на велосипеде, кажется, что конец педали описывает окружность, а для человека, стоящего на дороге, — это сложная кривая, называемая циклоидой.

В зависимости от вида траектории различают:

— **прямолинейное движение** (траектория в данной системе отсчета — прямая линия (например, движение выпущенного из рук камня));

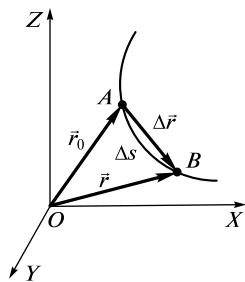


Рис. 4

— **криволинейное движение** (траектория в данной системе отсчета — кривая (например, движение артиллерийского снаряда)).

Предположим, что материальная точка (рис. 4) в начальный момент времени t_0 находится в точке A (ей соответствует радиус-вектор \vec{r}_0), а в момент времени $t = t_0 + \Delta t$ — в точке B (ей соответствует радиус-вектор \vec{r}).

Длину участка траектории AB , пройденного материальной точкой с момента начала отсчета времени, называют **длиной пути** Δs . Это **скалярная функция** времени: $\Delta s = \Delta s(t)$. Единица длины пути — 1 м (см. Введение).

Вектор $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$, проведенный из начального положения движущейся точки в положение ее в данный момент, называют **вектором перемещения**. Это приращение радиуса-вектора материальной точки за рассматриваемый промежуток времени. Как следует из рисунка, вектор $\Delta \vec{r}$ направлен вдоль хорды из положения движущейся точки в начальный момент времени в ее положение в данный момент времени. Поэтому в общем случае $|\Delta \vec{r}| \neq \Delta s$.

Подчеркнем еще раз, что траектория, пройденный путь и вектор перемещения зависят от выбранной системы отсчета, что указывает на **относительность механического движения**.

§ 4. Скорость

Каждый человек использует термин «скорость», подразумевая под ней путь, проходимый телом за единицу времени. В физике скорость — векторная физическая величина, характеризующая как **быстроту** перемещения тела вдоль траектории, так и **направление** его движения в каждый момент времени.

Предположим, что за время $\Delta t = t - t_0$ материальная точка совершила перемещение $\Delta \vec{r}$ (рис. 5).

Физическая величина, равная отношению вектора перемещения $\Delta \vec{r}$ к промежутку времени, за который это перемещение произошло, называется **средней скоростью** материальной точки за промежуток времени Δt :

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением $\Delta \vec{r}$ (см. рис. 5), вдоль хорды, стягивающей участок траектории Δs . Только

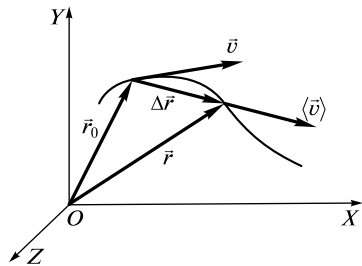
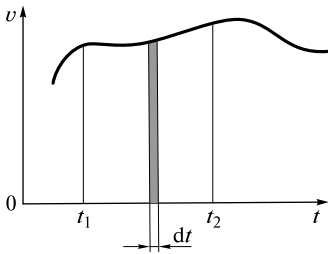


Рис. 5



при прямолинейном движении в одном направлении $\Delta s = |\Delta \vec{r}|$. В этом случае

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (4.1)$$

При неограниченном уменьшении Δt средняя скорость стремится к предельному значению, которое называют **мгновенной скоростью**:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (4.2)$$

Рис. 6

Мгновенная скорость \vec{v} , таким образом, определяется первой производной радиуса-вектора движущейся точки по времени. В случае равномерного и прямолинейного движения $\vec{v} = \text{const}$. Так как секущая в пределе совпадает с касательной, вектор скорости \vec{v} направлен по касательной к траектории в сторону движения (см. рис. 5).

Модуль мгновенной скорости

$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt},$$

т. е. определяется первой производной пути по времени:

$$v = \frac{ds}{dt}. \quad (4.3)$$

Единица скорости в СИ — метр в секунду (1 м/с) — скорость движения, при котором материальная точка за 1 с перемещается на расстояние 1 м.

Если выражение $ds = v dt$ [см. формулу (4.3)] проинтегрировать по времени в пределах от t до $t + \Delta t$, то найдем длину пути, пройденного точкой за время Δt :

$$s = \int_t^{t+\Delta t} v dt.$$

Для равномерного прямолинейного движения

$$s = v \int_t^{t+\Delta t} dt = v \Delta t.$$

Длина пути, пройденного точкой за промежуток времени от t_1 до t_2 , определяется интегралом

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

Если построить график зависимости v от t (рис. 6), то площадь выделенной на рисунке полоски определяет $v(t)dt$. Тогда пройденный путь можно представить как площадь фигуры, ограниченной кривой $v(t)$, осью t и прямыми $t=t_1$ и $t=t_2$.

§ 5. Ускорение

В случае неравномерного движения важно знать, как быстро изменяется скорость с течением времени. Физической величиной, характеризующей быстроту изменения скорости по модулю и направлению, является **ускорение**.

Средним ускорением неравномерного движения в интервале от t до $t + \Delta t$ называется векторная величина, равная отношению изменения скорости $\Delta \vec{v}$ к интервалу времени Δt , за которое это изменение произошло:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Направление вектора среднего ускорения совпадает с вектором $\Delta \vec{v}$ только в том случае, если тело движется прямолинейно.

Мгновенным ускорением \vec{a} (ускорением) материальной точки в момент времени t будет предел среднего ускорения:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{a} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad (5.1)$$

т. е. ускорение — векторная величина, определяемая первой производной скорости по времени.

Вектор ускорения можно представить в виде двух **составляющих** (рис. 7):

— **тангенциальной**

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}, \quad (5.2)$$

т. е. равной первой производной по времени от модуля скорости: она характеризует **быстроту изменения скорости по модулю** (направлена по касательной к траектории);

— **нормальной**

$$a_n = \frac{v^2}{r}, \quad (5.3)$$

характеризующей **быстроту изменения скорости по направлению** (направлена к центру кривизны траектории).

Полное ускорение тела есть геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих (см. рис. 7):

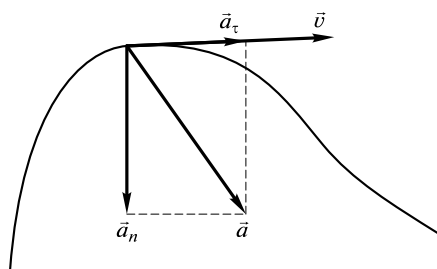


Рис. 7

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Тангенциальная и нормальная составляющие взаимно перпендикулярны, поэтому модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Единица ускорения в СИ — *метр на секунду в квадрате* (1 м/с^2) — ускорение, при котором за время 1 с скорость материальной точки изменяется на 1 м/с.

§ 6. Кинематика вращательного движения абсолютно твердого тела

Рассмотрим абсолютно твердое тело (тело, которое ни при каких условиях не деформируется и при всех условиях расстояние между двумя точками постоянно), которое вращается вокруг неподвижной оси. Тогда отдельные точки этого тела будут описывать окружности разных радиусов, центры которых лежат на оси вращения (см. § 2).

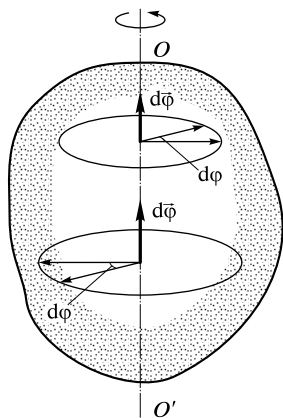


Рис. 8

Радиус-вектор каждой точки (вектор, проведенный из центра соответствующей окружности в данную точку) за малый промежуток времени dt повернется *на один и тот же угол* $d\varphi$ (рис. 8).

При вращении мерой поворота тела за элементарный промежуток времени dt является **вектор элементарного углового перемещения** $d\vec{\varphi}$ (см. рис. 8), численно равный $d\varphi$ и направленный вдоль оси вращения так, что его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается

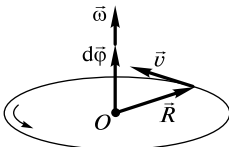


Рис. 9

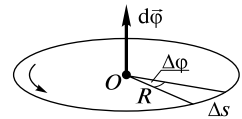
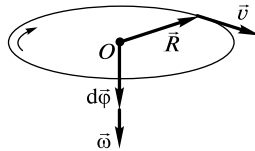


Рис. 10

в направлении движения точки по окружности, т. е. подчиняется **правилу правого винта**.

Векторная величина

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (6.1)$$

называется **угловой скоростью** тела.

Угловая скорость $\vec{\omega}$ направлена вдоль оси, вокруг которой вращается тело, в сторону, определяемую правилом правого винта (рис. 9).

Единица угловой скорости в СИ — **радиан в секунду** (1 рад/с) — угловая скорость равномерно вращающегося тела, все точки которого за время 1 с поворачиваются относительно оси на угол 1 рад.

Вращение с постоянной угловой скоростью ($\vec{\omega} = \text{const}$) называется **равномерным**. В данном случае ω показывает, на какой угол φ поворачивается тело за единицу времени:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \quad (6.2)$$

Равномерное вращение характеризуют:

— **периодом вращения** T — временем, за которое совершает один полный оборот, т. е. поворачивается на угол 2π . Так как промежуток времени $\Delta t = T$ соответствует $\Delta\varphi = 2\pi$, то $\omega = \frac{2\pi}{T}$, откуда

$$T = \frac{2\pi}{\omega}; \quad (6.3)$$

— **частотой вращения** n — числом полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности в единицу времени:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad (6.4)$$

откуда

$$\omega = 2\pi n. \quad (6.5)$$

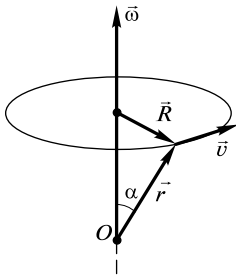


Рис. 11

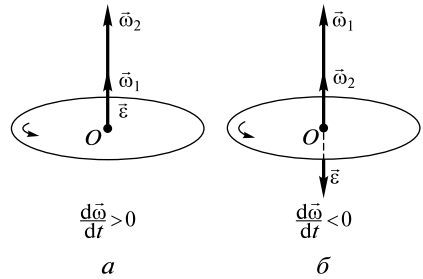


Рис. 12

Найдем выражение, связывающее v и ω (рис. 10, 11):

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \Delta \varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R\omega,$$

т. е.

$$v = \omega R. \quad (6.6)$$

Положение рассматриваемой точки задается радиусом-вектором \vec{r} , который проводится из лежащего на оси вращения начала координат O (см. рис. 11). Из рисунка следует, что $R = r \sin \alpha$, и согласно формуле (6.6)

$$v = \omega r \sin \alpha,$$

откуда с учетом направления векторов \vec{v} , $\vec{\omega}$ и \vec{r} можно записать векторное произведение

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]. \quad (6.7)$$

Векторная величина, определяемая первой производной угловой скорости по времени

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad (6.8)$$

называется **угловым ускорением**.

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен вектору $\vec{\omega}$ (рис. 12, а), при замедленном — противоположен ему (рис. 12, б).

Единица углового ускорения в СИ — *радиан на секунду в квадрате* (1 рад/с^2) — угловое ускорение равноускоренного вращающегося тела, при котором оно за время 1 с изменяет угловую скорость на 1 рад/с.

Тангенциальная составляющая ускорения $a_\tau = \frac{dv}{dt}$, или с учетом формулы (6.6)

$$a_\tau = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon.$$

Нормальная составляющая ускорения

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

Таким образом, связь между линейными (длина пути s , пройденного точкой по дуге окружности радиусом R , линейная скорость v , тангенциальное ускорение a_τ , нормальное ускорение a_n) и угловыми величинами (угол поворота φ , угловая скорость ω , угловое ускорение ε) выражается следующими формулами:

$$s = R\varphi, v = R\omega, a_\tau = R\varepsilon, a_n = \omega^2 R.$$

При равнопеременном движении точки по окружности ($\varepsilon = \text{const}$)

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где ω_0 — начальная угловая скорость.

ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

§ 7. Инерциальные системы отсчета. Первый закон Ньютона

Ранее уже указывалось на *относительность механического движения* (см. § 2). Характер механического движения зависит от выбора системы отсчета. Существуют системы отсчета, относительно которых поступательно движущиеся тела сохраняют свою скорость постоянной, если на них не действуют другие тела. Такие системы отсчета называются *инерциальными системами отсчета*. Их существование установлено опытным путем и представляет собой закон природы.

С большой степенью точности (например, при изучении движений, происходящих в масштабе нашей планетной системы) инерциальной можно считать *гелиоцентрическую* (звездную) *систему отсчета* (начало координат находится в центре Солнца, а оси проведены в направлении определенных звезд). Любая система отсчета, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно гелиоцентрической системы отсчета, является инерциальной.

Система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальна, однако эффекты, обусловленные ее неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца), при решении многих задач пренебрежимо малы, и в этих случаях ее можно считать инерциальной.

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называют *инерцией*. И. Ньютон утверждение о существовании инерциальных систем отсчета, сформулировал в виде *закона инерции*, называемого также *первым законом Ньютона*. Этот закон гласит: всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит изменить это состояние. Следует отметить, что, согласно современным представлениям, в первом законе Ньютона под телом следует понимать *материальную точку*.

Подчеркнем еще раз, что *инерциальные системы отсчета* такие, относительно которых материальная точка, *свободная от внешних воздействий*, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно. *Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета.*

§ 8. Сила. Масса и импульс тела

Чтобы характеризовать *воздействия*, о которых шла речь в первом законе Ньютона (см. § 7), вводят понятие силы. **Сила** — векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей. Приложенная к телу сила является причиной изменения его скорости или возникновения в нем деформаций (изменения взаимного расположения частиц, из которых состоит тело, и расстояний между ними). Сила как векторная величина в каждый момент характеризуется *направлением, числовым значением и точкой приложения*. Прямая, вдоль которой направлена сила, называется **линией действия силы**.

Опытным путем установлено, что любое тело «сопротивляется» попыткам изменить его состояние движения. Свойство, присущее всем телам и заключающееся в том, что тела оказывают сопротивление изменению его скорости (как по модулю, так и по направлению), называется **инертностью**.

Количественной мерой инертности тела является **масса**. Массу тела определяют, сравнивая с массой тела, рассматриваемого в качестве эталона массы, принятой за единицу. Единица массы в СИ (*основная единица*) — **килограмм** (1 кг) — масса, равная массе международного прототипа килограмма платиново-иридиевого цилиндра, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре, близ Парижа. Эта единица с точностью $3 \cdot 10^{-5}$ равна массе 1000 см³ чистой воды при 4 °С. В России имеются две точные копии эталона массы.

В классической механике масса — величина *постоянная* (неизменная, т.е. *инвариантная* при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой) и *аддитивная* (масса составного тела равна сумме масс его частей). Понятие массы впервые введено Ньютоном (как количество материи в теле) при введении им понятия *импульса*.

Масса является также мерой количества вещества. Массу единицы объема вещества называют **плотностью**. Плотность однородного тела

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (8.1)$$

где V — объем тела.

Единица плотности в СИ — **килограмм на метр кубический** (кг/м³).

Центром масс называется воображаемая точка C (характеризует движение тела или системы материальных точек, как целого), положение которой задается радиусом-вектором:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m}, \quad (8.2)$$

где m_i и \vec{r}_i — соответственно масса и радиус-вектор i -й материальной точки; n — число материальных точек в системе; $m = \sum_{i=1}^n m_i$ — масса системы.

Импульсом материальной точки называют векторную величину, численно равную произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющую направление скорости:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (8.3)$$

Из определения следует, что импульс — это мера механического движения материальной точки. Ранее импульс назывался *количеством движения*.

Импульс \vec{p} системы, состоящей из n материальных точек, равен геометрической сумме импульсов всех точек системы:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i. \quad (8.4)$$

Единица импульса в СИ — *килограмм-метр в секунду* [1 (кг·м)/с] — импульс материальной точки массой 1 кг, движущейся со скоростью 1 м/с.

§ 9. Второй закон Ньютона

Из опыта известно, что ускорение, приобретаемое телом, с одной стороны, прямо пропорционально равнодействующей приложенных сил, а с другой — обратно пропорционально массе тела. Ньютон, обобщая результаты опытов, сформулировал *основной закон динамики*.

Второй закон Ньютона гласит: в инерциальных системах отсчета ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (9.1)$$

откуда следует связь движения с вызвавшей ее причиной — силой. Представив второй закон Ньютона (9.1) в виде

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad (9.2)$$

можно определить единицу силы в СИ — **ньютон**:

1 Н — сила, которая массе в 1 кг сообщает ускорение 1 м/с² в направлении действия силы:

$$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2.$$

Записав выражение (9.2) в виде

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (9.3)$$

(учли, что масса в классической механике — величина постоянная, и ее можно внести под знак производной), получим

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \quad (9.4)$$

Это выражение — *более общая формулировка второго закона Ньютона*: скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе. Выражение (9.4) называется также **уравнением движения материальной точки**.

Если на тело действует несколько сил, то в формулах (9.3) и (9.4) под \vec{F} подразумевается их результирующая (векторная сумма сил).

На основании второго закона Ньютона (9.2), когда $\sum_i \vec{F}_i = 0$ (т.е. при отсутствии воздействия на тело других тел) ускорение $\vec{a} = 0$, т.е. тело движется равномерно и прямолинейно, что утверждает также и первый закон Ньютона.

§ 10. Третий закон Ньютона

Всякое действие материальных точек (тел) друг на друга *всегда* носит характер взаимодействия, определяемого **третьим законом Ньютона**: силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

где \vec{F}_{12} — сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй; \vec{F}_{21} — сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой.

Эти силы приложены к *разным* материальным точкам (телам), всегда действуют *парами* и являются силами *одной природы*. Например, при движении по поверхности Земли сила, с которой мы отталкиваем Землю, равна по модулю и противоположна той силе, с которой Земля толкает нас вперед. Хотя эти силы и равны, но, согласно второму закону Ньютона, ускорения обратно пропорциональны массам, и Землю ввиду ее гораздо большей (по сравнению с человеком) массе можно считать неподвижной.

Третий закон Ньютона выполняется в случае взаимодействия тел при непосредственном их контакте, а также если покоящиеся тела при взаимодействии находятся на некотором расстоянии друг от друга. Доказана также справедливость этого закона при взаимодействии посредством полей.

Третий закон Ньютона, как впрочем и первые два, справедлив только в *инерциальных системах отсчета*. Ньютонская механика, как уже указывалось ранее, справедлива для скоростей движения, много меньших скорости света в вакууме ($v \ll c$). Поэтому в рамках классической механики третий закон Ньютона выполняется всегда.

§ 11. Принцип относительности Галилея

Рассмотрим *две инерциальные системы отсчета*: K (с координатами x, y, z), которую условно считаем неподвижной, и K' (с координатами x', y', z'), движущуюся относительно K равномерно и прямолинейно со скоростью \vec{u} ($\vec{u} = \text{const}$).

Координатные оси X, Y, Z системы K и оси X', Y', Z' системы K' выберем так, чтобы оси X и X' совпадали, а оси Y и Y' , а также Z и Z' были параллельны друг другу (рис. 13). Отсчет времени начнем с момента, когда начала отсчета O и O' систем совпадают.

Скорость \vec{u} направлена вдоль оси OO' . Из рис. 13 следует, что $x' = x - ut$. Понятно, что $y = y'$ и $z = z'$. В ньютоновской механике предполагается, что время в обеих системах течет одинаково, т. е. $t = t'$. Учитывая вышеизложенное, можно записать:

$$\begin{cases} x' = x - ut; \\ y' = y; \\ z' = z; \\ t' = t \end{cases} \quad (11.1)$$

или

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t, \quad (11.2)$$

где \vec{r} и \vec{r}' — радиусы-векторы движущейся точки в системах K и K' соответственно. Уравнения (11.1) и (11.2) носят название **преобразований координат Галилея**.

Записанные соотношения справедливы лишь в случае классической механики ($u \ll c$), а при скоростях, сравнимых со скоростью света, преобразования Галилея заменяются более общими **преобразованиями Лоренца** (см. § 27).

Продифференцировав (11.2) по времени и учитывая, что $t = t'$, получим

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u} \quad (11.3)$$

— **закон сложения скоростей в классической механике**, где \vec{v} и \vec{v}' — скорости материальной точки в системах K и K' соответственно.

Продифференцировав (11.2) дважды, получим

$$\vec{a}' = \vec{a}, \quad (11.4)$$

т. е. ускорение материальной точки не изменяется при переходе от одной инерциальной системы к другой, следовательно, является **инвариантом**.

Это означает, что *система K' является инерциальной* (точка движется относительно нее равномерно и прямолинейно).

Из уравнения (11.4) следует (учли (9.2)), что

$$\vec{F}' = \vec{F}$$

(приняли во внимание, что масса в классической механике одинакова во всех системах).

Таким образом, *уравнения динамики при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой формулируются одинаково* или, другими словами, *уравнения механики Ньютона инвариантны относительно преобразований координат Галилея*. Это утверждение называют **принципом относительности Галилея**.

Г. Галилей первым обратил внимание на то, что никакими механическими опытами, проведенными в данной инерциальной системе отсчета, нельзя установить, покоится она или движется равномерно и прямолинейно (относительно какой-то инерциальной системы отсчета). Например, в каюте корабля, движущегося равномерно и прямолинейно, невозможно определить, покоится корабль или движется, не выглянув в окно.

§ 12. Закон сохранения импульса.

Закон движения центра масс

Рассмотрим в инерциальной системе отсчета механическую систему — совокупность конечного числа n взаимодействующих материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое.

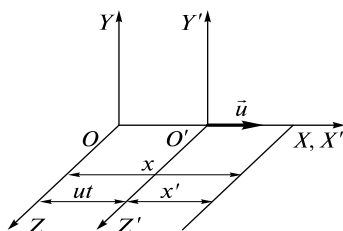


Рис. 13

Второй закон Ньютона для каждого из тел [см. (9.3)]

$$\frac{d(m_i \vec{v}_i)}{dt} = \vec{f}_i + \vec{F}_i, \quad (12.1)$$

где \vec{f}_i — равнодействующие **внутренних сил** (сил взаимодействия между материальными точками механической системы) и \vec{F}_i — **внешних сил** (сил, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела), действующих на i -ю материальную точку. Складывая почленно уравнения (12.1) для n материальных точек, получим

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{f}_i + \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

где $p = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$ — импульс системы [см. (8.4)].

Согласно третьему закону Ньютона, геометрическая сумма внутренних сил механической системы равна нулю: $\sum_{i=1}^n \vec{f}_i = 0$, поэтому

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (12.2)$$

Таким образом, производная по времени от импульса механической системы равна *геометрической сумме внешних сил*, действующих на систему.

Рассмотрим **замкнутую систему** — механическую систему тел, на которую не действуют внешние силы. Тогда

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = 0$$

или

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}. \quad (12.3)$$

Формула (12.3) выражает **закон сохранения импульса**: суммарный импульс замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения импульса справедлив только в *инерциальных системах отсчета* (иначе нельзя было бы пользоваться законами Ньютона) и является *фундаментальным законом природы* (он выполняется для замкнутых систем микрочастиц, подчиняющихся, как известно, законом квантовой механики).

Отметим, что *сохраняется векторная сумма импульсов, а не сумма их модулей*. Импульс сохраняется и для незамкнутой системы, если геометрическая сумма всех внешних сил равна нулю. Также сохраняется проекция импульса на направление, вдоль которого равнодействующая сил равна нулю.

Продифференцировав выражение (8.2) для радиуса-вектора центра масс по времени, найдем скорость центра масс:

$$v_C = \frac{dr_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m}. \quad (12.4)$$

Учитывая, что $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$, а $\sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ есть импульс \vec{p} системы, можно записать

$$p = m \vec{v}_C, \quad (12.5)$$

т. е. импульс системы равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.

Подставив формулу (12.5) в выражение (12.2), получим

$$m \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (12.6)$$

т. е. центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, приложенных к системе. Выражение (9.3) представляет собой **закон движения центра масс**.

§ 13. Силы в механике

Сила упругости. Под воздействием внешних сил тела *деформируются*, т. е. изменяют свои размеры и форму. Если после прекращения действия силы *деформация* исчезает (размеры и форма тела восстанавливаются), то такую **деформацию** называют **упругой**. Если размеры и форма тела после прекращения действия на тело силы не восстанавливаются, то такую **деформацию** называют **пластической**.

Сила, возникающая при упругой деформации тел, называется **силой упругости**. В случае деформации сжатия или растяжения силы упругости направлены вдоль линии действия силы, вызывающей деформацию, противоположно направлению смещения частиц при деформации.

Упругие силы по своей природе относятся к классу **электромагнитных сил**. Если тело находится в недеформированном состоянии, то расположение молекул (в состав молекул входят отрицательные и положительные частицы) таково, что силы притяжения разноименных зарядов и силы отталкивания одноименных зарядов уравновешиваются. Если же тело сжимать, то молекулы сближаются, а если тело растягивать, то молекулы удаляются друг от друга, поэтому при деформации электрические силы стремятся вернуть молекулы в исходное состояние, в результате чего и возникает сила упругости.

Упругие силы подчиняются **закону Гука**, установленному опытным путем (1660): сила упругости, возникающая вследствие растяжения (или сжатия), пропорциональна изменению длины деформируемого тела и направлена в сторону, противоположную смещению частиц тела при его деформации:

$$F_{\text{упр}} = -kx, \quad (13.1)$$

где x — удлинение (сжатие) тела (например, пружины); k — **коэффициент жесткости (жесткость)**. Жесткость зависит от размеров пружины, ее размеров и упругих свойств материала пружины. Жесткость в СИ выражается в **ньютонках на метр** (Н/м).

Закон Гука хорошо выполняется только при малых деформациях. Силу упругости, действующую на тело со стороны опоры (или подвеса) перпендикулярно ее поверхности, называют **силой реакции опоры \vec{N}** .

Сила трения. Из повседневного опыта известно, что при движении одного тела по поверхности другого возникает сопротивление движению, называемое **трением**. Причина этого — существование **силы трения** — тангенциальной силы, возникающей при соприкосновении поверхностей двух тел и препятствующей их взаимному перемещению.

Силы трения зависят от относительных скоростей тел, между которыми они действуют. Силы трения могут быть разной природы, но в результате их действия механическая энергия всегда превращается во внутреннюю энергию соприкасающихся тел. Силы трения определяются характером взаимодействия между молекулами вещества и по природе относятся к **электромагнитным силам**.

Различают внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое или вязкое) трение. **Внешнее трение** — трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении. **Внутреннее трение** — трение между слоями жидкости или газа, движущимися друг относительно друга.

Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, то говорят о **трении покоя**. Так, если к телу, лежащему на поверхности, приложить небольшую горизонтальную силу \vec{F} (рис. 14), то никакого движения не будет. Это означает, что со стороны поверхности к телу приложена горизонтальная сила $\vec{F}_{\text{тр}}^n$, препятствующая скольжению, которая равна силе \vec{F} и противоположна ей по направ-

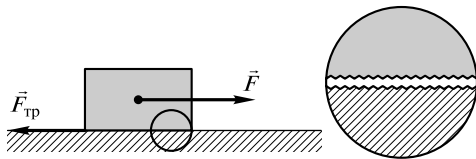


Рис. 14

лению. Данная сила и есть *сила трения покоя*. Скольжение начнется, когда внешняя сила \vec{F} становится больше некоторого определенного значения.

Внешнее (сухое) трение различают также по *кинематическому признаку*: **трение скольжения** (возникает, если тело скользит по поверхности опоры) и **трение качения** (возникает, если тело катится по поверхности опоры).

Сила трения скольжения всегда направлена в сторону, противоположную относительной скорости соприкасающихся тел, и пропорциональна силе нормального давления:

$$F_{\text{тр}} = \mu N, \quad (13.2)$$

где μ — **коэффициент трения скольжения** (зависит от материалов трущихся поверхностей, не зависит от размеров трущихся поверхностей и уменьшается с увеличением скорости относительного движения трущихся поверхностей (в силу последнего фактора формула (13.2) выполняется приближенно)); μ — безразмерная величина; $\mu < 1$.

Роль сил трения в природе и технике двоякая — положительная и отрицательная. Например, благодаря трению подошвы наших ботинок отталкиваются от поверхности Земли, и мы имеем возможность передвигаться. Если поверхность скользкая ($F_{\text{тр}}$ очень мала), то передвижение затруднено.

Однако, в свою очередь, трение тормозит движение, вызывает износ движущихся частей механизмов и т. д. В таких случаях для уменьшения сил трения на трущиеся поверхности наносят смазку (сила трения уменьшается примерно в 10 раз), которая заполняет неровности между этими поверхностями и располагается тонким слоем между ними так, что поверхности как бы перестают соприкасаться, а скользят относительно друг друга слои жидкости. Таким образом, внешнее трение твердых тел заменяется значительно меньшим внутреним трением жидкости.

Радикальным способом уменьшения силы трения является замена трения скольжения трением качения (шариковые и роликовые подшипники и т. д.).

Сила тяготения (гравитационная сила). Движение небесных тел, как и движение тел вблизи поверхности Земли, происходит под действием сил взаимного притяжения. Это взаимодействие описывается открытым Ньютоном **законом всемирного тяготения** (1678), согласно которому между любыми двумя материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек (m_1 и m_2) и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними (r^2):

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (13.3)$$

Силу F также называют **гравитационной силой**.

Силы тяготения всегда являются силами притяжения и направлены вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие материальные точки. Коэффициент пропорциональности G называется *гравитационной постоянной*; G — фундаментальная физическая постоянная:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Закон всемирного тяготения установлен для тел, принимаемых за материальные точки, т. е. для таких тел, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними. Если же размеры взаимодействующих тел сравнимы с расстоянием между ними, то эти тела надо разбить на точечные элементы, подсчитать по формуле (13.3) силы притяжения между всеми попарно взятыми элементами, а затем геометрически их сложить, что является довольно сложной математической задачей.

Ньютон, однако, показал, что закон тяготения справедлив в виде выражения (13.3) и в случае шаров с равномерно распределенной массой, но здесь под r надо понимать расстояние между центрами шаров. Если одно из тел представляет очень большой шар, например Землю, то второе тело, находящееся вблизи поверхности Земли, можно считать материальной точкой и применять для них закон всемирного тяготения в виде выражения (13.3). В данном случае под r подразумевают расстояние от центра Земли до тела. Направление силы взаимодействия совпадает с прямой, соединяющей центр Земли с телом.

В пространстве вокруг каждой массы существует силовое *поле*, называемое *гравитационным*, или *полем тяготения*. Взаимодействие масс обусловлено существованием гравитационного поля.

По мере развития общей *теории относительности*, в основе которой лежит факт равенства *инертной массы* (входит во второй закон Ньютона) и *гравитационной массы* (входит в закон всемирного тяготения), продолжается исследование природы тяготения. В настоящее время с доступной точностью опытов доказано, что гравитационная и инертная массы равны.

Сила тяжести и вес. Согласно *обобщенному закону Галилея* (1636), установленному экспериментально, все тела в одном и том же поле тяготения падают с одинаковым ускорением.

В системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело массой m действует *сила тяжести*:

$$\vec{P} = m\vec{g}, \quad (13.4)$$

где \vec{g} — *ускорение свободного падения* — ускорение, приобретаемое телом под действием силы тяжести. Оно определяется экспериментально, изменяется вблизи поверхности Земли с широтой от 9,780 м/с² на экваторе до 9,832 м/с² на полюсах. При решении задач ускорение свободного падения принимают $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

В первом приближении, если пренебречь суточным вращением Земли, силу тяжести (13.4) можно считать равной силе (13.3), с которой тело притягивается к Земле:

$$mg = \frac{GmM}{R^2}, \quad (13.5)$$

где M — масса Земли; m — масса тела (тело в данном случае находится на поверхности Земли); R — расстояние между телом и центром Земли.

Сила \vec{P}' , с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору или подвес, удерживающие это тело от свободного падения, называется **весом тела**. Согласно третьему закону Ньютона сила реакции опоры или подвеса $\vec{N} = \vec{P}'$, причем вес тела приложен к опоре (подвесу), а сила реакции опоры — к телу. Таким образом, *сила реакции опоры (подвеса) всегда совпадает по значению с весом тела, а сила тяжести лишь в частных случаях*.

В качестве примера рассмотрим тело, находящееся в лифте.

1. Если лифт стоит на этаже (рис. 15, а) или движется равномерно, то на тело действуют только сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры \vec{N} ; эти силы в данном случае уравниваются друг друга ($m\vec{g} = -\vec{N}$). По третьему закону Ньютона тело действует на опору (подвес) с силой \vec{P}' , равной $-\vec{N}$, т.е. силой

$$\vec{P}' = -\vec{N} = m\vec{g}, \quad (13.6)$$

которая и есть вес тела. В случае, когда лифт стоит на этаже, *вес тела совпадает по величине с силой тяжести*.

2. Если лифт движется с ускорением \vec{a} , то, согласно второму закону Ньютона,

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}. \quad (13.7)$$

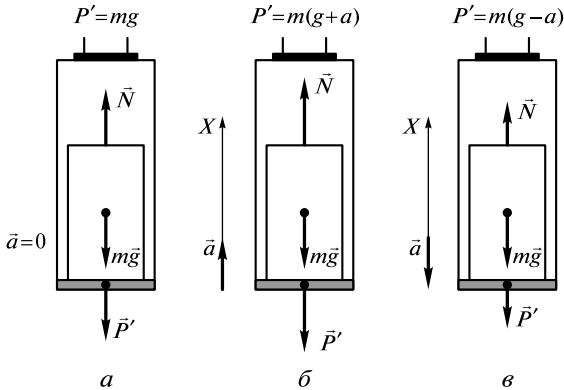


Рис. 15

По третьему закону Ньютона тело действует на опору с силой

$$-\vec{N} = \vec{P}', \quad (13.8)$$

тогда

$$\vec{P}' = m(\vec{g} - \vec{a}). \quad (13.9)$$

Формула (13.9) определяет вес тела в общем случае. Уравнение (13.9) в проекции на выбранную ось X имеет вид

$$P' = m(g \pm a).$$

Если лифт движется с ускорением вверх ($a > 0$, рис. 15, б), то

$$P' = m(g + a) > mg,$$

т. е. *вес тела больше силы тяжести, и тело испытывает перегрузку.*

Если лифт движется с ускорением вниз ($a < 0$, рис. 15, в), то

$$P' = m(g - a) < mg,$$

т. е. *вес тела уменьшается и становится меньше силы тяжести.*

3. Если лифт движется с ускорением, равным ускорению свободного падения ($\vec{a} = \vec{g}$), то сила реакции опоры \vec{N} и вес тела \vec{P}' равны нулю, т. е. тело испытывает состояние невесомости. **Невесомость** — состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести. Например, космический корабль (и находящиеся в нем предметы, а также космонавты), совершающий свободный полет (двигатели выключены) движется с ускорением \vec{g} , вследствие чего тела находятся в состоянии невесомости, не оказывая давления на соприкасающиеся с ними тела. Если двигатель включить, то тела получат суммарное ускорение $\vec{a} \neq \vec{g}$ и вес тела становится отличным от нуля.

§ 14. Энергия, работа, мощность

Энергия — универсальная мера всех форм движения и взаимодействия материи. В зависимости от вида движения энергию условно разделяют на механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную, и др.

Чтобы количественно характеризовать переход энергии из одного вида в другой или передачу энергии между взаимодействующими телами, вводится понятие **работы силы**.

Если тело движется *прямолинейно* под действием *постоянной силы* \vec{F} , составляющей угол α с направлением перемещения s (рис. 16), то работа этой силы

$$A = F_s s = F s \cos \alpha, \quad (14.1)$$

где $F_s = F \cos \alpha$ — проекция силы на направление перемещения; s — путь, пройденный телом.

Работа — *скалярная величина*:

- при $\alpha < \frac{\pi}{2}$ она положительна;
- при $\alpha > \frac{\pi}{2}$ — отрицательна;
- при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (сила перпендикулярна перемещению) равна нулю.

Элементарная работа силы \vec{F} (совершаемая за малый промежуток времени dt) на перемещении $d\vec{r}$ есть скалярная величина:

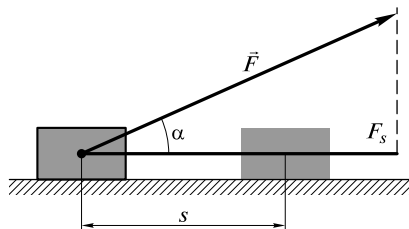


Рис. 16

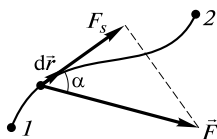


Рис. 17

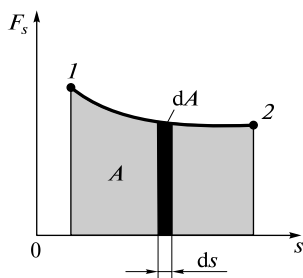


Рис. 18

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F \cos \alpha ds = F_s ds, \quad (14.2)$$

где α — угол между векторами \vec{F} и $d\vec{r}$; $ds = |d\vec{r}|$ — элементарный путь; F_s — проекция вектора \vec{F} на вектор $d\vec{r}$ (рис. 17).

Работа силы на участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути. Эта сумма приводится к интегралу

$$A = \int_1^2 F \cos \alpha ds = \int_1^2 F_s ds. \quad (14.3)$$

Для вычисления этого интеграла необходимо знать зависимость силы F_s от пути s вдоль траектории 1—2. Пусть эта зависимость представлена графически (рис. 18), тогда искомая работа A определяется на графике площадью затонированной фигуры. Если, например, тело движется прямолинейно, сила $F = \text{const}$ и $\alpha = \text{const}$, то получим

$$A = \int_1^2 F \cos \alpha ds = F \cos \alpha \int_1^2 ds = F_s s \quad (14.4)$$

[см. также формулу (14.1)].

Единица работы — джоуль (Дж): 1 Дж — работа, совершаемая силой 1 Н на пути 1 м (1 Дж = 1 Н·м).

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие **мощности**:

$$N = \frac{dA}{dt}. \quad (14.5)$$

За время dt сила \vec{F} совершает работу $\vec{F}d\vec{r}$, и мощность, развиваемая этой силой, в данный момент времени

$$N = \vec{F} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}, \quad (14.6)$$

т. е. равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы; N — величина *скалярная*.

Единица мощности — ватт (Вт): 1 Вт — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж (1 Вт = 1 Дж/с).

§ 15. Кинетическая энергия

Механическая энергия бывает двух типов — *кинетическая* и *потенциальная*.

Рассмотрим материальную точку, записав второй закон Ньютона:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (15.1)$$

где \vec{F} — результирующая всех сил, действующих на материальную точку. Умножив уравнение (15.1) на перемещение $d\vec{r}$, получим

$$\vec{F}d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r}.$$

Поскольку $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, то

$$\vec{F}d\vec{r} = m\vec{v}d\vec{v} = mvdv = d\left(\frac{mv^2}{2}\right).$$

Если система замкнута ($\vec{F} = 0$), то $d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = 0$, а величина

$$T = \frac{mv^2}{2} \quad (15.2)$$

остаётся постоянной. Эта величина называется *кинетической энергией*.

Кинетическая энергия — мера механического движения материальной точки, зависящая от скорости движения в данной инерциальной системе отсчета. Таким образом, *кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчета*. Кинетическая энергия всегда положительна.

Учитывая формулу $p = mv$ [см. (8.3)], выражение (15.2) для кинетической энергии можно записать в виде

$$T = \frac{p^2}{2m}, \quad (15.3)$$

где p — импульс материальной точки; m — ее масса.

Работа силы при перемещении материальной точки из положения 1 в положение 2

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 m v dv = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = T_2 - T_1,$$

или

$$A_{12} = T_2 - T_1, \quad (15.4)$$

т. е. работа результирующей всех сил, действующих на материальную точку, идет на приращение кинетической энергии материальной точки. Именно в этом и состоит физический смысл работы.

Из формулы (15.4) следует, что единица кинетической энергии такая же, как и для работы, т. е. в СИ энергия измеряется в *джоулях*.

§ 16. Потенциальная энергия

Пусть взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей (например, поля упругих сил, поля гравитационных сил), характеризующихся тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений. Такие *поля* называются *потенциальными*, а *силы*, действующие в них, — *консервативными*. Если же работа, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то такая сила называется *диссипативной* (например, сила трения).

Тела, находясь в *потенциальном поле сил*, обладают потенциальной энергией Π . *Потенциальная энергия* — механическая энергия системы тел, определяемая их расположением относительно друг друга и характером сил взаимодействия между ними.

Работа *консервативных сил* при элементарном (бесконечно малом) изменении конфигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком « \rightarrow » (работа совершается за счет убыли потенциальной энергии):

$$dA = -d\Pi \quad (16.1)$$

или

$$\vec{F} d\vec{r} = -d\Pi \quad (16.2)$$

[учли формулу (14.2)].

Согласно формуле (16.2), потенциальная энергия

$$\Pi = -\int \vec{F} d\vec{r} + C,$$

где C — постоянная интегрирования, т. е. потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной.

Это, однако, не существенно, так как в физические соотношения входит или разность потенциальных энергий в двух точках, или производная функции Π по координатам. Поэтому потенциальную энергию тела в каком-то определенном положении условно считают равной нулю (выбирают нулевой уровень отсчета), а *потенциальную энергию тела в других положениях отсчитывают относительно нулевого уровня*.

Конкретный вид функции Π зависит от характера силового поля. Например, потенциальная энергия тела массой m , поднятого на высоту h над поверхностью Земли, равна

$$\Pi = mgh, \quad (16.3)$$

где высота h отсчитывается от нулевого уровня, для которого $\Pi_0 = 0$ (рис. 19).

Выражение (16.3) вытекает непосредственно из того, что потенциальная энергия равна работе силы тяжести при падении тела с высоты h на поверхность Земли.

Так как начало отсчета выбирается произвольно, потенциальная энергия может иметь отрицательное значение (*кинетическая энергия всегда положительна!*). Если принять за нуль потенциальную энергию тела, лежащего на поверхности Земли, то потенциальная энергия тела, находящегося на дне шахты глубиной h , $\Pi' = -mgh'$.

Найдем потенциальную энергию упругодеформированного тела (пружины). Сила упругости

$$F_{x\text{упр}} = -kx,$$

где $F_{x\text{упр}}$ — проекция силы упругости на ось X ; k — *коэффициент упругости* (для пружины — *жесткость*), а знак « \rightarrow » указывает, что $F_{x\text{упр}}$ направлена в сторону, противоположную деформации x .

По третьему закону Ньютона, деформирующая сила равна по модулю силе упругости и противоположно ей направлена, т. е.

$$F_x = -F_{x\text{упр}} = kx.$$

Элементарная работа dA , совершаемая силой F_x при бесконечно малой деформации dx ,

$$dA = F_x dx = kx dx,$$

а полная работа

$$A = \int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2}$$

идет на увеличение потенциальной энергии пружины.

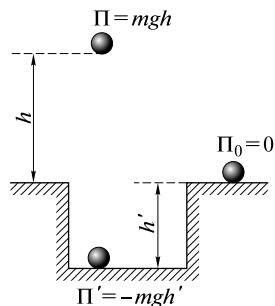


Рис. 19

Таким образом, потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}. \quad (16.4)$$

§ 17. Закон сохранения и превращения механической энергии

Полная механическая энергия системы тел — энергия механического движения и взаимодействия — равна сумме ее кинетической и потенциальной энергий:

$$E = T + \Pi. \quad (17.1)$$

На материальные точки (тела) механической системы могут действовать как *внутренние*, так и *внешние* силы, которые могут быть *консервативными* и *неконсервативными*.

Согласно формуле (15.4), суммарная работа *всех сил* A (внутренних и внешних, консервативных и неконсервативных), действующих на материальные точки системы, затрачивается на приращение кинетической энергии системы:

$$A = \Delta T. \quad (17.2)$$

С другой стороны, согласно (16.1), работа *внутренних* и *внешних консервативных сил* A_k равна приращению потенциальной энергии системы, взятой с обратным знаком:

$$A_k = -\Delta\Pi. \quad (17.3)$$

Сложив почленно (17.2 и 17.3), получим

$$\Delta T + \Delta\Pi = A - A_k = A_{\text{неконс}},$$

где $A_{\text{неконс}}$ — работа всех внутренних и внешних неконсервативных сил. Последнее выражение можно записать в виде

$$\Delta(T + \Pi) = A_{\text{неконс}} \quad (17.4)$$

или
$$\Delta E = A_{\text{неконс}},$$

т. е. работа неконсервативных сил равна приращению полной энергии системы.

Таким образом, согласно (17.4), в случае *отсутствия неконсервативных сил* полная механическая энергия системы постоянна:

$$E = T + \Pi = \text{const}. \quad (17.5)$$

Полученное выражение (17.5) является **законом сохранения механической энергии**: в системе тел, между которыми действуют

только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т. е. не изменяется со временем.

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние), называются **консервативными системами**.

Закон сохранения механической энергии можно сформулировать так: в консервативных системах полная механическая энергия сохраняется.

Если рассматриваемая консервативная система тел является замкнутой, то внешние силы на тела системы не действуют. Однако следует понимать, что замкнутая система — это идеализация. Например, и Земля, и любое тело испытывают притяжение Солнца. В свою очередь Солнечная система испытывает притяжение других звезд и т. д.

Таким образом, в консервативных системах, согласно закону сохранения энергии, превращение механической энергии в другие виды энергии отсутствует, происходит взаимопревращение кинетической и потенциальной энергий, а именно увеличение одной из них сопровождается уменьшением другой и наоборот.

Существует еще один вид систем — **диссипативные системы**, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. Этот процесс получил название **диссипации** (или **рассеяния**) **энергии**. Строго говоря, все системы в природе являются диссипативными.

В системе, в которой действуют также неконсервативные силы, например силы трения, полная механическая энергия системы не сохраняется. Следовательно, в этих случаях закон сохранения механической энергии несправедлив. Однако при «исчезновении» механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида.

Таким образом, *при любых физических взаимодействиях энергия не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой*. В этом и заключается **физическая сущность закона сохранения и превращения энергии**. Этот закон не просто закон **количественного** сохранения энергии, а закон сохранения и превращения энергии, выражающий и **качественную** сторону взаимного превращения различных форм движения друг в друга. Закон сохранения и превращения энергии — **фундаментальный закон природы**, он справедлив для систем как макроскопических, так и микроскопических тел.

§ 18. Графическое представление энергии

Рассмотрим одномерное движение материальной точки [ее потенциальная энергия является функцией только одной переменной

(например, координаты x), т.е. $\Pi = \Pi(x)$]. График зависимости потенциальной энергии от какого-то аргумента называют **потенциальной кривой**.

Рассмотрим также только консервативные системы (в них взаимные превращения механической энергии в другие виды отсутствуют, и закон сохранения механической энергии описывается формулой (17.5), т.е. $E + \Pi = \text{const}$).

Анализ потенциальных кривых позволяет охарактеризовать движение тел без детального знания уравнений движения.

Анализ потенциальной кривой для тела в однородном поле тяжести. В данном случае потенциальная кривая $\Pi(h) = \Pi = mgh$ — прямая линия, проходящая через начало координат, угол наклона которой к оси h (рис. 20) тем больше, чем больше масса m тела ($\text{tg } \alpha = mg$).

Полная энергия E постоянна, поэтому на графике она представлена горизонтальной прямой EE (каким будет значение E для каждого рассматриваемого случая, зависит от начальных условий).

Потенциальная энергия Π тела на высоте h определяется отрезком вертикали, заключенным между точкой h на оси абсцисс и потенциальной кривой. Кинетическая энергия T тела на высоте h задается ординатой между потенциальной кривой и горизонтальной прямой EE (см. рис. 20). Если $h = h_{\text{max}}$, то $T = 0$ и $\Pi = E = mgh_{\text{max}}$, т.е. потенциальная энергия становится максимальной и равной полной энергии.

Из графика следует, что на высоте h

$$T = E - \Pi \text{ или } \frac{mv^2}{2} = mgh_{\text{max}} - mgh.$$

Тогда скорость тела на высоте h

$$v = \sqrt{2g(h_{\text{max}} - h)}.$$

Анализ потенциальной кривой для упругодеформированного тела. Зависимость потенциальной энергии упругой деформации

$\Pi = \frac{kx^2}{2}$ от деформации x — **потенциальная кривая** — имеет вид

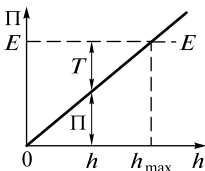


Рис. 20

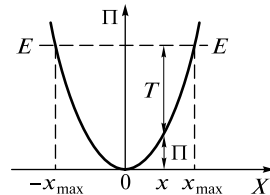


Рис. 21

параболы. График заданной полной энергии тела E — прямая EE , параллельная оси X (рис. 21).

Потенциальная энергия Π при деформации x определяется отрезком вертикали, заключенным между точкой x на оси абсцисс и потенциальной кривой.

Кинетическая энергия T при деформации x задается ординатой между потенциальной кривой и горизонтальной прямой EE . С возрастанием деформации x потенциальная энергия тела возрастает, а кинетическая — уменьшается.

Абсцисса x_{\max} определяет максимально возможную деформацию растяжения тела, а $-x_{\max}$ — максимально возможную деформацию сжатия тела. Если $x = \pm x_{\max}$, то $T = 0$ и $\Pi = E = \frac{kx_{\max}^2}{2}$, т. е. потенциальная энергия становится максимальной и равной полной энергии.

При полной энергии тела, равной E , тело не может сместиться правее x_{\max} и левее $-x_{\max}$, так как кинетическая энергия не может быть отрицательной и, следовательно потенциальная энергия не может быть больше полной энергии. В таком случае говорят, что тело находится в **потенциальной яме** с координатами $-x_{\max} \leq x \leq x_{\max}$.

Анализ потенциальной кривой произвольной формы. В качестве примера рассмотрим более сложную потенциальную кривую, изображенную на рис. 22. Если E — заданная полная энергия частицы, то частица может находиться только там, где $\Pi(x) \leq E$, т. е. в областях I и III .

Переходить из области I в III и обратно частица не может, так как ей препятствует **потенциальный барьер** CDG , ширина которого равна интервалу значений x , при которых $E < \Pi$, а его высота определяется разностью $\Pi_{\max} - E$. Для того чтобы частица смогла преодолеть потенциальный барьер, ей необходимо сообщить дополнительную энергию, равную высоте барьера или превышающую ее. В области I частица с полной энергией E оказывается «запертой» в потенциальной яме ABC и совершает колебания между точками с координатами x_A и x_C .

В точке B с координатой x_0 (см. рис. 22) потенциальная энергия частицы минимальна. Так как действующая на частицу сила (см. § 16) $F_x = -\frac{\partial \Pi}{\partial x}$ (Π — функция только одной координаты), а условием минимума потенциальной энергии $\frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0$, то в точке B $F_x = 0$. При смещении частицы из положения x_0 (и влево, и вправо)

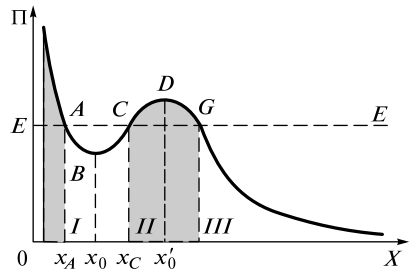


Рис. 22

она испытывает действие возвращающей силы, поэтому положение x_0 является положением **устойчивого равновесия**. Указанные условия выполняются и для точки x'_0 (для Π_{\max}). Однако эта точка соответствует положению **неустойчивого равновесия**, так как при смещении частицы из положения x'_0 появляется сила, стремящаяся удалить ее от этого положения.

§ 19. Центральные абсолютно упругий и неупругий удары

Удар — это столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время. Примерами удара могут служить столкновения двух бильярдных шаров, попадание пули в здание и т. д.

При соударении тел они испытывают деформацию. В данном случае кинетическая энергия соударяющихся тел преобразуется в энергию упругой деформации и их внутреннюю энергию.

Различают два предельных типа удара — **абсолютно упругий** и **абсолютно неупругий**. Отметим, что оба эти типа ударов — **идеализация**, поскольку в природе не существует ни абсолютно упругих, ни абсолютно неупругих тел. Однако их рассмотрение позволяет с большой степенью точности описывать удары, встречающиеся на практике.

Прямую, проходящую через точку соприкосновения тел и нормальную к поверхности их соприкосновения, называют **линией удара**. **Удар** называют **прямым**, если скорости центров масс соударяющихся тел перед ударом параллельны линии удара, и **центральным**, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс. Мы будем рассматривать только **прямые центральные удары**.

Центральный абсолютно упругий удар. **Абсолютно упругий удар** — такой, при котором механическая энергия тел не переходит в другие (немеханические) виды энергии. В классической механике при этом пренебрегают деформациями тел, а потому считается, что энергия на деформацию не теряется и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара вновь превращается в кинетическую энергию.

Для абсолютно упругого удара выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии.

Рассмотрим столкновение двух шаров массами m_1 и m_2 , скорости которых до удара v_1 и v_2 , после удара — v'_1 и v'_2 (рис. 23). При прямом центральном ударе векторы скоростей шаров до и после удара лежат на прямой, соединяющей их

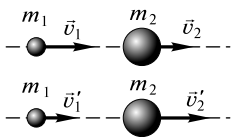


Рис. 23

центры. Модули проекции векторов скорости на эту линию равны значениям скоростей. Их направления определяют знаки проекций. Если направление скорости совпадает с направлением оси, то проекция положительна, если направления оси и скорости противоположны, то проекция отрицательна.

При указанных допущениях законы сохранения имеют вид:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'; \quad (19.1)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}. \quad (19.2)$$

Произведя соответствующие преобразования в выражениях (19.1) и (19.2), получаем

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2 - v_2'); \quad (19.3)$$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2^2 - v_2'^2), \quad (19.4)$$

откуда

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'. \quad (19.5)$$

Решая уравнения (19.3) и (19.5), найдем скорость первого и второго шаров после удара:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}; \quad (19.6)$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \quad (19.7)$$

Так, если массы шаров равны ($m_1 = m_2$), то из (19.6) и (19.7) получаем, что

$$v_1' = v_2, \quad v_2' = v_1,$$

т. е. шары равной массы «обмениваются» скоростями.

Центральный абсолютно неупругий удар. *Абсолютно неупругий удар* — столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое. Продемонстрировать абсолютно неупругий удар можно с помощью шаров из пластилина (глины), движущихся навстречу друг другу (рис. 24).

Если массы шаров m_1 и m_2 , их скорости до удара \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , то, используя закон сохранения импульса, можно записать

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v},$$

где \vec{v} — скорость движения шаров после удара. Тогда

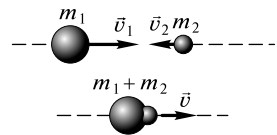


Рис. 24

$$\bar{v} = \frac{m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (19.8)$$

Если шары движутся навстречу друг другу, то они вместе будут продолжать двигаться в ту сторону, в которую двигался шар, обладающий бóльшим импульсом, что и демонстрируется на рис. 24.

В частном случае, если *массы шаров равны* ($m_1 = m_2$), то

$$\bar{v} = \frac{\bar{v}_1 + \bar{v}_2}{2}.$$

В процессе центрального абсолютно неупругого удара шаров между ними действуют силы, зависящие не от самих деформаций, а от их скоростей, поэтому эти силы подобны силам трения и *закон сохранения механической энергии не соблюдается*. Вследствие деформации происходит «потеря» кинетической энергии, перешедшей в тепловую или другие формы энергии.

Эту «потерю» можно определить как разность кинетических энергий до и после абсолютно неупругого удара

$$\Delta T = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}$$

или с учетом формулы (19.8)

$$\Delta T = \frac{m_1 v_1}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2.$$

Если ударяемое тело было *первоначально неподвижно* ($v_2 = 0$), то

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}, \quad \Delta T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1 v_1^2}{2}.$$

Когда $m_2 \gg m_1$ (масса неподвижного тела очень большая), то $v \ll v_1$ и почти вся кинетическая энергия при ударе переходит в другие виды энергии. Поэтому, например, для получения значительной деформации наковальня должна быть массивнее молота.

Наоборот, при забивании свай целесообразно иметь бóльшую массу молота ($m_1 \gg m_2$), тогда $v \approx v_1$ и вся энергия затрачивается на возможно большее перемещение, а не на остаточную деформацию. Так, при забивании свай практически вся энергия идет на преодоление сопротивления грунта.

ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

§ 20. Момент инерции. Теорема Штейнера

Момент инерции тела относительно данной оси — сумма произведений элементарных масс m_i на квадраты их расстояний r_i^2 до рассматриваемой оси (рис. 25)

$$J = \sum m_i r_i^2. \quad (20.1)$$

Момент инерции тела — *мера инертности* твердых тел при вращательном движении. Его роль такая же, как и массы при поступательном движении. Момент инерции тела зависит от материала, размеров и формы тела, а также от расположения тела относительно оси.

Момент инерции — *величина аддитивная*: момент инерции тела относительно некоторой оси равен *сумме моментов инерции частей этого тела* относительно той же оси.

В качестве примера определим момент инерции однородного сплошного цилиндра (рис. 26) относительно его геометрической оси (масса цилиндра m , радиус R , высота h). Разобьем цилиндр на отдельные полые концентрические цилиндры бесконечно малой толщины dr с внутренним радиусом r и внешним $r + dr$.

Момент инерции каждого полого цилиндра

$$dJ = r^2 dm \quad (20.2)$$

(учти, что $dr \ll r$).

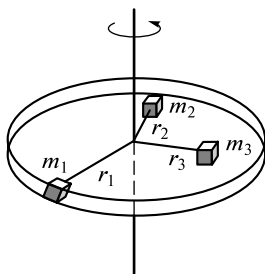


Рис. 25

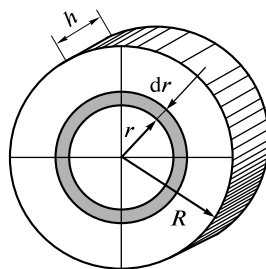


Рис. 26

Объем элементарного цилиндра $2\pi rh dr$, его масса $dm = 2\pi rh\rho dr$ и $dJ = 2\pi h\rho r^3 dr$ (ρ — плотность материала; h — высота цилиндра). Тогда момент инерции сплошного цилиндра

$$J = \int dJ = 2\pi h\rho \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2}\pi hR^4\rho,$$


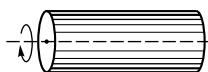
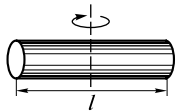
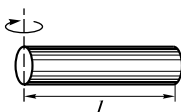
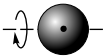
но так как $\pi R^2 h$ — объем цилиндра, его масса соответственно $m = \pi R^2 h\rho$, то *момент инерции сплошного цилиндра*

$$J = \frac{1}{2}mR^2. \quad (20.3)$$

Моменты инерции для некоторых однородных тел (масса тела m) приведены в табл. 1.

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой

Таблица 1

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиусом основания R	Ось симметрии 	$J = mR^2$
Сплошной цилиндр или диск радиусом основания R	Ось симметрии 	$J = \frac{1}{2}mR^2$
Прямой тонкий стержень длиной l	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину 	$J = \frac{1}{12}ml^2$
	Ось перпендикулярна стержню и проходит через его конец 	$J = \frac{1}{3}ml^2$
Шар радиусом R	Ось проходит через центр шара 	$J = \frac{2}{5}mR^2$

другой параллельной оси определяется **теоремой Штейнера**: момент инерции тела J относительно произвольной оси равен моменту его инерции J_C относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела, сложенному с произведением массы m тела на квадрат расстояния a между осями:

$$J = J_C + ma^2. \quad (20.4)$$

§ 21. Кинетическая энергия вращающегося твердого тела

Абсолютно твердое тело вращается вокруг неподвижной оси Z (рис. 27). Линейная скорость элементарной массы m_i

$$v_i = \omega r_i, \quad (21.1)$$

где r_i — расстояние массы m_i до оси Z (в случае абсолютно твердого тела угловая скорость $\omega = \text{const}$).

Кинетическая энергия i -й элементарной массы

$$T_i = \frac{m_i v_i^2}{2},$$

а кинетическая энергия вращающегося тела [учли (20.1) и (21.1)]

$$T_{\text{вр}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где J_z — момент инерции тела относительно оси Z .

Таким образом, кинетическая энергия вращающегося тела

$$T_{\text{вр}} = \frac{J_z \omega^2}{2}. \quad (21.2)$$

Из сравнения формул $T = \frac{mv^2}{2}$ (15.2) и $T_{\text{вр}} = \frac{J_z \omega^2}{2}$ (21.2) следует, что, как указывалось ранее (см. § 20), **момент инерции — мера инертности тела при вращательном движении**.

В случае **плоского движения** (движение, при котором все точки тела перемещаются в параллельных плоскостях), например, цилиндра, скатывающегося с наклонной плоскости без скольжения, энергия движения складывается из кинетической энергии поступательного движения со скоростью v_C центра

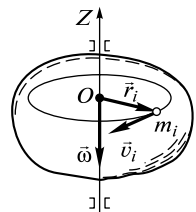


Рис. 27

масс тела и кинетической энергии вращения вокруг оси, проходящей через центр масс тела:

$$T_{\text{вр}} = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{J_C \omega^2}{2},$$

где m — масса катящегося тела; J_C — момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω — угловая скорость тела.

§ 22. Момент силы. Уравнение динамики вращательного движения

Различают моменты силы относительно неподвижной точки и относительно неподвижной оси. **Моментом силы \vec{F} относительно точки O** , из которой проводится радиус-вектор \vec{r} точки приложения силы (рис. 28), называется физическая величина, определяемая векторным произведением:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Направление \vec{M} совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r} к \vec{F} .

Модуль момента силы (см. рис. 28)

$$M = Fr \sin \alpha = Fl, \quad (22.1)$$

где α — угол между \vec{r} и \vec{F} ; $r \sin \alpha = l$ — кратчайшее расстояние между линией действия силы и точкой O — **плечо силы**.

Моментом силы относительно неподвижной оси Z называют скалярную величину M_z , равную проекции на эту ось вектора \vec{M} момента силы, определенного относительно произвольной точки O данной оси Z (рис. 29).

Если ось Z совпадает с направлением вектора \vec{M} , то момент силы представляется в виде вектора, совпадающего с осью:

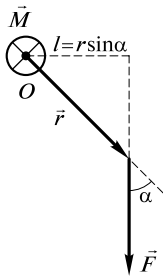


Рис. 28

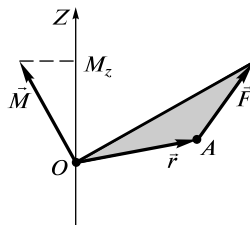


Рис. 29

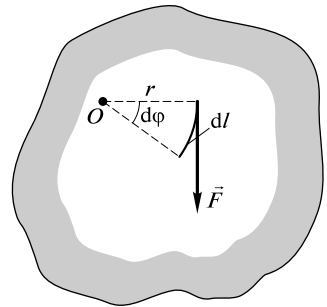


Рис. 30

$$\vec{M}_z = [\vec{r}, \vec{F}]_z. \quad (22.2)$$

Рассмотрим абсолютно твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси Z , проходящей через точку O (рис. 30). К этому телу приложена сила \vec{F} с плечом r .

За небольшой промежуток времени dt тело повернется с угловой скоростью ω на угол $d\varphi$, а точка приложения силы опишет дугу $dl = rd\varphi$. Работа dA , совершаемая этой силой за этот промежуток времени dt ,

$$dA = Fdl = Frd\varphi. \quad (22.3)$$

Учитывая, что модуль момента силы равен произведению силы на ее плечо [см. (22.1)], можно записать

$$dA = M_z d\varphi, \quad (22.4)$$

где M_z — момент силы относительно оси Z .

Таким образом, работа при вращении тела равна произведению момента действующей силы относительно оси на угол поворота.

Работа при вращении тела идет на увеличение его кинетической энергии:

$$dT = d\left(\frac{J_z \omega^2}{2}\right) = J_z \omega d\omega$$

[учли (22.4) и (21.2), а также постоянство момента инерции].

Принимая во внимание, что $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, получим

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon$$

или

$$M_z = J_z \varepsilon, \quad (22.5)$$

где ε — угловое ускорение.

Уравнение (22.5) — **основное уравнение динамики вращательного движения** относительно неподвижной оси.

Обратим внимание на то, что уравнение (22.5) по форме аналогично основному закону динамики (9.2): $F = ma$, только в уравнении (22.5) вместо силы фигурирует момент силы, вместо массы — момент инерции и вместо ускорения — угловое ускорение.

§ 23. Момент импульса

Как и в случае момента силы (см. § 22), различают *моменты импульса относительно неподвижной точки и относительно неподвижной оси*.

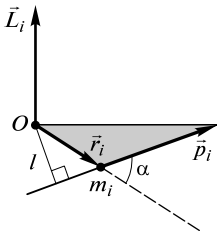


Рис. 31

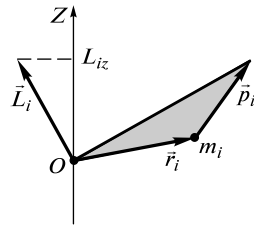


Рис. 32

Моментом импульса материальной точки *относительно неподвижной точки O* называется физическая величина, определяемая векторным произведением:

$$\vec{L}_i = [\vec{r}_i, \vec{p}_i] = [\vec{r}_i, m_i \vec{v}_i], \quad (23.1)$$

где \vec{r}_i — радиус-вектор, проведенный из точки O; $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$ — импульс этой материальной точки (рис. 31). Направление \vec{L}_i совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r}_i к \vec{p}_i .

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной оси Z — скалярная величина L_{iz} , равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки O данной оси (рис. 32).

При вращении абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси Z каждая отдельная точка тела движется по окружности постоянного радиуса r_i , с некоторой скоростью \vec{v}_i . Скорость \vec{v}_i и импульс $m_i \vec{v}_i$ перпендикулярны этому радиусу, т. е. радиус является плечом вектора $m_i \vec{v}_i$. Поэтому можно записать, что момент импульса отдельной частицы равен

$$L_{iz} = m_i v_i r_i \quad (23.2)$$

и направлен по оси в сторону, определяемую правилом правого винта.

§ 24. Момент импульса твердого тела относительно оси

Момент импульса твердого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных частиц:

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i \quad (24.1)$$

или с учетом (6.6)

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega.$$

Таким образом, момент импульса твердого тела относительно оси равен произведению момента инерции тела относительно той же оси на угловую скорость:

$$L_z = J_z \omega. \quad (24.2)$$

Продифференцируем уравнение (24.2) по времени:

$$\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon = M_z,$$

т. е.

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z. \quad (24.3)$$

Это выражение — еще одна форма **уравнения динамики вращательного движения твердого тела** относительно неподвижной оси: производная момента импульса твердого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси.

§ 25. Закон сохранения момента импульса

Запишем уравнение (24.3) в векторном виде

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (25.1)$$

В замкнутой системе момент внешних сил $\vec{M} = 0$ и $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, от-

куда

$$\vec{L} = \text{const}. \quad (25.2)$$

Выражение (25.2) представляет собой **закон сохранения момента импульса**: момент импульса замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения момента импульса — **фундаментальный закон природы**. Отметим, что сохраняется именно **вектор момента импульса**.

Естественно, что не все реальные системы можно считать замкнутыми, т. е. их суммарный момент внешних сил не равен нулю. Однако законом сохранения момента импульса можно пользоваться и для незамкнутых систем в следующем случае.

Проекция момента сил на некоторое направление, например на ось Z, равна нулю. Тогда уравнение (25.1) в проекциях на оси координат имеет вид:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x, \quad \frac{dL_y}{dt} = M_y, \quad \frac{dL_z}{dt} = 0.$$

Следовательно, систему можно считать *замкнутой лишь для проекции момента импульса на ось Z*:

$$L_z = \text{const.}$$

Рассмотрим некоторые проявления закона сохранения момента импульса.

Человек, сидящий на скамье Жуковского (она с малым трением вращается вокруг вертикальной оси) и держащий в вытянутых руках гантели, приведен во вращение с угловой скоростью ω (рис. 33, а). Если человек прижмет гантели к себе, то момент инерции системы уменьшится (рис. 33, б). Поскольку момент внешних сил равен нулю, момент импульса системы сохраняется ($J_1\omega_1 = J_2\omega_2$) и угловая скорость вращения ω_2 возрастает.

Аналогично, гимнаст во время прыжка через голову поджимает к туловищу руки и ноги, чтобы уменьшить свой момент инерции и увеличить тем самым угловую скорость вращения.

Пусть человек, стоящий на скамье Жуковского, держит в руках колесо, вращающееся вокруг горизонтальной оси (рис. 34, а). Начальный момент импульса $L_z = 0$. Если поднять вращающееся колесо (рис. 34, б), то L_z остается равным нулю (поворот колеса осуществляется за счет внутренних сил), и скамья начнет вращаться в направлении, противоположном направлению вращения колеса с угловой скоростью ω_2 , удовлетворяющей равенству $L_z = J_1\omega_1 - J_2\omega_2 = 0$, где J_1 — момент инерции колеса; ω_1 — угловая скорость колеса; J_2 — момент инерции системы «человек + скамья».

Заканчивая рассмотрение динамики поступательного и вращательного движения, сопоставим основные величины и уравнения,

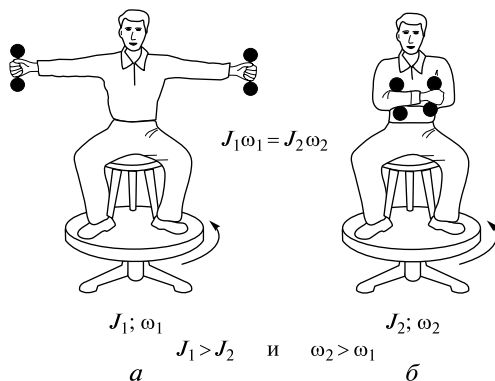


Рис. 33

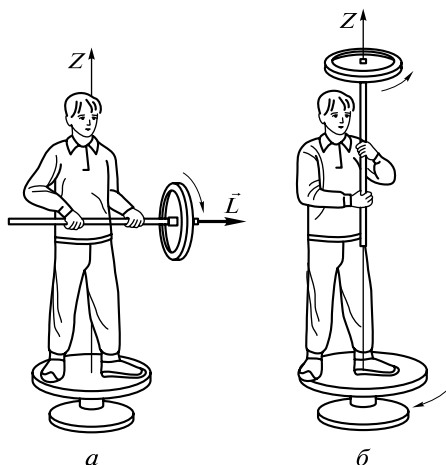


Рис. 34

определяющие вращение тела вокруг неподвижной оси и его поступательное движение (табл. 2).

Таблица 2

Поступательное движение	Вращательное движение
Масса m	Момент инерции J
Скорость $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Угловая скорость $\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}$
Ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Сила \vec{F}	Момент силы M_z или \vec{M}
Импульс $\vec{p} = m\vec{v}$	Момент импульса $L_z = J_z\omega$
Основное уравнение динамики $\vec{F} = m\vec{a}; \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Основное уравнение динамики $M_z = J_z\varepsilon; \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
Работа $dA = F_s ds$	Работа $dA = M_z d\varphi$
Кинетическая энергия $\frac{mv^2}{2}$	Кинетическая энергия $\frac{J_z\omega^2}{2}$

§ 26. Постулаты специальной (частной) теории относительности

Как указывалось ранее, классическая механика прекрасно описывает движение макротел, движущихся с малыми скоростями ($v \ll c$). А.Эйнштейн (1905) обратил внимание на то, что распространение представлений классической физики в область больших скоростей неправомерно.

Анализ теоретических выкладок, экспериментальных данных, а также многих имеющихся противоречий к началу XX в. позволил Эйнштейну создать **специальную теорию относительности** (СТО) — теорию, описывающую законы механики и пространственно-временные отношения в *инерциальных системах отсчета* при скоростях движения, сравнимых со скоростью света. В рамках специальной теории относительности, называемой также *релятивистской теорией*, классическая механика Ньютона является *предельным случаем* для малых скоростей ($v \ll c$). Обобщение СТО для гравитационных полей представляет собой *общую теорию относительности*.

Специальная теория относительности опирается на два постулата. **Первый постулат Эйнштейна (принцип относительности)** утверждает равноправие всех инерциальных систем отсчета. Этот постулат, таким образом, распространяет принцип относительности Галилея (см. § 11) на все без исключения физические явления. Согласно этому принципу, *все законы природы инвариантны* по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой. Инвариантность закона природы означает неизменность вида закона при замене в нем координат и времени одной системы отсчета координатами и временем другой системы отсчета.

Второй постулат Эйнштейна (принцип постоянства скорости света) утверждает, что *скорость света в вакууме* не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и *одинакова во всех инерциальных системах отсчета*.

Согласно второму постулату Эйнштейна, *постоянство скорости света — фундаментальное свойство природы*. Если все другие скорости изменяются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, то *скорость света в вакууме* — величина инвариантная.

Из постулатов Эйнштейна следует также, что скорость света в вакууме является *предельной*. Именно предельный характер этой скорости и объясняет одинаковость скорости света во всех инерциальных системах отсчета. В самом деле, согласно первому постулату Эйнштейна, законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета. То, что скорость любого сигнала не может быть больше предельной, тоже закон природы. Следовательно, значение предельной скорости — скорости света в вакууме — должно быть одинаково во всех инерциальных системах отсчета. Если бы это было не так, то эти системы можно было бы отличить друг от друга.

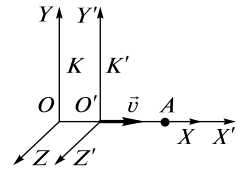


Рис. 35

Постоянство скорости света приводит к тому, что понятие одновременности (являющееся в ньютоновской механике абсолютным!) на самом деле относительно.

Для примера рассмотрим две инерциальные системы отсчета (рис. 35): систему K (с координатами x, y, z) и систему K' (с координатами x', y', z'), движущуюся относительно K вдоль оси X со скоростью $v = \text{const}$. В начальный момент времени $t = t' = 0$, когда начала координат O и O' совпадают, в этой точке излучается световой импульс. Согласно второму постулату Эйнштейна, скорость света в обеих системах одна и та же и равна c . Поэтому, если за время t в системе K сигнал дойдет до некоторой точки A , пройдя расстояние $x = ct$, то в системе K' координата светового импульса в момент достижения точки A такова: $x' = ct'$ (t' — время прохождения светового импульса от начала координат до точки A в системе K'). Тогда

$$x' - x = c(t' - t).$$

Так как $x' \neq x$ (система K' перемещается по отношению к системе K), то

$$t' \neq t,$$

т. е. отсчет времени в системах K и K' различен — *отсчет времени имеет относительный характер* (в классической физике считается, что время во всех инерциальных системах отсчета течет одинаково, т. е. $t = t'$).

§ 27. Преобразования Лоренца

Преобразования Лоренца устанавливают связь координат и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой в специальной теории относительности. Они удовлетворя-

ют постулатам Эйнштейна (см. § 26) и в предельном случае ($v \ll c$) переходят в классические преобразования Галилея (см. § 11).

Если система отсчета K' движется относительно системы K со скоростью v , направленной вдоль общей для обеих систем оси X (см. рис. 35), то переход от одной инерциальной системы (K) к другой (K') подчиняется преобразованиям Лоренца:

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \\ y' = y; \\ z' = z; \\ t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \end{cases} \quad (27.1)$$

При $v > c$ выражения для x' и t' теряют физический смысл (становятся мнимыми). Это соответствует постулату Эйнштейна, согласно которому движение со скоростью, большей скорости распространения света в вакууме, невозможно. Из преобразований Лоренца следует важный вывод, что расстояние и промежуток времени между двумя событиями меняются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, в то время как в рамках преобразований Галилея эти величины считаются абсолютными, не изменяющимися при переходе от одной системы к другой.

Как пространственные, так и временные преобразования не являются независимыми, поскольку в закон преобразования координат входит время, а в закон преобразования времени — пространственные координаты, т.е. устанавливается взаимосвязь пространства и времени.

§ 28. Некоторые следствия из преобразований Лоренца

Относительность одновременности. Пусть в системе K в точках с координатами x_1 и x_2 в моменты времени t_1 и t_2 происходят два события. Согласно преобразованиям Лоренца (27.1) в системе K' этим событиям соответствуют моменты времени

$$t'_1 = \frac{t_1 - vx_1/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad t'_2 = \frac{t_2 - vx_2/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (28.1)$$

Из (28.1) следует, что если события в системе K пространственно разобщены ($x_1 \neq x_2$), но одновременны ($t_1 = t_2$), то в системе K' они *не будут одновременными*.

Таким образом, одновременность — понятие относительное, т. е. то, что одновременно в одной системе отсчета, не одновременно в другой. Поэтому, говоря об одновременности событий, надо обязательно указать систему отсчета, иначе понятие одновременности теряет всякий смысл.

Промежуток времени между событиями в разных инерциальных системах отсчета. Пусть в некоторой точке (с координатой x), покоящейся относительно системы K , происходят последовательно в моменты времени t_1 и t_2 два события. Временной интервал между этими событиями

$$\tau = t_2 - t_1$$

В системе K' , движущейся относительно K со скоростью \vec{v} :

$$\tau' = t'_2 - t'_1. \quad (28.2)$$

При подстановке (28.1) в (28.2) найдем

$$\tau' = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \text{ или } \tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (28.3)$$

— **релятивистское замедление времени:** τ' , измеренный движущимися часами, больше, чем интервал времени τ , между теми же событиями, измеренный покоящимися часами.

Таким образом, промежуток времени между двумя событиями в разных инерциальных системах отсчета разный. В системе K' $\tau' > \tau$, т. е. медленнее процесс протекает в системе K' , нежели в системе K . Это означает, что часы, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета, идут медленнее, чем неподвижные часы (предполагается, что часы идентичны).

Длина тел в разных инерциальных системах отсчета. Рассмотрим стержень, расположенный вдоль оси X' и неподвижный в системе K' (рис. 36). В системе K длина стержня равна

$$l'_0 = x'_2 - x'_1,$$

где x'_1 и x'_2 — не изменяющиеся со временем t' координаты начала и конца стержня, а индекс «0» показывает, что в системе отсчета K' стержень покоится.

Относительно системы K стержень движется со скоростью v . Для определения длины стержня в системе K надо отметить координаты его концов x_1 и x_2 в системе K

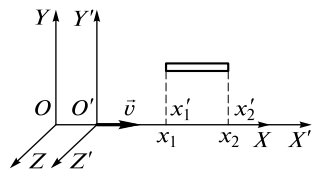


Рис. 36

в один и тот же момент времени t . Их разность $l = x_2 - x_1$ и определит длину стержня в системе K . Согласно формуле (27.1)

$$l'_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

т. е.

$$l'_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (28.4)$$

— **лоренцево сокращение длины:** $l' > l$, т. е. длина стержня, измеренная в системе, относительно которой он движется, меньше длины, измеренной в системе, относительно которой стержень покоится. Лоренцево сокращение длины тем больше, чем больше скорость движения.

Лоренцево сокращение длины — *эффект кинематический и взаимный*: если в системах K и K' есть два одинаковых стержня, то с точки зрения каждой из них короче тот стержень, который относительно нее движется.

Отметим, что *поперечные размеры тела не зависят от скорости его движения и одинаковы во всех инерциальных системах отсчета*:

$$y'_2 - y'_1 = y_2 - y_1 \text{ и } z'_2 - z'_1 = z_2 - z_1,$$

что непосредственно следует из преобразований Лоренца (27.1).

Релятивистский закон сложения скоростей. Рассмотрим частный случай: когда материальная точка движется в системе K' вдоль оси X' , а K' движется относительно K со скоростью v (оси X и X' совпадают), то связь скоростей u относительно системы K и u' относительно K' запишется в виде (вывод не приводим):

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2}u}. \quad (28.5)$$

Если $v \ll c$, $u \ll c$, то приходим к закону сложения скоростей в классической механике (11.3).

Релятивистский закон сложения скоростей удовлетворяет второму постулату Эйнштейна (см. § 26). В самом деле, если $u = c$, то формула

$$(28.5) \text{ примет вид } u' = \frac{c - v}{1 - \frac{v}{c^2}c} = c.$$

Если складываемые скорости сколь угодно близки к c , то их результирующая скорость всегда меньше или равна c . Если $u = c$, а $v = c - a$, где a — сколь угодно малая величина, то после подстановки этих значений в (28.5) получим $u' = c$.

Таким образом, если каждая из складываемых скоростей не превышает c , то и результирующая скорость не может превысить скорости света c в вакууме. *Скорость света в вакууме есть предельная скорость*, которую невозможно превысить.

§ 29. Основной закон релятивистской динамики

Основной закон релятивистской динамики материальной точки в математическом выражении имеет вид

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v} \right) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (29.1)$$

где

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (29.2)$$

— *релятивистский импульс* материальной точки (m — масса материальной точки).

Уравнение (29.1) удовлетворяет принципу относительности Эйнштейна (см. § 26), утверждающего инвариантность всех законов природы при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, т. е. математическая запись любого физического закона одинакова во всех инерциальных системах отсчета. Отметим, что ни импульс, ни сила не являются инвариантными величинами. Предполагается, что масса m не зависит от скорости материальной точки и является *инвариантом* по отношению к выбору системы отсчета.

В предельном случае (при $v \ll c$) выражение (29.2) совпадает с формулой для импульса $\vec{p} = m\vec{v}$ в классической механике [см. (8.3)], а уравнение (29.1) принимает форму основного уравнения классической механики [см. (9.3)].

В релятивистской динамике выполняется **закон сохранения релятивистского импульса**: релятивистский импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Из приведенных формул (см. § 26—29) следует, что при $v \ll c$ они переходят в формулы классической механики. Следовательно, условием применимости законов классической (ньютоновской) механики является условие $v \ll c$. Законы классической механики получаются как следствие теории относительности для предельного случая $v \ll c$. Таким образом, *классическая механика — это механика макротел, движущихся с малыми скоростями* (по сравнению со скоростью света в вакууме).

§ 30. Энергия в релятивистской динамике

Полная энергия релятивистской частицы определяется выражением

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad (30.1)$$

где m — масса частицы; v — ее скорость; c — скорость распространения света в вакууме.

Полная энергия в разных системах отсчета различна, поскольку скорость v меняется при переходе от одной системы отсчета к другой (см. § 28).

Согласно формуле (30.1) покоящаяся частица ($v = 0$) обладает энергией

$$E_0 = mc^2, \quad (30.2)$$

которую называют *энергией покоя*. Значения m и E_0 не зависят от выбора инерциальной системы отсчета.

Полная энергия в релятивистской динамике — *это сумма кинетической энергии и энергии покоя* тела (частицы) $E = T + E_0$. Отметим, что в полную энергию не включается потенциальная энергия тела во внешнем силовом поле. Тогда кинетическая энергия T , согласно формулам (30.1) и (30.2):

$$T = E - E_0 = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right). \quad (30.3)$$

Выражение (30.3) при скоростях $v \ll c$ переходит в классическое

$$(15.2): T = \frac{mv^2}{2} \quad (\text{разложив в ряд } \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \text{ при}$$

$v \ll c$, правомерно пренебречь слагаемыми второго порядка малости).

В разных инерциальных системах отсчета как энергия (30.1) релятивистской частицы, так и релятивистский импульс (29.2) имеют различные значения. Однако существует выражение $E^2 - p^2c^2$, которое *инвариантно*, т. е. *имеет одинаковое значение в разных инерциальных системах отсчета*. Докажем это. Учитывая формулы (30.1) и (29.2), имеем

$$E^2 - p^2c^2 = \frac{m^2c^4}{1 - v^2/c^2} - \frac{m^2v^2c^2}{1 - v^2/c^2} = m^2c^4 = E_0^2, \quad (30.4)$$

откуда релятивистское соотношение между полной энергией и импульсом частицы

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2. \quad (30.5)$$

Из выражений (30.1), (30.2) и (30.3) следует, что

$$E = T + E_0 = T + mc^2. \quad (30.6)$$

Подставив (30.6) в (30.5), найдем связь между импульсом и кинетической энергией частицы:

$$pc = \sqrt{T(T + 2mc^2)}, \quad (30.7)$$

откуда следует, что при $T \ll mc^2$ выражение (30.7) переходит в ньютоновское ($p = \sqrt{2mT}$), а при $T \gg mc^2$ приобретает вид $p = \frac{T}{c}$.

Выражение (30.2) справедливо как для отдельной частицы, так и для системы частиц (например, атома, атомного ядра и т. д.). Оно выражает **закон взаимосвязи массы и энергии**: энергия покоя частицы (системы частиц) равна произведению массы этой частицы (системы частиц) на квадрат скорости распространения света в вакууме. Это один из основных законов теории относительности.

Подчеркнем, что масса системы частиц в специальной теории относительности определяется не только массой ее составных частей, но и энергией их взаимодействия.

Согласно закону взаимосвязи массы и энергии, можно записать

$$\Delta E_0 = c^2 \Delta m,$$

т. е. всякое изменение массы тела Δm сопровождается изменением энергии покоя ΔE_0 , и эти изменения пропорциональны друг другу.

Закон взаимосвязи массы и энергии покоя (иногда говорят просто энергии) подтвержден экспериментами о выделении энергии при протекании ядерных реакций. Он широко используется для расчета энергетических эффектов при ядерных реакциях и превращениях элементарных частиц.

§ 31. Колебания и их основные характеристики

Колебаниями называют движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. Качание маятника часов, деревьев на ветру, биение сердца, вибрация струны звучащей скрипки, колебание напряжения между обкладками конденсатора — это примеры колебательных движений.

Классифицировать колебания можно по различным признакам:

- по *характеру физических процессов* (например, механические и электромагнитные колебания);
- *зависимости от времени* (периодические и непериодические колебания);
- *способу возбуждения* (например, свободные и вынужденные колебания).

В данной главе будут рассмотрены **механические колебания** — движения тел, повторяющиеся через одинаковые (или почти одинаковые) промежутки времени. Законченный цикл колебательного движения, после которого оно повторяется вновь в том же порядке, называют **полным колебанием**.

Колебания называют **свободными (собственными)**, если они происходят в системе, предоставленной самой себе после сообщения ей первоначального воздействия. Примером может служить груз, подвешенный на нити и выведенный из положения равновесия, а затем предоставленный самому себе.

Колебания называют **гармоническими**, если колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса или косинуса.

Их рассмотрение важно по двум причинам:

- колебания, встречающиеся в природе и технике, часто близки к гармоническим;
- различные **периодические процессы** (процессы, повторяющиеся через равные промежутки времени) можно представить как наложение гармонических колебаний.

Если материальная точка совершает прямолинейные гармонические колебания вдоль оси X около положения равновесия (оно принимается за начало координат), то зависимость координаты x точки от времени (рис. 37) определяется выражением

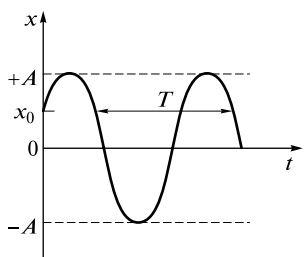


Рис. 37

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (31.1)$$

где $A = |x|_{\max}$ — максимальная величина смещения, называемая **амплитудой колебания**; ω_0 — **круговая (циклическая) частота**; $(\omega_0 t + \varphi)$ — **фаза колебания**, которая определяет значение колеблющейся величины от времени, прошедшего от начала текущего периода колебания; φ — **начальная фаза колебания**, определяющая значение колеблющейся величины в начальный момент времени (при $t = 0$ $x_0 = A \cos \varphi$).

Период колебаний T — минимальный промежуток времени, через который повторяются значения всех физических величин, характеризующих колебательное движение, или время одного полного колебания (см. рис. 37). За период фаза колебания получает приращение 2π , т. е. $\omega_0(t + T) + \varphi = (\omega_0 t + \varphi) + 2\pi$, откуда

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (31.2)$$

Величина, обратная периоду колебаний:

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad (31.3)$$

т. е. число полных колебаний, совершаемых в единицу времени, называется **частотой колебаний**.

Единица частоты — **герц** (Гц); 1 Гц — частота периодического процесса, при которой за 1 с совершается один цикл процесса. Сравнивая (31.2) и (31.3), получаем

$$\omega_0 = 2\pi\nu. \quad (31.4)$$

§ 32. Механические гармонические колебания

Пусть материальная точка совершает гармонические колебания вдоль оси X около положения равновесия, принятого за начало координат. Тогда зависимость координаты x от времени t задается уравнением (31.1).

Скорость v и ускорение a колеблющейся точки соответственно равны

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2), \quad (32.1)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi), \quad (32.2)$$

т. е. скорость и ускорение также изменяются по гармоническому закону. Амплитуда скорости и ускорения соответственно равна $A\omega_0$ и $A\omega_0^2$.

Как следует из (31.1), (32.1) и (32.2), скорость опережает смещение по фазе на $\frac{\pi}{2}$, а ускорение — на π (рис. 38). Ускорение и смещение

находятся в противофазе, т. е. в момент времени, когда смещение достигает наибольшего положительного значения, ускорение — максимального отрицательного значения, и наоборот.

Формулу (32.2) можно записать в виде

$$a = -\omega_0^2 x, \quad (32.3)$$

т. е. при гармонических колебаниях вдоль оси X ускорение пропорционально смещению x тела от положения равновесия. Выражение (32.3) представим в виде

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (32.4)$$

— это **дифференциальное уравнение гармонических колебаний**.

Согласно второму закону Ньютона, сила F , действующая на материальную точку массой m :

$$F = ma = -m\omega_0^2 x \quad (32.5)$$

[учли (32.3)]. Таким образом, *сила пропорциональна смещению материальной точки из положения равновесия и направлена в противоположную сторону* (к положению равновесия).

Кинетическая энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$\begin{aligned} T &= \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= \frac{m\omega_0^2 A^2}{4} [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi)]. \end{aligned} \quad (32.6)$$

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы F [с учетом формулы (32.5)]:

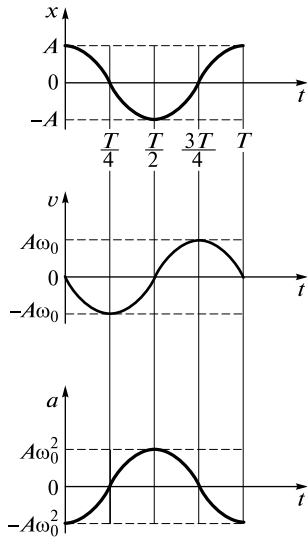


Рис. 38

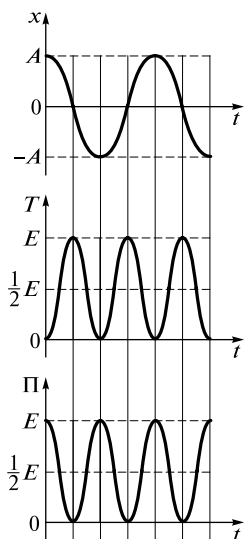


Рис. 39

Из формулы (32.6) и (32.7) следует, что T и Π изменяются с частотой $2\omega_0$, т.е. с частотой, которая в два раза превышает частоту гармонического колебания. На рис. 39 представлены графики зависимости x , T и Π от времени.

Полная энергия

$$E = T + \Pi = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}. \quad (32.8)$$

Полная энергия во все моменты времени *одинакова* — выполняется закон сохранения механической энергии в силу консервативности упругой силы — и равна максимальным значениям потенциальной и кинетической энергии.

Поскольку средние значения $\langle \sin^2 \alpha \rangle = \langle \cos^2 \alpha \rangle = \frac{1}{2}$, из формул (32.6)—(32.8) следует, что $\langle T \rangle = \langle \Pi \rangle = \frac{1}{2} E$.

§ 33. Маятники

Маятником называют любое тело, подвешенное так, что его центр масс находится ниже точки подвеса, и совершающее колебания под действием приложенных сил.

Пружинный маятник — груз массой m , подвешенный на абсолютно упругой пружине и совершающий гармонические колебания под действием упругой силы [см. (13.1)]:

$$F = -kx,$$

где k — *жесткость пружины*.

Если маятник вывести из положения равновесия, сместив его вниз вдоль оси (рис. 40), то он начнет совершать колебания, двигаясь поступательно. Смещение x в любой момент времени равно деформации пружины, а сила упругости F пружины направлена в сторону, противоположную смещению маятника. При рассмотрен-

ных допущениях уравнение движения груза (пружинного маятника) примет вид

$$ma = -kx \text{ или } m\ddot{x} = -kx, \quad (33.1)$$

где $\ddot{x} = a$. Подставив в эту формулу зависимости смещения x (31.1) и ускорения a (32.2) от времени, получаем

$$-mA\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -kA \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

откуда

$$k = m\omega_0^2. \quad (33.2)$$

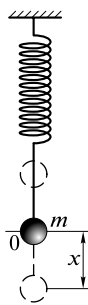


Рис. 40

Уравнение движения маятника в *отсутствие сил трения* из (33.1) и (33.2)

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

или

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (33.3)$$

решением которого является

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (33.4)$$

Таким образом, пружинный маятник совершает гармонические колебания по закону (33.3) с циклической частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (33.5)$$

и периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (33.6)$$

Формула (33.6) справедлива для упругих колебаний в пределах, в которых выполняется закон Гука, т. е. когда масса пружины мала по сравнению с массой тела.

Математический маятник — это *идеализированная* система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на нерастяжимой невесомой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести.

Хорошим приближением математического маятника является небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой длинной нити.

Отклонение маятника от положения равновесия будем характеризовать углом α , образованным нитью с вертикалью (рис. 41). Момент возвращающей силы

$$M = F_\tau l = -mgl \sin \alpha, \quad (33.7)$$

где α — угол отклонения маятника от положения равновесия; $F_\tau = mgs \sin \alpha$ — возвращающая сила; l — длина маятника; g — ускорение свободного падения.

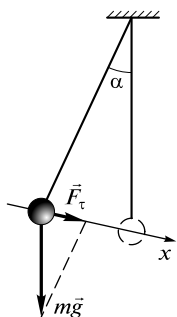


Рис. 41

Момент силы стремится вернуть маятник в положение равновесия и аналогичен в этом смысле упругой силе, а потому моменту M и угловому смещению α в формуле (33.7) приписаны противоположные знаки.

Запишем для маятника уравнение динамики вращательного движения. Угловое ускорение обозначим через $\ddot{\alpha}$ и, учитывая, что момент инерции маятника равен ml^2 , получаем

$$ml^2\ddot{\alpha} = -mgl\sin\alpha.$$

При малых колебаниях маятника $\sin\alpha = \alpha$. Тогда

$$\ddot{\alpha} + \frac{g}{l}\alpha = 0, \quad (33.8)$$

т. е. угол α удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0, \quad (33.9)$$

идентичному уравнению (33.3). Его решение имеет вид

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (33.10)$$

где α_0 — амплитуда (наибольший угол отклонения маятника от положения равновесия).

Таким образом, при малых колебаниях угловое отклонение математического маятника изменяется по гармоническому закону (33.10) с циклической частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (33.11)$$

и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (33.12)$$

не зависящим от массы маятника и амплитуды его колебаний, но зависящим от длины маятника и ускорения свободного падения.

Физический маятник — это твердое тело, совершающее *под действием силы тяжести* колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку O , не совпадающую с центром масс C тела (рис. 42). Точку O называют **точкой подвеса**.

Если маятник отклонен из положения равновесия на некоторый угол α , то в соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела (22.5) в отсутствие сил трения момент вращающей силы

$$M = J\varepsilon = J\ddot{\alpha} = -mgl \sin \alpha, \quad (33.13)$$

где J — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса; α — угол отклонения маятника из положения равновесия; $F_\tau = mgs \sin \alpha$ — возвращающая сила; $l = OC$ — расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника. Знак « $-$ » имеет то же значение, что и в случае формулы (33.7).

Для *малых колебаний* маятника ($\sin \alpha = \alpha$) выражение (33.13) можно записать в виде

$$J\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0, \text{ или } \ddot{\alpha} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0. \quad (33.14)$$

Принимая

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{J}}, \quad (33.15)$$

получим уравнение

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0,$$

идентичное с (33.3), решение которого известно:

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (33.16)$$

Из выражения (33.16) следует, что при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания с циклической частотой ω_0 [см. (33.15)] и периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (33.17)$$

где $L = \frac{J}{ml}$ — *приведенная длина физического маятника*.

Точка O' на продолжении прямой OC , отстоящая от точки O подвеса маятника на расстоянии приведенной длины L , называется *центром качаний* физического маятника (см. рис. 42). Применяя теорему Штейнера (20.4), получим

$$L = \frac{J}{ml} = \frac{J_C + ml^2}{ml} = l + \frac{J_C}{ml} > l,$$

т. е. OO' всегда больше OC . Точка подвеса O маятника и центр качаний O' обладают *свойством взаимозаменяемости*: если точку подвеса перенести в центр качаний, то прежняя точка O подвеса станет новым центром качаний, и период колебаний физического маятника не изменится.

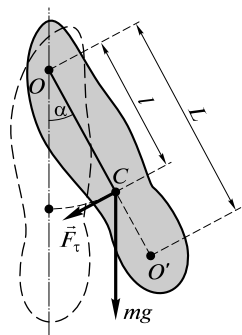


Рис. 42

Сравнивая формулы (33.12) и (33.17), видим, что если приведенная длина L физического маятника равна длине l математического маятника, то периоды колебаний этих маятников одинаковы. Следовательно, **приведенная длина физического маятника** — это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

§ 34. Сложение гармонических колебаний одинакового направления

Сложение нескольких **колебаний** сводится к нахождению закона результирующих колебаний системы.

Для сложения одинаково направленных колебаний используем **векторную диаграмму**. Из произвольной точки O оси X отложим вектор A (его модуль равен амплитуде A рассматриваемого колебания) под углом φ , равным начальной фазе колебаний (рис. 43). Приводя этот вектор во вращение с угловой скоростью ω_0 (равна циклической частоте колебаний), проекция конца этого вектора будет перемещаться по оси X от $-A$ до A , а координата этой проекции на ось X

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (34.1)$$

Таким образом, согласно **векторной диаграмме**, проекция конца вектора A на ось X совершает гармонические колебания с амплитудой A , с циклической частотой ω_0 , равной угловой скорости вращения вектора, и начальной фазой φ , равной углу, образуемому вектором A с осью X в начальный момент времени.

Сложим, используя векторную диаграмму, два гармонических колебания **одинакового направления** и **одинаковой частоты**:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1); \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2), \quad (34.2)$$

где A_1 и A_2 , φ_1 и φ_2 — соответственно амплитуды и начальные фазы первого и второго колебаний.

Представим оба колебания с помощью векторов \vec{A}_1 и \vec{A}_2 (рис. 44). Результирующий вектор \vec{A} находится с помощью правила сложения векторов. Результирующее колебание

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (34.3)$$

является также гармоническим, совершаемым с частотой ω_0 , амплитудой A и начальной фазой φ . Из построения находим, что

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (34.4)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (34.5)$$

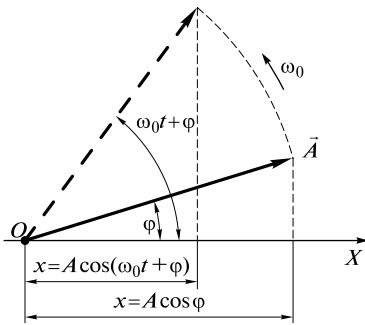


Рис. 43

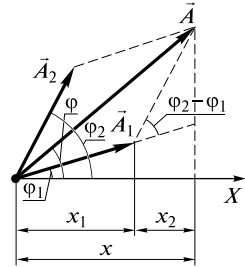


Рис. 44

Если складываемые колебания *синфазны* (находятся в одной фазе), т. е.

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

то

$$A = A_1 + A_2.$$

Если складываемые колебания находятся в *противофазе*, т. е.

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2m + 1)\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

то

$$A = |A_1 - A_2|.$$

Следовательно, сумма гармонических колебаний одного направления с одинаковой частотой является гармоническим колебанием (34.3) с той же частотой, амплитудой и фазой, определяемыми выражениями (34.4) и (34.5).

§ 35. Биения

Для практики особый интерес представляет случай, когда два складываемых гармонических колебания одинакового направления мало отличаются по частоте.

В результате сложения таких колебаний получаются колебания с периодически изменяющейся амплитудой, т. е. возникают *биения*.

Биения — периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами.

Пусть амплитуды складываемых колебаний равны A , а частоты равны ω и $\omega + \Delta\omega$, причем $\Delta\omega \ll \omega$.

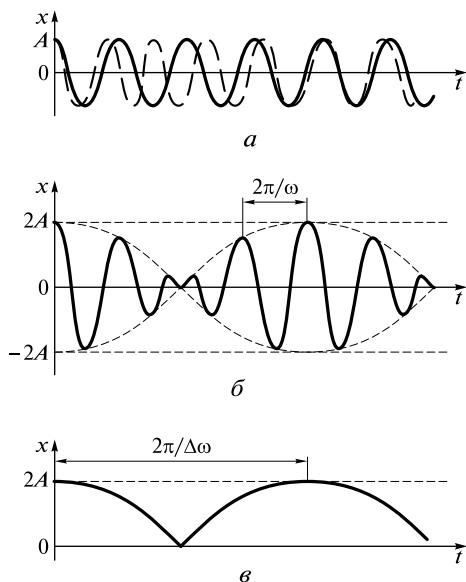


Рис. 45

Начало отсчета выберем так, чтобы начальные фазы обоих колебаний были равны нулю (рис. 45, а). Тогда

$$\begin{cases} x_1 = A \cos \omega t; \\ x_2 = A \cos(\omega + \Delta\omega)t. \end{cases} \quad (35.1)$$

Складывая эти выражения и учитывая, что $\frac{\Delta\omega}{2} \ll \omega$, найдем результирующее колебание

$$x = \left(2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right) \cos \omega t, \quad (35.2)$$

график которого изображен на рис. 45, б.

В формуле (35.2) множитель в скобках изменяется гораздо медленнее, чем второй множитель. Поскольку $\Delta\omega \ll \omega$, множитель в скобках почти не изменится, если множитель ωt совершит несколько полных колебаний. Поэтому результирующее колебание можно рассматривать как гармоническое с частотой ω , амплитуда A_6 которого изменяется по следующему периодическому закону:

$$A_6 = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right|. \quad (35.3)$$

График амплитуды результирующего колебания приведен на рис. 45, в.

Частота изменения A_6 в два раза больше частоты изменения косинуса (так как берется по модулю), т. е. **частота биений** (частота пульсаций амплитуды) равна разности частот складываемых колебаний:

$$\omega_6 = \Delta\omega.$$

Так как частота биений гораздо меньше частоты колебаний ($\Delta\omega \ll \omega$), то амплитуду A_6 (35.3) условно называют **амплитудой биений**.

Период абсолютного значения косинуса равен π , поэтому **период биений** определяется из условия $\frac{\Delta\omega}{2}T_6 = \pi$, откуда

$$T_6 = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

Наличие биений находит широкое применение на практике. Так, настройщики музыкальных инструментов по исчезновению биений определяют точное совпадение частоты струны и эталонного источника звука (например, камертона). Биения используются при анализе слуха и т. д.

§ 36. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний

Рассмотрим результат сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты ω , происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях вдоль осей X и Y . Для простоты начало отсчета выберем так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю, и запишем

$$\begin{cases} x = A \cos \omega t; \\ y = B \cos(\omega t + \varphi), \end{cases} \quad (36.1)$$

где φ — разность фаз колебаний; A и B — амплитуды складываемых колебаний.

Уравнение траектории результирующего колебания получают исключением из выражений (36.1) параметра t . Записывая уравнения складываемых колебаний в виде

$$\begin{cases} \frac{x}{A} = \cos \omega t; \\ \frac{y}{B} = \cos(\omega t + \varphi) = \cos \omega t \cos \varphi - \sin \omega t \sin \varphi \end{cases}$$

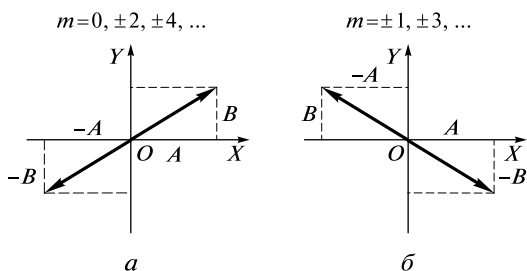


Рис. 46

и заменяя во втором уравнении ωt на $\frac{x}{A}$ и $\sin \omega t$ на $\sqrt{1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2}$, получим после несложных преобразований *уравнение эллипса*, оси которого ориентированы относительно координатных осей произвольно:

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi. \quad (36.2)$$

Ориентация эллипса и размеры его осей зависят от амплитуд складываемых колебаний и разности фаз.

Рассмотрим некоторые частные случаи, представляющие физический интерес:

$$1) \quad \varphi = 2m \frac{\pi}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

В данном случае эллипс вырождается в *отрезок прямой*

$$y = \pm \frac{B}{A} x, \quad (36.3)$$

где знак «+» соответствует нулю и четным значениям m (рис. 46, а), а знак «-» — нечетным значениям m (рис. 46, б). Результирующее колебание также гармоническое вдоль этой прямой с частотой ω и амплитудой $\sqrt{A^2 + B^2}$;

$$2) \quad \varphi = (2m + 1) \frac{\pi}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

В данном случае уравнение примет вид

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1. \quad (36.4)$$

Это уравнение эллипса, оси которого совпадают с осями координат, а его полуоси равны соответствующим амплитудам (рис. 47). При равенстве амплитуд A и B эллипс [см. (36.4)] вырождается в

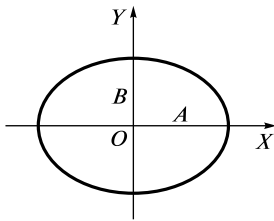


Рис. 47

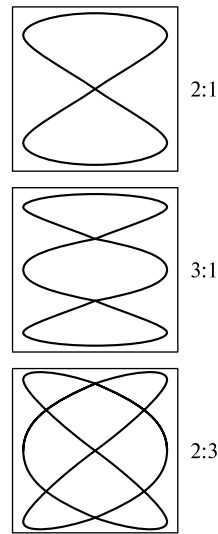


Рис. 48

о́кружность. Случаи $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ различаются направлением движения по эллипсу или по окружности.

Если частоты складываемых взаимно перпендикулярных колебаний различны, но относятся друг к другу как целые числа, то траектория результирующего движения будет замкнутой; подобные замкнутые траектории называют **фигурами Лиссажу**.

Вид этих траекторий зависит от соотношения амплитуд, частот и начальных фаз складываемых колебаний. На рис. 48 приведены фигуры Лиссажу при различных отношениях частот (2:1, 3:1, 2:3) и разности начальных фаз, равной $\frac{\pi}{2}$.

Отношение частот складываемых колебаний равно отношению числа пересечений фигуры Лиссажу с прямыми, параллельными осям координат.

По виду фигур можно определить неизвестную частоту по известной или определить отношение частот складываемых колебаний.

§ 37. Свободные затухающие колебания

Свободные (см. § 31) механические колебания всегда затухающие, поскольку во всякой реальной колебательной системе действуют силы трения.

Энергия колебательной системы, расходуясь на работу против сил трения, уменьшается, соответственно уменьшается и амплитуда колебаний, т.е. колебания становятся затухающими.

Рассмотрим затухающие колебания на примере пружинного маятника (см. § 33) массой m , совершающего малые колебания под действием упругой силы $F = -kx$.

Сила трения пропорциональна скорости, т.е.

$$F_{\text{тр}} = -rv = -r\dot{x}, \quad (37.1)$$

где r — **коэффициент сопротивления**; знак «-» указывает на противоположные направления силы трения и скорости.

При данных условиях закон движения маятника будет иметь вид

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}. \quad (37.2)$$

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний маятника

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (37.3)$$

где

$$\delta = \frac{r}{2m} \quad (37.4)$$

— **коэффициент затухания** ($\delta = \text{const}$); $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ [см. (33.5)] — **циклическая частота свободных незатухающих колебаний маятника** (при $\delta = 0$ при отсутствии потерь энергии), называемая **собственной частотой колебательной системы**.

Решением уравнения (37.3) в случае малых затуханий ($\delta^2 < \omega_0^2$)

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (37.5)$$

где **амплитуда затухающих колебаний**

$$A = A_0 e^{-\delta t} \quad (37.6)$$

(A_0 — начальная амплитуда), а циклическая частота

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{r^2}{4m^2}}. \quad (37.7)$$

Зависимость (37.5) показана на рис. 49 сплошной линией, а зависимость (37.6) — штриховыми линиями.

Промежуток времени $\tau = \frac{1}{\delta}$, в течение

которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз, называют **временем релаксации**.

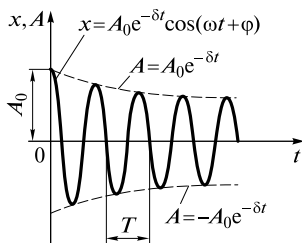


Рис. 49

Затухание нарушает периодичность колебаний, поэтому затухающие колебания не являются периодическими и, строго говоря, к ним не применимо понятие периода или частоты. Однако если затухание мало, то можно условно пользоваться понятием периода как промежутка времени между двумя последующими максимумами (или минимумами):

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (37.8)$$

Если сопротивление среды мало ($\delta^2 \ll \omega_0^2$), то период колебаний практически равен $2\pi/\omega_0$ [см. также (31.2)].

При увеличении коэффициента затухания δ период затухающих колебаний растет и при $\delta = \omega_0$ обращается в бесконечность, т. е. движение перестает быть периодическим. Колебательная система после однократного возмущения возвращается в положение равновесия, не совершая колебаний, т. е. **процесс** становится **апериодическим**.

Для характеристики колебательной системы используют логарифмический коэффициент затухания

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}, \quad (37.9)$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ — амплитуды, соответствующие моментам времени, различающимся на период; N_e — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

Колебательную систему также характеризуют **добротностью**

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e, \quad (37.10)$$

откуда следует, что добротность пропорциональна числу колебаний N_e , совершаемых системой за время релаксации.

§ 38. Вынужденные колебания

Важно в реальной колебательной системе поддерживать *незатухающие колебания*, для чего следует восполнять потери энергии этой системы. Поэтому к колебательной системе прикладывают *внешнюю силу*, изменяющуюся по гармоническому закону

$$F = F_0 \cos \omega t, \quad (38.1)$$

где F_0 и ω — соответственно амплитуда и частота вынуждающей силы. Колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся силы, называют **вынужденными механическими колебаниями**.

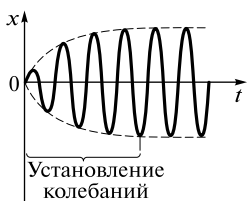


Рис. 50

Переменную внешнюю силу, приложенную к системе и вызывающую вынужденные колебания, называют **вынуждающей силой**.

Данный вид колебаний опять-таки рассмотрим на примере пружинного маятника. Закон движения в данном случае с учетом вынуждающей силы (38.1), силы упругости (33.1) и силы трения (37.1) запишется в виде

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t. \quad (38.2)$$

Тогда дифференциальное уравнение *вынужденных колебаний маятника*

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t, \quad (38.3)$$

где учтено, что $\delta = \frac{r}{2m}$ (37.4) — коэффициент затухания; $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

(33.5) — собственная частота колебательной системы; ω — частота вынуждающей силы.

Не приводя математические выкладки, отметим, что в начале действия вынуждающей силы колебания имеют довольно сложный характер, по прошествии некоторого промежутка времени (времени установления колебаний) движение колебательной системы приобретает установившийся характер и будет совершаться периодически с постоянной амплитудой A и частотой вынуждающей силы ω (рис. 50).

Решение дифференциального уравнения (38.3) для установившихся колебаний (его частное решение) имеет вид

$$x = A \cos(\omega t - \varphi), \quad (38.4)$$

где амплитуда смещения в случае установившихся вынужденных колебаний

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}, \quad (38.5)$$

а

$$\varphi = \arctg \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (38.6)$$

Из формулы (38.5) следует, что амплитуда A зависит от частоты ω внешней вынуждающей силы.

Определим **резонансную частоту** $\omega_{\text{рез}}$ — частоту, при которой амплитуда A смещения достигает максимума. Для этого нужно найти максимум функций (38.5) или, что то же самое, минимум подкорен-

ного выражения. Продифференцировав подкоренное выражение по ω и приравняв его нулю, получим условие, определяющее $\omega_{\text{рез}}$:

$$-4(\omega_0^2 - \omega^2)\omega + 8\delta^2\omega = 0. \quad (38.7)$$

Это равенство выполняется при $\omega = 0, \pm\sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$, у которых только положительное значение имеет физический смысл. Следовательно, резонансная частота

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}. \quad (38.8)$$

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте колебательной системы называют **механическим резонансом**.

Подставив (38.8) в выражение (38.5), найдем резонансную амплитуду

$$A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2\delta m \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (38.9)$$

Семейство **резонансных кривых** — зависимостей A от ω при различных параметрах δ — приведена на рис. 51. Из формул (38.8) и (38.9) следует, что с уменьшением δ максимумы кривых лежат выше и правее. При $\omega \rightarrow 0$ все кривые приходят к одному и тому же, отличному от нуля предельному значению $\frac{F_0}{m\omega_0^2}$ — **статическому отклонению**.

При $\omega \rightarrow \infty$ все кривые асимптотически стремятся к нулю. С увеличением коэффициента затухания, например при $2\delta^2 > \omega_0^2$, выражение (38.8) становится мнимым, что означает отсутствие резонанса (см. нижнюю кривую на рисунке — с увеличением частоты амплитуда монотонно убывает).

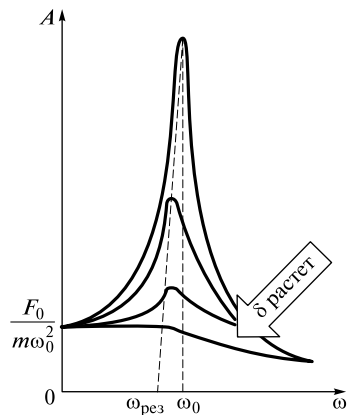


Рис. 51

РАЗДЕЛ II

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Глава 7

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

§ 39. Статистический метод в молекулярной физике

Молекулярная физика — раздел физики, в котором изучаются строение и свойства вещества исходя из *молекулярно-кинетических представлений*, основывающихся на том, что все тела состоят из огромного числа молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении, причем между молекулами одновременно действуют силы притяжения и отталкивания, зависящие от расстояния между молекулами.

Атом — наименьшая частица химического элемента, являющаяся носителем его свойств.

Молекула — электрически нейтральная частица вещества, обладающая его основными свойствами и состоящая из *атомов*, соединенных между собой химическими связями.

Поскольку любое вещество состоит из огромного числа частиц, то поведение такой системы подчиняется *статистическим закономерностям*, описывающим *не отдельную частицу, а всю совокупность частиц*.

Поэтому основой молекулярной физики является *статистический метод исследования* — метод исследования систем из огромного числа частиц, оперирующий *статистическими закономерностями и средними значениями физических величин*, характеризующих всю совокупность частиц (например, средние значения скоростей теплового движения молекул и их энергий).

Процессы, изучаемые молекулярной физикой, — результат совокупного действия огромного числа молекул. Например, температура тела определяется скоростью хаотического движения его молекул, но поскольку в каждый момент времени разные молекулы движутся с

различными скоростями, то температура тела может быть выражена только посредством средних значений скоростей движения.

Физическую величину, определяемую числом специфических структурных элементов — молекул, атомов или ионов, из которых состоит вещество, называют **количеством вещества**. Единица количества вещества в СИ — 1 **моль** (моль). [См. Введение. Единицы физических величин]; 1 моль — *основная единица*.

§ 40. Основные понятия молекулярно-кинетической теории

Фундаментальную физическую постоянную, определяемую числом атомов (молекул или других структурных единиц), содержащихся в 1 моль *различных* веществ, называют **постоянной Авогадро**:

$$N_A = \frac{N}{\nu}, \quad (40.1)$$

где N — число молекул вещества; ν — количество вещества.

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}. \quad (40.2)$$

Напомним, что 1 моль различных веществ содержит одно и то же число молекул.

Физическую величину

$$M = \frac{m}{\nu}, \quad (40.3)$$

равную отношению массы m вещества к количеству вещества ν , называют **молярной массой**. Молярная масса — это масса 1 моль вещества. Выразив ν из формулы (40.1) и подставив его в (39.3), найдем, что молярная масса вещества

$$M = \frac{mN_A}{N} = m_0 N_A, \quad (40.4)$$

где $m/N = m_0$ — масса одной молекулы. *Единица молярной массы* 1 кг/моль (килограмм на моль) — молярная масса вещества, имеющего при количестве вещества 1 моль массу 1 кг.

Физическую величину

$$V_m = \frac{V}{\nu}, \quad (40.5)$$

равную отношению объема V однородной системы к количеству вещества ν системы, называют **молярным объемом**.

Соударяясь со стенками сосуда, газ оказывает на них давление (p).

Давлением называют физическую величину, определяемую силой, действующей на единицу площади поверхности в перпендикулярном к поверхности направлении:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}. \quad (40.6)$$

Единица давления — **паскаль** (Па); Па = 1 Н/м².

§ 41. Температура. Температурные шкалы

Температура в повседневной жизни связана с субъективными ощущениями «тепла» и «холода». Для сравнения температуры различных тел, как впрочем и для определения температуры данного конкретного тела, необходимы *объективные критерии*.

При соприкосновении двух тел, имеющих, согласно нашим ощущениям, разные температуры (одно тело холодное, другое горячее), холодное тело будет нагреваться, горячее — охлаждаться. По истечении какого-то времени наступит некоторое стационарное (не изменяющееся со временем) равновесное состояние тел, называемое *тепловым равновесием*.

Температура тела и есть физическая величина, характеризующая состояние теплового равновесия системы тел. Температура определяется средней кинетической энергией атомов (молекул) в телах (газах), совершающих беспорядочное хаотическое движение. Чем выше температура, тем больше скорость их движения, и наоборот.

Приборы для измерения температуры посредством контакта с исследуемой средой называют *термометрами*. Действие всех термометров основано на одном и том же принципе: свойства вещества изменяются при изменении температуры (например, тепловое расширение жидкостей, газов и твердых тел при нагревании, изменение объема газа с температурой). Первый термометр изобретен Г. Галилеем (1600), в котором в качестве тела, расширяющегося при нагревании, использовалась вода.

В соответствии с решением XI Генеральной конференции по мерам и весам (1960) в настоящее время можно применять только две температурные шкалы.

1. **Международная практическая шкала (шкала Цельсия)** градуируется в градусах Цельсия (°С). Определяется двумя *реперными* (опорными) *точками*: 0 °С и 100 °С — соответственно температуры замерзания и кипения воды при давлении 1,013 · 10⁵ Па.

2. **Термодинамическая температурная шкала (шкала Кельвина)** градуируется в кельвинах (К). Определяется по одной *реперной*

точке, в качестве которой взята *тройная точка воды* (температура, при которой лед, вода и насыщенный пар при давлении 609 Па находятся в термодинамическом равновесии). Температура этой точки по данной шкале 273,16 К (точно).

Температура $T = 0$ К называется *нулем Кельвина*. Это предельно низкая температура, которую невозможно достичь.

В термодинамической шкале температура замерзания воды равна 273,15 К (при том же давлении, что и в Международной практической шкале).

Термодинамическая температура (T) и температура (t) по Международной практической шкале связаны соотношением $T = 273,15 + t$. При расчетах обычно используют формулу

$$T = 273 + t.$$

Единицей термодинамической температуры в СИ является *кельвин* (К) [См. Введение. Единицы физических величин]; 1 К — *основная единица*. Кельвин и градус Цельсия равны и отличаются лишь начальными уровнями отсчета температур по этим шкалам.

В настоящее время достигнута самая низкая температура $5,9 \cdot 10^{-12}$ К (1995, американские физики Э. Корнелл и К. Виман при охлаждении атомов рубидия) и самая высокая $5,1 \cdot 10^3$ К (США; с использованием дейтериево-третиевой плазменной смеси).

§ 42. Законы идеального газа

В молекулярно-кинетической теории используют *идеализированную модель* — *идеальный газ*. *Идеальным* называют воображаемый *газ*, молекулы которого считаются материальными точками, которые не взаимодействуют друг с другом на расстоянии и столкновение которых между собой и со стенками сосуда является абсолютно упругим.

Модель идеального газа можно использовать при изучении реальных газов, если они достаточно разрежены. При расчетах, которые не требуют большой точности, при не очень высоких давлениях и не очень низких температурах газы можно рассматривать как идеальные. Кроме того, внося соответствующие поправки на собственный объем молекул и действующие межмолекулярные силы, можно перейти к теории реальных газов.

Следует подчеркнуть, что модель идеального газа, как и всякая другая модель, позволяет изучать ограниченный круг явлений, абстрагируясь от ряда факторов, не особенно влияющих на изучаемые свойства газа.

Рассмотрим законы, описывающие идеальные газы [для равновесных состояний (см. тепловое равновесие, § 41)].

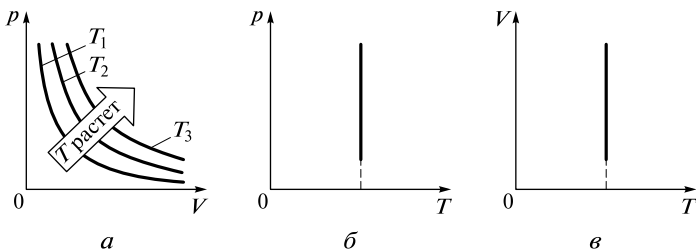


Рис. 52

Закон Бойля—Мариотта: для данной массы газа при *постоянной температуре* произведение давления газа на его объем есть величина постоянная:

$$pV = \text{const} \quad (T = \text{const}, m = \text{const}). \quad (42.1)$$

Процесс, происходящий при постоянной температуре, называют **изотермическим**. График зависимости между параметрами состояния газа при постоянной температуре называют **изотермой**. Изотерма в координатах p, V представляет собой гиперболу (рис. 52, а). Гиперболы расположены на графике тем выше, чем выше температура процесса. Изотермы в координатах p, T — прямая, параллельная оси p (рис. 52, б), в координатах V, T — прямая, параллельная оси V (рис. 52, в).

Законы Гей-Люссака:

1) объем данной массы газа при постоянном давлении изменяется линейно с температурой:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \quad (p = \text{const}, m = \text{const}); \quad (42.2)$$

2) давление данной массы газа при постоянном объеме изменяется линейно с температурой:

$$p = p_0(1 + \alpha t) \quad (V = \text{const}, m = \text{const}). \quad (42.3)$$

В этих уравнениях t — температура по шкале Цельсия; p_0 и V_0 — давление и объем при 0°C , коэффициент $\alpha = 1/273,15 \text{ K}^{-1}$.

Процесс, происходящий при *постоянном давлении*, называют **изобарным**. График зависимости между параметрами состояния газа при постоянном давлении называют **изобарой**, которая в координатах V, t для двух разных давлений представлена на рис. 53.

Процесс, происходящий при *постоянном объеме*, называют **изохорным**. График зависимости между параметрами состояния газа при постоянном объеме называют **изохорой**, которая в координатах p, t для двух разных объемов представлена на рис. 54.

Из уравнений (42.2) и (42.3) следует, что изобары и изохоры пересекают ось температур в точке $t = -1/\alpha = -273,15^\circ\text{C}$, определяемой

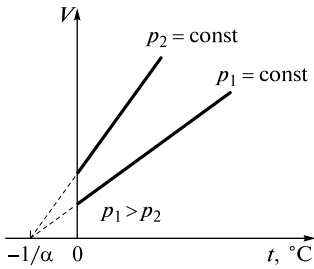


Рис. 53

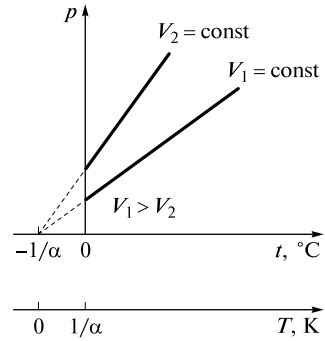


Рис. 54

из условия $1 + \alpha t = 0$. Если перенести начало отсчета в эту точку, то происходит переход к шкале Кельвина (см. рис. 54), откуда

$$T = t + 1/\alpha.$$

Вводя в формулы (42.2) и (42.3) термодинамическую температуру, законам Гей-Люссака можно придать более удобный вид:

$$V = V_0(1 + \alpha t) = V_0[1 + \alpha(T - 1/\alpha)] = V_0\alpha T, \quad (42.4)$$

$$p = p_0(1 + \alpha t) = p_0[1 + \alpha(T - 1/\alpha)] = p_0\alpha T, \quad (42.5)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (m = \text{const}, p = \text{const}), \quad (42.6)$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (m = \text{const}, V = \text{const}), \quad (42.7)$$

где индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям, лежащим на одной изобаре или изохоре.

На рис. 55 (а—в) и 56 (а—в) соответственно представлены изобара и изохора в координатах p, V ; p, T и V, T .

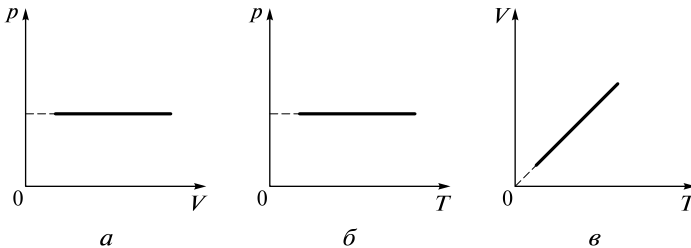


Рис. 55

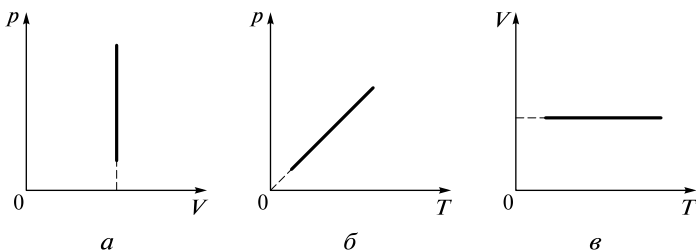


Рис. 56

Закон Авогадро: 1 моль любых газов при одинаковых температурах и давлениях занимает одинаковый объем.

При *нормальных условиях* ($T_0 = 273,15 \text{ К}$; $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$) этот объем равен

$$V_m = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль} \text{ [см. (40.5)]}.$$

Закон Дальтона: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений p_1, p_2, \dots, p_n входящих в нее газов:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n. \quad (42.7)$$

Парциальное давление — давление, которое производил бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал объем, равный объему смеси при той же температуре.

Отметим, что при больших давлениях компоненты смеси нельзя рассматривать как независимые (проявляется их взаимодействие) и наблюдается отклонение от закона Дальтона.

§ 43. Уравнение состояния идеального газа

Состояние любой массы газа определяется тремя термодинамическими параметрами: давлением p , объемом V и температурой T . Между этими параметрами существует определенная связь, называемая **уравнением состояния**, которое в общем виде задается выражением

$$f(p, V, T) = 0, \quad (43.1)$$

где каждая из переменных является функцией двух других.

Из законов Гей-Люссака (42.4) и (42.5) можно найти, что для $m = \text{const}$

$$\frac{pV}{T} = \text{const}. \quad (43.2)$$

При $T = \text{const}$ и $p = \text{const}$ объем газа пропорционален массе газа. Учитывая этот факт, Б.Клапейрон (1840) записал уравнение (43.2) в виде

$$\frac{pV}{T} = B, \quad (43.3)$$

где B — постоянная, пропорциональная массе газа и *разная для различных газов*. Уравнение (43.3) называют **уравнением Клапейрона**.

Уравнение Клапейрона подтверждалось опытом: оказалось, что при комнатной температуре и атмосферном давлении азот и кислород хорошо описываются этим уравнением. Кроме того, из опыта следовало, что чем газ более разреженный, тем точнее выполняется уравнение (43.3).

Если количество газа равно 1 моль, то константа B в уравнении (43.3) будет *одинаковой для всех газов*. Тогда **уравнение состояния идеального газа** можно записать в виде

$$pV_m = RT, \quad (43.4)$$

где V_m — молярный объем [см. (40.5)]; R — **молярная газовая постоянная**, общая для всех газов.

Числовое значение молярной газовой постоянной определим из формулы (43.4), полагая, что 1 моль газа находится при нормальных условиях ($p_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Па, $T_0 = 273,15$ К, $V_m = 22,41 \cdot 10^{-3}$ м³/моль):

$$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}). \quad (43.5)$$

Уравнение (43.4) называют также **уравнением Клапейрона—Менделеева** для 1 моль газа.

Учитывая, что $V = \nu V_m = \frac{m}{M} V_m$ [см. (40.5) и (40.3)], можно перейти к уравнению Клапейрона—Менделеева для произвольной m массы газа:

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT. \quad (43.6)$$

Часто пользуются несколько иной формой записи уравнения состояния идеального газа, вводя **постоянную Больцмана**:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}. \quad (43.7)$$

Исходя из этого, уравнение (43.4) запишем в виде

$$p = \frac{RT}{V_m} = \frac{kN_A T}{V_m} = nkT,$$

$N_A/V_m = n$ — концентрация молекул (число молекул в единице объема) или

$$p = nkT \quad (43.8)$$

— еще одна форма записи *уравнения состояния идеального газа*. Из него следует, что давление идеального газа при данной температуре пропорционально концентрации его молекул (или плотности газа).

§ 44. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории выведем для одноатомного идеального газа, предполагая, что молекулы газа движутся с одинаковой скоростью хаотически и число взаимных столкновений между молекулами газа пренебрежимо мало по сравнению с числом ударов о стенки сосуда, а соударения молекул со стенками сосуда абсолютно упругие. Далее хаотическое движение молекул заменяют движением вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений, причем в любой момент времени вдоль каждого из них движется $1/3$ молекул (из них $1/6$ молекул движется вдоль данного направления в одну сторону, а $1/6$ молекул — в другую).

При сделанных допущениях, и выделив на стенке сосуда элементарную площадку ΔS , число ударов молекул за время Δt на эту площадку будет $\frac{1}{6}n\Delta Sv\Delta t$. При столкновении с площадкой эти молекулы передадут ей импульс

$$\Delta P = 2m_0v \frac{1}{6}n\Delta Sv\Delta t = \frac{1}{3}nm_0v^2\Delta S\Delta t.$$

Тогда давление, оказываемое газом на стенку сосуда:

$$p = \frac{\Delta P}{\Delta t \Delta S} = \frac{1}{3}nm_0v^2. \quad (44.1)$$

Если газ в объеме V содержит N молекул, движущихся со скоростями v_1, v_2, \dots, v_N , то целесообразно рассматривать *среднюю квадратичную скорость*

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}, \quad (44.2)$$

характеризующую всю совокупность молекул газа. Уравнение (44.1) с учетом (44.2) примет вид:

$$p = \frac{1}{3}nm_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2. \quad (44.3)$$

Уравнение (44.3) называют *основным уравнением молекулярно-кинетической теории идеальных газов*.

Отметим, что точный расчет с учетом движения молекул по всевозможным направлениям приводит к такой же формуле.

Поскольку масса всех молекул принята одинаковой, то m_0 можно внести под знак среднего и выражение (44.3) записать в виде

$$p = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle, \quad (44.4)$$

где $\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle$ — средняя энергия поступательного движения молекулы.

Учитывая, что $n = \frac{N}{V}$, уравнение (44.3) можно записать в виде

$$pV = \frac{1}{3} Nm_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 \quad (44.5)$$

или

$$pV = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2, \quad (44.6)$$

где $m = Nm_0$ — масса газа.

Для 1 моль газа $m = M$ (M — молярная масса), поэтому

$$pV_m = \frac{1}{3} M_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2, \quad (44.7)$$

где V_m — молярный объем.

С другой стороны, согласно уравнению (43.4) $pV_m = RT$, тогда

$$RT = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2, \quad (44.8)$$

откуда

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (44.9)$$

Так как $M = m_0 N_A$, где m_0 — масса одной молекулы, а N_A — постоянная Авогадро, то из уравнения (44.9) следует, что

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad (44.10)$$

где $k = \frac{R}{N_A}$ — постоянная Больцмана.

Сравнивая выражения $p = nkT$ (43.8) и $p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle$ (44.4), получаем

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (44.11)$$

т. е. средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа пропорциональна термодинамической температуре и зависит только от нее.

Таким образом, термодинамическая температура является мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа, и формула (44.11) раскрывает *молекулярно-кинетическое толкование температуры*.

При предельно низких температурах (близких к 0 К) выражение (44.11) не справедливо, поскольку в этой области температур выводы молекулярно-кинетической теории не применимы.

§ 45. Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям

При хаотическом движении молекул в газе они непрерывно сталкиваются между собой, в результате чего их скорости изменяются как по модулю, так и по направлению. Однако в состоянии *термодинамического равновесия* ($T = \text{const}$) устанавливается стационарное (не меняющееся со временем) *распределение молекул по скоростям*, подчиняющееся *статистическому закону*, выведенному Максвеллом (1859).

Пусть в некотором объеме содержится большое число N молекул газа. Если всевозможные значения скоростей молекул разбить на малые интервалы dv , то на каждый интервал будет приходиться некоторое число молекул $dN(v)$, скорость которых заключена в интервале от v до $v + dv$. Величина $\frac{dN(v)}{N}$ определяет относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$, т. е.

$$\frac{dN(v)}{N} = f(v)dv, \quad (45.1)$$

откуда

$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv}. \quad (45.2)$$

Функцию $f(v)$ называют функцией *распределения молекул по скоростям*: она определяет относительное число (долю) молекул $\frac{dN(v)}{N}$, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$.

Максвелл, предполагая, что газ состоит из большого числа одинаковых молекул, его температура постоянна, молекулы газа движутся хаотически (потому все направления движения равновероятны),

на газ не действуют силовые поля, и, применяя методы теории вероятностей, теоретически получил функцию

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}, \quad (45.3)$$

называемую **законом распределения молекул идеального газа по скоростям**.

В формуле (45.3) m_0 — масса молекулы; v — ее скорость; k — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура.

График функции (45.3) представлен на рис. 57. Характерной особенностью этой функции является то, что в показателе экспоненты стоит со знаком « \leftarrow » отношение кинетической энергии молекулы со скоростью v к средней энергии молекул газа (kT).

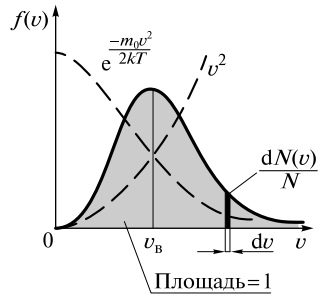


Рис. 57

Так как при возрастании v множитель $e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}$ уменьшается быстрее, чем растет множитель v^2 , то функция $f(v)$, начинаясь от нуля, достигает максимума при v_b и затем асимптотически стремится к нулю. Кривая несимметрична относительно v_b .

Относительное число молекул $\frac{dN(v)}{N}$, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$, находится как площадь тонированной полосы на рис. 57. Площадь, охватываемая кривой $f(v)$, равна единице.

Скорость, при которой функция распределения молекул идеального газа по скоростям максимальна, называют **наиболее вероятной скоростью**. Значение наиболее вероятной скорости можно найти, продифференцировав выражение (45.3) (постоянные множители опускаем) по аргументу v , приравняв результат нулю и используя условие для максимума выражения $f(v)$:

$$\frac{d}{dv} \left(v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \right) = 2v \left(1 - \frac{m_0 v^2}{2kT} \right) e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} = 0.$$

Значения $v = 0$ и $v = \infty$ соответствуют минимумам выражения (45.3), а значение v , при котором выражение в скобках становится равным нулю, и есть искомая наиболее вероятная скорость v_b :

$$v_b = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}. \quad (45.4)$$

На рис. 58 для примера приведена функция распределения молекул кислорода для двух температур (300 и 900 К). С повышением температуры максимум функции $f(v)$ смещается вправо (значение

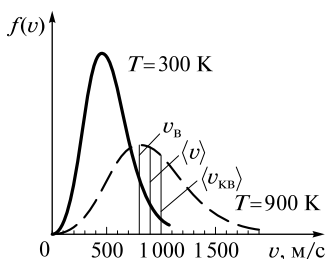


Рис. 58

наиболее вероятной скорости становится больше). Площадь же, ограниченная кривой, остается неизменной, поэтому с повышением температуры кривая $f(v)$ растягивается и понижается.

При рассмотрении идеальных газов используется также **средняя скорость**

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad (45.5)$$

(формулу для ее определения приводим без вывода).

Таким образом, скорости, характеризующие состояние газа:

- **наиболее вероятная**

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}; \quad (45.6)$$

- **средняя**

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad (45.7)$$

- **средняя квадратичная** [см. также (44.9) и (44.10)]

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (45.8)$$

[см. также рис. 58]. В формулах (45.6)—(45.8) учтено, что $k = \frac{R}{N_A}$ и

$$m_0 N_A = M.$$

§ 46. Барометрическая формула. Распределение Больцмана

Как известно из опыта, атмосферное давление p с высотой h убывает. Предполагая, что поле тяготения однородно, температура постоянна, масса всех молекул газа одинакова, ускорение свободного падения не изменяется, выведем зависимость $p(h)$.

Выделим в атмосфере вертикальный столб площадью поперечного сечения 1 м^2 (рис. 59). Если атмосферное давление на высоте h равно p , то на высоте $h + dh$ оно равно $p + dp$ (при $dh > 0$ $dp < 0$, так как давление с высотой убывает). Разность давлений p и $p + dp$ равна весу газа, заключенного в объеме цилиндра высотой dh с основанием площадью 1 м^2 :

$$p - (p + dp) = \rho g dh,$$

где ρ — плотность газа на высоте h (dh настолько мало, что при изменении высоты в этом пределе плотность газа можно считать постоянной). Следовательно,

$$dp = -\rho g dh. \quad (46.1)$$

Учитывая, что плотность газа

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (46.2)$$

и то, что при условиях, близких к нормальным, воздух хорошо подчиняется уравнению Клапейрона—Менделеева (43.6) $pV = \frac{m}{M}RT$, выражение (46.1) запишем в виде

$$dp = -\frac{Mg}{RT} p dh, \text{ или } \frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} dh.$$

Проинтегрируем последнее уравнение

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} \int_0^h dh, \quad \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{Mg}{RT} h$$

[учли, что высоты обозначаются относительно уровня моря ($h = 0$), где давление считается нормальным (p_0)]. Потенцируя последнее выражение, получим зависимость давления p от высоты h

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}, \quad (46.3)$$

которая называется **барометрической формулой**. Отметим, что она выведена для $T = \text{const}$.

Учитывая, что $p = nkT$ [см. (43.8)], $M = m_0 N_A$ [см. (40.4)] и $R = kN_A$ [см. (43.7)], формулу (46.3) можем записать в виде

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}, \quad (46.4)$$

где $m_0 gh = \Pi$ — потенциальная энергия молекулы в поле тяготения, тогда

$$n = n_0 e^{-\frac{\Pi}{kT}}, \quad (46.5)$$

где n — концентрация молекул (их число в единице объема) на высоте h ; n_0 — то же, на высоте $h = 0$.

Выражение (46.5) называется **распределением Больцмана** для внешнего потенциального поля. Из него следует, что при постоянной

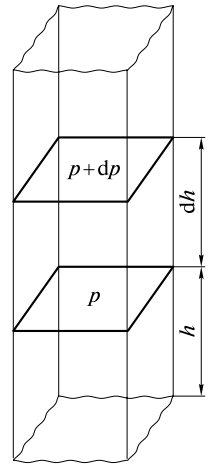


Рис. 59

температуре плотность газа больше там, где меньше потенциальная энергия его молекул.

Если частицы имеют одинаковую массу и находятся в состоянии хаотического теплового движения, то распределение Больцмана (46.5) справедливо в любом внешнем потенциальном поле, а не только в поле сил тяжести.

§ 47. Опытное обоснование молекулярно-кинетической теории

Одним из явлений, подтверждающих существование *непрерывного хаотического движения* молекул, является *диффузия*. **Диффузия** — самопроизвольное проникновение и перемешивание двух соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел, обусловленное тепловым движением молекул. Примером диффузии газов является распространение запаха духов.

Подтверждением вывода молекулярно-кинетической теории о хаотическом тепловом движении атомов и молекул является также **броуновское движение** (по имени шотландского ботаника Броуна; 1827) — беспорядочное движение малых частиц (размером около 1 мкм), взвешенных в жидкости или газе, происходящее *под действием ударов молекул среды, в которой частицы взвешены*. Так как молекулы движутся хаотически, броуновские частицы получают толчки с разных сторон, поэтому и совершают движение столь причудливой формы (рис. 60).

Распределение молекул по скоростям и их определение впервые (1920) проведено немецким ученым Штерном.

Схема установки Штерна приведена на рис. 61. Вдоль оси внутреннего цилиндра с щелью натянута платиновая проволока, покрытая слоем серебра и нагреваемая током при откаченном воздухе. При нагревании серебро испаряется. Атомы серебра, вылетая через щель, попадают на внутреннюю поверхность второго цилиндра, давая изображение щели *O*. Если прибор привести во вращение вокруг

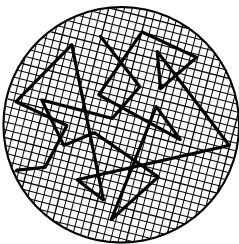


Рис. 60

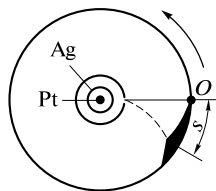


Рис. 61

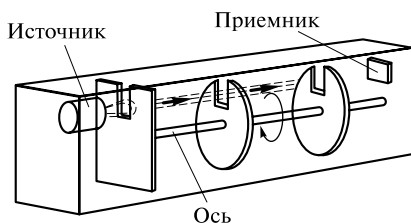


Рис. 62

общей оси цилиндров, то атомы серебра осядут не против щели, а сместятся от точки O на некоторое расстояние s . Изображение щели получается размытым. Исследуя толщину осажденного слоя, можно оценить *распределение молекул по скоростям*, которое соответствует *максвелловскому распределению*.

Более точное подтверждение справедливости максвелловского распределения молекул по скоростям было осуществлено (1929) Ламмертом (рис. 62).

Молекулярный пучок, сформированный источником, проходя через щель, попадает в приемник. Между источником и приемником помещают два диска с прорезями, закрепленных на общей оси.

При неподвижных дисках молекулы достигают приемника, проходя через прорези в обоих дисках. Если ось привести во вращение, то приемника достигнут только те прошедшие прорезь в первом диске молекулы, которые затрачивают для пробега между дисками время, равное или кратное времени оборота диска. Другие же молекулы задерживаются вторым диском. Меняя угловую скорость вращения дисков и измеряя число молекул, попадающих в приемник, можно выявить закон распределения молекул по скоростям.

Отметим еще, что Перрен (1909), исследуя под микроскопом броуновское движение, нашел, что броуновские частицы распределяются по высоте подобно молекулам газа в поле тяготения. Применив к ним распределение Больцмана (46.5), Перрен экспериментально определил значение постоянной Авогадро [см. (40.2)], которое соответствовало значениям, полученным из других опытов, что подтверждает применимость к броуновским частицам распределения Больцмана.

§ 48. Средняя длина свободного пробега молекул

В результате хаотического движения молекулы газа непрерывно сталкиваются между собой. Расстояние l , преодолеваемое молекулой между двумя последовательными столкновениями, называют *длиной*

свободного пробега. Естественно, l каждой молекулы различна, но поскольку в газе молекул много, то вводят понятие **средней длины свободного пробега** $\langle l \rangle$ молекул. В силу хаотичности движения $\langle l \rangle$ для данного состояния газа является постоянной величиной, характеризующей всю совокупность молекул газа при данных давлении и температуре. Между столкновениями (на длине свободного пробега) молекула движется равномерно и прямолинейно.

Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул, называют **эффективным диаметром молекулы** d .

За 1 с молекула проходит в среднем путь, равный средней скорости $\langle v \rangle$ [см. (45.5)], и если $\langle z \rangle$ — среднее число столкновений, испытываемых одной молекулой газа за 1 с, то средняя длина свободного пробега

$$\langle l \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle}. \quad (48.1)$$

Для упрощенного вычисления средней длины свободного пробега молекул воспользуемся следующей моделью: молекулу представим в виде твердого шарика диаметром d , и она движется со скоростью $\langle v \rangle$ среди других «застывших» молекул. При движении эта молекула столкнется со всеми молекулами газа, центры которых лежат от траектории движения молекулы (траектория движения ввиду большого числа молекул имеет сложный вид) на расстояниях, равных диаметру d молекул или меньших его. Тогда за 1 с движущаяся молекула столкнется со всеми молекулами, центры которых лежат внутри цилиндра высотой $\langle v \rangle$ и радиусом основания d (рис. 63).

Среднее число столкновений за 1 с

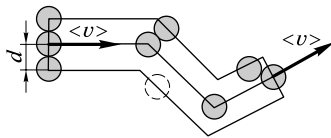
$$\langle z \rangle = nV = n\pi d^2 \langle v \rangle,$$

где n — концентрация молекул газа; V — объем ($V = \pi d^2 n$).

Точные расчеты показывают, что при учете движения других молекул

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle. \quad (48.2)$$

Тогда средняя длина свободного пробега [подставили (48.2) в (48.1)]



$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}, \quad (48.3)$$

т. е. $\langle l \rangle$ обратно пропорциональна концентрации n молекул. Это означает, что чем меньше плотность газа (меньше n), тем больше средняя длина свободного

Рис. 63

пробега. Так, уменьшив плотность газа в 10 раз, во столько же раз увеличится $\langle l \rangle$.

Откачивая из сосуда газ, по мере понижения давления число столкновений молекул друг с другом уменьшается, что приводит к увеличению длины свободного пробега.

Газ, давление которого ниже нормального атмосферного давления, называют **разреженным**. При достаточно большом разрежении столкновения между молекулами относительно редки, поэтому основную роль играют столкновения молекул со стенками сосуда.

Вакуумом называют состояние газа, при котором средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул сравнима (или больше) с линейным размером d откачиваемого сосуда, характерным для рассматриваемого процесса.

Если средняя длина свободного пробега гораздо больше линейного размера ($\langle l \rangle \gg d$), то имеет место **сверхвысокий вакуум**. Газ в состоянии сверхвысокого вакуума называют **ультраразреженным**.

Понятие вакуума применимо к газу, находящемуся в замкнутом либо откачанном сосуде, а также газу в свободном пространстве, например к космосу.

§ 49. Основные понятия

Термодинамика — раздел физики, в котором изучаются общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии теплового равновесия (см. § 40), и процессы перехода между этими состояниями.

Термодинамика, изучая свойства макроскопических тел, не вдается в их микроскопическую природу, как это делает молекулярная физика (см. § 39).

Термодинамика основывается на *термодинамическом методе* исследования системы из большого числа частиц, оперирующий на основе законов сохранения энергии величинами, которые характеризуют систему в целом (например, давление, объем, температура). При этом не рассматриваются ее микроструктура и совершающиеся в ней микропроцессы.

Термодинамика базируется на двух началах — фундаментальных законах, установленных в результате обобщения опыта. Область применения термодинамики значительно шире, чем молекулярно-кинетической теории, ибо нет таких областей физики и химии, в которых нельзя было бы пользоваться термодинамическим методом. Однако с другой стороны, термодинамический метод несколько ограничен: термодинамика ничего не говорит о микроскопическом строении вещества, механизме явлений, а лишь устанавливает связи между макроскопическими свойствами вещества. Молекулярно-кинетическая теория и термодинамика взаимно дополняют друг друга, образуя единое целое, но отличаясь различными методами исследования.

Термодинамика оперирует с *термодинамической системой* — совокупностью макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой).

Основная задача термодинамики — определение *состояния термодинамической системы*, которое задается *параметрами состояния* — совокупностью физических величин, уже рассмотренных ранее (давлением, объемом, температурой и др.), характеризующих свойства термодинамической системы.

Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из параметров состояния, называют *термодинамическим процессом*.

§ 50. Закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул

Число степеней свободы — число независимых величин, определяющих положение системы (тела). Так, положение в пространстве материальной точки полностью определяется заданием значений трех ее координат (например, декартовых x , y , z). В соответствии с этим материальная точка имеет три степени свободы.

В классической механике опытным путем показано, что при определении числа степеней свободы атомы следует рассматривать как материальные точки. Поэтому молекуле одноатомного газа приписывают три поступательные степени свободы. Двухатомной молекуле, в зависимости от характера связи между атомами, приписывают либо три поступательные и две вращательные степени свободы (в случае жесткой связи), либо еще одну колебательную степень свободы (в случае упругой связи). Трехатомную молекулу характеризуют шестью степенями свободы — тремя поступательными и тремя вращательными. Естественно, жесткой связи между атомами не существует, поэтому для реальных молекул следует учитывать также колебательные степени свободы.

Независимо от общего числа степеней свободы молекул три степени свободы всегда поступательные. Ни одна из поступательных степеней свободы не имеет преимущества перед другими, поэтому на каждую из них приходится в среднем одинаковая энергия, равная $1/3$ значения $\langle \varepsilon_0 \rangle$ в (44.11),

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{\langle \varepsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2} kT. \quad (50.1)$$

В классической статистической физике выводится *закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул*: для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная $\frac{1}{2} kT$, а на каждую колебательную степень свободы — в среднем энергия, равная kT .

Колебательная степень «обладает» вдвое большей энергией потому, что на нее приходится не только кинетическая энергия (как в случае поступательного и вращательного движений), но и потенци-

альная, причем средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы. Таким образом, средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (50.2)$$

где i — сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}.$$

§ 51. Внутренняя энергия

Внутренняя энергия термодинамической системы — это энергия хаотического (теплого) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц. К внутренней энергии не относятся кинетическая энергия системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях.

Внутренняя энергия U — *однозначная функция* термодинамического состояния системы, т. е. в каждом состоянии система обладает вполне определенной внутренней энергией. Это означает, что при переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от того, как система перешла в данное состояние.

Внутренняя энергия определяется с точностью до произвольной аддитивной постоянной. Подобная неоднозначность не отражается на выводах, поскольку в термодинамике интерес представляет не *абсолютное значение* внутренней энергии термодинамической системы, а *ее изменение* при изменении состояния системы.

Рассматривая в качестве термодинамической системы идеальный газ и учитывая, что молекулы идеального газа между собой не взаимодействуют, внутренняя энергия, отнесенная к 1 моль идеального газа, равна сумме кинетических энергий N_A молекул:

$$U_m = N_A \langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT \quad (51.1)$$

[учли формулы (50.2) и (43.7)].

Внутренняя энергия для произвольной массы m газа

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \nu \frac{i}{2} RT, \quad (51.2)$$

где M — молярная масса; $\nu = \frac{m}{M}$ — количество вещества; i — число степеней свободы.

§ 52. Работа газа при изменении его объема

Найдем в общем виде работу, совершаемую газом над внешними телами. Пусть газ заключен в цилиндрический сосуд (рис. 64) с подвижным поршнем площадью S , и вычислим работу, совершаемую газом при его расширении. Если газ медленно расширяется, переместив при этом поршень на бесконечно малое расстояние dl , то можно считать, что в течение процесса давление постоянно. Газ действует на поршень с силой $F = pS$, где p — давление газа. Работа, совершаемая газом при его расширении,

$$dA = Fdl = pSdl = p dV,$$

где $Sdl = dV$ — бесконечно малое увеличение объема. Таким образом,

$$dA = p dV. \quad (52.1)$$

Полную работу A , совершаемую газом при изменении его объема от V_1 до V_2 , найдем интегрированием формулы (52.1):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (52.2)$$

Выражение (52.2) справедливо *при любых изменениях объема твердых, жидких и газообразных тел.*

Рассмотрим графическое изображение произведенной работы на диаграмме p, V (рис. 65). При увеличении объема на dV совершаемая газом работа равна $p dV$, т. е. определяется площадью тонированной полоски с основанием dV . Поэтому полная работа, совершаемая газом при расширении от объема V_1 (точка 1) до объема V_2 (точка 2), определяется площадью, ограниченной осью абсцисс, кривой $p = f(V)$ и прямыми V_1 и V_2 .

Графически можно изображать только **равновесные процессы** — процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало. **Все реальные процессы неравновесны** (они протекают с конечной скоростью), но в ряде

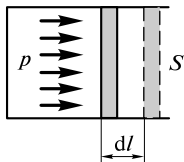


Рис. 64

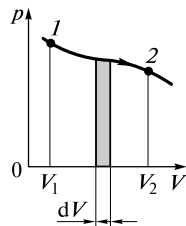


Рис. 65

случаев неравновесностью реальных процессов можно пренебречь (чем медленнее протекает процесс, тем он ближе к равновесному).

§ 53. Первое начало термодинамики

Первое начало термодинамики, сформулированное на основе многовековых опытных данных, — *фундаментальный закон природы* — представляет собой *закон сохранения и превращения энергии применительно к термодинамическим процессам*.

Внутреннюю энергию системы можно изменять в результате совершения *над системой работы* и *сообщения ей теплоты*. Так, при движении поршня внутрь цилиндра газ, находящийся в нем, сжимается, в результате чего его температура повышается, т.е. тем самым изменяется (увеличивается) внутренняя энергия газа. С другой стороны, температуру газа и его внутреннюю энергию можно повысить за счет сообщения ему некоторого количества теплоты — энергии, переданной системе внешними телами путем *теплообмена* (процесс обмена внутренними энергиями при контакте тел с разными температурами).

Пусть система (газ, заключенный в цилиндр под поршнем), обладая внутренней энергией U_1 , получила некоторое количество теплоты Q и, совершив работу A над внешней средой, т.е. против внешних сил, перешла в новое состояние, характеризующееся внутренней энергией U_2 . *Количество теплоты считается положительным, когда оно подводится к системе, а работа — положительной, когда система совершает ее против внешних сил.*

В соответствии с *законом сохранения энергии* при любом способе перехода системы из первого состояния во второе изменение внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$ будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты Q , полученным системой, и работой A , совершенной системой против внешних сил:

$$\Delta U = Q - A,$$

или

$$Q = \Delta U + A. \quad (53.1)$$

Уравнение (53.1) выражает *первое начало термодинамики*: теплота, полученная системой, идет на изменение ее внутренней энергии и совершение ею работы против внешних сил.

Выражение (53.1) для элементарного процесса можно записать в виде

$$dQ = dU + dA, \quad (53.2)$$

где dQ — бесконечно малое количество теплоты; dU — бесконечно малое изменение внутренней энергии системы; dA — элементарная работа.

Из формулы (53.1) следует, что в СИ количество теплоты выражается в тех же единицах, что работа и энергия, т. е. в *джоулях* (Дж).

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение ее внутренней энергии $\Delta U = 0$. Тогда, согласно первому началу термодинамики,

$$A = Q, \quad (53.3)$$

т. е. **вечный двигатель первого рода** — периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, невозможен (одна из формулировок первого начала термодинамики).

Первое начало термодинамики может быть представлено также в виде

$$\Delta U = A' + Q, \quad (53.4)$$

т. е. изменение внутренней энергии системы при переходе ее из одного состояния в другое равно сумме совершенной над системой работы A' и полученной системой теплоты Q . В формулах (53.1) и (53.4) $A' = -A'$.

§ 54. Теплоемкость. Уравнение Майера

Теплоемкостью называют физическую величину, определяемую количеством теплоты, необходимой для нагревания тела на 1 К:

$$C = \frac{dQ}{dT}, \quad (54.1)$$

где dQ — количество теплоты, сообщение которого повышает температуру тела на dT . Единица теплоемкости в СИ — *джоуль на кельвин* (Дж/К).

Рассматривают также

- **удельную теплоемкость** (теплоемкость единицы массы вещества)

$$c = \frac{dQ}{m dT} \quad (54.2)$$

(единица в СИ — *джоуль на килограмм-кельвин* (Дж/(кг·К)));

- **молярную теплоемкость** (теплоемкость 1 моль вещества)

$$C_m = \frac{dQ}{\nu dT} \quad (54.3)$$

[$\nu = m/M$ — количество вещества. Единица в СИ — *джоуль на моль-кельвин* (Дж/(моль·К))].

Удельная теплоемкость связана с молярной соотношением

$$C_m = cM, \quad (54.4)$$

где M — молярная масса вещества.

Различают *теплоемкость при постоянном объеме (давлении)*, если в процессе нагревания вещества его объем (давление) поддерживается постоянным.

Согласно первому началу термодинамики (53.2) $dQ = dU + dA$, отнесенному к 1 моль газа с учетом (51.1) и (54.3):

$$C_m dT = dU_m + p dV_m. \quad (54.5)$$

Если газ нагревается при постоянном объеме, то работа внешних сил равна нулю [см. (52.1)] и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии:

$$C_V = \frac{dU_m}{dT}, \quad (54.6)$$

т.е. молярная теплоемкость газа при постоянном объеме C_V равна изменению внутренней энергии 1 моль газа при повышении его температуры на 1 К.

Согласно (52.2) для 1 моль газа $dU_m = \frac{i}{2} R dT$, тогда

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad (54.7)$$

где i — число степеней свободы.

Если газ нагревается при постоянном давлении, то выражение (54.5) можно записать в виде

$$C_p = \frac{dU_m}{dT} + \frac{pdV_m}{dT}. \quad (54.8)$$

Учитывая формулу (54.6) и уравнение Клапейрона—Менделеева (43.4) для $p = \text{const}$ $p dV_m = R dT$, выражение (54.8) запишется в виде

$$C_p = C_V + R. \quad (54.9)$$

Выражение (54.9) называют *уравнением Майера*. Оно справедливо только для идеального газа.

Из уравнения Майера следует, что C_p всегда больше C_V на величину молярной газовой постоянной. Это объясняется тем, что при нагревании газа при постоянном давлении требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы по расширению газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа.

Молярная теплоемкость при постоянном давлении

$$C_p = \frac{i+2}{2} R \quad (54.10)$$

[учли (54.9) и (54.7)].

При рассмотрении термодинамических процессов важно знать характерное для каждого газа отношение C_p к C_V :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \quad (54.11)$$

§ 55. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам

Применим первое начало термодинамики к *изопроцессам* — равновесным процессам, при которых один из основных параметров постоянен. Таковыми являются *изохорный, изобарный и изотермический процессы* (см. § 41).

Изохорный процесс ($V = \text{const}$). При изохорном процессе газ не совершает работу над внешними телами, поскольку согласно (52.1)

$$dA = p dV = 0.$$

Из первого начала термодинамики (53.2) следует, что в случае изохорного процесса

$$dQ = dU,$$

т. е. вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии.

Согласно формуле (54.6)

$$dU_m = C_V dT.$$

Тогда для произвольной массы газа получим

$$dQ = dU = \frac{m}{M} C_V dT. \quad (55.1)$$

Изобарный процесс ($p = \text{const}$). Рассмотрим изобарное расширение идеального газа (рис. 66). Изобара в координатах p, V изображается прямой, параллельной оси V . При изобарном процессе работа газа [см. (52.2)] при увеличении объема от V_1 до V_2 равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) \quad (55.2)$$

и определяется площадью тонированного прямоугольника.

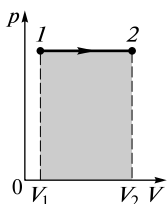


Рис. 66

Из уравнения Клапейрона—Менделеева (43.6) для состояний 1 и 2

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{M}RT_2.$$

Подставив эти формулы в (55.2), получим, что работа изобарного расширения

$$A = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1). \quad (55.3)$$

Из этого выражения вытекает *физический смысл молярной газовой постоянной R*: если $T_2 - T_1 = 1$ К, то для 1 моль газа $R = A$, т. е. R численно равна работе *изобарного расширения* 1 моль идеального газа при нагревании его на 1 К.

В случае изобарного сжатия работа $A < 0$, т. е. не газ совершает работу, а, наоборот, внешние силы совершают положительную работу A' по сжатию газа, т. е. $A' = -A$.

В изобарном процессе при сообщении газу массой m количества теплоты

$$dQ = \frac{m}{M}C_p dT \quad (55.4)$$

его внутренняя энергия возрастает на величину [согласно формуле (54.6)]

$$dU = \frac{m}{M}C_v dT. \quad (55.5)$$

При этом газ совершает работу, определяемую формулой (55.3).

Изотермический процесс ($T = \text{const}$). Рассмотрим изотермическое расширение идеального газа (рис. 67). Изотерма в координатах p, V задается гиперболой. Работа изотермического расширения газа с учетом (51.2) и (43.6)

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M}RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M}RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (55.6)$$

и определяется площадью тонированной фигуры на рис. 67.

При $T = \text{const}$ внутренняя энергия идеального газа не изменяется, т. е.

$$dU = \frac{m}{M}C_v dT = 0.$$

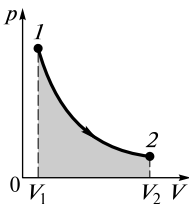


Рис. 67

Из первого начала термодинамики (53.2) следует, что в случае изотермического процесса все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил:

$$dQ = dA. \quad (55.7)$$

Тогда согласно (55.7) и (55.6)

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (55.8)$$

(учли закон Бойля—Мариотта (42.1) $p_1 V_1 = p_2 V_2$).

Следовательно, для того чтобы при расширении газа *температура не понижалась, к газу в течение изотермического процесса необходимо подводить количество теплоты, эквивалентное внешней работе расширения.*

§ 56. Адиабатный процесс

Адиабатный процесс — процесс, при котором отсутствует теплообмен между системой и окружающей средой ($dQ = 0$). Близким к адиабатному можно считать процесс быстрого расширения или сжатия газа, например расширение и сжатие горючей смеси в цилиндрах автомобилей.

Согласно первому началу термодинамики (53.2) $dQ = dU + dA$, в случае адиабатного процесса

$$dA = -dU, \quad (56.1)$$

т. е. внешняя работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.

Это уравнение с учетом (52.1) и (51.2) запишем в виде

$$p dV = -\frac{m}{M} C_V dT. \quad (56.2)$$

Продифференцировав уравнение Клапейрона—Менделеева $pV = \frac{m}{M} RT$, получим

$$p dV + V dp = \frac{m}{M} R dT.$$

Исключив из двух последних уравнений температуру, найдем

$$\frac{p dV + V dp}{p dV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V}$$

[учли уравнение Майера (54.9)]. Разделив переменные и учитывая,

что $\frac{C_p}{C_V} = \gamma$ [см. (54.11)], найдем

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}.$$

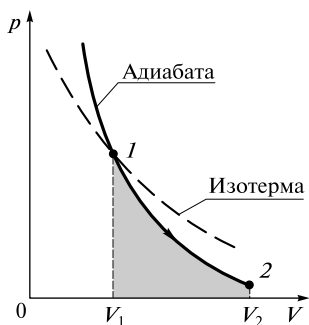


Рис. 68

Интегрируя это уравнение в пределах от p_1 до p_2 и соответственно от V_1 до V_2 , а затем потенцируя, приходим к выражению

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma, \text{ или } p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma.$$

Так как состояния 1 и 2 выбраны произвольно, можно записать

$$pV^\gamma = \text{const.} \quad (56.3)$$

Выражение (56.3) — **уравнение адиабатного процесса**, называемое также **уравнением Пуассона**.

Применяя уравнение Клапейрона—Менделеева $pV = \frac{m}{M}RT$, исключив давление в (56.3), приходим к формуле

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.} \quad (56.4)$$

Это — также уравнение адиабатного процесса. График зависимости между параметрами состояния идеального газа при $dQ = 0$ называют **адиабатой**. Адиабата в координатах p, V изображается гиперболой (рис. 68). На рисунке видно, что адиабата ($pV^\gamma = \text{const}$) более крута, чем изотерма ($pV = \text{const}$). Это объясняется тем, что при адиабатном сжатии увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, как при изотермическом сжатии, но и повышением температуры.

Вычислим работу, совершаемую газом в адиабатном процессе. Запишем уравнение (56.1) в виде

$$dA = -\frac{m}{M}C_V dT.$$

Если газ адиабатно расширяется от объема V_1 до V_2 , то его температура уменьшается от T_1 до T_2 и работа расширения идеального газа

$$A = -\frac{m}{M}C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{M}C_V(T_1 - T_2) \quad (56.5)$$

и определяется площадью тонированной фигуры на рис. 68.

§ 57. Круговой процесс (цикл). Необратимость тепловых процессов

Процесс, при котором система, претерпев ряд изменений, возвращается в исходное состояние, называют **круговым**, или **циклом**.

На диаграмме p, V цикл изображается замкнутой кривой (рис. 69). Цикл, совершаемый идеальным газом, можно разбить на процессы расширения ($1-2$) и сжатия ($2-1$) газа. Работа расширения (определяется площадью фигуры $1a2V_2V_11$) положительна ($dV > 0$), работа сжатия (определяется площадью фигуры $2b1V_1V_22$) отрицательна ($dV < 0$). Следовательно, работа, совершаемая газом за цикл, определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой.

Если за **цикл** совершается **положительная работа** ($A > 0$) (цикл совершается по **часовой стрелке**), то его называют **прямым** (именно такой цикл изображен на рис. 69). **Цикл**, при котором совершается **отрицательная работа** ($A < 0$) (цикл протекает **против часовой стрелки**), называют **обратным**.

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние и, следовательно, полное изменение внутренней энергии газа равно нулю ($\Delta U = 0$). Поэтому первое начало термодинамики (53.1) для кругового процесса

$$Q = \Delta U + A = A, \quad (57.1)$$

т. е. работа, совершаемая за цикл, равна количеству полученной извне теплоты.

Однако в результате кругового процесса система может теплоту как получать, так и отдавать, поэтому

$$Q = Q_1 - Q_2, \quad (57.2)$$

где Q_1 — количество теплоты, полученное системой; Q_2 — количество теплоты, отданное системой.

Термодинамический процесс называется **обратимым**, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении, причем если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в

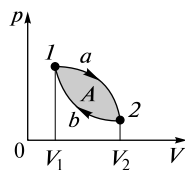


Рис. 69

этой системе не происходит никаких изменений. Любой *процесс*, не удовлетворяющий этим условиям, является *необратимым*.

Все тепловые процессы являются необратимыми. Теплообмен всегда происходит от горячего тела к холодному самопроизвольно, причем до тех пор, пока температуры тел не окажутся одинаковыми. Например, горячий кофе, налитый в чашку, постепенно остывает, нагревая воздух. Но теплый кофе в чашке никогда самопроизвольно не закипит при охлаждении окружающего его воздуха. Следовательно, энергия всегда передается сама собой от тел с более высокой температурой к телам с более низкой температурой, т. е. *только в одном направлении*. Таким образом, *необратимые процессы* — процессы, которые могут протекать в одном, определенном направлении.

Отметим, что равновесный процесс всегда обратим. *Обратимые процессы* — это идеализация реальных процессов. В некоторых конкретных случаях термодинамические процессы приближенно можно считать обратимыми. Кроме того, все количественные выводы термодинамики применимы только к равновесным состояниям и обратимым процессам.

§ 58. Энтропия и ее статистический смысл

Для описания теплового движения, а оно качественно отличается от других видов движения беспорядочностью, хаотичностью, вводят *количественную меру степени молекулярного беспорядка — энтропию*. Термин «*энтропия*» (от греч. *entropia* — поворот, превращение) в естествознании — мера беспорядка системы, состоящей из многих элементов [впервые введена Клаузиусом (1865)].

Энтропию определяют как *функцию состояния* S термодинамической системы, приращение которой dS для бесконечно малого обратимого процесса равно отношению элементарного количества теплоты dQ , полученной системой, к термодинамической температуре T системы:

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (58.1)$$

В термодинамике доказывается, что в любом *обратимом круговом процессе*

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0, \quad (58.2)$$

следовательно, изменение энтропии для *обратимого процесса*

$$\Delta S = 0. \quad (58.3)$$

С другой стороны, согласно выводам термодинамики, энтропия системы, совершающей *необратимый цикл*, возрастает:

$$\Delta S > 0. \quad (58.4)$$

Выражения (58.3) и (58.4) относятся только к *замкнутым системам*, если же система обменивается теплотой с внешней средой, то ее энтропия может вести себя любым образом. Соотношения (58.3) и (58.4) можно записать в виде *неравенства Клаузиуса*

$$\Delta S \geq 0. \quad (58.5)$$

Если система совершает равновесный переход из состояния 1 в состояние 2, то, согласно (58.1), изменение энтропии

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T}, \quad (58.6)$$

где подынтегральное выражение и пределы интегрирования определяются через величины, характеризующие исследуемый процесс.

Энтропия определяется с точностью до *аддитивной постоянной*, значение которой не играет роли, так как физический смысл имеет не сама энтропия, а разность энтропий.

Так как для адиабатного процесса $dQ = 0$, то $\Delta S = 0$ и, следовательно, $S = \text{const}$, т. е. *адиабатный обратимый процесс* в системе протекает *при постоянном значении ее энтропии*. Поэтому его часто называют *изоэнтропийным процессом*.

Для описания процессов в замкнутой термодинамической системе надо знать вероятность различных состояний системы. Энтропию связывают с *термодинамической вероятностью* состояния системы [Больцман (1872)].

Микросостояние системы определено, если заданы положения и скорости каждой молекулы в любой момент времени. Если же заданы макроскопические свойства системы (температура, давление, количество вещества и т. д.), то определено ее *макросостояние*. Понятно, что определить можно только макросостояние, поскольку молекул в системе много и невозможно указать положение и скорость каждой из них в любой момент времени. Однако надо помнить, что *одному и тому же* макросостоянию может соответствовать большое, даже огромное, число возможных микросостояний. Это огромное число различных микросостояний, посредством которых осуществляется данное микросостояние, называется *статистическим весом макросостояния*.

В основе статистического подхода лежит положение о том, что все микросостояния равновероятны. Отсюда следует, что вероятность данного макросостояния пропорциональна его статистическому весу. Согласно определению, статистический вес всегда больше единицы. Статистический вес, нормированный на общее число микросостоя-

ний, называют *термодинамической вероятностью* W состояния системы.

Если газ находится в состоянии термодинамического равновесия, то наиболее вероятным является распределение молекул по скоростям, определяемое законом Максвелла (см. § 45). Если же распределение молекул по скоростям отклонится от этого закона, то при отсутствии внешних воздействий в системе возникнут процессы, которые приведут систему в наиболее вероятное состояние. Например, наиболее вероятным состоянием газа (воздуха) в помещении будет такое, при котором молекулы газа занимают весь объем помещения и движутся с различными скоростями (данное состояние и определяется законом Максвелла). Понятно, что весьма маловероятным является состояние газа, при котором все его молекулы движутся с одинаковыми скоростями и сосредоточены, например, в одном углу помещения.

Из приведенного примера следует, что термодинамическая вероятность связана со степенью молекулярного беспорядка, а значит, и с энтропией. Наиболее вероятному состоянию соответствует наибольшая энтропия, а следовательно, и максимальный беспорядок в системе.

Согласно Больцману, энтропия системы в данном макросостоянии связана с термодинамической вероятностью следующим образом:

$$S = k \ln W, \quad (58.7)$$

где k — постоянная Больцмана.

Таким образом, энтропия определяется логарифмом числа микросостояний, с помощью которых может быть реализовано данное макросостояние. Следовательно, энтропия может рассматриваться как *мера вероятности* состояния термодинамической системы. Формула Больцмана (58.7) позволяет дать энтропии *следующее статистическое* толкование: энтропия является *мерой неупорядоченности системы*. В самом деле, чем больше число микросостояний, реализующих данное макросостояние, тем больше энтропия. В состоянии равновесия — наиболее вероятного состояния системы — число микросостояний максимально, при этом максимальна и энтропия.

Так как реальные процессы необратимы, можно утверждать, что все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению ее энтропии — ***принцип возрастания энтропии***. При статистическом толковании энтропии это означает, что процессы в замкнутой системе идут в направлении увеличения числа микросостояний, иными словами, *от менее вероятных состояний к более вероятным*, до тех пор, пока вероятность состояния не станет максимальной.

Сопоставляя выражения (58.5) и (58.7), видим, что энтропия и термодинамическая вероятность состояний замкнутой системы могут либо возрастать (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянными (в случае обратимых процессов).

§ 59. Второе начало термодинамики

Первое начало термодинамики (см. § 53), выражая закон сохранения и превращения энергии для термодинамических процессов, не определяет направление протекания этих процессов. Поскольку *тепловые процессы необратимы* (см. § 57), то теплообмен самопроизвольно может проходить только в одном направлении — от более нагретых тел к менее нагретым, и в результате происходит выравнивание термодинамических параметров, например температур.

Согласно первому началу термодинамики, нельзя указать, в каком направлении происходит теплообмен между телами, нагретыми до разных температур. Первому началу не противоречит самопроизвольный переход тепловой энергии от более нагретого тела к менее нагретому и обратный переход (в природе не осуществляется!). Таким образом, *направленность* или, что то же самое, *необратимость* тепловых процессов *не вытекает из первого начала термодинамики*.

Второе начало термодинамики, основываясь на обобщении многовековых опытных данных, определяет *направление протекания* термодинамических процессов, отражая их *необратимость*, и указывает, *какие процессы в природе возможны, а какие невозможны*.

Существует несколько формулировок второго начала термодинамики, причем все они эквивалентны друг другу. Используя понятие энтропии и неравенство Клаузиуса (см. § 58), *второе начало термодинамики* можно сформулировать как *закон возрастания энтропии* замкнутой системы при необратимых процессах: *любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает*.

Можно дать более краткую формулировку второго начала термодинамики: *в процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывает*. Здесь существенно, что речь идет о замкнутых системах, так как в незамкнутых системах энтропия может вести себя любым образом (убывать, возрастать, оставаться постоянной). Кроме того, отметим еще раз, что энтропия остается постоянной в замкнутой системе только *при обратимых процессах*. При необратимых процессах в замкнутой системе энтропия всегда возрастает.

Приведем еще две формулировки *второго начала термодинамики*:

1) *по Кельвину*: невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу;

2) *по Клаузиусу*: невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.

В этих формулировках следует обратить внимание на слова «единственным результатом»: запреты второго начала сразу снима-

ются, если процессы, о которых идет речь, не являются единственными.

Из формулировки второго начала термодинамики по Кельвину следует, что *вечный двигатель второго рода* — периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет охлаждения одного источника теплоты, — невозможен. Это еще одна формулировка второго начала термодинамики.

§ 60. ТЕПЛОВОЙ ДВИГАТЕЛЬ И ХОЛОДИЛЬНАЯ МАШИНА

Тепловой двигатель — периодически (циклически) действующий двигатель, совершающий работу за счет полученной извне теплоты.

В тепловых двигателях используется *прямой цикл* (см. § 57). От *термостата* (термодинамическая система, обменивающаяся теплотой с телами без изменения температуры) с более высокой температурой T_1 (рис. 70), называемого *нагревателем*, за цикл отнимается количество теплоты Q_1 , а термостату с более низкой температурой T_2 , называемому *холодильником*, за цикл передается количество теплоты Q_2 , при этом совершается работа $A = Q_1 - Q_2$.

Коэффициентом полезного действия теплового двигателя называют отношение работы A , совершенной двигателем за цикл, к количеству теплоты Q_1 , полученному от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \quad (60.1)$$

который не может быть больше единицы.

Холодильная машина — периодически (циклически) действующая установка, в которой за счет работы внешних сил теплота переносится к телам с более высокой температурой.

В холодильных машинах используется *обратный цикл* (см. § 57). За цикл от термостата с более низкой температурой T_2 (рис. 71) отбирается количество теплоты Q_2 и отдается термостату с более высокой температурой T_1 количество теплоты Q_1 . Для кругового процесса $Q = A$ [см. (53.3)], но по условию $Q = Q_2 - Q_1 < 0$ и $A < 0$. Тогда

$$Q_2 - Q_1 = A'$$

[поскольку $A' = -A$ (см. § 53)] или

$$Q_1 = Q_2 + A', \quad (60.2)$$

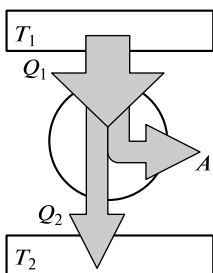


Рис. 70

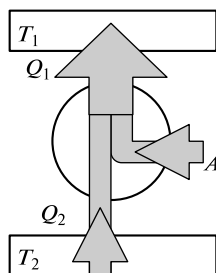


Рис. 71

т.е. количество теплоты Q_1 , отданное системой источнику теплоты при более высокой температуре T_1 , больше количества теплоты Q_2 , полученного от источника теплоты при более низкой температуре T_2 , на величину работы A' , совершенной над системой.

Таким образом, *без совершения работы нельзя отбирать теплоту от менее нагретого тела и отдавать ее более нагретому*. Это утверждение есть не что иное, как второе начало термодинамики в формулировке Клаузиуса.

Второе начало термодинамики вовсе не запрещает переход теплоты от менее нагретого тела к более нагретому. Именно такой переход осуществляется в холодильной машине. Но при этом следует помнить, что внешние силы совершают работу над системой, т.е. этот переход не является единственным результатом процесса.

Эффективность холодильной машины характеризуют **холодильным коэффициентом**

$$\eta' = \frac{Q_2}{A'} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$

— отношением отнятой от термостата с более низкой температурой количества теплоты Q_2 к работе A' , которая затрачивается на приведение холодильной машины в действие.

§ 61. Цикл Карно

Рассмотрим *прямой равновесный* круговой процесс — **цикл Карно** (1824), совершаемый идеальным газом и состоящий из четырех последовательных процессов: изотермического расширения $1-2$, адиабатного расширения $2-3$, изотермического сжатия $3-4$ и адиабатного сжатия $4-1$ (рис. 72).

При изотермическом расширении, согласно (55.8), количество теплоты Q_1 , полученное газом от нагревателя, равно работе расширения A_{12} , совершаемой газом при переходе из состояния 1 в состояние 2 :

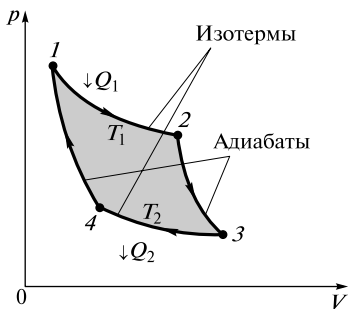


Рис. 72

Количество теплоты Q_2 , отданное газом холодильнику при изотермическом сжатии $3-4$, равно работе сжатия A_{34} :

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2. \quad (61.2)$$

Работа адиабатного сжатия $4-1$

$$A_{41} = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}.$$

Работа, совершаемая в результате кругового процесса,

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 - A_{23} = Q_1 - Q_2$$

и определяется площадью, тонированной на рис. 72.

Термический КПД цикла Карно, согласно (60.1),

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (61.3)$$

Применив уравнение (56.4) для адиабат $2-3$ и $4-1$, получим

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},$$

откуда

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}. \quad (61.4)$$

Подставляя (61.1) и (61.2) в формулу (61.3) и учитывая (61.4), получаем

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

или

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (61.5)$$

т. е. для цикла Карно КПД определяется только температурами нагревателя и холодильника.

Согласно *теореме Карно*, коэффициент полезного действия всех обратимых машин, работающих при одинаковых температурах нагревателей T_1 и T_2 , одинаков и определяется только температурами нагревателя и холодильника.

Глава 10

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

**§ 62. Электрический заряд.
Закон сохранения заряда**

Электрический заряд — это связанное с телом свойство, позволяющее ему быть источником *электрического поля* и участвовать в *электромагнитных взаимодействиях*.

Существует *два типа электрических зарядов*: *заряды*, подобные возникающим на стекле, потертом о кожу (их назвали *положительными*), и заряды, подобные возникающим на эбоните, потертом о мех (их назвали *отрицательными*).

Все тела в природе способны электризоваться, т.е. приобретать электрический заряд. Электризация тел может осуществляться различными способами: соприкосновением (трением), электростатической индукцией и т.д. Как правило, процесс заряжения сводится к разделению зарядов, при котором на одном из тел (или части тела) появляется избыток положительного заряда, а на другом (или другой части тела) — избыток отрицательного заряда.

Электрический заряд — одна из *основных характеристик тел* — обладает следующими фундаментальными свойствами:

- *существует в двух видах*: положительный и отрицательный. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные — притягиваются;
- *инвариантен*: величина заряда не зависит от системы отсчета, т.е. не зависит от того, движется он или покоится;
- *дискретен*: заряд любого тела составляет целое кратное *элементарному электрическому заряду e* ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл). *Электрон* ($m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг) и *протон* ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг) являются носителями элементарного соответственно отрицательного и положительного заряда;

- *аддитивен*: заряд любой системы тел (частиц) равен сумме зарядов тел (частиц), входящих в систему.

Единица электрического заряда в СИ — 1 **кулон** (1 Кл — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с). Кулон — *производная единица*.

В результате обобщения опытных данных и экспериментального подтверждения Фарадеем (1843) был сформулирован **закон сохранения электрического заряда**: общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется: эти заряды только перераспределяются между телами.

Замкнутой называют *систему*, не обменивающуюся зарядами с внешними телами.

§ 63. Закон Кулона

Для описания взаимодействия электрических зарядов вводится **точечный заряд** — заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Это, конечно, *физическая абстракция*.

Закон взаимодействия *неподвижных* относительно друг друга точечных электрических зарядов — **закон Кулона** (1785) — установлен опытным путем: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися *в вакууме*, пропорциональна зарядам Q_1 и Q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

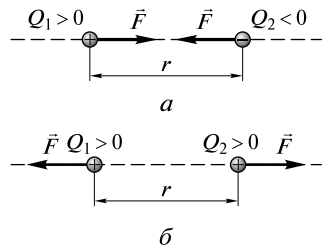
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}. \quad (63.1)$$

Сила \vec{F} , называемая также **кулоновской силой**, направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т.е. является *центральной*, и соответствует притяжению ($F < 0$) в случае разноименных зарядов (рис. 73, а) и отталкиванию ($F > 0$) в случае одноименных (рис. 73, б).

Кулоновские силы подчиняются третьему закону Ньютона (см. § 10), так как они равны по модулю; направлены противоположно друг другу вдоль прямой, соединяющей точечные заряды; действуют парами; являются силами одной природы; приложены к разным телам (зарядам).

В формуле (63.1)

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \quad (63.2) \quad \text{Рис. 73}$$



— **электрическая постоянная**, относящаяся к числу *фундаментальных физических постоянных*, где фарад (Ф) — единица электрической емкости (см. § 76).

При решении задач удобно пользоваться величиной

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф.}$$

Точность выполнения закона Кулона на больших расстояниях, вплоть до 10^7 м, установлена с помощью спутников в околоземном пространстве. Считается, что закон Кулона должен соблюдаться и для больших расстояний, однако прямых экспериментов не проводилось. Этот закон выполняется и для малых расстояний, вплоть до 10^{-15} м (доказано в опытах Резерфорда).

Дальнейшие эксперименты по упругому рассеянию электронов с большими энергиями убедительно доказали выполнимость закона Кулона на расстояниях $\approx 10^{-17}$ м.

§ 64. Напряженность электростатического поля

Если в пространство, окружающее электрический заряд, внести другой заряд, то на него будет действовать кулоновская сила (см. § 63), значит, в пространстве, окружающем электрические заряды, существует *силовое поле*, посредством которого взаимодействуют электрические заряды. **Поля**, создаваемые неподвижными электрическими зарядами, называют **электростатическими**.

Для обнаружения и опытного исследования электростатического поля используется **пробный точечный положительный заряд** — такой заряд, который не искажает исследуемое поле (не вызывает перераспределения зарядов, создающих поле).

Если в поле, создаваемое зарядом Q , поместить пробный заряд Q_0 , то на него действует сила \vec{F} , различная в разных точках поля, которая, согласно закону Кулона (63.1), пропорциональна пробному заряду Q_0 . Поэтому отношение $\frac{\vec{F}}{Q_0}$ не зависит от Q_0 и характеризует

электростатическое поле в той точке, где пробный заряд находится. Эта величина называется **напряженностью** и является **силовой характеристикой электростатического поля**. Подчеркнем, что напряженность не зависит ни от силы, ни от величины электрического заряда, а определяется только их отношением.

Напряженность электростатического поля в данной точке есть физическая величина, определяющая силу, действующую на единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля

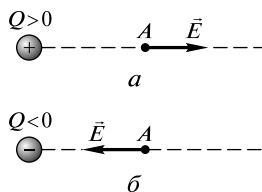


Рис. 74

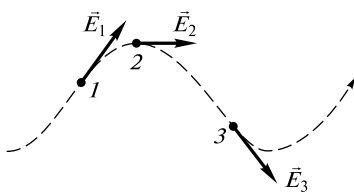


Рис. 75

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}. \quad (64.1)$$

Согласно формуле (64.1), единица напряженности электростатического поля в СИ — *ньютон на кулон* (Н/Кл); 1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует силой 1 Н; 1 Н/Кл = 1 В/м, где В (вольт) — единица потенциала электростатического поля (см. § 66).

Напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

[учли выражения (64.1) и (63.1)].

Направление вектора \vec{E} совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то вектор \vec{E} направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда, рис. 74, а); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор \vec{E} направлен к заряду (рис. 74, б).

Электростатическое поле называют **однородным**, если его вектор напряженности в любой точке постоянен по модулю и направлению.

Графически электростатическое поле изображают с помощью **линий напряженности** — линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{E} (рис. 75). Им приписывается направление, совпадающее с направлением вектора \vec{E} в рассматриваемой точке линии. Так как в каждой данной точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются.

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис. 76, а), и входящие в него, если заряд отрицателен (рис. 77, б).

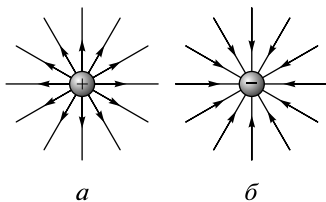


Рис. 76

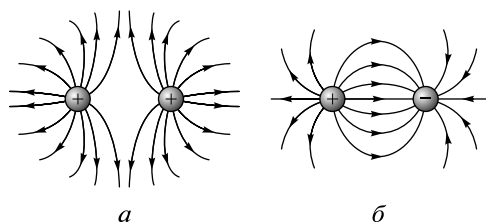


Рис. 77

Линии напряженности электростатического поля начинаются на положительных электрических зарядах и заканчиваются на отрицательных либо уходят в бесконечность.

На рис. 77 для примера показаны линии напряженности электростатического поля для двух *одинаковых по модулю* одноименных (рис. 77, а) и разноименных (рис. 77, б) точечных зарядов.

§ 65. Принцип суперпозиции электростатических полей. Диполь

Рассмотрим систему неподвижных точечных зарядов Q_1, Q_2, \dots, Q_n . Экспериментально установлено, что результирующая сила F , действующая со стороны поля на пробный заряд Q_0 , равна векторной сумме сил \vec{F}_i , приложенных к нему со стороны каждого из зарядов Q_i :

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (65.1)$$

Согласно (64.1), $\vec{F} = Q_0 \vec{E}$, где \vec{E} — напряженность результирующего поля, а \vec{E}_i — напряженность поля, создаваемого зарядом Q_i . Подставляя последние выражения в (65.1), получаем

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (65.2)$$

Формула (65.2) выражает **принцип суперпозиции электростатических полей**: напряженность \vec{E} результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

Принцип суперпозиции позволяет рассчитать напряженность электростатического поля любой системы неподвижных зарядов, поскольку протяженный заряд всегда можно свести к совокупности точечных зарядов.

Отметим, что принцип суперпозиции является обобщением опытных данных и, возможно, нарушается на малых расстояниях ($\leq 10^{-15}$ м).

Применим принцип суперпозиции для расчета поля *электрического диполя* в вакууме.

Электрический диполь — система двух равных по модулю разноименных *точечных* зарядов $(+Q, -Q)$, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля.

Вектор, направленный по оси диполя (прямой, проходящей через оба заряда) от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между ними, называют *плечом диполя* \vec{l} .

Вектор

$$\vec{p} = |Q|\vec{l}, \quad (65.3)$$

совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению заряда $|Q|$ на плечо \vec{l} , называют **электрическим моментом диполя**, или **дипольным моментом** (рис. 78).

Применяя принцип суперпозиции электростатических полей (65.2), напряженность \vec{E} поля диполя в *произвольной точке*

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-, \quad (65.4)$$

где \vec{E}_+ и \vec{E}_- — напряженности полей, создаваемых соответственно положительным и отрицательным зарядами.

В качестве одного из примеров рассмотрим *напряженность поля на перпендикуляре, восстановленном к оси диполя из его середины*, в точке B (рис. 79, рисунок не в масштабе).

Точка B равноудалена от зарядов, поэтому

$$\vec{E}_+ = \vec{E}_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2 + l^2/4} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2},$$

где r — расстояние от точки B до середины плеча диполя (учли, что $l \ll r$).

Из подобия равнобедренных треугольников, опирающихся на плечо диполя и вектор \vec{E}_B , получим

$$\frac{E_B}{E_+} = \frac{l}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \approx \frac{l}{r}, \quad (65.5)$$

откуда

$$E_B = \frac{E_+ l}{r}. \quad (65.6)$$

Подставив в выражение (65.6) значение (65.5), получим

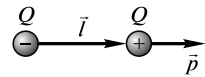


Рис. 78

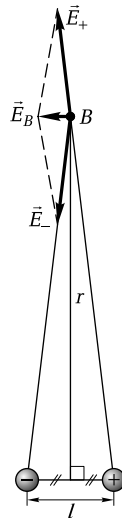


Рис. 79

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}.$$

Таким образом, создаваемое диполем электростатическое поле при $r \gg l$ убывает обратно пропорционально третьей степени расстояния r от диполя.

Модель электрического диполя — хорошее приближение для описания электрических свойств атомов и молекул [см., например, полярные молекулы (см. § 71)].

§ 66. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля

Если в электростатическом поле точечного заряда Q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории (рис. 80) перемещается другой точечный заряд Q_0 , то сила, приложенная к заряду, совершает работу. Работа силы \vec{F} на элементарном перемещении $d\vec{l}$

$$dA = \vec{F}d\vec{l} = Fdl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dl \cos \alpha.$$

Так как $dl \cos \alpha = dr$, то

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dr.$$

Работа при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right) \quad (66.1)$$

не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно, **электростатическое поле** точечного заряда является потенциальным, а электростатические **силы** — **консервативными** (см. § 16).

Согласно (66.1), работа при перемещении заряда по замкнутому пути L

$$\oint_L dA = 0. \quad (66.2)$$

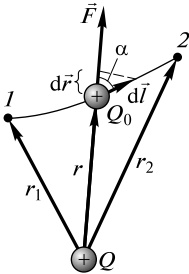


Рис. 80

Если в поле заряда Q переносить **единичный точечный положительный заряд**, то работа сил поля на элементарном перемещении $d\vec{l}$ равна $\vec{E}d\vec{l} = E_l dl$, где $E_l = E \cos \alpha$ — проекция вектора \vec{E} на направление элементарного перемещения. Тогда выражение (66.2) запишется в виде

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0. \quad (66.3)$$

Интеграл

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl \quad (66.4)$$

называют *циркуляцией вектора напряженности*, а выражение (66.4) — *теоремой о циркуляции вектора \vec{E}* . Из формулы (66.3) следует, что циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

Силовое поле \vec{E} называют *потенциальным*, если циркуляция вектора \vec{E} по любому замкнутому контуру равна нулю.

Формула (66.3) справедлива только для электростатического поля. В дальнейшем будет показано, что для поля движущихся зарядов условие (66.3) не выполняется (для него циркуляция вектора напряженности отлична от нуля).

§ 67. Потенциал. Разность потенциалов

Работа консервативных сил может быть представлена как убыль потенциальной энергии [см. (16.1)]:

$$A_{12} = -\Delta W = W_1 - W_2. \quad (67.1)$$

Из формул (66.1) и (67.1) следует, что потенциальная энергия заряда Q_0 в поле заряда Q

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r} + C.$$

При $r \rightarrow \infty$ потенциальная энергия $W = 0$, поэтому $C = 0$. Тогда

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_0Q}{r}. \quad (67.2)$$

Из формулы (67.2) следует, что отношение $\frac{W}{Q_0}$ не зависит от заряда Q_0 и поэтому может служить *энергетической характеристикой электростатического поля*, называемой *потенциалом*:

$$\varphi = \frac{W}{Q_0} \quad (67.3)$$

— физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в данную точку.

Если поле создается несколькими электрическими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен *алгебраической сумме* потенциалов полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}. \quad (67.4)$$

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом Q ,

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (67.5)$$

[учли формулы (67.4) и (67.2)].

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 [см. (67.1), (67.3) и (67.5)]:

$$A_{12} = W_1 - W_2 = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (67.6)$$

равна произведению величины этого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках.

Если заряд Q_0 из точки с потенциалом φ удалить на бесконечность (там, по условию, потенциал равен нулю), то работа сил электростатического поля, согласно (67.6), $A_\infty = Q_0\varphi$, откуда

$$\varphi = \frac{A_\infty}{Q_0}. \quad (67.7)$$

Следовательно, **потенциал** — физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность.

Из формул (67.3), (67.7) и (67.6) следует, что единица потенциала и разности потенциалов в СИ — **вольт** (В); 1 В — потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1 Дж/Кл). Учитывая размерность вольта, можно показать, что введенная в § 64 единица напряженности электростатического поля действительно равна 1 В/м: 1 Н/Кл = 1 Н·м/(Кл·м) = 1 Дж/(Кл·м) = 1 В/м.

Работа сил поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 может быть записана также в виде

$$A_{12} = \int_1^2 Q_0 \vec{E} d\vec{l}. \quad (67.8)$$

Приравняв (67.6) и (67.8), придем к выражению для разности потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E_l dl, \quad (67.9)$$

где E_l — проекция вектора \vec{E} на произвольное направление l .

Интегрирование в (67.9) можно производить *вдоль любой линии*, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Воображаемые поверхности, все точки которой имеют одинаковый потенциал, называют **эквипотенциальными поверхностями**.

Если поле создается точечным зарядом [см. (67.5)], то эквипотенциальные поверхности в данном случае — концентрические сферы. С другой стороны, линии напряженности в случае точечного заряда — радиальные прямые. Следовательно, линии напряженности в случае точечного заряда *перпендикулярны* эквипотенциальным поверхностям.

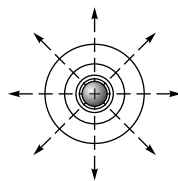


Рис. 81

Линии напряженности *всегда нормальны* к эквипотенциальным поверхностям. Действительно, все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, поэтому работа по перемещению заряда по эквипотенциальной поверхности на ее малом участке $d\ell$ равна

$$\Delta A = Q_0 E d\ell \cos \alpha = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) = 0, \text{ откуда следует, что } \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ и век-}$$

тор \vec{E} *всегда нормален к эквипотенциальным поверхностям. Вектор напряженности*, кроме того, *всегда направлен в сторону убывания потенциала*.

На рис. 81 для примера показан вид линий напряженности (штриховые линии) и сечений эквипотенциальных поверхностей (сплошные линии) поля положительного точечного заряда. В соответствии с характером зависимости E от r [см. (67.5)] эквипотенциальные поверхности при приближении к заряду становятся гуще.

§ 68. Поток вектора напряженности электростатического поля

Чтобы с помощью линий напряженности электростатического поля характеризовать не только *направление* вектора \vec{E} (см. § 64), но и его *модуль*, линии напряженности проводят с определенной густотой (рис. 82), причем число линий напряженности, пронизывающих *единицу площади* поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора \vec{E} .

Число линий напряженности, пронизывающих площадку dS , нормаль \vec{n} к которой образует угол α с вектором \vec{E} (рис. 83), равно $E dS \cos \alpha = E_n dS$, где E_n — проекция вектора \vec{E} на нормаль \vec{n} к площадке dS .

Величина

$$d\Phi_E = E_n dS = \vec{E} d\vec{S} \quad (68.1)$$

называется *поток вектора напряженности* сквозь площадку dS , где $d\vec{S} = dS \vec{n}$ — вектор,

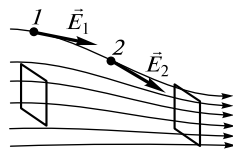


Рис. 82

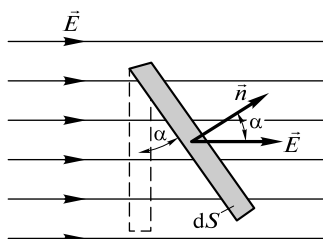


Рис. 83

модуль которого равен dS , а направление совпадает с направлением нормали \vec{n} к площадке.

Единица потока вектора напряженности электростатического поля — вольт-метр (В·м).

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора \vec{E} сквозь эту поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E} d\vec{S}, \quad (68.2)$$

где знак \oint_S означает, что интеграл берется по замкнутой поверхности S .

Поток вектора \vec{E} является *алгебраической величиной*: зависит не только от конфигурации поля \vec{E} , но и от выбора направления \vec{n} . Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается внешняя нормаль, т. е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

§ 69. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса r , охватывающую точечный заряд Q , находящийся в ее центре (рис. 84), равен [см. (68.2)]

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (69.1)$$

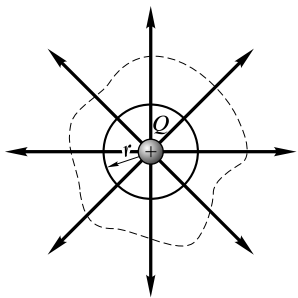


Рис. 84

Можно доказать, что для поверхности любой формы, если она замкнута и включает в себя точечный заряд Q , поток вектора \vec{E} будет равен $\frac{Q}{\epsilon_0}$, т. е.

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (69.2)$$

Знак потока совпадает со знаком заряда Q .

Если произвольная поверхность окружает n зарядов, то согласно принципу

суперпозиции (65.2) $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$, где \vec{E}_i — поле, создаваемое i -м зарядом. Поэтому

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S \left(\sum_i \vec{E}_i \right) d\vec{S} = \sum_i \oint_S \vec{E}_i d\vec{S}.$$

Согласно (69.1), каждый из интегралов, стоящий под знаком суммы, равен $\frac{Q_i}{\epsilon_0}$. Следовательно,

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i. \quad (69.3)$$

Формула (69.3) выражает **теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме**: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов.

В общем случае электрические заряды могут быть «размазаны» с некоторой *объемной плотностью* заряда

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \quad (69.4)$$

— заряд, приходящийся на единицу объема.

Тогда теорему Гаусса (69.3) можно записать в виде

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV, \quad (69.5)$$

где $\int_V \rho dV$ — суммарный заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности S , охватывающей некоторый объем V .

§ 70. Некоторые примеры расчета электростатических полей

Равномерно заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью σ . Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \quad (70.1)$$

— физическая величина, определяемая зарядом, приходящимся на единицу поверхности.

В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось пер-

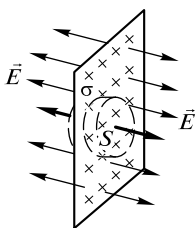


Рис. 85

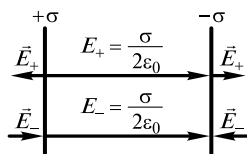


Рис. 86

пендикулярна ей (рис. 85). Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности, то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований равны и для основания E_n совпадает с E), т. е. равен $2ES$. Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности, равен σS . Согласно теореме Гаусса (69.3), $2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$, откуда

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (70.2)$$

Отметим, что бесконечность плоскости понимается как физическая, а не математическая абстракция, т. е. формула (70.2) справедлива лишь в относительно близкой по сравнению с линейными размерами плоскости области пространства.

Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E \, dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \, dx = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (x_2 - x_1)$$

[учли формулу (67.9)].

Две бесконечные параллельные разноименно заряженные плоскости с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$. Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности (см. § 65).

В области между плоскостями (рис. 86) складываемые поля [определяются формулой (70.2)] имеют одинаковое направление, поэтому результирующая напряженность

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (70.3)$$

Вне объема, ограниченного плоскостями, складываемые поля имеют противоположные направления, и результирующая напряженность $E = 0$.

Разность потенциалов между плоскостями, расстояние между которыми d [см. формулу (67.9)], равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d. \quad (70.4)$$

Равномерно заряженная сферическая поверхность радиусом R (общий заряд Q) с *поверхностной плотностью* $+\sigma$. Благодаря равномерному распределению заряда по поверхности поле, создаваемое им, обладает сферической симметрией. Поэтому линии напряженности направлены радиально (рис. 87).

Мысленно построим сферу радиусом r , имеющую общий центр с заряженной сферой. Поле является центрально-симметричным относительно центра сферы. Напряженность является функцией расстояния r от центра сферы и одинакова во всех точках, равноудаленных от ее сферы (одинакова во всех точках воображаемой сферы радиусом r).

Если $r > R$, то внутрь поверхности попадает весь заряд Q , создающий рассматриваемое поле, и по теореме Гаусса (69.3)

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0},$$

откуда

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (r \gg R). \quad (70.5)$$

Если $r' < R$, то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри равномерно заряженной сферической поверхности электростатическое поле отсутствует [$E(r) = 0$].

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R$, $r_2 > R$, $r_2 > r_1$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E(r) dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (70.6)$$

[учи формулу (67.9)].

Объемно заряженный шар радиусом R (общий заряд Q) с *объемной плотностью* ρ [см. (69.4)]. Мысленно построим (рис. 88) сферу радиусом r , имеющую общий центр с заряженным шаром. Поле — центрально-симметрично (центр шара — центр симметрии поля). Как и в случае сферы, E одинакова во всех точках воображаемой сферы радиусом r .

Для поля *вне шара* ($r > R$) получится тот же результат, что и в случае поверхностно за-

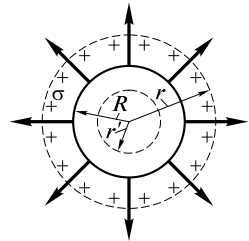


Рис. 87

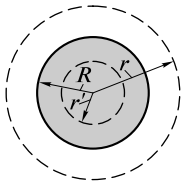


Рис. 88

ряженной сферы, и поле описывается формулой (70.5). *Внутри шара* ($r' < R$) сфера радиусом r' охватывает заряд $Q' = \frac{4}{3}\pi(r')^3\rho$. Поэтому, согласно теореме Гаусса (69.3),

$$E(r) \cdot 4\pi(r')^2 = \frac{Q'}{\varepsilon_0} = \frac{4}{3} \frac{\pi(r')^3 \rho}{\varepsilon_0}.$$

Учитывая, что $\rho = \frac{Q}{4/3\pi R^3}$, получаем

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^3} r' \quad (r' \leq R). \quad (70.7)$$

Таким образом, напряженность поля вне шара убывает по такому же закону, как и у поля точечного заряда, а внутри шара — растет линейно с расстоянием r' от центра шара.

Напряженность поля объемно заряженного шара *вне шара* определяется формулой (70.5), поэтому разность потенциалов между двумя точками определяется выражением (70.6). *Внутри шара* разность потенциалов между двумя точками, расположенными на расстояниях r'_1 и r'_2 от центра шара ($r'_1 < R$, $r'_2 < R$, $r'_2 > r'_1$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r'_1}^{r'_2} E dr = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R} \left[(r'_2)^2 - (r'_1)^2 \right] \quad (70.8)$$

[учли формулу (67.9)].

§ 71. Поляризация диэлектриков

Диэлектрики — вещества, в которых практически отсутствуют свободные носители заряда и которые не проводят электрический ток (термин «диэлектрики» введен Фарадеем).

Идеальных диэлектриков в природе не существует, так как все вещества в какой-то степени проводят электрический ток. Диэлектрики проводят электрический ток примерно на 15—20 порядков хуже, чем вещества, называемые **проводниками** (см. § 74).

Диэлектрик (как и всякое вещество) состоит из атомов и молекул. Так как положительный заряд всех ядер молекулы равен суммарному заряду электронов, то молекула в целом электрически нейтральна. Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным зарядом $+Q$, находящимся в центре масс положительных зарядов, а заряд всех электронов — суммарным отрицательным зарядом $-Q$, находящимся в центре масс отрицательных зарядов, то молекулу

можно рассматривать как электрический диполь с электрическим моментом [см. (65.3)] $\vec{p} = |Q|\vec{l}$, где l — расстояние между центрами масс положительных и отрицательных зарядов.

Если молекулы диэлектриков (например, N_2 , H_2 , O_2 , CO_2) имеют симметричное строение, т. е. центры масс положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают, то дипольный момент таких молекул равен нулю; подобные **молекулы** называют **неполярными**. Под действием внешнего электрического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные по полю, отрицательные против поля) и молекула приобретает дипольный момент.

Если молекулы диэлектриков (например, H_2O , NH_3 , SO_2 , CO) имеют **асимметричное** строение, т. е. центры масс положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля не совпадают, то дипольный момент таких молекул отличен от нуля; подобные **молекулы** называют **полярными**.

При отсутствии внешнего поля дипольные моменты полярных молекул вследствие теплового движения ориентированы в пространстве хаотично и их результирующий момент равен нулю. Если такой диэлектрик поместить во внешнее поле, то силы этого поля будут стремиться повернуть диполи вдоль поля и возникает отличный от нуля результирующий дипольный момент.

Таким образом, внесение диэлектриков с неполярными и полярными молекулами во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического момента диэлектрика или, иными словами, к поляризации диэлектрика. **Поляризацией** диэлектрика называют процесс ориентации диполей или появления под воздействием внешнего электрического поля ориентированных по полю диполей.

§ 72. Напряженность поля в диэлектрике

Как уже рассматривалось в § 71, под действием внешнего электростатического поля *диэлектрик поляризуется*. Характеристикой поляризации диэлектрика является **векторная величина** — **поляризованность**, определяемая дипольным моментом единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}, \quad (72.1)$$

где дипольный момент диэлектрика $\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_i$ (\vec{p}_i — дипольный момент i -й молекулы).

Для **изотропных** диэлектриков поляризованность и напряженность поля в данной точке связаны соотношением

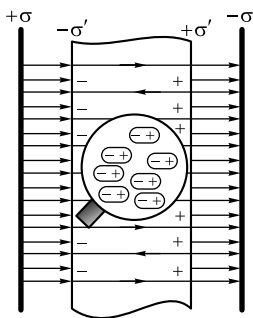


Рис. 89

$$\vec{P} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}, \quad (72.2)$$

где α — **диэлектрическая восприимчивость вещества**, характеризующая свойства диэлектрика; α — величина безразмерная.

Внесем **однородный и изотропный диэлектрик** в виде бесконечной плоскопараллельной пластины (свойства диэлектрика одинаковы во всех точках и по всем направлениям) во внешнее однородное электростатическое поле, созданное двумя разноименными плоскостями с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$ (рис. 89).

Под действием поля диэлектрик поляризуется, т. е. происходит смещение зарядов: положительные смещаются по полю, отрицательные — против поля. В результате этого на правой грани диэлектрика, обращенной к отрицательной плоскости, будет избыток положительного заряда с поверхностной плотностью $+\sigma'$, на левой — отрицательного заряда с поверхностной плотностью $-\sigma'$. Эти нескомпенсированные **заряды**, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называются **связанными**.

Связанные заряды создадут внутри диэлектрика однородное поле, напряженность которого согласно (70.3)

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}. \quad (72.3)$$

Поле E' направлено против внешнего поля \vec{E}_0 (поля, создаваемого **свободными зарядами**) и ослабляет его (см. рис. 89). Результирующее поле внутри диэлектрика

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}; \quad (72.4)$$

вне диэлектрика $E = E_0$. Из-за появления на диэлектрике связанных зарядов часть линий напряженности не пройдет сквозь диэлектрик, а будет заканчиваться (или начинаться) на связанных зарядах.

Для определения σ' вспомним, что дипольный момент пластинки диэлектрика [см (72.1)] $p_V = PV = PSd$, где S — площадь грани пластинки; d — ее толщина.

С другой стороны, дипольный момент, согласно (65.3), равен произведению связанного заряда каждой грани $Q' = \sigma'S$ на расстояние d между ними, т. е. $p_V = \sigma'Sd$.

Таким образом, $PSd = \sigma'Sd$, или

$$\sigma' = P, \quad (72.5)$$

т. е. поверхностная плотность σ' связанных зарядов для рассмотренного частного случая равна поляризованности P . Отметим, что

в общем виде в формуле (72.5) стоит P_n — нормальная компонента вектора поляризованности.

Подставив в (72.4) выражения (72.5) и (72.2), получаем

$$E = E_0 - \alpha E,$$

откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика

$$E = \frac{E_0}{1 + \alpha} = \frac{E_0}{\varepsilon}, \quad (72.6)$$

где безразмерная величина

$$\varepsilon = 1 + \alpha \quad (72.7)$$

— *диэлектрическая проницаемость среды*, показывающая, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком; она характеризует количественно свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

§ 73. Электрическое смещение.

Теорема Гаусса для поля в диэлектрике

Для характеристики электростатического поля, помимо вектора \vec{E} , претерпевающего на границе диэлектрика скачок [$E = \frac{E_0}{\varepsilon}$ [см.

72.6]], вводят *вектор электрического смещения* \vec{D} .

Для изотропной среды

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad (73.1)$$

где ε_0 — электрическая постоянная; ε — диэлектрическая проницаемость среды.

Покажем, что вектор \vec{D} не терпит разрыва на границе двух диэлектриков с ε_1 и ε_2 . Согласно формулам (72.6) и (73.1), $\vec{E}_1 = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_1}$, $\vec{E}_2 = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_2}$ и $\vec{D}_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_1 \vec{E}_1$, $\vec{D}_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 \vec{E}_2$, откуда следует, что $\vec{D}_1 = \varepsilon_0 \vec{E}_0$ и $\vec{D}_2 = \varepsilon_0 \vec{E}_0$, т. е. $\vec{D}_1 = \vec{D}_2$.

Учитывая формулы (72.7) и (72.2) [$\varepsilon = 1 + \alpha$; $\vec{P} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$], вектор электрического смещения можно выразить как

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (73.2)$$

Единица электрического смещения в СИ — *кулон на метр в квадрате* (Кл/м²).

Аналогично, как и поле \vec{E} , поле \vec{D} изображается с помощью *линий электрического смещения*, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий напряженности (см. § 64).

Линии вектора \vec{E} могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах — свободных и связанных, в то время как линии вектора \vec{D} — только на свободных зарядах. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора \vec{D} проходят не прерываясь.

Аналогично потоку вектора \vec{E} (см. § 68) вводят **поток вектора электрического смещения \vec{D}** , который сквозь произвольную замкнутую поверхность S

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS, \quad (73.3)$$

где D_n — проекция вектора \vec{D} на нормаль \vec{n} к площадке dS .

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i, \quad (73.4)$$

т. е. поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности *свободных* электрических зарядов. В такой форме теорема Гаусса справедлива для электростатического поля как для однородной и изотропной, так и для неоднородной и анизотропной сред.

В случае непрерывного распределения заряда в пространстве с объемной плотностью ρ [см. (69.4)] теорему Гаусса для электростатического поля в диэлектрике можно записать в виде

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \int_V \rho dV, \quad (73.5)$$

т. е. поток вектора смещения электростатического поля в *диэлектрике* сквозь произвольную замкнутую поверхность равен *свободному заряду*, заключенному в объеме, ограниченном этой поверхностью.

§ 74. Проводники и распределение в них зарядов

Проводники — тела, в которых электрический заряд может перемещаться по всему их объему.

Если проводник поместить во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться до тех пор, пока не установится *равновесное распределение зарядов*, при котором *электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль*:

$$\vec{E} = 0. \quad (74.1)$$

Если бы это было не так, то заряды двигались бы без затрат энергии, что противоречит закону сохранения энергии.

Поверхность проводника в электростатическом поле является *эквипотенциальной*. Экспериментальным доказательством тому служит следующий опыт. Если зарядить цилиндрический проводник с коническим выступом на одном основании и впадиной на другом (рис. 90) и соединить проволокой пробный шарик на изолирующей ручке с электрометром, то при перемещении шарика по наружной и внутренней поверхностям проводника показания электрометра *одинаковы*. Отсюда же следует, что вектор \vec{E} направлен *по нормали к каждой точке поверхности проводника*:

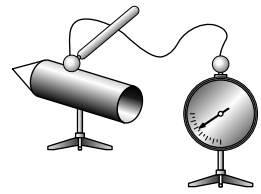


Рис. 90

$$\vec{E} = \vec{E}_n. \quad (74.2)$$

Кроме того, если бы это было не так, то под действием касательной составляющей \vec{E} заряды начали бы перемещаться по поверхности проводника, что противоречит равновесному распределению зарядов.

Если проводнику сообщить некоторый заряд Q , то нескомпенсированные заряды располагаются *только на поверхности* проводника. Это следует непосредственно из теоремы Гаусса (73.4), согласно которой заряд Q , находящийся внутри проводника в некотором объеме, ограниченном произвольной замкнутой поверхностью,

$$Q = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = 0,$$

так как во всех точках внутри поверхности $D = 0$.

Распределение зарядов на поверхности проводника можно показать, взяв заряженный полый металлический стакан (рис. 91) и коснувшись пробным шариком его внутренней и внешней поверхностей, перенести пробный шарик к незаряженному электроскопу. В первом случае пробный шарик не зарядился (рис. 91, а), во втором — зарядился (рис. 91, б).

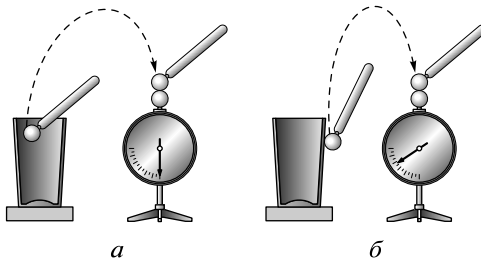


Рис. 91

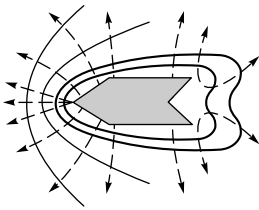


Рис. 92

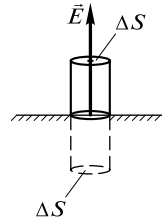


Рис. 93

На рис. 92 показан вид линий напряженности (штриховые линии) и сечений эквипотенциальных поверхностей (сплошные линии) поля заряженного металлического цилиндра, имеющего на одном конце выступ, на другом — впадину. Из рисунка следует, что вблизи острия и выступов эквипотенциальные поверхности расположены гуще, т. е. там и напряженность поля больше. Соответственно на острие и выступах поверхностная плотность зарядов больше, чем на других участках поверхности. В области впадины напряженность поля и поверхностная плотность зарядов минимальны.

Рассмотрим небольшой цилиндр с основаниями ΔS , одно из которых расположено внутри, а другое — вне проводника, причем ось цилиндра ориентирована вдоль вектора \vec{E} (рис. 93).

Поток вектора \vec{D} сквозь внутреннюю часть поверхности равен нулю, так как внутри проводника \vec{E} , а значит, и \vec{D} равны нулю. Вне проводника напряженность поля направлена по нормали к поверхности. Следовательно, поток вектора \vec{D} сквозь замкнутую цилиндрическую поверхность определяется только потоком сквозь наружное основание цилиндра. Согласно теореме Гаусса (73.4), этот поток ($D\Delta S$) равен сумме зарядов ($Q = \sigma\Delta S$), охватываемых поверхностью: $D\Delta S = \sigma\Delta S$, т. е.

$$D = \sigma \quad (74.3)$$

или

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad (74.4)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость среды.

Соотношение (74.4.) определяет напряженность электростатического поля вблизи поверхности проводника *любой формы*.

§ 75. Проводник во внешнем электростатическом поле

Если во внешнее электростатическое поле внести *нейтральный проводник*, то свободные заряды (электроны, ионы) будут перемещать-

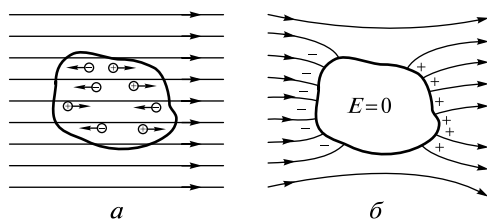


Рис. 94

ся: положительные по полю, отрицательные против поля (рис. 94, а). На одном конце проводника будет скапливаться избыток положительного заряда, на другом — избыток отрицательного. Эти *заряды* называются *индуцированными*. Процесс будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника — перпендикулярными его поверхности (рис. 94, б). Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных. Индуцированные заряды распределяются на внешней поверхности проводника.

Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется *электростатической индукцией*.

Так как в состоянии равновесия внутри проводника заряды отсутствуют, создание внутри него полости не повлияет на конфигурацию расположения зарядов и тем самым на электростатическое поле. Следовательно, внутри полости поле будет отсутствовать. Если теперь этот проводник с полостью заземлить, то потенциал во всех точках полости будет нулевым, т.е. полость полностью изолирована от влияния внешних электростатических полей. На этом основана *электростатическая защита* — экранирование тел, например измерительных приборов, от влияния внешних электростатических полей. Вместо сплошного проводника для защиты может быть использована густая металлическая сетка.

§ 76. Электроемкость уединенного проводника

Уединенный проводник — проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов.

Из опыта следует, что одинаково заряженные проводники различной формы имеют разные потенциалы. Поэтому для уединенного проводника можно записать

$$Q = C\varphi.$$

Величину

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad (76.1)$$

называют электрической емкостью (*электроемкостью*) уединенного проводника. Электроемкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщением которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.

Электроемкость проводника определяет способность проводника накапливать электрический заряд. Она зависит от его размеров, формы и диэлектрической проницаемости среды, но не зависит от материала проводника, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри него. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются по внешней поверхности проводника. Электроемкость не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала. Изложенное не противоречит формуле (76.1), так как она лишь показывает, что электроемкость уединенного проводника может быть рассчитана по этой формуле.

Единица электроемкости — *фарад* (Φ); 1Φ — электроемкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда в 1 Кл .

Согласно (67.5), потенциал уединенного шара радиусом R , находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\epsilon R}. \quad (76.2)$$

Используя формулу (76.1), получим, что *электроемкость шара*

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R. \quad (76.3)$$

Отсюда следует, что электроемкостью 1Φ обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус $R = C/(4\pi\epsilon_0) \approx 9 \cdot 10^6 \text{ км}$, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (электроемкость Земли $C \approx 0,7 \text{ м}\Phi$). Следовательно, фарад — очень большая величина, поэтому на практике используются дольные единицы — миллифарад ($\text{м}\Phi$), микрофарад ($\text{мк}\Phi$), нанофарад ($\text{н}\Phi$), пикофарад ($\text{п}\Phi$).

§ 77. Конденсаторы и их соединения

Чтобы проводник обладал большой электроемкостью, он должен иметь очень большие размеры (см. § 76). На практике, однако, необходимы устройства, обладающие способностью при *малых размерах* и *небольших* относительно окружающих тел *потенциалах*

накапливать значительные по величине заряды, иными словами, *обладать большой емкостью*. Эти устройства получили название *конденсаторов*.

Если к заряженному проводнику приближать другие тела, то на них возникают индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды, причем ближайшими к наводящему заряду Q будут заряды противоположного знака. Эти заряды, естественно, ослабляют поле, создаваемое зарядом Q , т.е. понижают потенциал проводника, что приводит [см. (76.1)] к повышению его емкости.

Конденсатор — система из двух проводников (*обкладок*) с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.

Емкость конденсатора

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \quad (77.1)$$

где Q — заряд, накопленный в конденсаторе; $(\varphi_1 - \varphi_2)$ — разность потенциалов (называемая также *напряжением*) между обкладками конденсатора.

Плоский конденсатор состоит из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на расстоянии d друг от друга и имеющих заряды $+Q$ и $-Q$. Если расстояние между пластинами мало по сравнению с их линейными размерами, то краевыми эффектами можно пренебречь и поле между обкладками считать однородным.

Согласно формуле (70.4), разность потенциалов между обкладками плоского конденсатора при наличии диэлектрика между обкладками

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad (77.2)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость; σ — поверхностная плотность заряда на обкладках. Учитывая, что $Q = \sigma S$, из формулы (77.1) с учетом (77.2) *емкость плоского конденсатора*

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (77.3)$$

Сферический конденсатор состоит из двух концентрических металлических обкладок, разделенных сферическим слоем диэлектрика.

Согласно формуле (70.6), разность потенциалов между обкладками сферического конденсатора при наличии диэлектрика между обкладками

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (77.4)$$

Подставив формулу (77.4) в (77.1), *емкость сферического конденсатора*

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2}. \quad (77.5)$$

§ 78. Энергия электростатического поля

Энергия системы неподвижных точечных зарядов. Электростатические силы взаимодействия консервативны (см. § 66); следовательно, система зарядов обладает потенциальной энергией. Найдем потенциальную энергию системы двух неподвижных точечных зарядов Q_1 и Q_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга. Каждый из этих зарядов в поле другого обладает потенциальной энергией [см. (67.2) и (67.5)]:

$$W_1 = Q_1\varphi_{12}, \quad W_2 = Q_2\varphi_{21},$$

где φ_{12} и φ_{21} — соответственно потенциалы, создаваемые зарядом Q_2 в точке нахождения заряда Q_1 и зарядом Q_1 в точке нахождения заряда Q_2 .

Согласно (67.5),

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r} \quad \text{и} \quad \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r},$$

поэтому $W_1 = W_2 = W$ и

$$W = Q_1\varphi_{12} = Q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}(Q_1\varphi_{12} + Q_2\varphi_{21}). \quad (78.1)$$

Формула (78.1) обобщается на случай n точечных неподвижных зарядов:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i, \quad (78.2)$$

где φ_i — потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд Q_i , всеми зарядами, кроме i -го.

Энергия заряженного уединенного проводника. Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны Q , C , φ . Для того чтобы увеличить заряд на проводнике, необходимо совершить работу. Эта работа совершается внешними силами, перемещающими заряд против сил электростатического поля проводника, и идет на увеличение энергии заряженного проводника. Поскольку потенциал во всех точках проводника одинаков, из формулы (78.2) найдем

$$W = \frac{1}{2} \varphi \sum_{i=1}^n Q_i = \frac{Q\varphi}{2},$$

где $Q = \sum_{i=1}^n Q_i = -$ заряд проводника. Учитывая, что $C = \frac{Q}{\varphi}$, энергия заряженного уединенного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}. \quad (78.3)$$

Энергия заряженного конденсатора. Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая в соответствии с формулой (78.3) равна

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q\Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C}, \quad (78.4)$$

где Q — заряд конденсатора; C — его емкость; $\Delta\varphi$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Энергия электростатического поля. Преобразуем формулу (78.4)

$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2}$, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора ($C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$) и разности потенциалов между его обкладками ($\Delta\varphi = Ed$). Тогда

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V, \quad (78.5)$$

где $V = Sd$ — объем конденсатора.

Формула (78.5) связывает энергию конденсатора с основной характеристикой электростатического поля — напряженностью \vec{E} .

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2}. \quad (78.6)$$

Выражение (78.6) справедливо только для *изотропного диэлектрика*, для которого выполняется соотношение (72.2): $\vec{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$.

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

§ 79. Электрический ток,
основные характеристики

Электрический ток — упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов.

Для возникновения и существования электрического тока необходимо, с одной стороны, наличие свободных *носителей тока* — заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно, а с другой — наличие *электрического поля*, энергия которого, каким-то образом выполняясь, расходовалась бы на их упорядоченное движение. За направление тока *условно* принимают направление движения *положительных зарядов*. Ток может течь в твердых телах (например, металлах, полупроводниках), жидкостях (электролитах) и газах.

Количественной характеристикой электрического тока служит *сила тока* I — скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dQ}{dt}. \quad (79.1)$$

Ток, величина которого не изменяется со временем, называется *постоянным*. Для постоянного тока

$$I = \frac{Q}{t}, \quad (79.2)$$

где Q — электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника.

Единица силы тока — *ампер* (А) (см. Введение. Единицы физических величин).

В общем случае электрический ток может быть распределен по поверхности проводника *неравномерно*. Поэтому вводят *плотность тока* — физическую величину, определяемую силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (79.3)$$

Единица плотности тока в СИ — *ампер на метр в квадрате* ($\text{А}/\text{м}^2$).

Если концентрация носителей тока равна n и каждый носитель имеет элементарный заряд e (что не обязательно для ионов), то за время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд $dQ = ne\langle v \rangle S dt$. Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = ne\langle v \rangle S,$$

а плотность тока $j = ne\langle v \rangle$.

Плотность тока — *вектор*, направление которого совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов:

$$\vec{j} = ne\langle \vec{v} \rangle. \quad (79.4)$$

Если в каждой точке пространства известен вектор плотности тока, то сила тока I через любую поверхность S определяется как

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}, \quad (79.5)$$

где $d\vec{S} = \vec{n} dS$ (\vec{n} — единичный вектор нормали к площадке dS , составляющей с вектором \vec{j} угол α). Таким образом, сила тока определяется как *поток вектора плотности тока через поверхность*.

§ 80. Сторонние силы.

Электродвижущая сила и напряжение

Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей (они предполагаются положительными) от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом. Это приводит к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и исчезновению электрического поля. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил *неэлектростатического происхождения*. Такие устройства называют *источниками тока*.

Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называют *сторонними*.

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе — за счет механической энергии вращения ротора генератора и т. д. Роль источника тока в электрической цепи, образно говоря, такая же,

как роль насоса, который необходим для перекачивания жидкости в гидравлической системе.

Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Сторонние силы совершают работу по перемещению электрических зарядов. Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС) \mathcal{E} источника тока

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст.}}}{Q_0}. \quad (80.1)$$

Из формул (80.1) и (67.7) следует, что единицей ЭДС является также *вольт*.

На заряд Q_0 , помимо сторонних сил, действуют также силы электростатического поля. Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2, согласно (67.6) равна

$$A_{12} = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (80.2)$$

Напряжение на участке 1—2 — физическая величина, равная работе, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи:

$$U_{12} = \frac{A_{12} + A_{\text{ст.}}}{Q_0}. \quad (80.3)$$

Подставив (80.1) и (80.2) в выражение (80.3), получаем

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}. \quad (80.4)$$

Понятие напряжения является *обобщением* понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует ЭДС, т. е. сторонние силы отсутствуют.

§ 81. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы (см. § 80), т. е. участок, не содержащий источника ЭДС, называют **однородным**. Ом (1826) экспериментально установил, что сила тока I , текущего по *однородному* металлическому проводнику (т. е. прово-

днику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению U на концах проводника

$$I = \frac{U}{R}, \quad (81.1)$$

где R — электрическое **сопротивление проводника** — физическая величина, характеризующая противодействие проводника электрическому току.

Формула (81.1) — **закон Ома для однородного участка цепи**. Здесь напряжение U (в случае однородного проводника) совпадает с разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ [см. (80.4)].

Единица сопротивления — **ом** (Ом); 1 Ом — сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В сила постоянного тока равна 1 А.

Величина

$$G = \frac{1}{R} \quad (81.2)$$

называется **электрической проводимостью** проводника. Единица проводимости — **сименс** (См); 1 См — проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.

Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Для однородного линейного проводника сопротивление R пропорционально его длине и обратно пропорционально площади поперечного сечения S :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (81.3)$$

где ρ — коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника. Он называется **удельным электрическим сопротивлением**.

Единица удельного электрического сопротивления — **ом-метр** (Ом·м). Наименьшим удельным сопротивлением обладают серебро ($\rho = 1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м) и медь ($\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м). На практике наряду с медными применяются алюминиевые провода. Хотя алюминий и имеет большее, чем медь, удельное сопротивление ($\rho = 2,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м), но зато обладает меньшей плотностью по сравнению с медью.

Подставив (81.3) в закон Ома (81.1), получим

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}, \quad (81.4)$$

где величина, обратная удельному сопротивлению:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}, \quad (81.5)$$

называется **удельной электрической проводимостью** вещества проводника. Ее единица — *сименс на метр* (см/м). Учитывая, что

$$\frac{U}{l} = E \text{ — напряженность электрического поля в проводнике, } \frac{I}{S} = j \text{ —}$$

плотность тока, формулу (81.4) можно записать в виде

$$j = \gamma E. \quad (81.6)$$

Так как в изотропном проводнике носители тока в каждой точке движутся в направлении вектора \vec{E} , то направления \vec{j} и \vec{E} совпадают. Поэтому формулу (81.7) можно записать в виде

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (81.7)$$

Опыт показывает, что в первом приближении изменение удельного сопротивления, а следовательно, и сопротивления с температурой описывается линейным законом:

$$\begin{cases} \rho = \rho_0(1 + \alpha t), \\ R = R_0(1 + \alpha t), \end{cases}$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 — соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при температуре t и при 0°C ; α — **температурный коэффициент сопротивления**, для чистых металлов (при не очень низких температурах) близкий к $\frac{1}{273} \text{K}^{-1}$.

Сопротивление многих металлов (например, Al, Pb, Zn) и их сплавов при *очень низких температурах* $T_{\text{к}}$ (0,14—20 К), называемых **критическими**, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля, т.е. *металл становится абсолютным проводником*. Впервые это явление названное **сверхпроводимостью**, обнаружено в 1911 г. Г.Камерлинг-Оннесом при охлаждении ртути ниже 4,2 К.

Явление сверхпроводимости объясняется на основе квантовой теории. Практическое использование сверхпроводящих материалов (в обмотках сверхпроводящих магнитов, в системах памяти ЭВМ, в криоэлектронике и т.д.) затруднено из-за низких критических температур. В последние десятилетия синтезированы и активно изучаются соединения Bi—Sr—Ca—Cu—O , которые переходят в сверхпроводящее состояние при $T_{\text{к}} = 110—125 \text{ К}$.

На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие **термометров сопротивления** (например, металлическая проволока, намотанная на фарфоровый каркас), которые позволяют по градуированной взаимосвязи сопротивления от температуры измерять температуру с точностью до 0,001 К, как для низких, так и для высоких температур.

§ 82. Работа и мощность тока. Закон Джоуля—Ленца

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение U . За время dt через сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$. При этом силы электростатического поля и сторонние силы совершают работу [см. (67.6)]

$$dA = Udq = IUdt. \quad (82.1)$$

Если сопротивление проводника R , то, используя закон Ома (81.1), получим, что работа тока

$$dA = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (82.2)$$

Из (82.1) и (82.2) следует, что мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (82.3)$$

Если сила тока выражается в амперах, напряжение — в вольтах, сопротивление — в омах, то работа тока выражается в джоулях, а мощность — в ваттах.

Если проводник неподвижен, в нем не происходит химического превращения вещества, а ток постоянен, то работа тока (82.1) затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника, т. е. на нагревание проводника. По закону сохранения энергии

$$dQ = dA. \quad (82.4)$$

Тогда, согласно выражениям (82.4), (82.1) и (82.2),

$$dQ = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (83.5)$$

Выражение (82.5) представляет собой **закон Джоуля—Ленца**, экспериментально установленный независимо друг от друга Дж. Джоулем и Э.Х. Ленцем.

В случае, если сила тока изменяется со временем, количество теплоты, выделяющееся за время t ,

$$Q = \int_0^t I^2 R dt. \quad (82.6)$$

§ 83. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Участок цепи, на котором действуют сторонние силы (см. § 80), т. е. участок, содержащий источник ЭДС, называют **неоднородным**.

Закон Ома для неоднородного участка цепи: сила тока на неоднородном участке цепи пропорциональна напряжению на концах участка цепи и обратно пропорциональна его сопротивлению

$$I = \frac{U_{12}}{R}. \quad (83.1)$$

Подставив формулу (80.4) в выражение (83.1), получим закон Ома для неоднородного участка цепи в виде

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}, \quad (83.2)$$

где \mathcal{E}_{12} — действующая на участке $I-2$ ЭДС; $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов, приложенная на концах участка цепи.

На участке цепи выбирается определенное направление (в данном случае $I-2$). Если ток течет в выбранном направлении, то он положителен. ЭДС также положительна ($\mathcal{E}_{12} > 0$), если направление действия сторонних сил (внутри источника от «минуса» к «плюсу») совпадает с выбранным направлением. Если направление сторонних сил противоположно, то $\mathcal{E}_{12} < 0$.

Если на данном участке цепи *источник тока отсутствует* ($\mathcal{E}_{12} = 0$), то из (83.2) приходим к *закону Ома для однородного участка цепи* (81.1)

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}.$$

Если электрическая цепь *замкнута*, то выбранные точки I и 2 совпадают, $\varphi_1 = \varphi_2$, тогда из (83.2) получаем *закон Ома для замкнутой цепи*:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R},$$

где \mathcal{E} — ЭДС, действующая в цепи; R — суммарное сопротивление всей цепи.

§ 84. Характеристики магнитного поля

Магнитное поле — поле, существующее вокруг проводников с током и постоянных магнитов, обнаруживаемое по его *силовому действию* на движущиеся электрические заряды, другие проводники с токами и постоянные магниты.

Так, датский физик Эрстед (1820) обнаружил, что **магнитная стрелка** (легкий магнитик, помещенный на острие), расположенная параллельно прямолинейному проводнику (рис. 95, *а*), стремится повернуться перпендикулярно к проводнику с током (рис. 95, *б*). При изменении направления тока к проводнику поворачивается другой конец магнитной стрелки.

А. Ампер (1820) установил, что при пропускании через параллельные проводники токов одинакового направления проводники притягиваются (рис. 96, *а*), при пропускании токов противоположного направления — отталкиваются (рис. 96, *б*).

Рассмотренные опыты Эрстеда и Ампера доказали, что подобно тому как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электростатическое поле, так и в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое **магнитным**. Название «магнитное поле» связывают с ориентацией магнитной стрелки под действием поля, создаваемого током.

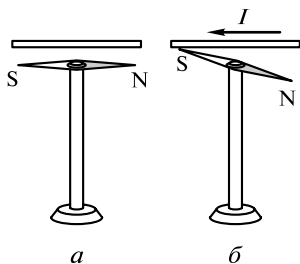


Рис. 95

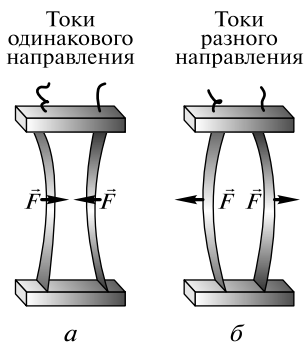


Рис. 96

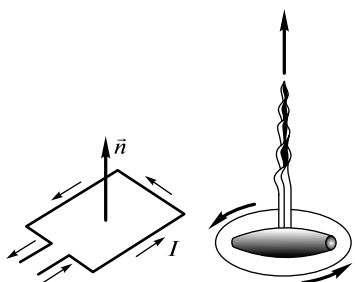


Рис. 97

Важнейшая особенность магнитного поля заключается в том, что *магнитное поле создается только движущимися зарядами и действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды*. Электрическое поле создается и действует как на неподвижные, так и движущиеся заряды.

Опытным путем установлено, что характер воздействия магнитного поля на ток различен в зависимости от *формы проводника*, по которому течет ток, *расположения проводника и направления тока*.

Подобно тому как при исследовании электрического поля применяли точечный заряд (см. § 63), для исследования магнитного поля используется замкнутый *плоский контур с током (рамка с током)*, линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве определяется направлением нормали к контуру.

Направление нормали задается **правилом правого винта**: за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (рис. 97).

Если плоский контур с током поместить в однородное магнитное поле, то *положительная нормаль* к контуру устанавливается в определенном направлении, которое принимают за направление магнитного поля в данной точке. Поскольку контур с током испытывает ориентирующее действие поля, то на него в магнитном поле действует пара сил. Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки и определяется по формуле

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}], \quad (84.1)$$

где \vec{p}_m — **вектор магнитного момента рамки** с током; \vec{B} — **вектор магнитной индукции** (количественная характеристика магнитного поля).

Для плоского контура с током I

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (84.2)$$

где S — площадь поверхности контура (рамки); \vec{n} — единичный вектор нормали к поверхности рамки. Направление \vec{p}_m совпадает с направлением положительной нормали.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют разные вращающие моменты, однако отношение $\frac{M_{\max}}{p_m}$ (M_{\max} — максимальный

вращающий момент) для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$B = \frac{M_{\max}}{P_m}. \quad (84.3)$$

Магнитная индукция в данной точке *однородного* магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

Отметим, что магнитная индукция может быть определена не только по формуле (84.3), но и из закона Ампера [см. (87.2)] и из выражения для силы Лоренца [см. (89.2)].

Магнитное поле — *силовое поле* и его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью **линий магнитной индукции** (магнитных силовых линий) — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора \vec{B} . Их направление задается **правилом правого винта**: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции (рис. 98).

Линии магнитной индукции всегда *замкнуты* (не имеют начала и конца) и охватывают проводники с током. Это означает, что магнитное поле в отличие от электрического не имеет источников — «магнитные заряды» не существуют. **Поле** с замкнутыми линиями индукции называют **вихревым** (в отличие от потенциальных полей, например электростатического поля). Таким образом, *магнитное поле является вихревым*.

Линии магнитной индукции можно «проявить» с помощью железных опилок, намагничивающихся в исследуемом поле и ведущих себя подобно маленьким магнитным стрелкам. На рис. 99 показаны

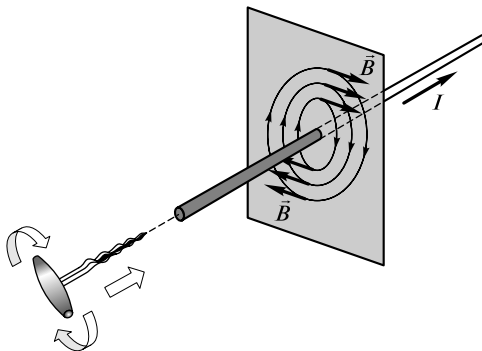


Рис. 98

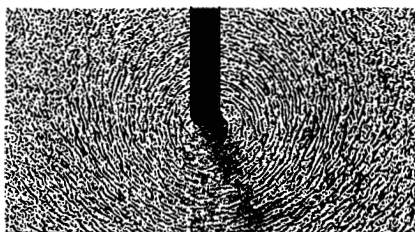


Рис. 99

линии магнитной индукции прямолинейного проводника с током: они имеют вид окружностей с центром на оси проводника.

§ 85. Магнитное поле токов

Для магнитного поля, как и для электрического (§ 65), справедлив **принцип суперпозиции**: вектор магнитной индукции результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равен векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (85.1)$$

Магнитное поле постоянных токов изучалось Ж.Био и Ф.Саваром, результаты опытов которых обобщил П.Лаплас. Магнитная индукция постоянного тока I в вакууме определяется законом Био—Савара—Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (85.2)$$

где $d\vec{l}$ — вектор, по модулю равный длине $d\vec{l}$ проводника и совпадающий по направлению с током (элемент $d\vec{l}$ создает в точке A (рис. 100) индукцию поля $d\vec{B}$); \vec{r} — радиус-вектор, проведенный из элемента $d\vec{l}$ проводника в точку A поля; r — модуль радиуса-вектора \vec{r} , $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ — магнитная постоянная (*генри* — единица индуктивности (см. § 99)).

Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и \vec{r} , т.е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть задано по правилу нахождения линий магнитной индукции (**правилу правого винта**): направление вращения головки винта дает направление $d\vec{B}$, если по-

ступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id \sin \alpha}{r^2}, \quad (85.3)$$

где α — угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{r} .

Применяя закон Био—Савара—Лапласа (85.3) и принцип суперпозиции (85.1), можно рассчитать магнитное поле любых систем токов. В общем случае расчет достаточно сложен, но если распределение тока имеет определенную симметрию, то задача значительно упрощается.

Приведем примеры использования закона Био—Савара—Лапласа.

Магнитное поле прямого тока — тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины (рис. 101). В произвольной точке A , удаленной от оси проводника на расстояние R , векторы $d\vec{B}$ от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа («к нам»). Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей.

Выбирая в качестве постоянной интегрирования угол α и следуя рисунку, $r = \frac{R}{\sin \alpha}$; $dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}$. Подставив эти выражения в (85.3),

получим, что магнитная индукция, создаваемая одним элементом проводника, равна

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin \alpha d\alpha. \quad (85.4)$$

Так как угол α для всех элементов прямого тока изменяется в пределах от 0 до π , то, согласно (85.1) и (85.4),

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 2I}{4\pi R}. \quad (85.5)$$

Следовательно, магнитная индукция поля прямого тока *в вакууме*

$$B = \frac{\mu_0 2I}{4\pi R}. \quad (85.6)$$

Магнитное поле в центре кругового тока (рис. 102). Все элементы кругового проводника с током создают в центре магнитные поля одинакового направления — вдоль нормали

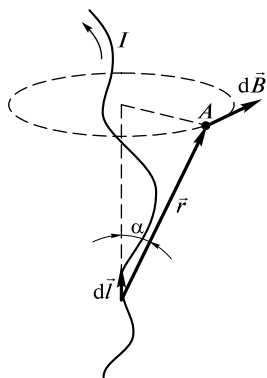


Рис. 100

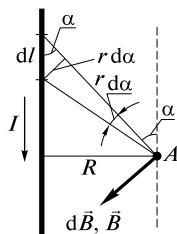


Рис. 101

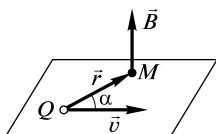


Рис. 102

от витка. Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. Так как все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($\sin \alpha = 1$) и расстояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно R , то, согласно формуле (85.3),

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl. \quad (85.7)$$

Тогда

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R = \mu_0 \frac{I}{2R}.$$

Следовательно, магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током *в вакууме*

$$B = \mu_0 \frac{I}{2R}. \quad (85.8)$$

§ 86. Магнитное поле движущегося заряда

Электрический ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов, поэтому любой движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. В результате обобщения опытных данных был установлен закон, определяющий поле \vec{B} точечного положительного заряда Q , свободно движущегося в вакууме с нерелятивистской скоростью \vec{v} . *Под свободным движением заряда* понимается его движение с постоянной скоростью. Этот закон выражается формулой

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q}{r^3} [\vec{v}, \vec{r}], \quad (86.1)$$

где r — радиус-вектор, проведенный от заряда Q к точке наблюдения M (см. рис. 102); μ_0 — магнитная постоянная.

Согласно выражению (86.1), вектор \vec{B} направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы \vec{v} и \vec{r} , а именно: его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{v} к \vec{r} . Вектор \vec{B} представляет собой псевдовектор.

Модуль магнитной индукции (86.1) вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu}{4\pi} \frac{Qv}{r^2} \sin \alpha, \quad (86.2)$$

где α — угол между векторами \vec{v} и \vec{r} .

Сравнивая выражения (85.2) и (86.1), видим, что движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока.

§ 87. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов

Обобщая результаты исследования действия магнитного поля на различные проводники с током, А. Ампер установил, что сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент проводника $d\vec{l}$ с током, находящегося в магнитном поле, равна

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}], \quad (87.1)$$

где $d\vec{l}$ — вектор, по модулю равный $d\vec{l}$ и совпадающий по направлению с током; \vec{B} — вектор магнитной индукции.

Выражение (87.1) определяет **закон Ампера**.

Модуль силы Ампера [см. (87.1)] вычисляется по формуле

$$dF = IBdl \sin \alpha, \quad (87.2)$$

где α — угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

Направление силы Ампера определяется по **правилу левой руки**: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор \vec{B} , а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы Ампера (рис. 103).

Пусть два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с токами I_1 и I_2 (токи направлены перпендикулярно плоскости чертежа к нам) находятся в вакууме на расстоянии R друг от друга (рис. 104). Магнитное поле тока I_1 действует на элемент $d\vec{l}$ второго проводника с током I_2 . Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии индукции которого представляют собой концентрические окружности.

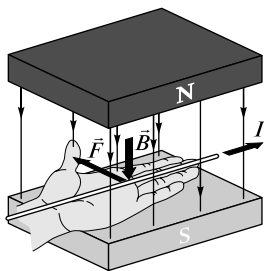


Рис. 103

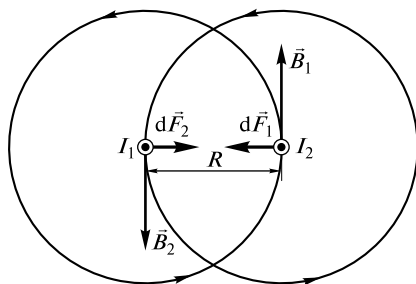


Рис. 104

Направление вектора \vec{B}_1 определяется правилом правого винта, его модуль по формуле (85.6) равен

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}. \quad (87.3)$$

Направление силы $d\vec{F}_1$, с которой поле \vec{B}_1 действует на участок dl второго тока, определяется по правилу левой руки и указано на рисунке. Модуль силы, согласно формуле (87.2), с учетом того, что угол α между элементами тока I_2 и вектором \vec{B}_1 прямой, равен

$$dF_1 = I_2 B_1 dl. \quad (87.4)$$

Подставляя значение для B_1 , получим

$$dF_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl. \quad (87.5)$$

Рассуждая аналогично, имеем (см. рис. 104)

$$dF_2 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl. \quad (87.6)$$

Из выражений (87.5) и (87.6) следует, что

$$dF_1 = dF_2,$$

т.е. *два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу* (см. рис. 96) с силой

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl. \quad (87.7)$$

Если токи имеют противоположные направления, то, используя правило левой руки, можно показать, что между ними действует *сила отталкивания* (см. также рис. 96), определяемая формулой (87.7).

§ 88. ЕДИНИЦЫ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ И СИЛЫ ТОКА

Пусть элемент проводника dl с током I перпендикулярен направлению магнитного поля. Тогда закон Ампера (87.2) запишется в виде

$$dF = IBdl,$$

откуда

$$B = \frac{1}{I} \frac{dF}{dl}. \quad (88.1)$$

Единица магнитной индукции — тесла (Тл); 1 Тл — магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по этому проводнику течет ток 1 А:

$$1 \text{ Тл} = 1 \text{ Н}/(\text{А} \cdot \text{м}).$$

Если два параллельных проводника с током находятся *в вакууме*, то сила взаимодействия на единицу длины проводника, согласно (87.7), равна

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R}. \quad (88.2)$$

При $I_1 = I_2 = 1 \text{ А}$, $R = 1 \text{ м}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/м}^2$ (см. § 85):

$$\frac{dF}{dl} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Таким образом, 1 *ампер* равен силе постоянного тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, создает между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$ на каждый метр длины (см. также Введение. Единицы физических величин).

§ 89. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле

Магнитное поле действует на проводники с токами (см. § 87), а электрический ток — это упорядоченное (направленное) движение заряженных частиц. Поэтому магнитное поле действует и на отдельные, движущиеся в нем, заряженные частицы. Сила, действующая на электрический заряд Q , движущийся в магнитном поле со скоростью \vec{v} , называется *силой Лоренца* и выражается формулой

$$\vec{F}_L = Q[\vec{v}, \vec{B}], \quad (89.1)$$

где \vec{B} — индукция магнитного поля, в котором заряд движется.

Направление силы Лоренца определяется по *правилу левой руки*: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор \vec{B} , а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора \vec{v} , то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на *положительный заряд* (рис. 105). На отрицательный заряд сила Лоренца действует в противоположном направлении (если он движется с такой же скоростью и в таком же магнитном поле).

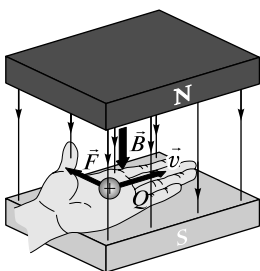


Рис. 105

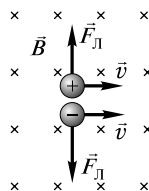


Рис. 106

На рис. 106 показано направление силы Лоренца, действующей на движущиеся положительный и отрицательный заряды (вектор магнитной индукции \vec{B} направлен перпендикулярно чертежу, от нас). Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не меняя ее модуля. Следовательно, *сила Лоренца не совершает работу*.

Модуль силы Лоренца [см. (89.1)]

$$F = QvB \sin \alpha. \quad (89.2)$$

Предположим, что магнитное поле *однородно* ($\vec{B} = \text{const}$) и на заряженную частицу не действует *электрическое поле*.

1. Заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью \vec{v} вдоль ($\vec{v} \parallel \vec{B}$) линий магнитной индукции (рис. 107, а). Тогда, согласно формуле (89.2), сила $F_L = 0$, т.е. частица продолжает двигаться *равномерно и прямолинейно*.

2. Если частица влетает в магнитное поле в направлении, перпендикулярном ($\vec{v} \perp \vec{B}$) линиям магнитной индукции (рис. 107, б), то, согласно (89.2),

$$F_L = QvB, \quad (89.3)$$

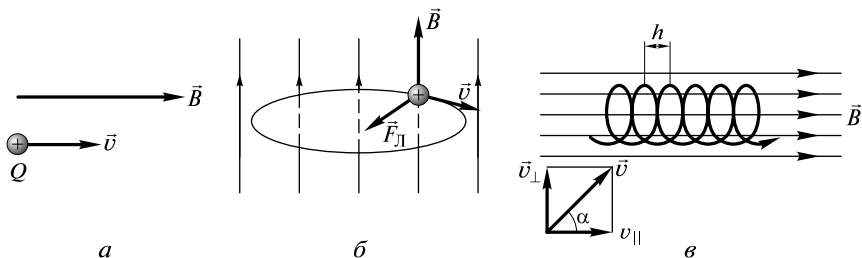


Рис. 107

т. е. сила Лоренца постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. В данном случае траектория частицы — *окружность* (или дуга окружности, если частица покидает поле).

Радиус r окружности найдем из условия

$$QvB = \frac{mv^2}{r}$$

(сила Лоренца играет роль центростремительной силы, сообщаемой частице нормальное ускорение). Тогда

$$r = \frac{m v}{Q B}. \quad (89.4)$$

Период вращения частицы, т. е. время T , за которое она совершает один полный оборот,

$$T = \frac{2\pi r}{v}. \quad (89.5)$$

Подставив сюда выражение (89.4), получим

$$T = \frac{2\pi m}{B Q}, \quad (89.6)$$

т. е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величиной, обратной удельному заряду $\left(\frac{Q}{m}\right)$ частицы, и магнитной индукцией поля, но не зависит от ее скорости (при $v \ll c$). На этом основано действие циклических **ускорителей заряженных частиц**.

3. Заряженная частица влетает в магнитное поле со скоростью v под углом α к вектору \vec{B} (рис. 107, *в*). В данном случае ее движение можно представить в виде суперпозиции: *равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_{\parallel} = v \sin \alpha$; равномерного движения со скоростью $v_{\perp} = v \cos \alpha$ по окружности в плоскости, перпендикулярной полю*. Радиус окружности определяется формулой (89.4) (в данном случае надо заменить v на $v_{\perp} = v \cos \alpha$). В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю (см. рис. 107, *в*). Шаг винтовой линии

$$h = v_{\parallel} T = v T \cos \alpha.$$

Подставив в последнее уравнение выражение (89.6), получим

$$h = \frac{2\pi m v}{B Q} \cos \alpha.$$

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

§ 90. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции в вакууме

Циркуляцией вектора \vec{B} [по аналогии с циркуляцией вектора \vec{E} (см. (66.4)] по замкнутому контуру называют интеграл

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl, \quad (90.1)$$

где $d\vec{l}$ — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура; $B_l = B \cos \alpha$ — составляющая вектора \vec{B} в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода); α — угол между векторами \vec{B} и $d\vec{l}$.

Теорема о циркуляции вектора \vec{B} в вакууме гласит: циркуляции вектора \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k, \quad (90.2)$$

где n — число проводников с токами, охватываемых контуром L произвольной формы.

Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, изображенных на рис. 108,

$$\sum_{k=1}^n I_k = I_1 + 2I_2 - 0 \cdot I_3 - I_4.$$

Применяя теорему о циркуляции (90.2), рассчитаем магнитное поле прямого тока I , перпендикулярного плоскости чертежа и направленного к нам (рис. 109). Замкнутый контур выбираем в виде окружности радиуса r . В каждой точке этого контура вектор \vec{B} *одинаков по модулю* и направлен по касательной к окружности (она является и линией магнитной индукции). Следовательно, циркуляция вектора \vec{B} равна

$$\oint_L B_l dl = \oint_L B dl = B \oint_L dl = B \cdot 2\pi r.$$

Согласно теореме о циркуляции (90.2),

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I,$$

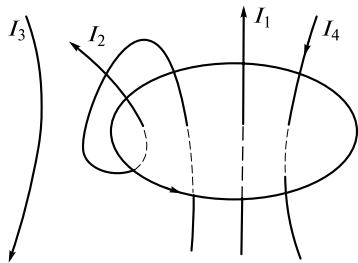


Рис. 108

откуда магнитная индукция прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (90.3)$$

Формула (90.3) совпадает с (85.6), полученной из закона Био—Савара—Лапласа.

Сравнивая выражения (66.3) и (90.2) для циркуляции векторов \vec{E} и \vec{B} , видим, что между ними существует *принципиальное различие*. Циркуляция вектора \vec{E} электростатического поля всегда равна нулю, т.е. электростатическое поле является *потенциальным*. Циркуляция вектора \vec{B} магнитного поля нулю не равна. Такое *поле* называется *вихревым*.

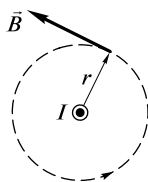


Рис. 109

§ 91. Магнитное поле соленоида и тороида

Рассмотрим *соленоид* (изолированный проводник, равномерно намотанный на цилиндрическую поверхность, по которому течет электрический ток) длиной l , имеющий N витков, причем $l \gg d$ (d — диаметр витков соленоида), т.е. соленоид можно принять бесконечно длинным. Если витки расположены вплотную друг к другу, то соленоид можно рассматривать как систему последовательно соединенных круговых токов одинакового радиуса на общей оси.

Магнитное поле *однородно* внутри *бесконечного* соленоида, а вне соленоида очень слабое и неоднородное и его можно не учитывать (на рис. 110 линии магнитной индукции «проявлены» с помощью железных опилок).

Считая соленоид бесконечным, выберем замкнутый прямоугольный контур $ABCD$ (рис. 111), циркуляция вектора \vec{B} по нему, охватывающему все N витков, согласно формуле (90.2), равна

$$\oint_{ABCD} B_l dl = \mu_0 NI.$$

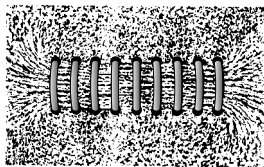


Рис. 110

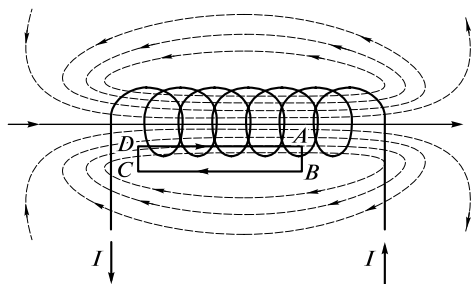


Рис. 111

Интеграл по $ABCD$ можно представить в виде суммы четырех интегралов: по AB , BC , CD и DA . На участках AB и CD контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и $B_{\parallel} = 0$; вне соленоида $B = 0$. На участке DA циркуляция вектора \vec{B} равна Bl (участок контура совпадает с линией магнитной индукции); следовательно,

$$\int_{DA} B_l dl = Bl = \mu_0 NI. \quad (91.1)$$

Из (91.1) приходим к выражению для магнитной индукции поля внутри соленоида (в вакууме):

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}, \quad (91.2)$$

т. е. B зависит от числа витков соленоида, его длины, а также от силы тока, протекающего по соленоиду.

Тороид — кольцевая катушка с током, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора (рис. 112). Если витки расположены вплотную друг к другу, то тороид можно рассматривать как систему последовательно соединенных круговых токов одинакового радиуса, центры которых лежат на средней линии тороида.

Магнитное поле тороида целиком локализовано внутри его объема, оно однородно; вне тороида поле отсутствует (рис. 113).

Линии магнитной индукции поля тороида, исходя из соображений симметрии, — концентрические окружности, центры которых лежат на оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиусом r . Тогда, по теореме о циркуляции (90.2),

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI,$$

откуда следует, что магнитная индукция внутри тороида (в вакууме)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}, \quad (91.3)$$

где N — число витков тороида.

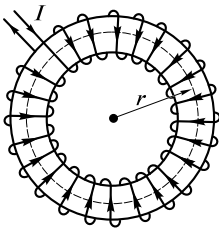


Рис. 112

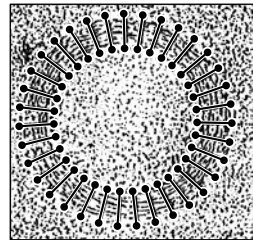


Рис. 113

Если контур проходит вне тороида, то токов он не охватывает и $B \cdot 2\pi r = 0$. Это означает, что поле вне тороида отсутствует (что показывает и опыт).

§ 92. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции

По аналогии с потоком вектора \vec{E} (см. § 68) вводят **поток вектора магнитной индукции (магнитный поток)** сквозь площадку dS :

$$d\Phi_B = \vec{B} d\vec{S} = B_n dS \quad (92.1)$$

— *скалярная* величина, где $B_n = B \cos \alpha$ — проекция вектора \vec{B} на направление нормали к площадке dS (α — угол между векторами \vec{n} и \vec{B}); $d\vec{S} = dS \vec{n}$ — вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с направлением нормали \vec{n} к площадке.

Поток вектора \vec{B} может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака $\cos \alpha$ (определяется выбором положительного направления нормали \vec{n}).

Поток вектора \vec{B} связывают с контуром, по которому течет ток. Поскольку положительное направление нормали к контуру связывается с током *правилом правого винта* (см. § 84), то магнитный поток, создаваемый контуром через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

Поток вектора магнитной индукции Φ_B сквозь произвольную поверхность S

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS. \quad (92.2)$$

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору \vec{B} , $B_n = B = \text{const}$ и

$$\Phi_B = BS. \quad (92.3)$$

Из этой формулы определяется единица магнитного потока в СИ — **вебер** (Вб); 1 Вб — магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью 1 м^2 , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл:

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2.$$

Магнитный поток характеризует магнитное поле, пронизывающее поверхность.

В качестве примера рассчитаем поток вектора \vec{B} сквозь бесконечно длинный соленоид (см. § 91). Магнитная индукция однородного поля внутри соленоида (в вакууме) согласно (91.2) равна

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}.$$

Магнитный поток сквозь один виток соленоида площадью S равен

$$\Phi_1 = BS,$$

а полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида, называемый **потокосцеплением**,

$$\Psi = \Phi_1 N = NBS = \mu_0 \frac{N^2 I}{l} S. \quad (92.4)$$

Теорема Гаусса для поля \vec{B} : поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0. \quad (92.5)$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

Итак, для потоков векторов \vec{B} и \vec{E} сквозь замкнутую поверхность в вихревом и потенциальном полях получаются различные выражения [см. (92.5) и (66.3)].

§ 93. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

Контур с током (неподвижный проводник и скользящая по нему перемычка длиной l) помещен во внешнее однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура (рис. 114).

На перемычку (проводник с током) в магнитном поле действует сила Ампера, и перемычка будет перемещаться. Следовательно, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током.

Сила, направление которой определяется по правилу левой руки (см. § 87), а значение — по закону Ампера [см. (87.2)], равна

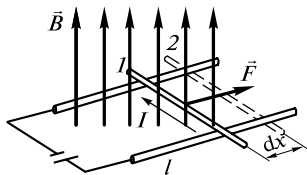


Рис. 114

$$F = IBl.$$

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx из положения 1 в положение 2. Работа, совершаемая магнитным полем, равна

$$dA = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi,$$

где $ldx = dS$ — площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле; $BdS = d\Phi$ — поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь.

Таким образом,

$$dA = Id\Phi, \quad (93.1)$$

т.е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, *пересеченный движущимся проводником*. Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора \vec{B} .

Найдем работу по перемещению в магнитном поле замкнутого контура с постоянным током I . Разбив мысленно контур на бесконечно малые элементы тока и рассмотрев их бесконечно малые перемещения, получим, что к каждому такому элементу применима формула $d'A = Id'\Phi$ ($d'\Phi$ — магнитный поток, пересеченный бесконечно малым элементом тока). Отметим, что при таких допущениях магнитное поле, в котором перемещается данный элемент тока, можно считать однородным.

Сложив элементарные работы для всех элементов тока, на которые разбит контур, получим формулу (93.1), в которой $d\Phi$ — приращение магнитного потока через весь контур. Тогда работа по перемещению в магнитном поле замкнутого контура с постоянным током из начального положения 1 в конечное положение 2

$$A = \int_1^2 Id\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi, \quad (93.2)$$

где $\Delta\Phi$ — *изменение магнитного потока, сцепленного с контуром*.

Формула (93.2) справедлива для контура любой формы в произвольном магнитном поле.

§ 94. Намагниченность.

Теорема о циркуляции

вектора магнитной индукции в веществе

Из опыта следует, что все вещества, помещенные во внешнее магнитное поле, *намагничиваются*, т.е. под действием магнитного поля приобретают магнитный момент. Для объяснения явления

намагниченности Ампер предположил, что в молекулах вещества циркулируют молекулярные токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Каждый *молекулярный ток создает собственное магнитное поле*, и результирующее магнитное поле всех входящих в вещество атомов определяет магнитные свойства вещества.

Для количественного описания намагничивания магнетиков вводят векторную величину — **намагниченность**, определяемую магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{p_m}{V} = \frac{\sum \vec{p}_a}{V}, \quad (94.1)$$

где $\vec{p}_m = \sum \vec{p}_a$ — магнитный момент магнетика, представляющий собой векторную сумму магнитных моментов отдельных молекул (сравните с формулой (72.1) для *поляризованности*).

Магнитное поле в веществе складывается из двух полей: внешнего поля, создаваемого током, и поля, создаваемого намагниченным веществом. Тогда можно записать, что вектор магнитной индукции *результирующего магнитного поля в магнетике* равен векторной сумме магнитных индукций *внешнего поля* \vec{B}_0 (создаваемого намагничивающим током *в вакууме*) и *поля микротоков* \vec{B}' (создаваемого молекулярными токами):

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (94.2)$$

Запишем выражение для циркуляции [см. (90.1)] поля (94.2):

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L \vec{B}_0 d\vec{l} + \oint_L \vec{B}' d\vec{l}. \quad (94.3)$$

Согласно формуле (90.2),

$$\oint_L \vec{B}_0 d\vec{l} = \mu_0 I, \quad (94.4)$$

где I — алгебраическая сумма макротоков (токов проводимости), охватываемых замкнутым контуром, по которому производится интегрирование.

Для поля микротоков должно выполняться такое же соотношение

$$\oint_L \vec{B}' d\vec{l} = \mu_0 I', \quad (94.5)$$

где I' — алгебраическая сумма микротоков (молекулярных токов), охватываемых тем же замкнутым контуром L .

Подставляя формулы (94.4) и (94.5) в выражение (94.3), получим **теорему о циркуляции вектора \vec{B} в веществе**:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 (I + I'), \quad (94.6)$$

т. е. циркуляция вектора магнитной индукции \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и молекулярных токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную.

Таким образом, вектор \vec{B} характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках, поэтому линии вектора магнитной индукции \vec{B} не имеют источников и являются замкнутыми.

§ 95. Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля

Из теории известно, что циркуляция намагниченности \vec{J} (см. § 94) по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме *молекулярных токов*, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{J} d\vec{l} = I'. \quad (95.1)$$

Тогда теорему о циркуляции вектора \vec{B} в веществе (94.6) запишем в виде

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I, \quad (95.2)$$

где I (подчеркнем это еще раз) — алгебраическая сумма токов проводимости.

Циркуляция величин, стоящих в скобках под знаком интеграла, определяется только *макроскопическими токами*. Вектор

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \quad (95.3)$$

называют *напряженностью магнитного поля*.

Подставив формулу (95.3) в выражение (95.2), получим *теорему о циркуляции вектора \vec{H}* :

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I, \quad (95.4)$$

т. е. циркуляция вектора \vec{H} по произвольному замкнутому контуру L равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром.

Сравнив векторные характеристики электростатического (\vec{E} и \vec{D}) и магнитного (\vec{B} и \vec{H}) полей, укажем, что аналогом вектора напряженности электростатического поля \vec{E} является вектор магнитной

индукции \vec{B} , так как векторы \vec{E} и \vec{B} определяют силовые действия этих полей и зависят от свойств среды. Аналогом вектора электрического смещения \vec{D} является вектор напряженности \vec{H} магнитного поля.

В случае *вакуума* $\vec{J} = 0$, поэтому

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}, \quad (95.5)$$

и формула (95.5) переходит в формулу (95.3).

Из формулы (95.5) можно определить единицу напряженности магнитного поля в СИ — *ампер на метр* (А/м); 1 А/м — напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ Тл.

Как показывает опыт, в несильных полях намагниченность пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничивание, т. е.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (95.6)$$

где χ — безразмерная величина, называемая *магнитной восприимчивостью вещества*.

Используя формулу (95.6), выражение (95.3) можно привести к виду

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}. \quad (95.7)$$

Безразмерную величину

$$\mu = 1 + \chi, \quad (95.8)$$

показывающую, во сколько раз магнитное поле макротокков усиливается за счет микротокков среды, называют *магнитной проницаемостью вещества*.

Из выражений (95.7) и (95.8) получаем, что

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}. \quad (95.9)$$

§ 96. Парамагнетики, диамагнетики и ферромагнетики

Парамагнетики — вещества, собственные магнитные моменты атомов которых в отсутствие внешнего магнитного поля отличны от нуля. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому парамагнитные вещества магнитными свойствами не обладают.

При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается *преимущественная* ориентация магнитных моментов

атомов *по полю* (полной ориентации препятствует тепловое движение атомов).

Таким образом, *парамагнетик* намагничивается, создавая собственное магнитное поле, *совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его*.

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается. К парамагнетикам относятся редкоземельные элементы, Pt, Al и т. д.

Для парамагнетиков магнитная восприимчивость χ [определяется формулой (95.6)] невелика, но положительна. Так, платина (Pt) усиливает магнитное поле по сравнению с полем в вакууме в 1,00036 раза [см. также выражения (95.8) и (95.9)].

Диамagnetики — вещества, молекулы которых не обладают магнитным моментом. Во внешнем магнитном поле индуцируются элементарные круговые токи. Так как этот микроток индуцирован внешним магнитным полем, то, согласно правилу Ленца, у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю. Наведенные составляющие магнитных полей атомов (молекул) складываются и образуют *собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле*.

Таким образом, диамagnetик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, *направленное против внешнего поля и ослабляющее его*.

К диамagnetикам относятся многие металлы (например, Bi, Ag, Au, Cu), большинство органических соединений, смолы, углерод и т. д.

Для диамagnetиков магнитная восприимчивость χ [определяется формулой (95.6)] невелика, но отрицательна. Так, сильный диамagnetик — висмут (Bi) — ослабляет магнитное поле по сравнению со своим значением в вакууме в 1,000176 раза [см. также выражения (95.8) и (95.9)].

Подводя итог качественному рассмотрению диа- и парамагнетиков, отметим, что атомы всех веществ являются носителями диамagnetных свойств.

Если магнитный момент атомов велик, то парамагнитные свойства преобладают над диамagnetными и вещество является парамагнетиком; если магнитный момент атомов мал, то преобладают диамagnetные свойства и вещество является диамagnetиком.

Ферромагнетики — твердые вещества, обладающие *спонтанной намагниченностью* даже при отсутствии внешнего магнитного поля, которая подвержена сильному влиянию внешних факторов — изменению температуры, магнитного поля, деформации.

В отличие от диа- и парамагнетиков (*слабмагнитных веществ*), для которых J от H линейна [см. (95.6)], для ферромагнетиков (*сильномагнитных веществ*) эта зависимость сложная: вначале

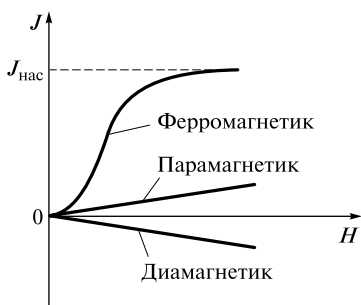


Рис. 115

с возрастанием H намагниченность J растет сначала быстро, затем медленнее, достигая *магнитного насыщения* $J_{\text{нас}}$ (рис. 115).

К ферромагнетикам, кроме основного их представителя — железа (от него и идет название «ферромагнетизм»), относятся, например, кобальт, никель, гадолиний, их сплавы и соединения. Для ферромагнетиков $\mu \gg 1$ (например, для стали $\mu \sim 8\,000$).

Свойства ферромагнетиков обнаруживаются лишь при температурах, меньших определенной температуры для каждого из них, называемой *точкой Кюри*. При температуре, большей точки Кюри, ферромагнетик становится парамагнетиком. Например, точка Кюри для железа $\sim 760^\circ\text{C}$, для никеля — 360°C , для кобальта — $1\,000^\circ\text{C}$. Существуют ферромагнитные сплавы, точка Кюри для которых меньше 100°C (например, пермаллой — 70°C).

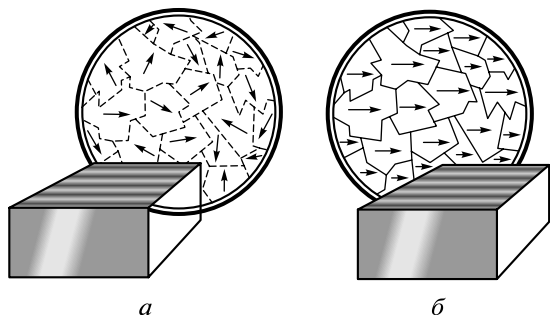


Рис. 116

При температурах, меньших точки Кюри, ферромагнитные вещества состоят из намагниченных областей с линейными размерами порядка 10^{-2} – 10^{-4} см — *доменов*. В разных доменах магнитное поле ориентировано по-разному, поэтому ферромагнетик не намагничен (рис. 116, *а*). При наложении внешнего магнитного поля происходит упорядочение ориентации полей доменов, в результате чего образец оказывается намагниченным (рис. 116, *б*) вдоль внешнего поля, причем тем сильнее, чем больше магнитная индукция внешнего поля (возрастает степень упорядоченности ориентации отдельных доменов).

§ 97. Явление электромагнитной индукции

М. Фарадей считал, что между электрическими и магнитными явлениями существует тесная взаимосвязь, а именно, если проводники с током создают вокруг себя магнитное поле, то должно наблюдаться и обратное явление — *возникновение в замкнутом контуре электрического тока под действием магнитного поля*.

Фарадей опытным путем доказал (1831), что в замкнутом проводящем контуре *при изменении потока магнитной индукции*, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток. Это явление получило название *электромагнитной индукции*, а возникающий ток называют *индукционным*.

В качестве иллюстрации изложенного рассмотрим один из опытов Фарадея. Если в замкнутый на амперметр соленоид вдвигать или выдвигать постоянный магнит, то в моменты его вдвигания или выдвигания наблюдается отклонение стрелки амперметра (возникает индукционный ток); направления отклонения стрелки при вдвигании и выдвигании магнита противоположны. Отклонение стрелки амперметра тем больше, чем больше скорость движения магнита

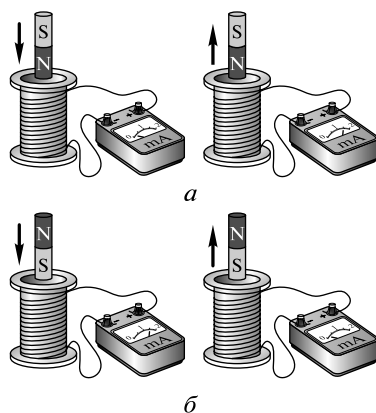


Рис. 117

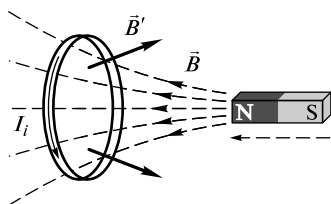


Рис. 118

относительно катушки (рис. 117, а). При изменении полюсов магнита направление отклонения стрелки изменится (рис. 117, б). Для получения индукционного тока магнит можно оставлять неподвижным, тогда нужно относительно магнита передвигать соленоид.

Сила индукционного тока совершенно не зависит от способа изменения потока магнитной индукции, а определяется лишь скоростью его изменения (в опытах Фарадея также доказывалось, что отклонение стрелки амперметра (сила тока) тем больше, чем больше скорость движения магнита).

Направление индукционного тока зависит от того, *возрастает или убывает магнитный поток*, пронизывающий контур, а также от *направления вектора магнитной индукции*.

Проследим, например, что происходит при приближении магнита к кольцу (рис. 118): число линий магнитной индукции, пронизывающих кольцо, увеличивается, т. е. увеличивается магнитный поток сквозь кольцо ($\frac{d\Phi}{dt} > 0$). Линии индукции магнитного поля в кольце,

создаваемого индукционным током, выходят из кольца (кольцо отталкивает магнит). Таким образом, вектор \vec{B}' магнитного поля индукционного тока направлен против вектора \vec{B} внешнего магнитного поля. Направления \vec{B}' и индукционного тока I_i подчиняются *правилу правого винта*.

Из опытов, таким образом, следует, что индукционный ток имеет *всегда* такое направление, что создаваемое им магнитное поле *препятствует как нарастанию магнитного поля* сквозь кольцо (при увеличении магнитного потока сквозь кольцо), *так и его уменьшению* (при уменьшении магнитного потока сквозь кольцо).

Направление индукционного тока определяется *правилом Ленца* (1833): индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле *препятствует изменению магнитного потока*, вызывающему этот индукционный ток.

§ 98. Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)

При изменении магнитного потока, пронизывающего проводящий контур, в контуре возникает индукционный ток (см. § 97). Это указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой *электродвижущей силой электромагнитной индукции*.

ЭДС электромагнитной индукции \mathcal{E}_i определяются *только скоростью изменения магнитного потока*, т. е.

$$\mathcal{E}_i \sim \frac{d\Phi}{dt}. \quad (98.1)$$

С учетом правила Ленца (см. § 97) выражение (98.1) можно записать в виде

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (98.2)$$

Формула (98.2) определяет **закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)**: ЭДС электромагнитной индукции \mathcal{E}_i в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

Следуя Г. Гельмгольцу, используя закон сохранения энергии, выведем закон Фарадея. Рассмотрим проводник с током I , который помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, и может свободно перемещаться (см. рис. 114). Под действием силы Ампера \vec{F} , направление которой показано на рисунке, проводник перемещается на отрезок dx . Сила Ампера совершает работу [см. (93.1)] $dA = Id\Phi$, где $d\Phi$ — пересеченный проводником магнитный поток.

Согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время dt ($\mathcal{E}Idt$) расходуется на джоулеву теплоту (I^2Rdt) и работу по перемещению проводника в магнитном поле ($Id\Phi$):

$$\mathcal{E}Idt = I^2Rdt + Id\Phi,$$

где R — полное сопротивление контура.

Тогда

$$I = \frac{\mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt}}{R},$$

где $-\frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E}_i$, есть не что иное, как закон Фарадея [см. (98.2)].

ЭДС электромагнитной индукции выражается в вольтах:

$$\left[\frac{d\Phi}{dt} \right] = \frac{\text{Вб}}{\text{с}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{В}.$$

Закон электромагнитной индукции — универсальный закон: \mathcal{E}_i не зависит от способа изменения магнитного потока, а определяется только скоростью его изменения.

Максвелл для объяснения ЭДС индукции в *неподвижных* проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле \vec{E}_B , которое и является причиной возникновения индукционного тока в

проводнике. Циркуляция вектора \vec{E}_B этого поля по любому неподвижному контуру L проводника представляет собой ЭДС электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (98.3)$$

§ 99. ИНДУКТИВНОСТЬ. ЯВЛЕНИЕ САМОИНДУКЦИИ

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био—Савара—Лапласа [см. (85.8)], пропорциональна току. Сцепленный с контуром магнитный поток Φ поэтому пропорционален току в контуре:

$$\Phi = LI, \quad (99.1)$$

где коэффициент пропорциональности L называют **индуктивностью контура** [формула (99.1) записана для неферромагнитной среды].

Из выражения (99.1) определяют единицу индуктивности **генри** (Гн); 1 Гн — индуктивность такого контура, у которого при силе тока в нем 1 А возникает сцепленный с ним магнитный поток, равный 1 Вб:

$$1 \text{ Гн} = 1 \frac{\text{Вб}}{\text{А}}.$$

Рассчитаем индуктивность бесконечно длинного соленоида. Согласно (92.4), полный магнитный поток сквозь соленоид (потокосцепление)

$$\Phi = NBS = \mu_0 \mu NHS = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l} S$$

[учли $B = \mu_0 \mu H$ [см. (95.9)] и теорему о циркуляции вектора \vec{H} [см. (95.4)] для соленоида $Hl = NI$, откуда $H = \frac{NI}{l}$].

Подставив выражение для Φ в формулу (99.1), найдем формулу для индуктивности соленоида:

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}, \quad (99.2)$$

т. е. индуктивность соленоида зависит от числа N витков соленоида, его длины l , площади S и магнитной проницаемости μ вещества, из которого изготовлен сердечник соленоида.

Индуктивность контура в общем случае зависит от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. В этом смысле индуктивность

контура — аналог электрической емкости уединенного проводника, которая также зависит только от формы проводника, его размеров и диэлектрической проницаемости среды (§ 76).

При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться ЭДС. Возникновение ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называют **самоиндукцией**.

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея [см. (98.2)], получим, что ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI).$$

Если контур *не деформируется* и среда, заполняющая магнитное поле контура, *не ферромагнитна*, то $L = \text{const}$ и

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}, \quad (99.3)$$

где знак «-» обусловлен правилом Ленца, согласно которому наличие индуктивности в контуре приводит к *замедлению изменения* тока в нем.

Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую инертность, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность контура.

§ 100. Взаимная индукция

Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), близко расположенных друг к другу (рис. 119). Если в контуре 1 течет ток I_1 , то он создает через контур 2 магнитный поток, пропорциональный I_1 [см. (99.1)],

$$\Phi_{21} = L_{21}I_1, \quad (100.1)$$

где L_{21} — коэффициент пропорциональности (поле, создающее этот поток, на рисунке задано сплошными линиями).

Аналогично, при протекании в контуре 2 тока I_2 магнитный поток, пронизывающий контур 1,

$$\Phi_{12} = L_{12}I_2 \quad (100.2)$$

(поле, создающее этот поток, изображено на рисунке штриховыми линиями).

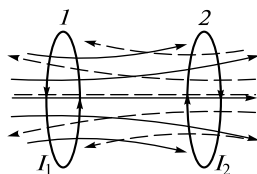


Рис. 119

Изменение силы тока в одном из контуров приведет к появлению ЭДС индукции в другом. Согласно закону Фарадея [см. (98.2)], соответственно ЭДС, индуцируемые в первом и втором контурах,

$$\mathcal{E}_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad (100.3)$$

$$\mathcal{E}_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (100.4)$$

Явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом называют *взаимной индукцией*, а коэффициенты пропорциональности L_{21} и L_{12} — *взаимной индуктивностью контуров*. Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что

$$L_{12} = L_{21}.$$

Их значения зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и магнитной проницаемости окружающей контуры среды.

Единица взаимной индуктивности в СИ такая же, как и для индуктивности (см. § 99), — *генри* (Гн).

Рассчитаем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник (рис. 120). Магнитное поле сосредоточено внутри тороида (см. § 91) и однородно (см. рис. 113). Если первая катушка содержит N_1 витков и по ней течет ток I_1 , то согласно теореме о циркуляции вектора \vec{H} (95.4):

$$Hl = N_1 I_1, \quad (100.5)$$

где l — длина сердечника по средней линии.

Каждый виток второй катушки пронизывается магнитным потоком $\Phi_2 = BS = \mu_0 \mu HS$ [учли (95.9)]. Подставив в эту формулу H из (100.5) и умножив на число витков N_2 второй катушки, найдем полный магнитный поток Φ сквозь вторичную обмотку:

$$\Phi = \Phi_2 N_2 = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S I_1.$$

Поток Φ создается током I_1 , поэтому, согласно (100.1), получаем

$$L_{21} = \frac{\Phi}{I_1} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S. \quad (100.6)$$

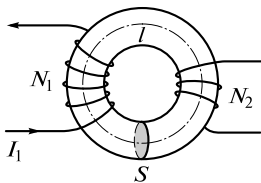


Рис. 120

Если вычислить магнитный поток, создаваемый катушкой 2 сквозь катушку 1, то для L_{12} получим выражение в соответствии с формулой (100.6). Таким образом, взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник,

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S. \quad (100.7)$$

Если сердечник изготовлен из ферромагнетика, то формула (100.7) несправедлива, поскольку магнитная проницаемость μ зависит от напряженности H магнитного поля (см. § 96).

На явлении взаимной индукции основано действие **трансформаторов** — устройств, применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока.

§ 101. Энергия магнитного поля

Замкнутый проводящий контур с током создает в окружающем пространстве магнитное поле, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока.

Если сила тока в замкнутом контуре возрастает, то в нем возникает ЭДС самоиндукции, противодействующая увеличению силы тока (см. § 99). Для увеличения силы тока необходимо, чтобы источник сторонних ЭДС совершил работу против ЭДС самоиндукции:

$$dA = -\mathcal{E}_s dQ = Id\Phi = LI dI \quad (101.1)$$

[учли, что $dQ = Idt$; $\mathcal{E}_s = -\frac{d\Phi}{dt}$; $\Phi = LI$].

При совершении работы (101.1) происходит превращение энергии источника сторонних ЭДС в энергию магнитного поля в контуре, поэтому

$$dW = LI dI. \quad (101.2)$$

Интегрируя выражение (101.2) от $I = 0$ до некоторого значения I , получим формулу, определяющую **энергию магнитного поля**, создаваемого током силы I в контуре индуктивностью L :

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (101.3)$$

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих само поле. Рассмотрим частный случай однородного магнитного поля длинного (практически бесконечного) соленоида. Индуктивность соленоида [см. (99.2)]

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l}.$$

Согласно теореме о циркуляции вектора напряженности магнитного поля (95.4), в случае соленоида

$$Hl = NI$$

или

$$I = \frac{Hl}{N}.$$

Подставив эти значения L и I в формулу (101.3) и произведя преобразования, получим

$$W = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V \quad (101.4)$$

(учли, что $Sl = V$ — объем соленоида).

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия [см. (101.4)] заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной **объемной плотностью**

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \quad (101.5)$$

§ 102. Вихревое электрическое поле

Объясняя возникновение ЭДС индукции в неподвижных проводниках, Максвелл высказал гипотезу, что *всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле*, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре.

Согласно Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле \vec{E}_B , циркуляция которого по (98.3)

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = \oint_L E_{Bl} dl = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (102.1)$$

где E_{Bl} — проекция вектора \vec{E}_B на направление $d\vec{l}$.

Учитывая, что $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$ [см. (92.2)], получим

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Если поверхность и контур неподвижны, то операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами. Следовательно,

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad (102.2)$$

где символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл $\int_S \vec{B} d\vec{S}$ является функцией только времени.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля (обозначим его \vec{E}_Q) вдоль любого замкнутого контура равна нулю [см. (66.3)]:

$$\oint_L \vec{E}_Q d\vec{l} = \oint_L E_{Ql} dl = 0. \quad (102.3)$$

Сравнивая выражения (102.2) и (102.3), видим, что между рассматриваемыми полями (\vec{E}_B и \vec{E}_Q) имеется *принципиальное различие*: циркуляция вектора \vec{E}_B в отличие от циркуляции вектора \vec{E}_Q не

равна нулю. Следовательно, электрическое поле \vec{E}_B , возбуждаемое магнитным полем, как и само магнитное поле (см. § 90), является *вихревым*.

§ 103. Ток смещения

Согласно Максвеллу, если *всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле*, то должно существовать и обратное явление: *всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля*.

Для установления количественных связей между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем Максвелл ввел понятие *тока смещения*.

Согласно теореме Гаусса для электростатического поля в диэлектрике (73.4), поток вектора электрического смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность S

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q, \quad (103.1)$$

где Q — алгебраическая сумма *свободных* электрических зарядов, охватываемых этой поверхностью.

Продифференцируем (103.1) по времени:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \oint_L \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}, \quad (103.2)$$

где операции дифференцирования и интегрирования поменяли местами (поверхность неподвижна и не деформируется), а символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл $\oint_S \vec{D} d\vec{S}$ является только функцией времени.

Правая часть выражения (103.2) имеет размерность силы тока. Кроме того, сравнивая выражения (103.2) и $I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$ [см. (79.5)],

видим, что $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ имеет размерность плотности тока. Эту величину Максвелл назвал *плотностью тока смещения*:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (103.3)$$

Ток смещения сквозь произвольную поверхность S

$$I_{\text{см}} = \int_S \vec{j} d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}, \quad (103.4)$$

т. е. он определяется потоком вектора плотности тока смещения сквозь поверхность S .

Рассмотрим направление векторов \vec{j} и $\vec{j}_{\text{см}}$. При зарядке конденсатора (рис. 121, а) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от верхней обкладки к нижней. В данном случае поле в конденсаторе усиливается ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} > 0$), вектор $\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен в ту же сторону, что и \vec{D} , т. е. направления \vec{j} и $\vec{j}_{\text{см}}$ совпадают.

В случае разрядки конденсатора (рис. 121, б) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от нижней обкладки к верхней. Поле в конденсаторе ослабляется ($\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} < 0$), т. е. вектор $\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен противоположно вектору \vec{D} . Однако вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ опять-таки направлен, как и вектор \vec{j} .

Из рассмотренных примеров следует, что направление вектора \vec{j} , а следовательно, и вектора $\vec{j}_{\text{см}}$ совпадает с направлением вектора $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$,

как это и следует из формулы (103.3).

Из всех физических свойств, присущих току проводимости, Максвелл приписал току смещения лишь одно — *способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле*. Таким образом, ток смещения (в вакууме или веществе) создает в окружающем пространстве магнитное поле (линии индукции магнитных полей токов смещения при зарядке и разрядке конденсатора показаны на рис. 121 штриховыми линиями)

Вектор электрического смещения согласно (73.2): $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, где \vec{E} — напряженность электростатического поля, а \vec{P} — поляризованность (см. § 72). Тогда по (103.3) плотность тока смещения

$$\vec{j}_{\text{см}} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \quad (103.5)$$

где $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ — **плотность тока смещения**

в вакууме; $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ — **плотность тока по-**

ляризации — тока, обусловленного упорядоченным движением электрических зарядов в диэлектрике (смещение зарядов в неполярных молекулах или поворот диполей в полярных молекулах).

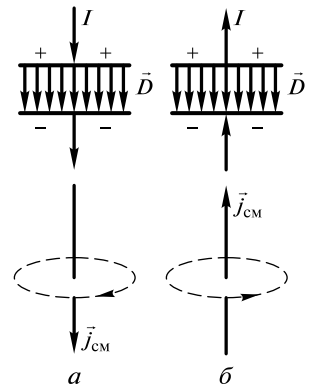


Рис. 121

Возбуждение магнитного поля токами поляризации правомерно, так как токи поляризации по своей природе не отличаются от токов проводимости. Однако то, что и другая часть плотности тока смещения ($\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$), не связанная с движением зарядов, а обусловленная *только* изменением электрического поля во времени, также возбуждает магнитное поле, является *принципиально новым утверждением* Максвелла. Даже в вакууме всякое изменение во времени электрического поля приводит к возникновению в окружающем пространстве магнитного поля.

Максвелл ввел понятие **полного тока**, равного сумме токов проводимости (а также конвекционных токов) и смещения. **Плотность полного тока**

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (103.6)$$

Введя понятия тока смещения и полного тока, Максвелл поновому подошел к рассмотрению замкнутости цепей переменного тока. *Полный ток в них всегда замкнут*, т. е. на концах проводника обрывается лишь ток проводимости, а в диэлектрике (вакууме) между концами проводника имеется ток смещения, который замыкает ток проводимости.

Следует отметить, что название «ток смещения» является условным, а точнее исторически сложившимся, так как ток смещения по своей сути — это изменяющееся со временем электрическое поле.

§ 104. Уравнения Максвелла

Открытие Максвеллом тока смещения привело его к созданию единой теории электрических и магнитных явлений, позволившей с единой точки зрения не только объяснить электрические и магнитные явления, но и предсказать новые, существование которых было впоследствии подтверждено.

В основе теории Максвелла лежат четыре уравнения.

1. Электрическое поле может быть как потенциальным [его циркуляция определяется (66.3) и равна нулю], так и вихревым [его циркуляция определяется (102.2) и равна $-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$]. Поэтому циркуляция вектора напряженности суммарного электрического поля

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (104.1)$$

Это уравнение Максвелла показывает, что источниками электрического поля могут быть не *только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.*

2. Введя понятие тока смещения (см. § 103), Максвелл обобщил теорему о циркуляции вектора \vec{H} [см. (95.4)], добавив в правую часть уравнения ток смещения (103.3) сквозь поверхность S , натянутую на замкнутый контур L :

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}. \quad (104.2)$$

Выражение (104.2) — **обобщенная теорема о циркуляции вектора \vec{H}** : циркуляция вектора напряженности \vec{H} магнитного поля по произвольному неподвижному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и тока смещения, охватываемых этим контуром. Уравнение (104.2) — одно из уравнений Максвелла — показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

3. Теорема Гаусса для поля \vec{D} [см. (73.4)], которая, как предположил Максвелл, справедлива для любого электрического поля, как стационарного, так и переменного,

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q, \quad (104.3)$$

где Q — алгебраическая сумма заключенных внутри поверхности *свободных* электрических зарядов.

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ , то формула (104.3) запишется в виде

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV. \quad (104.4)$$

4. Теорема Гаусса для поля \vec{B} [см. (92.5)]:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (104.5)$$

Уравнения (104.1) — (104.5) представляют собой полную систему уравнений Максвелла в интегральной форме:

$$\begin{aligned} \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; & \oint_S \vec{D} d\vec{S} &= \int_V \rho dV; \\ \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}; & \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= 0. \end{aligned} \quad (104.6)$$

Полная система уравнений Максвелла дополняется *материальными уравнениями*, связывающими векторы \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} и \vec{B} с величинами, описывающими электрические и магнитные свойства среды:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где ε_0 и μ_0 — соответственно электрическая и магнитная постоянные; ε и μ — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости; γ — удельная проводимость вещества, а \vec{D} , \vec{B} и \vec{j} описываются соответственно формулами (73.1), (95.9) и (81.7).

Из уравнений Максвелла вытекает, что источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля, а магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями. Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но отсутствуют магнитные.

Для *стационарных полей* ($\vec{E} = \text{const}$ и $\vec{B} = \text{const}$) уравнения Максвелла примут вид

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0; \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q;$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I; \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0,$$

т. е. источниками электрического поля в данном случае являются только электрические заряды, а источниками магнитного — только токи проводимости. В данном случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что и позволяет изучать отдельно *постоянные* электрическое и магнитное поля.

Уравнения Максвелла — наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей. Они играют в учении об электромагнетизме такую же роль, как законы Ньютона в механике.

Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным, т. е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом — они образуют единое *электромагнитное поле*.

Одним из основных следствий теории Максвелла был вывод о существовании *электромагнитных волн* — переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью.

В дальнейшем было доказано, что скорость распространения свободного электромагнитного поля (не связанного с зарядами

и токами) в вакууме равна скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Этот вывод и теоретическое исследование свойств электромагнитных волн привели Максвелла к созданию электромагнитной теории света, согласно которой свет представляет собой также электромагнитные волны.

§ 105. Колебательный контур

Среди различных физических явлений особое место занимают электромагнитные колебания, при которых электрические величины (заряды, токи) периодически изменяются и которые сопровождаются взаимными превращениями электрического и магнитного полей.

Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний используется *колебательный контур* — замкнутая электрическая цепь, содержащая катушку индуктивности L , конденсатор емкостью C и резистор сопротивлением R . Мы будем рассматривать цепь из *последовательно* соединенных L , C и R .

Рассмотрим последовательные стадии колебательного процесса в *идеализированном контуре*, сопротивление которого пренебрежимо мало ($R \approx 0$). Для возбуждения в контуре колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды $\pm Q$ (табл. 1). Тогда в начальный момент времени $t = 0$ между обкладками конденсатора возникнет электрическое поле, энергия которого $\frac{Q^2}{2C}$ [см. (78.4)]. Если замкнуть конденсатор на катушку индуктивности, он начнет разряжаться, и в контуре потечет возрастающий со временем ток I . В результате энергия электрического поля будет уменьшаться, а энергия магнитного поля катушки [она, согласно (101.3), равна $\frac{L\dot{Q}^2}{2}$] — возрастать.

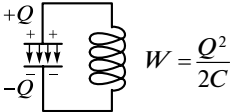
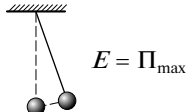
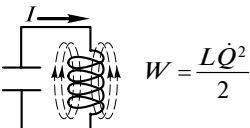
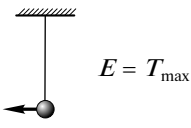
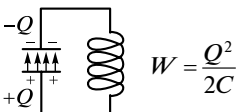
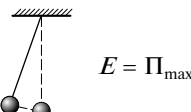
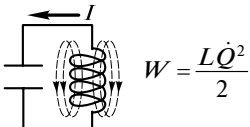
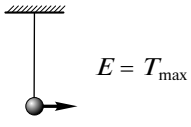
Так как $R \approx 0$, согласно закону сохранения энергии, полная энергия

$$W = \frac{Q^2}{2C} + \frac{L\dot{Q}^2}{2} = \text{const}, \quad (105.1)$$

поскольку она на нагревание не расходуется. Поэтому в момент $t = \frac{T}{4}$,

когда конденсатор полностью разрядится, энергия электрического поля обращается в нуль, а энергия магнитного поля (а следовательно, и ток) достигает наибольшего значения.

Таблица 1

Время	Аналогия между колебаниями в идеализированном контуре ($R = 0$)	
	Электромагнитные	Механические
$t = 0$	 $W = \frac{Q^2}{2C}$	 $E = \Pi_{\max}$
$t = \frac{T}{4}$	 $W = \frac{L\dot{Q}^2}{2}$	 $E = T_{\max}$
$t = \frac{T}{2}$	 $W = \frac{Q^2}{2C}$	 $E = \Pi_{\max}$
$t = \frac{3T}{4}$	 $W = \frac{L\dot{Q}^2}{2}$	 $E = T_{\max}$
$t = T$	Повторение цикла	

С этого момента ($t = \frac{T}{2}$) ток в контуре будет убывать, следовательно, начнет ослабевать магнитное поле катушки, и в ней будет индуцироваться ток, который течет (согласно правилу Ленца) в том же направлении, что и ток разрядки конденсатора. Конденсатор начнет перезарядаться, возникнет электрическое поле, стремящееся ослабить ток, который в конце концов обратится в нуль, а заряд на обкладках конденсатора достигнет максимума. Далее ($t = \frac{3T}{4}$) те же процессы начнут протекать в обратном направлении и система к моменту времени $t = T$ придет в первоначальное состояние. После этого начнется повторение рассмотренного цикла разрядки и зарядки конденсатора.

Если бы потеря энергии не было, то в контуре совершались бы периодические незатухающие колебания, т. е. периодически изменялись (колебались) бы заряд Q на обкладках конденсатора, на-

пряжение U на конденсаторе и сила тока I , текущего через катушку индуктивности. Следовательно, в контуре возникают электромагнитные колебания, причем колебания сопровождаются превращениями энергий электрического и магнитного полей.

Электромагнитные колебания в колебательном контуре можно сопоставить с механическими колебаниями маятника (см. табл. 1), сопровождающимися взаимными превращениями потенциальной и кинетической энергий маятника. В данном случае энергия электрического поля конденсатора ($\frac{Q^2}{2C}$) аналогична потенциальной энергии

маятника, энергия магнитного поля катушки ($\frac{L\dot{Q}^2}{2}$) — кинетической

энергии, сила тока в контуре — скорости движения маятника. Индуктивность L играет роль массы m , а сопротивление контура — роль силы трения, действующей на маятник.

§ 106. Уравнение колебательного контура

Рассмотрим колебательный контур, который помимо R , L и C содержит внешнюю переменную ЭДС \mathcal{E} . За положительное направление обхода выберем, например, направление по часовой стрелке (рис. 122). Ток считается положительным, если течет по контуру в положительном направлении, и отрицательным — в противном случае.

Токи считаются *квазистационарными* (относительно медленно меняющийся электрический ток, для мгновенных значений которого с достаточной степенью точности выполняется закон Ома). Обозначим через Q заряд той из обкладок конденсатора, направление которой к другой обкладке совпадает с положительным направлением обхода (см. рис. 122). Закон Ома для участка цепи $IRL2$:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_s + \mathcal{E}, \quad (106.1)$$

где ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$ (катушка считается недеформируемой и не имеющей ферромагнитного сердечника), а разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{C}$. Тогда уравнение (106.1) примет вид:

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = \mathcal{E}. \quad (106.2)$$

Учитывая, что $I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$ и $\frac{dI}{dt} = \ddot{Q}$, получим

уравнение колебательного контура:

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + \frac{Q}{C} = \mathcal{E}. \quad (106.3)$$

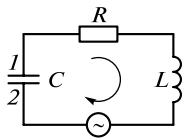


Рис. 122

Уравнение колебательного контура (106.3) может быть представлено в виде

$$\ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = \frac{\mathcal{E}}{L}, \quad (106.4)$$

где

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (106.5)$$

— коэффициент затухания;

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (106.6)$$

— собственная частота колебательного контура.

При $\mathcal{E} = 0$ (в контуре отсутствует внешняя ЭДС) электрические колебания являются свободными, при $R = 0$ — незатухающими, при $R \neq 0$ — затухающими.

§ 107. Свободные незатухающие колебания в контуре

Рассмотрим колебательный контур, в котором активное сопротивление $R = 0$ и отсутствует внешняя ЭДС ($\mathcal{E} = 0$). В данном случае [см. (106.3) и (106.4)] уравнение свободных незатухающих колебаний

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{Q} + \omega_0^2 Q = 0, \quad (107.1)$$

известное нам из учения о механических колебаниях [см. (33.3)].

Решение уравнения (107.1)

$$Q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (107.2)$$

где Q_m — амплитуда колебаний заряда конденсатора; φ — начальная фаза колебаний заряда на конденсаторе. Значения Q_m и φ определяются начальными условиями, а ω_0 — параметрами колебательного контура.

Период свободных незатухающих электрических колебаний определяется *формулой Томсона*:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (107.3)$$

Сила тока в колебательном контуре и напряжение в конденсаторе

$$I = \dot{Q} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \quad (107.4)$$

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (107.5)$$

где $I_m = \omega_0 Q_m$, $U_m = \frac{Q_m}{C}$ — соответственно амплитуды силы тока и напряжения.

Из выражений (107.2) и (107.4) вытекает, что колебания тока I опережают по фазе колебания заряда Q на $\frac{\pi}{2}$, т.е. при достижении током максимального значения заряд (а также и напряжение [см. (107.5)] обращается в нуль, и наоборот.

§ 108. Свободные затухающие колебания в контуре

Рассмотрим *реальный* колебательный контур ($R \neq 0$), но в нем отсутствует внешняя ЭДС ($\mathcal{E} = 0$). В данном случае *уравнение свободных затухающих колебаний* [см. (106.3) и (106.4)]

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L}\dot{Q} + \frac{1}{LC}Q = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{Q} + 2\delta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0, \quad (108.1)$$

известное нам из учения о механических колебаниях [см. (37.3)].

В уравнении (108.1) $\delta = \frac{R}{2L}$ [см. (106.5)] — коэффициент затухания;

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ [см. (106.6)] — собственная частота колебательного контура.

Колебания заряда в случае малых затуханий ($\delta \ll \omega_0^2$) совершаются по закону

$$Q = Q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (108.2)$$

с частотой

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (108.3)$$

меньше собственной частоты ω_0 колебательного контура [см. (106.6)]. При $R = 0$ формула (108.3) переходит в (106.6).

Зависимость (108.2) представлена на рис. 123 сплошной кривой, а амплитуда затухающих колебаний (см. § 37) $Q_m e^{-\delta t}$ — штриховыми линиями.

Колебание $Q = Q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$ не гармоническое. Как и в случае механических затухающих колебаний [см. (37.8)], величину

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (108.3)$$

называют **периодом затухающих колебаний**.

Логарифмический декремент затухания [см. (37.9)]

$$\theta = \delta T, \quad (108.4)$$

а добротность колебательного контура [см. (37.10)]

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (108.5)$$

При $\delta^2 \geq \omega_0^2$ вместо колебаний будет происходить **апериодический** разряд конденсатора. Активное **сопротивление** контура, называемое **критическим**, при котором наступает апериодический процесс, определяется из условия

$$\frac{R_{\text{кр}}^2}{4L^2} = \frac{1}{LC},$$

откуда

$$R_{\text{кр}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

§ 109. Вынужденные колебания в контуре

Вынужденные электромагнитные колебания — незатухающие колебания под действием внешней периодически изменяющейся по гармоническому закону ЭДС:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega t. \quad (109.1)$$

Подставив (109.1) в уравнение (106.2), запишем

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = \mathcal{E}_m \cos \omega t$$

или

$$\ddot{Q} + 2\delta \dot{Q} + \omega_0^2 Q = \frac{\mathcal{E}_m}{L} \cos \omega t, \quad (109.2)$$

где ω_0^2 и δ определяются формулами (106.6) и (106.5). Как и в случае механических колебаний [см. (38.4)], частное решение уравнения

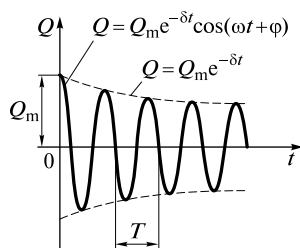


Рис. 123

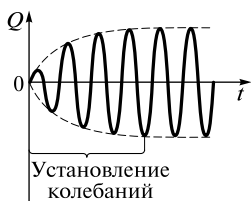


Рис. 124

(109.2), отвечающее *установившимся* вынужденным колебаниям заряда на обкладках конденсатора:

$$Q = Q_m \cos(\omega t - \alpha),$$

где Q_m — амплитуда заряда на конденсаторе; α — разность фаз между колебаниями заряда и внешней ЭДС определяется выражениями

$$Q_m = \frac{\mathcal{E}_m / L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \quad (109.3)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}. \quad (109.4)$$

В установившемся режиме (рис. 124, который является аналогом рис. 50) *электромагнитные вынужденные колебания являются гармоническими*, происходят с частотой ω внешней ЭДС, амплитуда Q_m (109.3) и фаза α (109.4) определяются как частотой ω , так и характеристиками колебательного контура.

Сила тока при установившихся вынужденных колебаниях в контуре

$$\begin{aligned} I &= \frac{dQ}{dt} = -\omega Q_m \sin(\omega t - \alpha) = \\ &= I_m \cos\left(\omega t - \alpha + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos(\omega t - \varphi), \end{aligned} \quad (109.5)$$

где амплитуда тока

$$I_m = \omega Q_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (109.6)$$

и сдвиг по фазе *между током и внешней ЭДС*

$$\varphi = \alpha - \frac{\pi}{2} = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (109.7)$$

Из выражения (109.7) следует, что ток отстает по фазе от внешней ЭДС ($\varphi > 0$), если $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, и опережает ЭДС, если $\omega L < \frac{1}{\omega C}$.

§ 110. Электрический резонанс. Резонансные кривые

Из формулы (109.3), записанной в виде

$$Q_m = \frac{\mathcal{E}_m}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}, \quad (110.1)$$

следует, что при некоторой определенной для данного колебательного контура частоте амплитуда Q_m достигает максимального значения.

Для определения резонансной частоты $\omega_{\text{рез}}$ — частоты, при которой амплитуда заряда достигнет максимума, нужно найти максимум функции (110.1) или, что то же самое, минимум подкоренного выражения. Продифференцировав подкоренное выражение по ω и приравняв его нулю, получим, что *резонансная частота* [см. (38.8)] *для заряда*

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{(2L)^2}}. \quad (110.2)$$

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты внешней ЭДС к частоте, равной или близкой собственной частоте колебательного контура, называют *электрическим резонансом*.

Подставив формулу (110.2) в выражение (110.1), получим

$$Q_{m_{\text{max}}} = \frac{\mathcal{E}_m/L}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (110.3)$$

На рис. 125 приведено *семейство резонансных кривых* — зависимостей Q_m от ω при различных коэффициентах затухания δ . Из рисунка и формулы (110.3) следует, что с уменьшением δ максимумы кривых лежат выше и правее. При $\omega \rightarrow 0$ все кривые приходят к так называемому *статическому отклонению* $\frac{\mathcal{E}_m}{L\omega_0^2}$. Если $\omega \rightarrow \infty$, то все кривые асимптотически стремятся к нулю.

Резонансная частота для силы тока совпадает с собственной частотой контура:

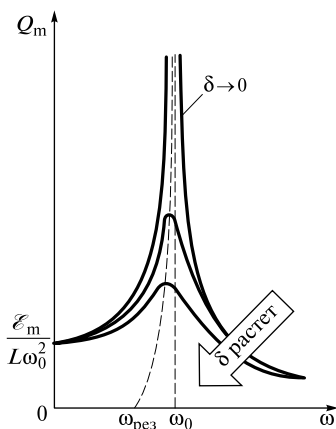


Рис. 125

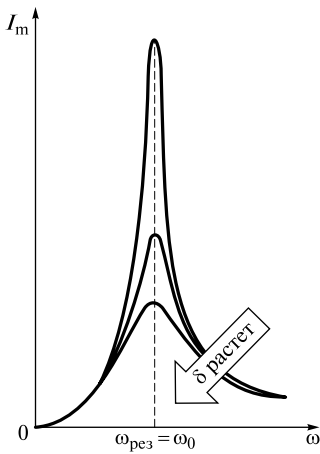


Рис. 126

$$\omega_{I_{\text{рез}}} = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

[амплитуда силы тока [см. формулу (109.6)] максимальна при $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$].

Семейство резонансных кривых для силы тока — зависимостей амплитуды силы тока в контуре I_m от частоты ω внешней ЭДС при различных коэффициентах затухания δ — представлено на рис. 126.

Амплитуда силы тока максимальна при $\omega_{\text{рез}} = \omega_0$ и равна \mathcal{E}_m/R . Чем больше коэффициент затухания δ , тем ниже максимум резонансной кривой.

РАЗДЕЛ IV

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

Глава 16

ВОЛНЫ

§ 111. Волновой процесс. Продольные и поперечные волны

Если один конец шнура закрепить, а свободный конец привести в колебательное движение, перемещая руку вверх и вниз (рис. 127, *а*), то по шнуру начнут распространяться горбы и впадины. Аналогично, закрепив один конец горизонтальной пружины, а по свободному концу сообщать рукой горизонтально направленные толчки (рис. 127, *б*), вдоль пружины можно наблюдать сгущения и разрежения ее витков. В обоих случаях концы шнура и пружины приводились в колебательное движение. Эти колебания передавались соседним частицам, от соседних частиц к следующим и т. д., т. е. распространялись в среде (шнуре, пружине).

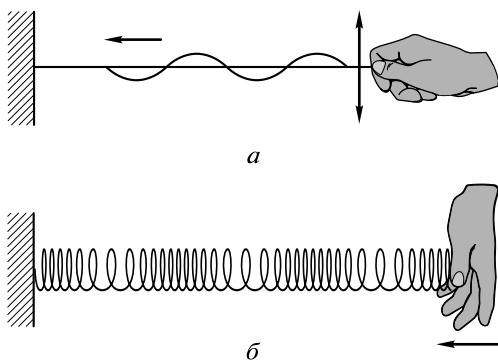


Рис. 127

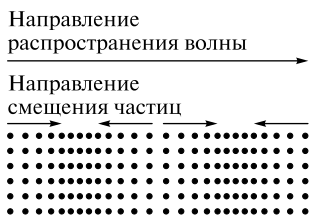


Рис. 128

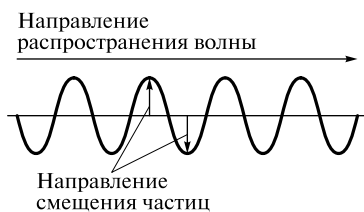


Рис. 129

Колебания, возбужденные в какой-то точке среды (твердой, жидкой, газообразной), распространяются в ней с конечной скоростью, *зависящей от свойств среды*, передаваясь от одной точки среды к другой. При изучении распространения колебаний в среде рассматривается как **сплошная**, т. е. *непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами*.

Процесс распространения колебаний в сплошной среде называют **волновым процессом (волной)**. При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений, равновесия. Вместе с волной от одной частицы среды к другой передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому *основным свойством всех волн, независимо от их природы, является перенос энергии без переноса вещества*.

Среди разнообразных волн, встречающихся в природе и технике, выделяются, например, следующие: **упругие** (волны, распространяющиеся в жидких, твердых и газообразных средах за счет действия упругих сил); **волны на поверхности жидкости**; **электромагнитные волны** (в частности, световые волны, радиоволны).

Упругие волны бывают продольные и поперечные.

Продольные волны — волны, в которых частицы среды колеблются в направлении распространения волны (рис. 128). Продольные волны могут распространяться в среде, где возникают упругие силы при *деформациях сжатия и растяжения*, т. е. в твердых телах, жидкостях и газах.

Поперечные волны — волны, в которых частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны (рис. 129). Поперечные волны могут распространяться в среде, где возникают упругие силы при *деформации сдвига*, т. е. в твердых телах.

Геометрическое место точек, в которых в рассматриваемый момент времени фаза волны имеет одно и то же значение, называют **волновой поверхностью (волновым фронтом)**. Различным значениям фазы волны соответствует семейство волновых поверхностей. Волновая поверхность, отделяющая область пространства, захваченную волновым процессом, от невозмущенной пока области, называют

волновым фронтом. Волновой фронт — частный случай волновой поверхности.

§ 112. Плоские и сферические волны

Волновые поверхности (см. § 111) могут быть любой формы. По форме простейших волновых поверхностей различают *плоские* и *сферические волны*.

Плоские волны — волны, для которых волновые поверхности — совокупность параллельных плоскостей, перпендикулярных направлению распространения волны. В *среде однородной* (среда, в которой физические свойства не изменяются от одной точки среды к другой) и *изотропной* (среда, в которой физические свойства одинаковы по всем направлениям) волновые поверхности плоской волны перпендикулярны направлению распространения волны (направлению распространения энергии), называемому **лучом** (рис. 130).

Сферические волны — волны, для которых волновые поверхности представляют собой совокупность концентрических сфер (например, в однородной изотропной среде волновая поверхность от точечного источника колебаний представляет собой сферу) (рис. 131). Центр этих сфер называют *центром волны*.

Упругую волну называют **гармонической**, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими. Пусть плоская гармоническая волна распространяется со скоростью v вдоль оси X . На рис. 132 показан график функции $\xi(x, t)$ для фиксированного момента времени t , т. е. для момента времени t представлена зависимость смещения ξ частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстояния x этих частиц (например, частицы B) от источника колебаний O . Рисунок задает мгновенную картину распределения возмущений вдоль направления распространения и *его не следует воспринимать* как зримое изображение волны.

Графики гармонической волны (см. рис. 132) и гармонических колебаний (см. рис. 37), несмотря на их внешнее сходство, *различны по существу*. Если график волны определяет зависимость смещения *всех частиц среды от расстояния до источника колебаний в данный*

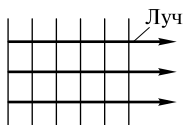


Рис. 130

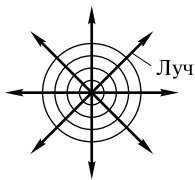


Рис. 131

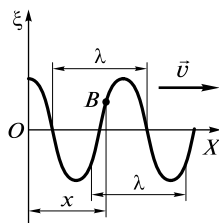


Рис. 132

момент времени, то график колебания — зависимость смещения данной частицы от времени.

Расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе, называют **длиной волны** λ (см. рис. 132). Длина волны равна расстоянию, на которое распространяется определенная фаза колебания за период, т. е.

$$\lambda = vT, \quad (112.1)$$

или, учитывая, что $T = \frac{1}{\nu}$, где ν — частота колебаний,

$$v = \lambda\nu, \quad (112.2)$$

где v — скорость волны; T — период колебаний.

Гармонические волны характеризуют **волновым числом**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}, \quad (112.3)$$

где ω — циклическая частота.

§ 113. Уравнения плоской и сферической волн

Уравнением волны называют зависимость смещения колеблющейся частицы, участвующей в волновом процессе, от координаты ее равновесного положения и времени:

$$\xi = \xi(x, y, z, t). \quad (113.1)$$

Рассмотрим **плоскую бегущую волну** — плоскую волну, которая переносит в пространстве энергию. Предположим, что колебания носят гармонический характер, а ось X совпадает с направлением распространения волны (см. рис. 132). В данном случае волновые поверхности перпендикулярны оси X , а так как все точки волновой поверхности колеблются одинаково, то смещение ξ будет зависеть только от x и t , т. е. $\xi = \xi(x, t)$.

Если колебания точек, лежащих в плоскости $x = 0$, описываются функцией $\xi(0, t) = A \cos \omega t$, то частица B среды (см. рис. 132) колеблется по тому же закону, но ее колебания будут отставать по времени от колебаний источника на τ , так как для прохождения волной расстояния x требуется время $\tau = \frac{x}{v}$, где v скорость распространения волны. Тогда уравнение колебаний частиц, лежащих в плоскости x , имеет вид

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right). \quad (113.2)$$

В общем случае **уравнение гармонической плоской волны**, распространяющейся вдоль положительного направления оси X в среде, не поглощающей энергии, имеет вид

$$\xi(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right], \quad (113.3)$$

где $A = \text{const}$ — **амплитуда** волны; ω — **циклическая частота**; φ_0 — **начальная фаза**, определяемая в общем случае выбором начал отсчета x и t ; $\left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$ — **фаза плоской волны**.

Учитывая выражение (112.3), уравнению (113.3) можно придать вид

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0). \quad (113.4)$$

Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль отрицательного направления оси X , отличается от уравнения (113.4) только знаком при kx .

Зафиксировав фазу волны в уравнении (113.3)

$$\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 = \text{const} \quad (113.5)$$

и продифференцировав (113.5), получим $dt - \frac{1}{v} dx = 0$, откуда

$$v = \frac{dx}{dt}. \quad (113.6)$$

Таким образом, скорость v распространения волны в уравнении (113.3) есть не что иное, как скорость распространения в пространстве точек поверхности, соответствующей *любому фиксированному значению фазы* гармонической волны. Скорость v называют **фазовой скоростью**.

Уравнение гармонической сферической волны

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0). \quad (113.7)$$

В случае сферической волны даже в среде, *не поглощающей* энергию, амплитуда колебаний не остается постоянной, а убывает с расстоянием по закону $\frac{1}{r}$. Уравнение (113.7) справедливо лишь для r , значительно превышающих размеры источника (тогда источник колебаний можно считать *точечным*).

Из условий постоянства фаз: $\omega t - kx + \varphi_0 = \text{const}$ (в случае плоской волны) и $\omega t - kr + \varphi_0 = \text{const}$ (в случае сферической волны) с учетом формулы (113.6) вытекает, что фазовая скорость

$$v = \frac{\omega}{k}. \quad (113.8)$$

Если фазовая скорость волн в среде зависит от их частоты, то это явление называют **дисперсией волн**, а среду, в которой наблюдается дисперсия волн, — **диспергирующей средой**.

§ 114. Стоячие волны

При одновременном распространении в среде нескольких волн выполняется **принцип суперпозиции (наложения) волн**: при распространении нескольких волн результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвуя в каждом из независимых волновых процессов. Например, если волны распространяются от двух источников, то они, доходя до какой-то точки, вызывают ее колебания независимо друг от друга.

Волны называют **когерентными**, если разность их фаз остается постоянной во времени (подробнее см. § 119). Очевидно, что **когерентными могут быть лишь волны, имеющие одинаковую частоту**. При сложении **когерентных волн** наблюдается явление **интерференции**, заключающееся в том, что в разных точках пространства получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны, в зависимости от соотношения между фазами этих волн.

Частным, но важным случаем интерференции волн являются **стоячие волны** — волны, образующиеся при наложении двух встречных гармонических волн с одинаковыми амплитудами и частотами (в случае поперечных волн и одинаковой поляризации).

При наложении двух когерентных плоских волн, распространяющихся вдоль оси X в противоположных направлениях,

$$\begin{aligned} \xi_1 &= A \cos(\omega t - kx); \\ \xi_2 &= A \cos(\omega t + kx) \end{aligned} \quad (114.1)$$

(начало координат выбрано в точках, где обе волны имеют одинаковую начальную фазу, а отсчет времени, когда начальные фазы обеих волн равны нулю) получим

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cos \omega t = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t \quad (114.2)$$

(учли, что $k = \frac{2\pi}{\lambda}$). Выражение (114.2) представляет собой **уравнение стоячей волны**.

Амплитуда стоячей волны

$$A_{\text{ст}} = \left| 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \right| \quad (114.3)$$

является периодической функцией координаты x .

В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (114.4)$$

амплитуда стоячей волны максимальна ($A_{\text{ст}} = 2A$); эти точки называют **пучностями стоячей волны**.

В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (114.5)$$

амплитуда стоячей волны равна нулю ($A_{\text{см}} = 0$); эти точки называют **узлами стоячей волны**.

Из выражений (114.4) и (114.5) можно получить *координаты пучностей* и *узлов*:

$$x_{\text{п}} = \pm m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots); \quad (114.6)$$

$$x_{\text{узл}} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (114.7)$$

Анализ формул (114.6) и (114.7) показывает, что расстояния между двумя соседними пучностями и двумя соседними узлами одинаковы и равны $\frac{\lambda}{2}$. Расстояние между соседними пучностью и узлом стоячей волны равно $\frac{\lambda}{4}$.

Из уравнения (114.2) следует, что множитель $2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x$ при переходе через нулевое значение меняет знак, поэтому фаза колебаний по разные стороны от узла различается на π , т. е. точки, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе.

Образование стоячих волн наблюдают при интерференции бегущей и отраженной волн. Если конец веревки закрепить неподвижно (например, в стене), то отраженная в месте крепления веревки волна будет интерферировать с бегущей волной, образуя стоячую волну. На границе, где происходит отражение волны, в данном случае возникает узел.

Будет ли на границе отражения узел или пучность, зависит от соотношения плотностей сред. Если *бегущая волна отражается от более плотной среды*, то волна меняет фазу на противоположную,

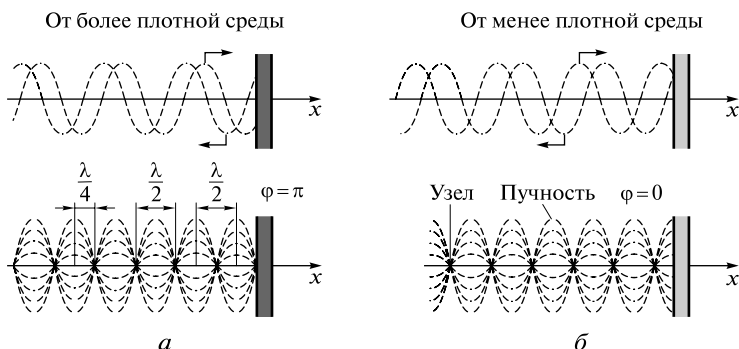


Рис. 133

у границы складываются колебания с противоположными фазами, и на границе отражения наблюдается узел (рис. 133, а). Если же волна отражается от менее плотной среды, то изменения фазы не происходит, и у границы складываются колебания с одинаковыми фазами — получается пучность (рис. 133, б).

В стоячей волне в отличие от бегущей отсутствует перенос энергии, поскольку встречные бегущие волны одинаковой амплитуды переносят равную по величине энергию в противоположных направлениях. Энергия колебания между двумя узлами остается постоянной, совершается лишь превращение кинетической энергии в потенциальную, и наоборот.

§ 115. Волновое уравнение для электромагнитного поля

Существование электромагнитных волн — переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью, — следовало из уравнений Максвелла (см. § 104). В однородной и изотропной среде, не поглощающей энергию, вдали от зарядов и токов, создающих электромагнитное поле, векторы напряженностей \vec{E} и \vec{H} переменного электромагнитного поля удовлетворяют так называемому **волновому уравнению**:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \quad (115.1)$$

$$\Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (115.2)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа; v — фазовая скорость.

Всякая функция, удовлетворяющая уравнениям (115.1) и (115.2), описывает некоторую волну. Следовательно, электромагнитные поля действительно могут существовать в виде электромагнитных волн. Фазовая скорость электромагнитных волн определяется выражением

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (115.3)$$

где ϵ_0 и μ_0 — соответственно электрическая и магнитная постоянные; ϵ и μ — соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды;

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (115.4)$$

— *скорость электромагнитных волн в вакууме.*

Совпадение размерного коэффициента в (115.3) со скоростью распространения света в вакууме указывает на глубокую связь между электромагнитными и оптическими явлениями, позволившую Максвеллу создать электромагнитную теорию света, согласно которой свет представляет собой электромагнитные волны.

§ 116. Свойства электромагнитных волн

Следствием теории Максвелла, подтвержденным опытом, является *поперечность электромагнитных волн*: в электромагнитной волне колебания векторов напряженностей переменного электрического поля (\vec{E}) и переменного магнитного поля (\vec{H}) взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной вектору \vec{v} скорости распространения волны (рис. 134). На рисунке показана моментальная «фотография» плоской электромагнитной волны. Векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{v} образуют правовинтовую систему: направление распространения электромагнитной волны совпадает с поступательным движением острия винта, головка которого вращается по направлению кратчайшего поворота от вектора \vec{E} к вектору \vec{H} (смотреть надо вдоль направления распространения волны).

Из уравнений Максвелла следует также, что в электромагнитной волне векторы \vec{E} и \vec{H} всегда

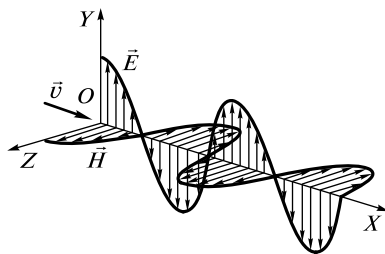


Рис. 134

колеблются в одинаковых фазах (см. рис. 134), причем мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H. \quad (116.1)$$

Следовательно, E и H одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль и т. д.

От волновых уравнений (115.1) и (115.2) можно перейти к уравнениям вида

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad (116.2)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}, \quad (116.3)$$

где соответственно индексы y и z при E и H подчеркивают лишь то, что векторы \vec{E} и \vec{H} направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей Y и Z (см. рис. 134).

Уравнениям (116.2) и (116.3) удовлетворяют, в частности, плоские **монохроматические электромагнитные волны** (электромагнитные волны одной строго определенной частоты), описываемые уравнениями

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi); \quad (116.4)$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi), \quad (116.5)$$

где E_0 и H_0 — соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны; ω — циклическая частота; $k = \frac{\omega}{v}$ — волновое число; φ — начальные фазы колебаний в точках с координатой $x = 0$ (в обоих уравнениях φ одинаково, так как колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят в одинаковой фазе — они одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают максимальных значений).

§ 117. Энергия и импульс электромагнитной волны

Энергия электромагнитной волны переносится в направлении ее распространения. Объемная плотность энергии электромагнитной волны складывается из объемных плотностей энергий электрического (78.6) и магнитного (101.5) полей:

$$w = w_{\text{эл}} + w_{\text{м}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \quad (117.1)$$

Учитывая выражение (116.1), получим, что объемные плотности энергии электрического и магнитного полей в каждый момент времени одинаковы, т. е. $w_{эл} = w_{м}$. Поэтому можно записать

$$w = 2w_{эл} = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon \mu} E H$$

или **объемную плотность** энергии электромагнитных волн в произвольный момент времени в данной точке пространства можно представить в виде

$$w = \frac{EH}{v} \quad (117.2)$$

[учли формулу (115.3)]. Умножив выражение (117.2) на скорость волны v , получим модуль *плотности потока энергии* S (энергия, переносимая волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны):

$$S = wv = EH. \quad (117.3)$$

Так как векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему, то направление вектора $[\vec{E}, \vec{H}]$ совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен EH .

Таким образом, вектор плотности потока электромагнитной энергии (**вектор Умова**) можно записать в виде векторного произведения

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]. \quad (117.4)$$

Вектор \vec{S} направлен в сторону распространения электромагнитной волны.

Из теории Максвелла следует, что электромагнитные волны должны оказывать на тела давление. Это объясняется тем, что под действием электрического поля волны заряженные частицы вещества начинают двигаться упорядоченно и подвергаются со стороны магнитного поля волны действию силы Лоренца. Эта сила, отнесенная к единице поверхности, и есть давление электромагнитной волны. Давление электромагнитных волн на твердые тела (1899) и газы (1910) экспериментально подтверждено П. Н. Лебедевым.

Существование давления электромагнитных волн приводит к выводу, что электромагнитному полю можно приписать универсальную характеристику — *импульс*. В самом деле, если на плоскую поверхность S абсолютно поглощающего тела падает электромагнитная волна, то вследствие существования давления электромагнитной волны на тело действует сила $F = pS$. Согласно же второму закону Ньютона, сила равна импульсу, полученному телом за единицу времени. Следовательно, электромагнитное поле волны переносит с собой

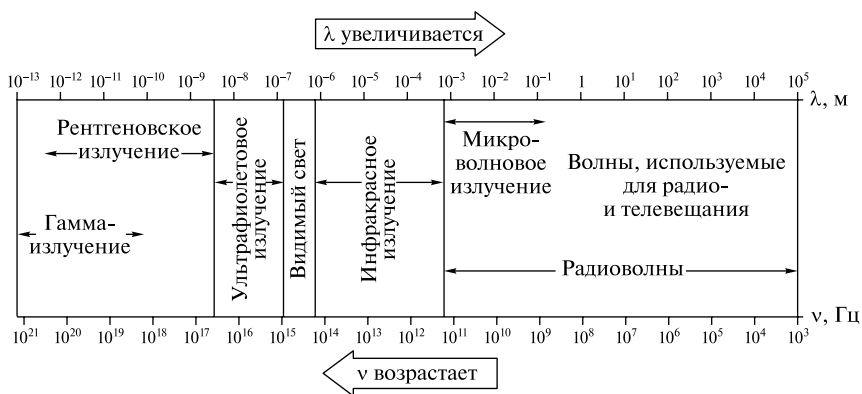


Рис. 135

определенный импульс. Импульс, передаваемый электромагнитной волной *единичной поглощающей площадке*, это давление p электромагнитной *волны*:

$$p = \langle w \rangle$$

— давление, равное средней объемной плотности энергии в падающей волне.

§ 118. Свет как электромагнитная волна

Как уже отмечалось (см. § 115), сравнение формул для определения фазовой скорости электромагнитной волны (115.3), скорости распространения электромагнитной волны в вакууме (115.4), а также поперечность электромагнитных и световых волн позволили Максвеллу заключить, что свет представляет собой *электромагнитные волны*.

Электромагнитные волны обладают широким диапазоном частот (или длин волн в вакууме $\lambda = c/\nu$); они отличаются по способам генерации, регистрации, а также по своим свойствам. Поэтому электромагнитные волны разделяют на несколько видов: радиоволны, оптическое излучение (инфракрасное, видимое и ультрафиолетовое), рентгеновское излучение и гамма-излучение.

Подчеркнем, что границы между различными видами электромагнитных волн довольно условны. *Шкала электромагнитных волн* приведена на рис. 135.

§ 119. Интерференция световых волн

Поскольку свет имеет волновую природу, то ему должно быть присуще явление интерференции. Как уже указывалось (см. § 114), необходимым условием интерференции волн является их **когерентность**, т. е. согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Когерентность волн бывает:

- **временной** — когерентность колебаний, совершающихся в одной и той же точке, но в разные моменты времени;
- **пространственной** — когерентность колебаний, совершающихся в один и тот же момент времени в разных точках плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

Этим условиям удовлетворяют **монохроматические волны** — неограниченные в пространстве волны *одной определенной и строго постоянной частоты*.

Излучение источника света складывается из волн, посылаемых множеством атомов. Каждый атом, в свою очередь, излучает свет в виде отдельных коротких импульсов — **волновых цугов**, длительность которых не превышает 10^{-8} с. В пределах одного цуга излучение когерентно. Между излучением же отдельных атомов отсутствует какая-либо согласованность, поэтому **свет, испускаемый атомами любого источника, некогерентен**. Описанная модель испускания света справедлива и для любого макроскопического источника, так как атомы светящегося тела также излучают свет независимо друг от друга. Это означает, что **свет, испускаемый макроскопическим источником, некогерентен**. Однако после изобретения лазеров (см. § 158) эта проблема оказалась разрешенной. Лазер обладает высокой временной и пространственной когерентностью.

Описанная модель испускания света справедлива и для любого макроскопического источника, так как атомы светящегося тела также излучают свет *независимо друг от друга*. Это означает, что **свет, испускаемый макроскопическим источником, некогерентен**.

Монохроматическая идеализация полезна при решении многих задач, в частности, для определения положения максимумов и минимумов интерференционной картины.

Предположим, что в некоторую точку пространства приходят две монохроматические световые волны, напряженности электрическо-

го поля которых \vec{E}_1 и \vec{E}_2 совершают колебания вдоль одной прямой (тогда можно отвлечься от векторного характера колебаний):

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1); \quad E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2),$$

где E_{01} и E_{02} , φ_1 и φ_2 — амплитуды и начальные фазы колебаний.

Амплитуда результирующего колебания в рассматриваемой точке

$$E^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Поскольку волны когерентны, то $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, поэтому интенсивность результирующей волны ($I \sim E^2$)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (119.1)$$

Если колебания *синфазны* (фазы φ_1 и φ_2 одинаковы или отличаются на четное число π), то интенсивность максимальна:

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2;$$

если колебания *противофазны* (фазы φ_1 и φ_2 отличаются на нечетное число π), то интенсивность минимальна:

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2.$$

Следовательно, при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности. Это явление называется **интерференцией света**.

Для некогерентных волн разность $(\varphi_2 - \varphi_1)$ непрерывно изменяется, поэтому среднее во времени значение $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ равно нулю, а интенсивность результирующей волны всюду одинакова и при $I_1 = I_2$ равна $2I_1$ (для когерентных волн при данном условии в максимумах $I = 4I_1$, в минимумах $I = 0$).

Естественно, возникает вопрос: а можно ли создать условия, необходимые для возникновения интерференции световых волн? Оказывается, можно. Для получения когерентных световых волн и

наблюдения их интерференции применяют метод разделения волны, излучаемой одним источником света, на две или несколько систем волн. В каждой такой системе имеются попарно когерентные между собой и одинаково поляризованные пучки. Эти системы волн интерферируют при наложении.

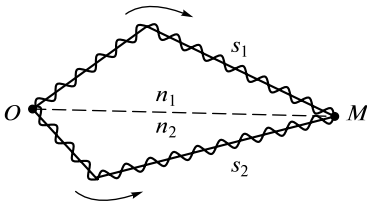


Рис. 136

Пусть в точке O (в ней фаза колебаний равна ωt) произошло разделение волны (рис. 136) на две когерентные волны, а до точки M , в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна проходит в среде с показателем преломления n_1 путь s_1 , вторая — в среде с показателем преломления n_2 — путь s_2 .

Тогда в точке M первая волна возбуждит колебание $E_{01} \cos \omega(t - s_1/v_1)$, вторая — $E_{02} \cos \omega(t - s_2/v_2)$, где $v_1 = c/n_1$, $v_2 = c/n_2$ — соответственно фазовая скорость первой и второй волн.

Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке наблюдения,

$$\delta = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (s_2 n_2 - s_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta \quad (119.2)$$

(учли, что $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$, где λ_0 — длина волны в вакууме).

Произведение геометрической длины s пути световой волны в данной среде на показатель n преломления этой среды называют **оптической длиной пути** L , а $\Delta = L_2 - L_1$ — разность оптических длин проходимых волнами путей — **оптической разностью хода**.

Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (119.3)$$

то $\delta = \pm 2m\pi$, и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе. Следовательно, выражение (119.3) является **условием интерференционного максимума**.

Если оптическая разность хода

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (119.4)$$

то $\delta = \pm (2m + 1)\pi$, и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами, будут происходить в противофазе. Следовательно, (119.4) является **условием интерференционного минимума**.

§ 120. Некоторые примеры наблюдения интерференции света

До появления лазеров во всех приборах для наблюдения интерференции когерентные пучки *получали делением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника*. Практически это можно осуществить с помощью экранов и щелей, зеркал и преломляющих тел. Для примера рассмотрим два

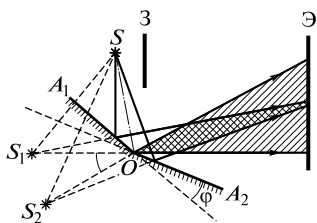


Рис. 137

метода разделения световой волны на две части — с помощью отражения и преломления света.

Зеркала Френеля (рис. 137). Свет источника S падает расходящимся пучком на два плоских зеркала A_1O и A_2O , расположенных относительно друг друга под углом, лишь немного отличающимся от 180° (угол φ мал). Учитывая правила построения изображения в плоских зеркалах, можно показать, что и его изображения S_1 и S_2 (угловое расстояние между

ними равно 2φ) лежат на одной и той же окружности радиусом r и центром в точке O (точка соприкосновения зеркал).

Световые пучки, отражаясь от зеркал, образуют два мнимых изображения источника S_1 и S_2 , которые действуют как когерентные источники (получены разбиением одного и того же волнового фронта, исходящего из S).

Интерференционная картина наблюдается в области взаимного перекрытия отраженных пучков (экран \mathcal{E} защищен от прямого попадания света заслонкой Z).

Бипризма Френеля (рис. 138). Образуется двумя одинаковыми призмами со сложными основаниями и малыми преломляющими углами.

Свет от точечного источника S преломляется в обеих призмах, в результате чего за бипризмой распространяются световые лучи, как бы исходящие из мнимых источников S_1 и S_2 , являющихся когерентными.

На экране \mathcal{E} в области перекрытия преломленных пучков наблюдается интерференционная картина: в случае освещения бипризмы монохроматическим светом — в виде светлых и темных полос, в случае белого света — в виде радужно окрашенных.

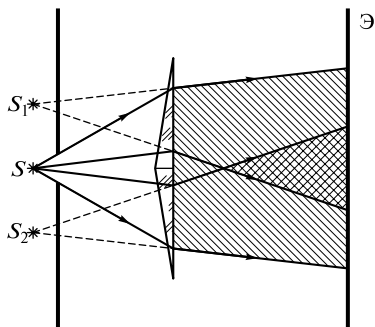


Рис. 138

§ 121. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

Две узкие щели S_1 и S_2 (рис. 139) расположены близко друг к другу и являются *когерентными источниками* — реальными или мнимыми изображениями источника в какой-то оптической системе. Результат интерференции — в некоторой точке A экрана, параллельного обеим щелям и расположенного от них на расстоянии l ($l \gg d$). Начало отсчета выбрано в точке O , симметричной относительно щелей.

Интенсивность в любой точке A экрана, лежащей на расстоянии x от точки O , определяется оптической разностью хода $\Delta = s_2 - s_1$ (см. § 119). Из рис. 139 имеем

$$s_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2; \quad s_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2,$$

откуда $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$, или

$$\Delta = s_2 - s_1 = \frac{2xd}{s_1 + s_2}.$$

Из условия $l \gg d$ следует, что $s_1 + s_2 \approx 2l$, поэтому

$$\Delta = \frac{xd}{l}. \quad (121.1)$$

Подставив найденное значение Δ в условия (119.3) и (119.4), получим, что максимумы интенсивности будут наблюдаться в случае, если

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (121.2)$$

а минимумы — при

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (121.3)$$

Расстояние между двумя соседними максимумами (минимумами), называемое **шириной интерференционной полосы**, равно

$$b = \frac{l}{d} \lambda_0. \quad (121.4)$$

Величина b не зависит от порядка интерференции (от m) и является постоянной для данных l , d и λ_0 . Согласно форму-

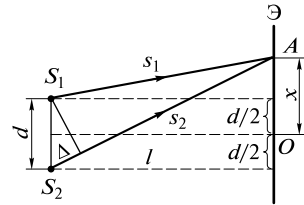


Рис. 139

ле (121.4), b обратно пропорционально d , следовательно, при большом расстоянии между источниками, например при $d \approx l$, отдельные полосы становятся неразличимыми. Для видимого света $\lambda_0 \approx 10^{-7}$ м, поэтому четкая, доступная для визуального наблюдения интерференционная картина имеет место при $l \gg d$ (это условие и принималось при расчете).

Согласно выражениям (121.2) и (121.3), интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, представляет собой чередование светлых и темных полос, параллельных друг другу. Главный максимум, соответствующий $m = 0$, проходит через точку O . Вверх и вниз от него на равных расстояниях друг от друга располагаются максимумы (минимумы) первого ($m = 1$), второго ($m = 2$) порядков и т.д.

Описанная картина справедлива лишь для монохроматического света ($\lambda_0 = \text{const}$). Для белого света (непрерывный набор длин волн от 0,39 до 0,75 мкм) интерференционные максимумы смещены друг относительно друга, а потому радужно окрашены. Только для $m = 0$ максимумы для всех длин волн совпадают, и в середине экрана будет белая полоса.

§ 122. Интерференция света при отражении в тонких пленках

Интерференцию света можно наблюдать и в естественных условиях, например радужное окрашивание *тонких пленок* (масляные пленки на воде, мыльные пузыри и т.д.), возникающее в результате интерференции света, отраженного от передней и задней границ пленки.

Рассмотрим плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления n и толщиной d (рис. 140), на которую падает параллельный пучок света (на рисунке изображен только луч I). На поверхности пленки в точке A луч разделится на два: частично отражающийся от верхней поверхности пленки (луч I'), частично преломляющийся (луч AC). Преломленный луч, дойдя до точки C , частично преломляется в воздух, частично отражается и идет к точке B . Здесь он, преломляясь в точке B , выходит из пленки (луч I''). Лучи I' и I'' когерентны, поскольку получены от одного луча I .

Если на пути лучей I' и I'' поставить собирательную линзу, то они сойдутся в точке P фокальной плоскости линзы и дадут интерференционную картину, которая

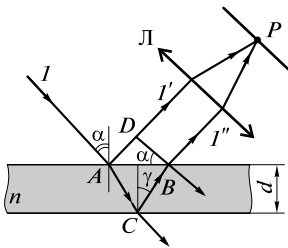


Рис. 140

определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами.

Из точки B восстановим перпендикуляр к лучу I' . Оптические пути лучей I' и I'' от нормали BD до точки P одинаковы. Луч I' проходит в воздухе (показатель преломления $n_0 = 1$) оптический путь AD , а луч I'' в пленке (показатель преломления n) — оптический путь $(AC + CB)n$.

Оптическая разность хода, возникающая между интерферирующими лучами,

$$\Delta = n(AC + CB) - AD.$$

Из рис. 140 следует, что

$$AC = CB = \frac{d}{\cos \gamma}; \quad AD = AB \sin \alpha = 2d \operatorname{tg} \gamma \sin \alpha.$$

Согласно закону преломления, $\sin \alpha = n \sin \gamma$, и получаем

$$\Delta = 2dn \cos \gamma = 2dn \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (122.1)$$

Световые волны, отражаясь от более плотной среды (от среды с бóльшим показателем преломления), изменяют фазу на π . Сдвиг по фазе на π при отражении эквивалентен дополнительному пути света в первой среде (в воздухе), равному $\lambda_0/2$. Таким образом, искомая оптическая разность хода интерферирующих лучей с учетом формулы (122.1) такова:

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (122.2)$$

В точке P будет *интерференционный максимум*, если [см. (119.3)]

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2} = m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (122.3)$$

и *интерференционный минимум*, если [см. (119.4)]

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (122.4)$$

При освещении пленки *белым светом* интерференционная картина в отраженном свете кажется окрашенной, поскольку каждая составляющая со своей длиной волны (от 390 до 750 нм) дает усиления в разных точках экрана.

§ 123. Полосы равного наклона и равной толщины

Из выражений (122.3) и (122.4) следует, что интерференционная картина в плоскопараллельных пластинках (пленках) определяется

величинами λ_0 , d , n и i . Для данных λ_0 , d и n каждому наклону i лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами, называются **полосами равного наклона**.

На рис. 141 показано, как возникают полосы равного наклона. Все лучи, падающие на плоскопараллельную пластинку под одинаковым углом (например, лучи 1 и 2), соберутся на экране (расположен в фокальной плоскости линзы) в одной точке B . Лучи, падающие под другими углами (например, луч 3), соберутся в другой точке экрана B' .

Так как в опыте используется протяженный источник света, то под одним и тем же углом будет падать много лучей, и на экране получится не одна точка B , а семейство точек, для которых угол падения одинаков, т. е. возникнет интерференционная полоса равного наклона. Каждому углу падения соответствует своя полоса, локализованная в бесконечности.

Если оптическая ось линзы перпендикулярна поверхности пластинки, то полосы равного наклона будут иметь вид концентрических колец с центром в фокусе линзы.

Рассмотрим тонкую прозрачную пластинку (пленку) в виде клина (угол α между боковыми гранями мал). На нее падает плоская волна, направление распространения которой совпадает с параллельными лучами 1 и 2 (рис. 142). Из всех лучей, на которые разделяется падающий луч 1, рассмотрим лучи $1'$ и $1''$, отразившиеся от верхней и нижней поверхностей клина. При определенном взаимном положении клина и линзы лучи $1'$ и $1''$ пересекутся в некоторой точке A , являющейся изображением точки B . Так как лучи $1'$ и $1''$ когерентны, то они будут интерферировать.

Если источник расположен довольно далеко от поверхности клина и угол α очень мал, то оптическая разность хода между интерферирующими лучами $1'$ и $1''$ может быть с достаточной степенью точности вычислена по формуле (122.2), где в качестве d берется толщина клина в месте падения на него луча. Лучи $2'$ и $2''$, образовавшиеся за счет деления луча 2, падающего в другую точку клина, собирают-

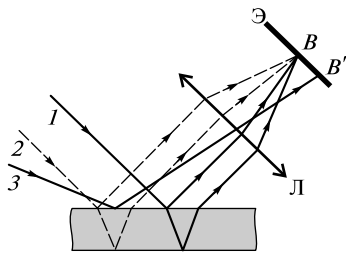


Рис. 141

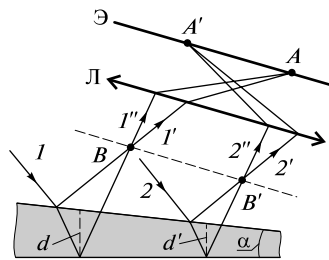


Рис. 142

ся линзой в точке A' . Оптическая разность хода уже определяется толщиной d' .

Таким образом, на экране возникает система интерференционных полос, каждая из которых образуется за счет отражения от мест пластинки, имеющих одинаковую толщину (в общем случае толщина пластинки может изменяться произвольно). Интерференционные полосы, возникающие в результате интерференции от мест одинаковой толщины, называют **полосами равной толщины**.

На рис. 142 верхняя и нижняя грани клина не параллельны между собой и лучи $1'$ и $1''$, $2'$ и $2''$ пересекаются вблизи пластинки: над ней (при другой конфигурации клина они могут пересекаться и под пластинкой). Таким образом, *полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности клина*. Если свет падает на пластинку нормально, то полосы равной толщины локализируются на верхней поверхности клина.

Примером полос равной толщины являются **кольца Ньютона** — концентрические кольца (рис. 143), наблюдаемые при интерференции света от воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны.

В отраженном свете оптическая разность хода (с учетом полуволны при отражении света от менее плотной оптической среды) при условии, что показатель преломления воздуха $n = 1$, а свет падает на систему нормально, т. е. $\alpha = 0$ [см. (122.2)], равна

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2},$$

где d — ширина зазора.

Из рис. 143 следует, что $R^2 = (R - d)^2 + r^2$, где R — радиус кривизны линзы; r — радиус кривизны окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор d . Учитывая, что d мало, получим

$$d = \frac{r^2}{2R}.$$

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (123.1)$$

Приравняв (123.1) к условиям максимума (119.3) и минимума (119.4), получим выражения для радиусов m -го светового кольца и m -го темного кольца соответственно:

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, 3, \dots); \quad (123.2)$$

$$r_m^* = \sqrt{m \lambda_0 R} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (123.3)$$

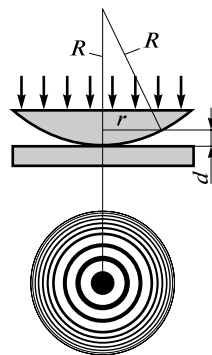


Рис. 143

Если на линзу падает монохроматический свет, то в отраженном свете в центре наблюдается темное пятно (см. (123.2)), окруженное чередующимися концентрическими светлыми и темными кольцами убывающей толщины (см. рис. 143).

В случае освещения белым светом в месте соприкосновения линзы и пластинки в отраженном свете наблюдается темное пятно, вокруг которого располагаются радужные кольца. Измерив диаметры соответствующих колец, можно определить длину волны света или радиус кривизны линзы.

§ 124. Примеры применения интерференции света

1. Явление интерференции обусловлено волновой природой света, а его количественные закономерности зависят от длины волны. Так что это явление подтверждает волновую природу света и лежит в основе измерения длины волны света (*интерференционная спектроскопия*).

2. Современные объективы содержат большое количество линз. Число отражений в них велико, поэтому велики и потери светового потока. Таким образом, интенсивность прошедшего света ослабляется и светосила оптического прибора уменьшается. Кроме того, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению бликов, что часто (например, в военной технике) демаскирует положение прибора.

Для устранения указанных недостатков осуществляют так называемое *просветление оптики* — сведение к минимуму коэффициентов отражения поверхностей оптических систем путем нанесения на них прозрачных пленок, толщина которых соизмерима с длиной волны оптического излучения и с показателем преломления, как правило, меньшим, чем у линзы.

При отражении света от границ раздела воздух—пленка и пленка—стекло возникает интерференция когерентных пучков. Толщину пленки, показатели преломления пленки и стекла подбирают таким образом, чтобы пучки гасили друг друга.

3. Явление интерференции света используют для решения многих задач, например для точного измерения длин световых волн, показателей преломления вещества, для точного определения длин и т. д. Для этого применяют *интерферометры* — оптические приборы, с помощью которых можно пространственно разделить пучок света на два или большее число когерентных пучков и создать между ними определенную разность хода. После сведения этих пучков вместе наблюдается их интерференция.

Методов получения когерентных пучков много, поэтому существует множество конструкций интерферометров. На рис. 144 представ-

лена упрощенная схема **интерферометра Майкельсона**, игравшего большую роль при решении как фундаментальных физических, так и различных технических задач. Монохроматический свет от источника S падает под углом $\alpha = 45^\circ$ на плоскопараллельную пластинку P_1 . Сторона пластинки, удаленная от S , посеребренная и полупрозрачная, разделяет луч на две части: луч I (отражается от посеребренного слоя) и луч 2 (проходит через него). Луч I отражается от зеркала 3_1 и, возвращаясь обратно, вновь проходит через пластинку P_1 (луч I'). Луч 2 идет к зеркалу 3_2 , отражается от него, возвращается обратно и отражается от пластинки P_1 (луч $2'$). Так как первый из лучей проходит сквозь пластинку P_1 дважды, то для компенсации возникающей разности хода на пути второго луча ставится пластинка P_2 (точно такая же, как и P_1 , только не покрытая слоем серебра).

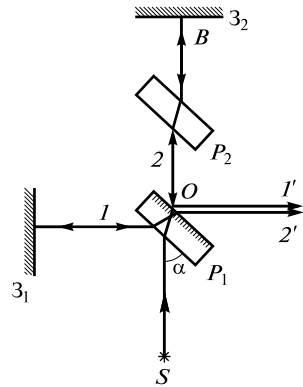


Рис. 144

Лучи I' и $2'$ когерентны; следовательно, будет наблюдаться интерференция, результат которой зависит от оптической разности хода луча I от точки O до зеркала 3_1 и луча 2 от точки O до зеркала 3_2 . При перемещении одного из зеркал на расстояние $\lambda_0/4$ разность хода обоих лучей увеличится на $\lambda_0/2$ и произойдет смена освещенности зрительного поля. Следовательно, по незначительному смещению интерференционной картины можно судить о малом перемещении одного из зеркал и использовать интерферометр Майкельсона для точного (порядка 10^{-7} м) измерения длин тел, световой волны, а также длины тела при изменении температуры.

Интерферометры применяют для изучения качества изготовления оптических деталей, измерения углов, исследования быстро протекающих процессов в воздухе, обтекающем летательные аппараты и т. д. Применяя интерферометр, Майкельсон впервые провел сравнение международного эталона метра с длиной стандартной световой волны.

ДИФРАКЦИЯ И ДИСПЕРСИЯ СВЕТА**§ 125. Дифракция света.****Принципы Гюйгенса и Гюйгенса—Френеля**

При распространении любых волн характерно, что они огибают препятствия, встречающиеся на их пути, а также проникают в область за препятствия, иными словами, наблюдается отклонение волн у границ преград от прямолинейного направления. Это явление получило название «*дифракция*». Например, звук хорошо слышен за углом дома (звуковая волна огибает дом), в лесу отчетливо слышно пение птиц и т. д.

Дифракция является общим свойством для волн любой природы. Поскольку свет имеет волновую природу, то и для него (при определенных условиях) характерно явление дифракции. *Дифракция света* — это совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света сквозь малые отверстия (вблизи границ непрозрачных тел и т. д.) и обусловленных волновой природой света. Под *дифракцией света* обычно понимают отклонение от законов распространения света, описываемых геометрической оптикой.

Согласно *принципу Гюйгенса* (1690), *лежащему в основе волновой оптики*, каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение (волнового фронта) в следующий момент времени.

Напомним, что *волновой поверхностью* (см. § 111) называют геометрическое место точек, в которых в рассматриваемый момент времени фаза волны имеет одно и то же значение.

Рассмотрим волновой фронт, распространяющийся от источника S , в момент времени t (рис. 145). Чтобы найти положение волнового фронта в момент времени $t + \Delta t$, согласно принципу Гюйгенса, проведем окружности, радиусы которых равны $v\Delta t$, а центры лежат на волновом фронте для момента времени t , а сами окружности представляют собой вторичные волны Гюйгенса. Огибающая этих вторичных волн и определяет новое положение волнового фронта (в момент времени $t + \Delta t$).

Объясним дифракцию света, основываясь на принципе Гюйгенса. Пусть плоская волна нормально падает на отверстие CC в непрозрачном экране (рис. 146). Согласно Гюйгенсу, каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит источником вторичных

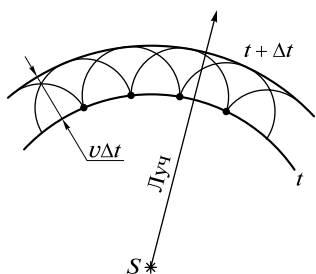


Рис. 145

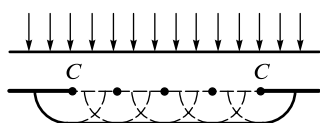


Рис. 146

волн (в однородной изотропной среде они сферические). Построив огибающую вторичных волн для некоторого момента времени, видим, что фронт волны заходит в область геометрической тени, т. е. волна огибает края отверстия. Для наблюдения дифракции света необходимо, чтобы длина волны была много меньше размеров отверстий или преград.

Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопросы об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся за преградой световых волн. Таким образом, *принцип Гюйгенса является принципом геометрическим.*

Френель дополнил принцип Гюйгенса физической идеей, заключающейся в том, что *вторичные волны при наложении интерферируют* друг с другом. Согласно *принципу Гюйгенса—Френеля*, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S , может быть представлена как *результат суперпозиции когерентных вторичных волн*, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S . Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, для определения в некоторой точке пространства результирующей интенсивности следует учесть интерференцию всех этих вторичных волн.

Френель исключил возможность возникновения обратных вторичных волн и предположил, что если между источником и точкой наблюдения находится непрозрачный экран с отверстием, то на поверхности экрана амплитуда вторичных волн равна нулю, а в отверстии — такая же, как при отсутствии экрана. Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет в каждом конкретном случае найти амплитуду (интенсивность) результирующей волны в любой точке пространства, т. е. определить закономерности распространения света как в случае свободного распространения световых волн (прямолинейное распространение света), так и в случае наличия преград (дифракция).

§ 126. Зоны Френеля

Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, действие точечного источника S заменяют действием воображаемых источников, расположенных на волновой поверхности Φ (рис. 147). Амплитуда световой волны находится в точке M .

Для определения результирующей амплитуды Френель волновую поверхность Φ разбил на кольцевые зоны (они получили название **зон Френеля**) такого размера, чтобы *расстояния от краев зоны до точки M отличались на $\lambda/2$* (λ — длина волны в среде, где волна распространяется), т. е.

$$P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = \frac{\lambda}{2}.$$

Колебания, возбуждаемые в точке M двумя соседними зонами, противоположны по фазе, так как разность хода соответствующих лучей от этих зон до точки наблюдения M равна $\lambda/2$, а поэтому при наложении эти колебания будут ослаблять друг друга. Следовательно, амплитуда результирующего колебания, возбужденного в точке M всей совокупностью зон,

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (126.1)$$

где A_1, A_2, \dots — амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ... зонами.

Вычислим площади зон Френеля. Пусть внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты h_m (рис. 148). Обозначив площадь этого сегмента через σ_m , найдем, что площадь m -й зоны Френеля равна $\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1}$, где σ_{m-1} — площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей $(m-1)$ -й зоны. Из рис. 148 следует, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2. \quad (126.2)$$

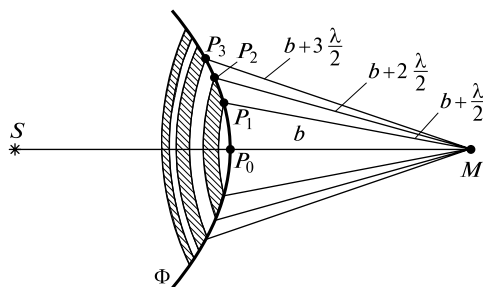


Рис. 147

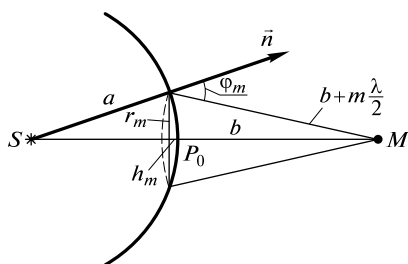


Рис. 148

При не слишком больших m ввиду малости λ можно пренебречь слагаемым $s \lambda^2$, тогда

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (126.3)$$

Площадь сферического сегмента и площадь m -й зоны Френеля соответственно равны

$$\sigma_m = 2\pi a h_m = \frac{\pi a b \lambda}{a+b} m; \quad (126.4)$$

$$\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda}{a+b}. \quad (126.5)$$

Выражение (126.5) не зависит от m , следовательно, при не слишком больших m площади зон Френеля одинаковы. Таким образом, построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равновеликие зоны.

Согласно предположению Френеля, действие отдельных зон в точке M тем меньше, чем больше угол ϕ_m (см. рис. 148) между нормалью \vec{n} к поверхности зоны и направлением на M , т. е. действие зон постепенно убывает от центральной (около P_0) к периферическим. Кроме того, интенсивность излучения в направлении точки M уменьшается с ростом m и вследствие увеличения расстояния от зоны до точки M . Следовательно,

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 \dots$$

Общее число зон Френеля, уместающихся на полусфере, очень велико; например, при $a = b = 10$ см и $\lambda = 0,5$ мкм $N = \frac{2\pi a^2}{\pi a b \lambda} (a+b) = 8 \cdot 10^5$.

Поэтому в качестве допустимого приближения можно считать, что амплитуда колебания A_m от некоторой m -й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон, т. е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (126.6)$$

Тогда выражение (126.1) можно записать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2}, \quad (126.7)$$

так как выражения, стоящие в скобках, согласно (126.6), равны нулю, а оставшаяся часть от амплитуды последней зоны ничтожно мала.

Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке M определяется как бы действием только половины центральной зоны Френеля. Следовательно, влияние всей волновой поверхности на точку M сводится к влиянию ее малого участка, меньшего центральной зоны.

Если в выражении (126.2) положить, что высота сегмента $h_m \ll a$ (при не слишком больших m), тогда $r_m^2 = 2ah_m$. Подставив сюда значение (126.3), найдем радиус внешней границы m -й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}. \quad (126.8)$$

При $a = b = 10$ см и $\lambda = 0,5$ мкм радиус первой (центральной) зоны $r_1 = 0,158$ мм.

Таким образом, распространение света от S к M происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM , т. е. *прямолинейно*. Следовательно, *принцип Гюйгенса—Френеля объясняет прямолинейное распространение света в однородной среде*.

§ 127. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске

Дифракция Френеля (дифракция в сходящихся лучах, 1818) наблюдается в том случае, когда на препятствие падает сферическая или плоская волна, а дифракционную картину можно увидеть на экране, находящемся за препятствием на конечном от него расстоянии.

При рассмотрении этого типа дифракции пользуются *гипотезой Френеля* (см. § 125), согласно которой часть волнового фронта, закрытая экраном, не действует вообще, а незакрытые участки волнового фронта действуют, как в случае отсутствия экрана. Это приближение вполне допустимо в случаях, когда размеры отверстия значительно больше длины волны λ , так как влияние экрана существенно лишь в непосредственной близости от его края (на расстояниях, сравнимых с длиной волны λ).

1. Дифракция на круглом отверстии. На пути сферической монохроматической волны, распространяющейся от точечного источ-

ника S (рис. 149), расположен диск с небольшим круглым отверстием. Дифракционная картина наблюдается в точке B экрана \mathcal{E} , лежащей на линии, соединяющей S с центром круглого отверстия. Экран находится на расстоянии b от отверстия и параллелен ему.

Максимум или минимум будет наблюдаться в точке B , зависит от числа зон Френеля, укладывающихся на открытой части волновой поверхности в плоскости отверстия. Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке B всеми зонами [см. (126.1) и (126.6)],

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2} \quad (m - \text{нечетное}); \quad A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2} \quad (m - \text{четное}).$$

Если отверстие открывает четное число зон Френеля, то в точке B наблюдается минимум (рис. 150, *a*), если нечетное — то максимум (рис. 150, *б*). Наименьшая интенсивность соответствует двум открытым зонам Френеля, максимальная — одной зоне Френеля (в данном случае $A = A_1$, т.е. интенсивность вдвое больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием). При большом диаметре отверстия $A_m \ll \frac{A_1}{2}$ интерференционная картина не наблюдается, свет распространяется так же, как и в отсутствие непрозрачного диска с отверстием, т.е. прямолинейно.

2. Дифракция на диске. На пути сферической монохроматической волны, распространяющейся от точечного источника S (рис. 151), расположен небольшой непрозрачный диск.

Дифракционная картина наблюдается в точке B экрана \mathcal{E} , лежащей на линии, соединяющей S с центром диска.

В данном случае закрытый диском участок волнового фронта надо исключить из рассмотрения и зоны Френеля строить, начиная с краев

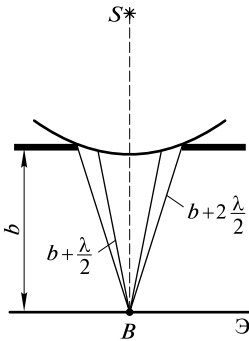


Рис. 149

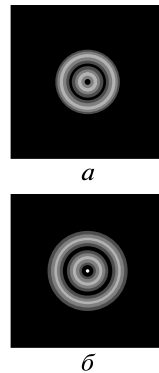


Рис. 150

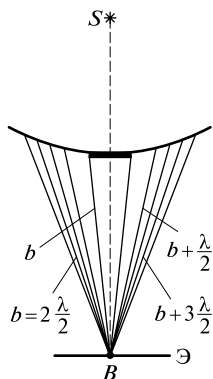


Рис. 151

диска. Если диск закрывает m первых зон Френеля, то амплитуда результирующего колебания в точке B равна

$$A = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots,$$

или

$$A = \frac{A_{m+1}}{2},$$

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Следовательно, в точке B *всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно)*, соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля (см. рис. 150, б).

Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины.

§ 128. Дифракция Фраунгофера на щели

Дифракция Фраунгофера (дифракция в параллельных лучах, 1820) наблюдается в том случае, когда на препятствие падает плоская волна, а дифракционную картину можно увидеть на экране, находящемся в фокальной плоскости собирающей линзы, установленной на пути прошедшего за препятствие света. Для получения параллельного пучка света источник света помещают в фокусе собирающей линзы.

Плоская монохроматическая световая волна длиной λ нормально падает на непрозрачную полосу (рис. 152) с узкой щелью шириной a и длиной $l \gg a$ (т. е. щель бесконечно длинная). Дифракционная картина наблюдается на экране Э, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы Л, установленной на пути прошедшего через щель света. Плоскость щели и экран параллельны друг другу.

Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, каждая точка щели является источником вторичных волн, колеблющихся в одинаковой фазе, поскольку плоскость щели совпадает с волновым фронтом падающей плоской волны.

Параллельные пучки лучей, выходящие из щели под произвольным углом φ , собираются линзой в точке B . Открытую часть волновой поверхности в плоскости щели MN разобьем на элементарные зоны в виде узких полосок одинаковой ширины, параллельные ребру M щели и проведенные так, чтобы разность хода от их соответственных точек равнялась $\frac{\lambda}{2}$ (рис. 152, а).

Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND , идущими от щели в произвольном направлении φ :

$$\Delta = NF = a \sin \varphi, \quad (128.1)$$

где F — основание перпендикуляра, опущенного из точки M на луч ND .

Всего на ширине щели уместится $\frac{\Delta}{\lambda/2}$ зон, т. е. число зон, уместившихся на открытой части волнового фронта в плоскости щели, $\frac{a \sin \varphi}{\lambda/2}$ [учли (128.1)].

Все точки волнового фронта в плоскости щели колеблются в одинаковой фазе. Будут равны также и амплитуды вторичных волн в плоскости щели (зоны одинаковы по площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения). Следовательно, *колебания, возбуждаемые в точке B двумя соседними зонами, равны по амплитуде и противоположны по фазе.*

Если число зон четное, то

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (128.2)$$

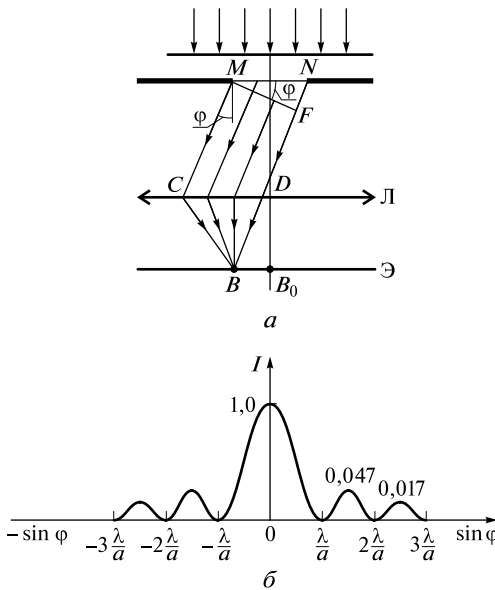


Рис. 152

в точке B наблюдается **дифракционный минимум** (полная темнота), если же *число зон нечетное*, то

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (128.3)$$

и наблюдается **дифракционный максимум**, соответствующий действию одной нескомпенсированной зоны. В направлении $\varphi = 0$ наблюдается **центральный дифракционный максимум**, поскольку колебания, вызываемые в точке B_0 всеми участками щели, происходят в одинаковой фазе.

На рис. 152, б приведен **дифракционный спектр** — зависимость распределения интенсивности на экране от угла дифракции [направления на максимумы и минимумы рассчитываются согласно (128.2) и (128.3)]. Основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме. С увеличением угла дифракции интенсивность побочных максимумов резко уменьшается (относительная интенсивность максимумов $I_0 : I_1 : I_2 : \dots = 1 : 0,047 : 0,017 : \dots$).

С уменьшением ширины щели центральный максимум расширяется, с увеличением ширины щели ($a > \lambda$) дифракционные полосы становятся уже и ярче.

При освещении белым светом центральный максимум имеет вид белой полосы (он общий для всех длин волн), боковые максимумы радужно окрашены.

§ 129. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

Большое практическое значение имеет дифракция, наблюдаемая при прохождении света через **дифракционную решетку** — систему параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками (рис. 153).

В качестве дифракционной решетки можно использовать, например, отполированное стекло, на котором алмазом нанесены тонкие параллельные линии, которые действуют как непрозрачные промежутки, а не тронутые алмазом места соответствуют щелям.

Суммарную ширину щели a и непрозрачного участка b между щелями называют **постоянной (периодом) дифракционной решетки**

$$d = a + b.$$

Когда фронт волны достигнет решетки, то, согласно принципу Гюйгенса — Френеля, каждая щель становится источником когерент-

ных вторичных волн, способных интерферировать друг с другом. На экране Э, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы Л, в результате интерференции света от различных щелей будет наблюдаться система дифракционных максимумов и минимумов.

Рассмотрим ход лучей, которые дифрагируют на щелях решетки под углом φ . Учитывая, что щели находятся друг от друга на одинаковых расстояниях, можно утверждать, что оптическая разность хода лучей, идущих от соответствующих точек соседних щелей, будет для данного направления одинакова в пределах всей дифракционной решетки:

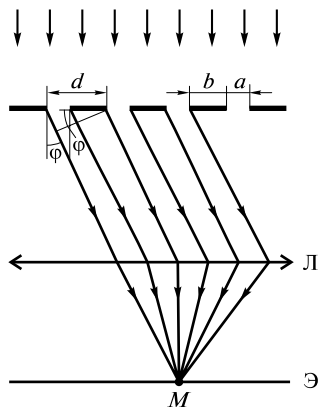


Рис. 153

$$\Delta = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi.$$

Если на разности хода $\Delta = d \sin \varphi$ укладывается целое число полуволн, то действие одной щели будет усиливать действие другой. Поэтому при условии

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (129.1)$$

наблюдаются **дифракционные максимумы**. Согласно формуле (129.1) по обе стороны от центрального максимума (ему соответствует $m = 0$) располагаются первые максимумы — правый ($m = +1$) и левый ($m = -1$), далее вторые и т. д.

Между дифракционными максимумами расположены минимумы освещенности. Чем большее число щелей содержит дифракционная решетка, тем большее количество световой энергии пройдет сквозь решетку, тем более интенсивными и более острыми будут максимумы и тем более широкими минимумами они будут разделены.

Следует подчеркнуть, что **число максимумов**, наблюдаемое с помощью дифракционной решетки, ограничено условием $|\sin \varphi| \leq 1$, поэтому максимальный порядок спектра

$$n_{\max} \leq \frac{d}{\lambda}. \quad (129.2)$$

Следовательно, чтобы получить спектр хотя бы первого порядка, период решетки должен быть больше длины световой волны.

Положение главных максимумов зависит от длины волны [см. (129.1)]. Поэтому при нормальном падении на решетку белого света все максимумы, кроме центрального ($m = 0$), разложатся в спектр,

фиолетовая область которого обращена к центру дифракционной картины, красная — наружу. Поэтому *дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор*, предназначенный для разложения света в спектр и измерения *длин волн*.

§ 130. Разрешающая способность оптических приборов

Вследствие того что свет имеет волновую природу, *создаваемое оптической системой [даже идеальной (отсутствуют дефекты и аберрации)] изображение точечного источника не является точкой, а представляет собой светлое пятнышко, окруженное чередующимися темными и светлыми кольцами* (мономатический свет) *или радужными кольцами* (белый свет) Пучки света, таким образом, испытывают дифракционное уширение, которое накладывает ограничение на качество полученного в любой оптической системе изображения.

Принципиально неустранимое явление дифракции задает предел возможной *разрешающей способности оптических приборов* — способности оптических приборов давать раздельное изображение двух близких друг к другу точек предмета. Из-за размытости дифракционной картины сформулировать условие, при котором изображения видны раздельно, можно только *условно*.

Для установления *нижнего* предела разрешения двух изображений служит *критерий Рэлея*: изображения двух близлежащих одинаковых точечных источников или двух близлежащих спектральных линий с равными интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы (разделены для восприятия), если центральный максимум дифракционной картины от одного источника (линии) совпадает с первым минимумом дифракционной картины от другого (рис. 154, а).

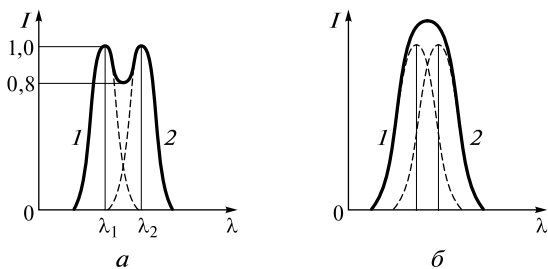


Рис. 154

При выполнении критерия Рэля интенсивность «провала» между максимумами составляет 80% интенсивности в максимуме, что является достаточным для разрешения линий λ_1 и λ_2 . Если критерий Рэля нарушен, то наблюдается одна линия (рис. 154, б).

Если на объектив, например телескопа, падает свет от двух очень удаленных предметов (например, звезд), то с достаточно хорошим приближением можно говорить о плоской волне. Тогда применимы формулы, описывающие дифракцию плоских волн на круглом отверстии (отверстием служит оправа объектива). В данном случае (рис. 155) в центре дифракционной картины наблюдается светлое пятно (в нем сконцентрировано ~84 % светового потока), окруженное чередующимися темными и светлыми кольцами.

Разрешающей способностью спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (130.1)$$

где $\delta\lambda$ — абсолютное значение минимальной разности длин волн двух соседних спектральных линий, при которой эти линии регистрируются раздельно.

Можно показать, что разрешающая способность дифракционной решетки [она также является спектральным прибором (см. § 129)]:

$$R_{\text{диф.реш}} = mN, \quad (130.2)$$

т. е. пропорциональна порядку m спектра и числу N щелей, а именно, при заданном числе щелей разрешающая способность увеличивается при переходе к большим значениям порядка спектра.

§ 131. Дисперсия света

И.Ньютон (1666) обнаружил, что пучок белого света, проходя сквозь призму из прозрачного материала, разлагается на все цвета радуги (рис. 156). Разложение пучка белого света в спектр за призмой является следствием *дисперсии света* — зависимости показателя преломления n среды от длины волны (частоты) света или, что то же самое, зависимости фазовой скорости света в среде от его частоты. Так как $v = c/n$ (c — скорость распространения света в ва-

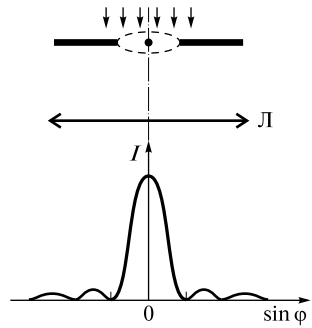


Рис. 155

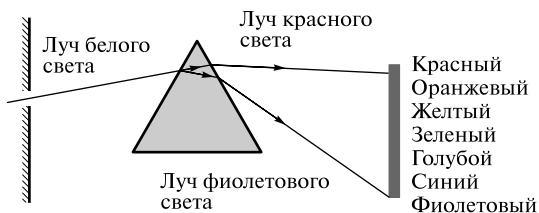


Рис. 156

кууме, одинаковая для электромагнитных волн любой частоты), то показатель преломления среды оказывается зависящим от частоты ν (длины волны λ):

$$n = f(\lambda). \quad (131.1)$$

Эта зависимость и проявляется при разложении пучка белого света в спектр за призмой.

На рис. 157 приведена зависимость показателя преломления n для двух прозрачных веществ от длины волны λ : n увеличивается с уменьшением λ (увеличением ν). Такую **дисперсию света** называют **нормальной**.

Дисперсию света называют **аномальной**, если n уменьшается с уменьшением λ (увеличением ν). Этот вид дисперсии наблюдается в областях длин волн, соответствующих полосам интенсивного поглощения света в данной среде.

Среду, обладающую дисперсией, называют **диспергирующей**. В диспергирующих средах скорость световых волн зависит от длины волны (частоты).

Как дифракционная решетка (см. § 129), так и призма являются спектральными приборами. С их помощью можно исследовать спектры излучения. Спектр, получаемый с помощью дифракционной решетки, называется **дифракционным спектром**, с помощью призмы — **призматическим**.

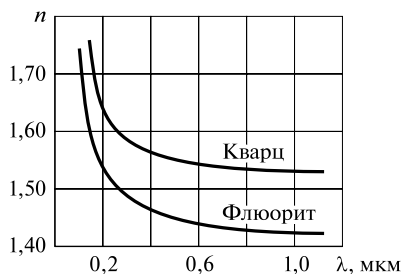


Рис. 157

Составные цвета в дифракционном и призматическом спектрах располагаются различно. Из выражения (129.1) следует, что в дифракционной решетке синус угла отклонения пропорционален длине волны. Следовательно, красные лучи, имеющие большую длину волны, чем фиолетовые, отклоняются дифракционной решеткой сильнее.

Призма же разлагает лучи в спектр по значениям показателя преломления, который для всех прозрачных веществ с увеличением длины волны уменьшается (см. рис. 157).

§ 132. Естественный и поляризованный свет

Напомним, что при изучении упругих волн рассматривались продольные и поперечные волны. В *продольной волне*, подобной, например, звуковой волне, частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в *поперечной*, подобной, например, волне, бегущей по веревке, — в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Зная характерные признаки поперечных и продольных волн, в каждом конкретном случае можно определить их природу. *Поперечная волна* называется *плоскополяризованной*, если колебания частиц среды происходят в одной плоскости. Такая волна — волна, бегущая по веревке, представлена на рис. 158, *а*, причем она поляризована в вертикальной плоскости. Поскольку колебания частиц веревки совершаются в данном случае вверх и вниз, то эта волна проходит сквозь забор с вертикальными брусьями, в то же время если брусья забора горизонтальны (рис. 158, *б*), то они оказываются непреодолимыми для вертикально поляризованной волны.

Световые волны также *поперечны* (см. § 116), и для них характерна *поляризация света* — совокупность явлений волновой оптики, в которых проявляется поперечная анизотропия световых волн, т. е.

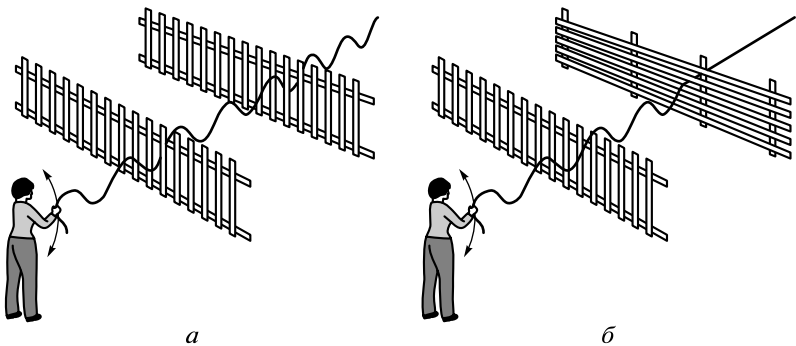


Рис. 158

неэквивалентность различных направлений в плоскости, перпендикулярных световому лучу.

Поперечность световых волн заключается в том, что векторы напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей световой волны взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору скорости \vec{v} распространения волны (перпендикулярно лучу). Поэтому для

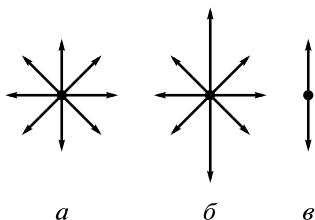


Рис. 159

описания поляризации света достаточно исследовать поведение лишь одного из векторов, в качестве которого обычно выбирают вектор напряженности \vec{E} электрического поля электромагнитной волны, называемый **световым вектором**.

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Атомы же излучают световые волны независимо друг от друга, поэтому световая волна, излучаемая источником, характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями вектора \vec{E} (рис. 159, а; луч перпендикулярен плоскости рисунка). В данном случае равномерное распределение вектора \vec{E} объясняется большим числом атомарных излучателей, а равенство амплитудных значений векторов \vec{E} — одинаковой (в среднем) интенсивностью излучения каждого из атомов. **Свет** со всевозможными равновероятными ориентациями вектора \vec{E} (и следовательно, \vec{H}) называют **естественным**.

Свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-то образом упорядочены, называют **поляризованным**. Так, если в результате каких-либо внешних воздействий появляется преимущественное (но не исключительное!) направление колебаний вектора \vec{E} (рис. 159, б), то имеем дело с **частично поляризованным светом**.

Свет, в котором вектор \vec{E} (и следовательно, \vec{H}) колеблется только в одном направлении, перпендикулярном лучу (рис. 159, в), называют **плоскополяризованным (линейно поляризованным)**.

Плоскость, проходящую через направление колебаний светового вектора плоскополяризованной волны и направление распространения этой волны, называют **плоскостью поляризации**.

Плоскополяризованный свет является предельным случаем **эллиптически поляризованного света** — света, для которого вектор \vec{E} (вектор \vec{H}) изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу. Если эллипс поляризации вырождается (см. § 36) в прямую (при разности фаз φ , равной нулю или π), то имеем дело с рассмотренным выше плоскополяризованным светом, если в окружность (при $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ и равенстве

амплитуд складываемых волн), то это **циркулярно поляризованный (поляризованный по кругу) свет**.

§ 133. Получение плоскополяризованного света. Закон Малюса

Плоскополяризованный свет можно получить, пропуская естественный свет сквозь **поляризаторы**, в качестве которых используются среды, анизотропные в отношении колебаний вектора \vec{E} (например, кристаллы, в частности турмалин). Поляризаторы также используются и для анализа поляризованного света, тогда их называют **анализаторами**. Поляризаторы (анализаторы) свободно пропускают колебания, параллельные **главной плоскости поляризатора** (анализатора) — плоскости поляризации света, пропускаемого поляризатором, — и полностью или частично задерживают колебания, перпендикулярные ей.

На поляризатор P (рис. 160) перпендикулярно падает естественный свет. Из поляризатора (он пропускает колебания, параллельные главной плоскости поляризатора) выходит плоскополяризованный свет. В этом легко убедиться, если на пути луча поставить анализатор A . Если главная плоскость анализатора параллельна главной плоскости поляризатора, то поляризованный свет проходит через

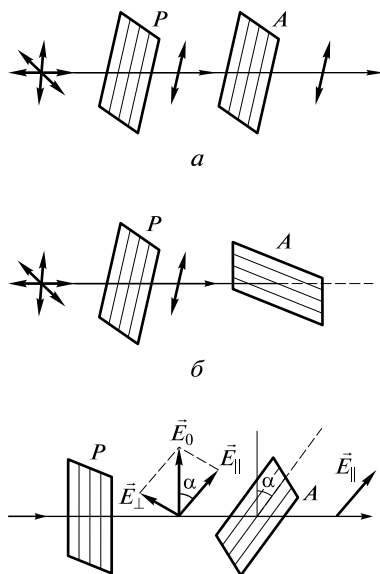


Рис. 160

анализатор (рис. 160, а), если их главные плоскости перпендикулярны друг другу, то свет через анализатор не проходит (рис. 160, б).

Если поляризатор и анализатор ориентированы произвольно, то интенсивность прошедшего через них света будет зависеть от угла α (рис. 160, в) между главными плоскостями анализатора и поляризатора. Разложим амплитуду \vec{E}_0 светового вектора луча, прошедшего через поляризатор, на две составляющие: параллельный главной плоскости анализатора (\vec{E}_{\parallel}) и перпендикулярный ей (\vec{E}_{\perp}). Это соответствует разложению волны, колеблющейся в плоскости \vec{E}_0 , на две волны, поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях и колеблющиеся в одинаковой фазе. Одна из них (\vec{E}_{\perp}) будет погашена, а вторая (\vec{E}_{\parallel}) пройдет через анализатор:

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \alpha. \quad (133.1)$$

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, то из выражения (133.1) получим

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (133.2)$$

где I_0 — интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; I — интенсивность света, вышедшего из анализатора. Соотношение (133.2) носит название **закона Малюса**.

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через систему, изображенную на рис. 160, изменяется от нуля (полное гашение света) при $\alpha = \pi/2$ (главные плоскости P и A взаимно перпендикулярны) до I_0 при $\alpha = 0$ (главные плоскости P и A параллельны).

Если пропустить естественный свет ($I_{\text{ест}}$) через два поляризатора, главные плоскости которых образуют угол α , то из первого выйдет плоскополяризованный свет, интенсивность которого $I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$, из второго, согласно закону Малюса (133.2), выйдет свет интенсивностью $I = I_0 \cos^2 \alpha$. Следовательно, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора:

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \alpha,$$

откуда $I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$ (главные плоскости поляризаторов параллельны)

и $I_{\text{min}} = 0$ (главные плоскости поляризаторов перпендикулярны).

Если анализатор вращать вокруг луча частично поляризованного света, то интенсивность света за анализатором будет изменяться от I_{max} до I_{min} (переход от I_{max} к I_{min} совершается при повороте на угол, равный $\pi/2$). Величина

$$P = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} \quad (133.3)$$

характеризует **степень поляризации**. Здесь I_{\max} и I_{\min} — соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

§ 134. Поляризация света при отражении и преломлении

При падении естественного света на границу раздела двух изотропных диэлектриков (например, воздуха и стекла) часть его отражается, а часть преломляется и распространяется во второй среде.

Э.Малюс (1810) показал, что *отраженный и преломленный лучи частично поляризованы*: при вращении анализатора вокруг лучей интенсивность света периодически усиливается и ослабевает (полного гашения не наблюдается!).

Дальнейшие исследования показали, что в отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (на рис. 161 они обозначены точками), в преломленном — колебания, параллельные плоскости падения (изображены стрелками). Степень поляризации [см. (133.3)] зависит от угла падения лучей.

При угле падения, удовлетворяющем условию

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21} \quad (134.1)$$

(n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой), *отраженный луч является плоскополяризованным* (содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения) (рис. 162). *Преломленный же луч при угле падения α_B поляризуется максимально, но не полностью*.

Выражение (134.1) представляет собой **закон Брюстера** (1815), а угол α_B называют **углом Брюстера**.

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи *взаимно перпендикулярны*

($\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B}$, $n_{21} = \frac{\sin \alpha_B}{\sin \alpha_2}$ (α_2 — угол преломления), откуда

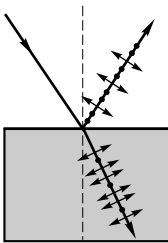


Рис. 161

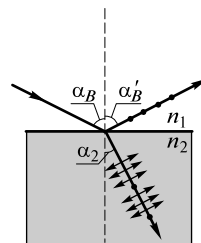


Рис. 162

$\alpha_B = \sin \alpha_2$). Следовательно, $\alpha_B + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$, но $\alpha'_B = \alpha_B$ (закон отражения), поэтому $\alpha'_B + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$.

§ 135. Двойное лучепреломление

Двойное лучепреломление — способность *анизотропных веществ* (в них физические свойства зависят от направления) расщеплять падающий световой луч на два луча, распространяющихся в разных направлениях с различной фазовой скоростью и *поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях*. Это явление обнаружил Э.Бартолини (1669) при падении луча света на кристалл исландского шпата (разновидность известняка CaCO_3).

В результате двойного лучепреломления при падении узкого светового пучка на достаточно толстый анизотропный кристалл из него выходят *два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу*. Даже в случае, когда первичный пучок падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделяется на два: один из них является продолжением первого, а второй отклоняется (рис. 163). Первый из этих **лучей** (со времени Гюйгенса) называют **обыкновенным** (*o*), второй — **необыкновенным** (*e*).

В кристалле исландского шпата имеется единственное направление, вдоль которого двойное лучепреломление не наблюдается. Это направление называют **оптической осью кристалла**. В данном случае речь идет именно о *направлении*, а не о прямой линии, проходящей через какую-то точку кристалла. *Любая прямая, проходящая параллельно данному направлению, является оптической осью кристалла*.

Плоскость, проходящую через направление луча света и оптическую ось кристалла, называют **главной плоскостью (главным сечением)** кристалла. Колебания светового вектора (вектора напряженности \vec{E} электрического поля) в *обыкновенном луче* происходят *перпендикулярно главной плоскости*, т.е. перпендикулярно оптической оси (на рис. 164 эти колебания изображены точками),

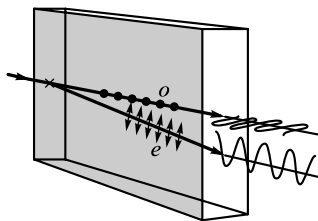


Рис. 163

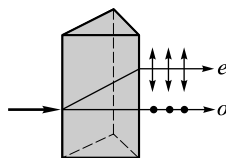


Рис. 164

в *необыкновенном* — в *главной плоскости*, т. е. световой вектор необыкновенного луча образует с оптической осью некоторые углы (на рис. 164 эти колебания изображены стрелками).

§ 136. Положительные и отрицательные кристаллы

Как уже отмечалось (см. § 135), двойное лучепреломление объясняется анизотропией в кристаллах. В направлении оптической оси и в направлении, перпендикулярном ей, диэлектрическая проницаемость ϵ имеет различные значения (соответственно ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp}), а в других направлениях — промежуточные значения.

Показатель преломления $n = \sqrt{\epsilon}$, поэтому электромагнитным волнам с разными направлениями вектора \vec{E} соответствуют разные n , т. е. скорость световых волн ($v = c/n$) зависит от направления колебаний светового вектора \vec{E} .

Колебания вектора \vec{E} (на рис. 165, *a* направления 1, 2, 3) при любом направлении обыкновенного луча перпендикулярны оптической оси кристалла (ее направление задано штриховыми линиями), поэтому *o*-луч распространяется в кристалле по всем направлениям с одинаковой скоростью $v_o = c/n_o$. Предположим, что в точке *S* кристалла точечный источник света испускает световую волну. *o*-Луч в кристалле распространяется со скоростью $v_o = \text{const}$. *Волновая поверхность обыкновенного луча — сфера*.

Для *e*-луча угол между направлением колебаний вектора \vec{E} и оптической осью отличен от прямого и зависит от направления луча, поэтому *e*-луч распространяется в кристалле по различным направлениям (эти направления на рис. 165, *б*, выбраны те же, что и на рис. 164), с разной скоростью $v_e = c/n_e$. Если в точке *S* точечный источник испускает световую волну, то *e*-луч в кристалле распространяется со

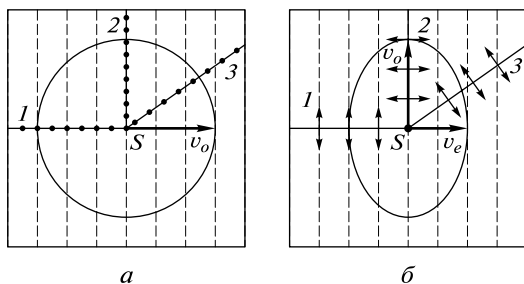


Рис. 165

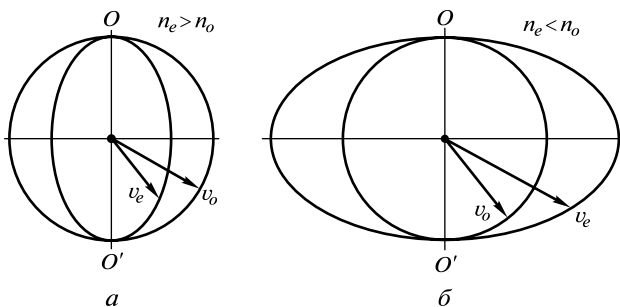


Рис. 166

скоростью $v_e \neq \text{const}$. *Волновая поверхность необыкновенного луча — эллипсоид*. Вдоль оптической оси $v_o = v_e$; наибольшее расхождение в скоростях — в направлении, перпендикулярном оптической оси.

Эллипсоид и сфера касаются друг друга в точке пересечения с оптической осью OO' . Если все v_e меньше v_o ($n_e > n_o$), т.е. эллипсоид необыкновенного луча вписан в сферу обыкновенного луча (эллипсоид скоростей вытянут относительно оптической оси), то **одноосный кристалл** называют **положительным** (рис. 166, а). Если $v_e > v_o$ ($n_e < n_o$), то эллипсоид описан вокруг сферы (эллипсоид скоростей растянут в направлении, перпендикулярном оптической оси), и **одноосный кристалл** называют **отрицательным** (рис. 166, б). Исландский шпат — отрицательный кристалл.

§ 137. Получение поляризованного света

Рассмотрим пучок естественного света, прошедший сквозь поляризатор P и ставший на выходе плоскополяризованным, нормально падающий на кристаллическую пластинку толщиной d , вырезанную из одноосного *отрицательного кристалла параллельно его оптической оси OO'* (рис. 167). Внутри пластинки он разбивается на обыкновенный (o) и необыкновенный (e) лучи, которые распространяются в *одном направлении (перпендикулярно оптической оси), но с разными скоростями*. *Колебания вектора \vec{E} в e -луче происходят вдоль оптической оси кристалла, а в o -луче — перпендикулярно оптической оси*.

Поскольку в o - и e -лучах колебания вектора \vec{E} *взаимно перпендикулярны*, то на выходе из пластинки в результате сложения этих колебаний возникают световые волны, вектор \vec{E} в которых меняется со временем так, что его конец описывает эллипс. Уравнение этого эллипса [см. (36.2)]:

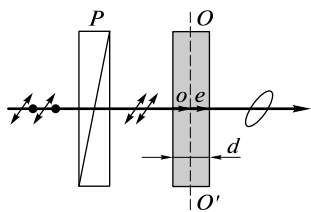


Рис. 167

$$\frac{x^2}{E_o^2} - \frac{2xy}{E_o E_e} \cos \varphi + \frac{y^2}{E_e^2} = \sin^2 \varphi, \quad (137.1)$$

где E_o и E_e — соответственно составляющие напряженности электрического поля волны в обыкновенном и необыкновенном лучах; φ — разность фаз колебаний.

Таким образом, в результате прохождения через кристаллическую пластинку плоскополяризованный свет превращается в эллиптически поляризованный.

Между обыкновенным и необыкновенным лучами в пластинке возникает оптическая разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e)d,$$

или разность фаз

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_o - n_e)d,$$

где d — толщина пластинки; λ_0 — длина волны света в вакууме.

Если $\Delta = (n_o - n_e)d = \frac{\lambda}{4}$, $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$, то уравнение (137.1) примет вид

$$\frac{x^2}{E_o^2} + \frac{y^2}{E_e^2} = 1,$$

т. е. эллипс ориентирован относительно главных осей кристалла. При $E_o = E_e$ (если световой вектор в падающем на пластинку плоскополяризованном свете составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с направлением оптической оси пластинки)

$$x^2 + y^2 = E_o^2,$$

т. е. на выходе из пластинки свет оказывается циркулярно поляризованным.

Вырезанная параллельно оптической оси пластинка, для которой оптическая разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{4} \right) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

называется **пластинкой в четверть волны** (пластинкой $\frac{\lambda}{4}$). Знак

«+» соответствует отрицательным кристаллам, знак «-» — положительным. Плоскополяризованный свет, пройдя пластинку $\frac{\lambda}{4}$, на выходе

превращается в эллиптически поляризованный (в частном случае циркулярно поляризованный).

Пластинка, для которой

$$(n_0 - n_e)d = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

называется *пластинкой в полволны* и т.д.

§ 138. Анализ поляризованного света

Для исследования плоскополяризованного света применяют обычные поляризаторы (см. § 133). В случае вращения анализатора A (рис. 168) вокруг направления луча и при условии, что при некотором положении анализатора свет полностью гасится, имеем дело с плоскополяризованным светом. Если падающий свет является естественным, то при вращении анализатора интенсивность проходящего света не изменяется.

Однако поляризаторы, успешно позволяющие выявить плоскополяризованный свет, не позволяют отличить циркулярно и эллиптически-поляризованный свет соответственно от естественного и частично поляризованного.

В *циркулярно поляризованном свете разность фаз* ϕ между любыми двумя взаимно перпендикулярными колебаниями равна $\pm \frac{\pi}{2}$.

Если на пути такого света поставить пластинку $\frac{\lambda}{4}$, то она внесет дополнительную разность фаз $\pm \frac{\pi}{2}$. Результирующая разность фаз станет равной 0 или π . Следовательно [см. (137.1)], циркулярно поляризованный свет, пройдя пластинку $\frac{\lambda}{4}$, становится плоскополяризованным (рис. 169). Если теперь на пути луча поставить анализатор, то можно добиться полного его гашения.

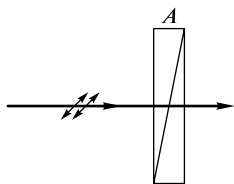


Рис. 168

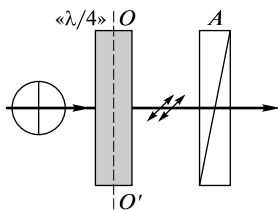


Рис. 169

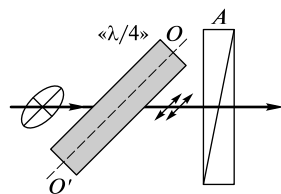


Рис. 170

Если падающий свет — естественный, то он при прохождении пластинки $\frac{\lambda}{4}$ таковым и останется (ни при каком положении пластинки и поляризатора погашения луча не достичь).

Если полного гашения не достигается, то падающий свет — смесь естественного и циркулярно поляризованного.

Если на пути эллиптически-поляризованного света поместить пластинку $\frac{\lambda}{4}$ (рис. 170), *оптическая ось которой ориентирована параллельно одной из осей эллипса*, то она внесет дополнительную разность фаз $\pm\pi/2$. Результирующая разность фаз будет 0 или π . Тогда на выходе из пластинки свет — плоскополяризованный и может быть погашен поворотом анализатора.

Если падающий свет — частично поляризованный, то при вращении анализатора при любом положении пластинки интенсивность изменяется от минимальной до максимальной, но полного гашения не достигается.

Глава 20

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ

**§ 139. Тепловое излучение
и его характеристики**

Тепловое излучение — электромагнитное излучение, возникающее за счет *внутренней энергии* излучающего тела и зависящее только от температуры и оптических свойства тела. Тепловое излучение присуще *всем телам при температуре выше 0 К*. Оно характеризуется сплошным спектром (см. § 142). При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких — преимущественно длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение может находиться в термодинамическом равновесии с излучающими телами (например, в теплоизолированной системе, все тела которой находятся при одинаковой температуре).

Количественной характеристикой теплового излучения служит **спектральная плотность энергетической светимости тела** — мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{изл}}}{d\nu}, \quad (139.1)$$

где $dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{изл}}$ — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения) с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$. Единица спектральной плотности энергетической светимости ($R_{\nu,T}$) в СИ — *джоуль на метр в квадрате* (Дж/м²).

Формулу (139.1) можно записать в виде

$$dW_{\nu, \nu+dv}^{\text{изл}} = R_{\nu, T} d\nu = R_{\lambda, T} d\lambda. \quad (139.2)$$

Так как $c = \lambda\nu$, то

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c},$$

где знак « \rightarrow » указывает на то, что с возрастанием одной из величин (ν или λ) другая величина убывает. Поэтому в дальнейшем знак « \rightarrow » будем опускать. Таким образом,

$$R_{\nu, T} = \frac{\lambda^2}{c} R_{\lambda, T}. \quad (139.3)$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется **спектральной поглощательной способностью**

$$A_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+dv}^{\text{погл}}}{dW_{\nu, \nu+dv}}, \quad (139.4)$$

показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до $\nu + d\nu$, поглощается телом. Спектральная поглощательная способность — *величина безразмерная*.

Тело, способное полностью поглощать все падающее на него излучение всех частот, называется **черным**. **Тело**, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, называют **серым**. Спектральные поглощательные способности соответственно черного и серого тел

$$A_{\nu, T}^{\text{ч}} \equiv 1; A_{\nu, T}^{\text{с}} = A_T = \text{const} < 1.$$

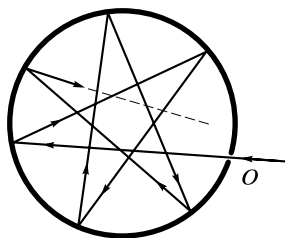


Рис. 171

Моделью черного тела может служить замкнутая полость с небольшим отверстием (рис. 171). Луч света, попавший внутрь такой полости, испытывает многократные отражения от стенок. При каждом отражении часть энергии поглощается, в результате — практически все излучение любой частоты поглощается такой полостью. Вследствие этого открытые окна домов со стороны улицы кажутся темными, хотя внутри комнат достаточно светло из-за отражения света от стен.

Черное тело — *идеализированная модель*. Таких тел в природе нет, но, например, сажа, платиновая чернь, черный бархат в определенном интервале частот по своим свойствам близки к черным телам.

§ 140. Законы Кирхгофа, Стефана—Больцмана и Вина

Закон Кирхгофа. Связь между спектральными плотностями энергетической светимости ($R_{\nu,T}$) и поглощательной способности ($A_{\nu,T}$) определяется **законом Кирхгофа** (1859): отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}. \quad (140.1)$$

Для черного тела $A_{\nu,T}^0 \equiv 1$, поэтому из закона Кирхгофа [см. (140.1)] следует, что $R_{\nu,T}$ для черного тела равна $r_{\nu,T}$. Таким образом, **универсальная функция Кирхгофа** $r_{\nu,T}$ есть не что иное, как *спектральная плотность энергетической светимости черного тела*.

Из закона Кирхгофа следует, что как бы сильно не изменялись $R_{\nu,T}$ и $A_{\nu,T}$ при переходе от одного тела к другому их отношение для всех тел одинаково, а именно, равно спектральной плотности энергетической светимости черного тела *при той же температуре и частоте*.

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение, являясь настолько характерным для него, что может служить надежным критерием для определения природы излучения. Излучение, которое закону Кирхгофа не подчиняется, не является тепловым.

Закон Стефана—Больцмана. Чтобы перейти к этому закону, рассмотрим **энергетическую светимость тела** — энергию, излучаемую в единицу времени с единицы площади поверхности по всем интервалам частот (длин волн) от 0 до ∞ :

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} R_{\lambda,T} d\lambda. \quad (140.2)$$

Используя закон Кирхгофа (140.1), выражение для энергетической светимости можно записать в виде

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu.$$

Для серого тела

$$R_T^c = A_T \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = A_T R_e, \quad (140.3)$$

где

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu \quad (140.4)$$

— *энергетическая светимость черного тела* (зависит только от температуры).

Согласно закону Стефана—Больцмана (1884),

$$R_e = \sigma T^4, \quad (140.5)$$

т. е. энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры.

Постоянную σ называют *постоянной Стефана—Больцмана*: ее экспериментальное значение

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4).$$

Закон смещения Вина. Закон Стефана—Больцмана, определяя зависимость R_e от температуры, не дает ответа относительно спектрального состава излучения черного тела.

Из экспериментальных кривых зависимости функции $r_{\lambda,T}$ от длины волны λ [согласно (139.3) $r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T}$] при различных температурах (рис. 172) следует, что распределение энергии в спектре черного тела является неравномерным. Все кривые имеют явно выраженный максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких длин волн. Площадь, ограниченная кривой зависимости $r_{\lambda,T}$ от λ и осью абсцисс, пропорциональна энергетической светимости R_e черного тела и, следовательно, по закону Стефана—Больцмана, четвертой степени температуры.

Согласно закону смещения Вина,

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (140.6)$$

т. е. длина волны λ_{\max} , соответствующая *максимальному* значению спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре.

Постоянную b называют *постоянной Вина*: ее экспериментальное значение

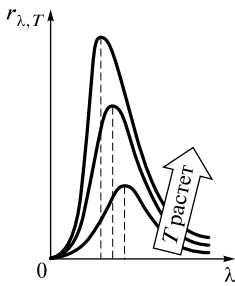


Рис. 172

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

Выражение (140.6) потому называют законом смещения Вина, что оно показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн. Закон Вина объясняет, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например, переход белого каления в красное при остывании металла).

§ 141. Формулы Рэлея—Джинса и Планка

Рэлей и Джинс (1900) предприняли попытку определить спектральную плотность энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, применяя к тепловому излучению классический закон равномерного распределения энергии по степеням свободы [см. § 50)].

Согласно *формуле Рэлея—Джинса*, спектральная плотность энергетической светимости

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \quad (141.1)$$

Эта формула согласуется с экспериментальными данными *только* в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула Рэлея—Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом смещения Вина (рис. 173).

Оказалось также, что энергетическая светимость черного тела [см. (140.4)] с использованием формулы Рэлея—Джинса

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty,$$

в то время как по закону Стефана—Больцмана (140.5) R_e пропорциональна четвертой степени температуры.

Согласующееся с опытными данными выражение для спектральной плотности энергетической светимости $r_{\nu,T}$ черного тела вывел М. Планк (1900). Планк отказался от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться *непрерывно*, т. е. принимать любые сколько угодно близкие значения.

Согласно *квантовой гипотезе*, выдвинутой Планком, *свет испускается в виде отдельных порций — квантов*, причем энергия кванта

$$\varepsilon_0 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (141.2)$$

где ν — частота излучения; λ — длина волны; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — *постоянная Планка*.

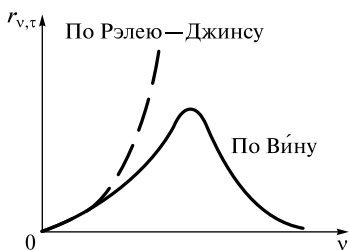


Рис. 173

Если излучение испускается порциями $h\nu$, то его энергия ε может принимать лишь определенные *дискретные значения*, кратные целому числу элементарных порций энергии ε_0 :

$$\varepsilon = n h \nu \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (141.3)$$

Согласно **формуле Планка**, спектральная плотность энергетической светимости черного тела

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (141.4)$$

Формула Планка блестяще согласуется с экспериментальными данными и полностью описывает особенности излучения черного тела во всем интервале частот и температур. Из нее могут быть выведены все рассмотренные ранее частные законы, описывающие тепловое излучение.

§ 142. Типы спектров

Любое вещество, излучающее свет, характеризуется **спектром испускания** — совокупностью частот (или длин волн), содержащихся в излучении этого вещества. Вещество, поглощающее свет, характеризуется **спектром поглощения** — совокупностью частот (или длин волн), поглощаемых данным веществом.

Различают три основных типа спектров испускания: *непрерывные (сплошные), линейчатые (дискретные) и полосатые*.

Непрерывные спектры. При прохождении белого света сквозь призму наблюдается непрерывная разноцветная полоса, охватывающая цвета от фиолетового до красного. Между отдельными цветами нет разрыва: фиолетовый переходит в голубой, голубой — в зеленый, зеленый — в желтый и т.д., т.е. переход от одного цвета к другому происходит постепенно (непрерывно). Такая полоса цветов представляет собой **непрерывный спектр**.

Как показывает опыт, *непрерывные спектры характерны для нагретых до высоких температур раскаленных твердых и жидких веществ, а также сжатых газов*. Доказано, что характер непрерывного спектра определяется как свойствами отдельных излучающих атомов, так и взаимодействием атомов друг с другом.

Линейчатые спектры. Исследования показали, что *пары любого химического элемента*, нагретого до высокой температуры, излучают свет, узкий пучок которого разлагается призмой в спектр, состоящий из узких спектральных линий на темном фоне. Спектральные линии

имеют определенную интенсивность и разделены темными промежутками. Подобные спектры называют **линейчатыми спектрами** испускания. Линейчатым спектром обладают также *все газы в атомарном* (не молекулярном!) *состоянии при невысоких давлениях* (когда атомы практически не взаимодействуют друг с другом).

Эти спектры представляют собой определенную (присущую только этому химическому элементу!) совокупность спектральных линий. С увеличением плотности атомарного газа спектральные линии расширяются, что при сильном сжатии газа (при значительном взаимодействии атомов друг с другом) приводит к их перекрытию — в результате образуется непрерывный спектр.

Полосатые спектры. Опыты показывают, что спектр возбужденных молекул *разреженного газа* состоит из отдельных полос, разделенных темными промежутками. Эти **спектры** называют **полосатыми**. С помощью спектральных приборов можно обнаружить, что каждая полоса — это совокупность множества тесно расположенных спектральных линий. Полосатые спектры характерны для газов многоатомных молекул (например, кислорода, углекислого газа, водяного пара).

Спектры поглощения. Если свет от источника, дающего сплошной спектр, предварительно пропустить через разреженный газ (пар), то в спектре появляются темные линии (полосы), которые соответствуют линиям (полосам) спектра излучения этого же разреженного газа (пара). Эти темные линии на фоне непрерывного спектра представляют собой линии поглощения, образующие **линейчатый спектр поглощения**.

Таким образом, положение темных линий в спектре поглощения вещества в газообразном состоянии при данной температуре точно совпадает с положением светлых линий в спектре его излучения. Кирхгоф показал, что *любой химический элемент в газообразном состоянии поглощает свет точно таких же длин волн, которые он испускает*.

§ 143. Тормозное рентгеновское излучение

Большую роль в подтверждении квантовой природы излучения (см. § 141) сыграло **рентгеновское излучение** [Рентген (1895)] — электромагнитное излучение с длинами волн в пределах 10^{-12} — 10^{-9} м.

В рентгеновской трубке (рис. 174) сильно ускоренные электрическим полем электроны бомбардируют анод (металлическая мишень, например W или Pt), испытывая на нем резкое торможение. При этом возникает рентгеновское излучение.

Рентгеновские спектры — спектры испускания и поглощения рентгеновского излучения. Исследование спектрального состава рентгеновского излучения показало, что его спектр имеет сложную

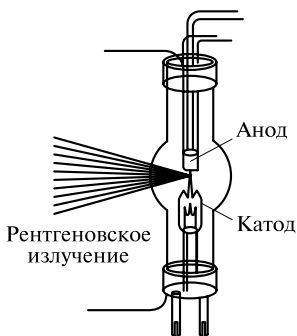


Рис. 174

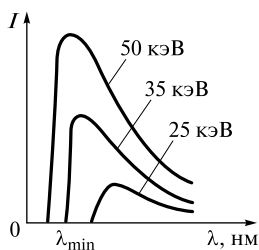


Рис. 175

структуру, представляя собой наложения *тормозного и характеристического* (см. § 155) *рентгеновских спектров*.

При торможении бомбардирующих анод рентгеновской трубки электронов, энергия которых не превышает определенной характерной для вещества анода величины, возникает сплошной *рентгеновский спектр*, не зависящий от материала анода, а определяемый только энергией бомбардирующих анод электронов и называемый **тормозным рентгеновским спектром**.

Типичное распределение энергии в сплошном рентгеновском спектре представлено на рис. 175 (разные спектры соответствуют различным напряжениям на электродах трубки). Отметим, что существование сплошного рентгеновского спектра не противоречит классической теории излучения, так как при торможении движущихся зарядов должно действительно возникать излучение со сплошным спектром.

Экспериментальное исследование выявило следующие особенности тормозного рентгеновского спектра:

- наличие максимума интенсивности, смещающегося с повышением напряжения в сторону коротких длин волн;
- существование минимальной длины волны λ_{\min} — **коротковолновой границы сплошного спектра**, не зависящей от вещества анода, а определяемой только кинетической энергией электронов, вызывающих тормозное рентгеновское излучение. Из опытов следует, что чем больше кинетическая энергия электронов, вызывающих тормозное рентгеновское излучение, тем меньше λ_{\min} .

Существование коротковолновой границы сплошного спектра не согласуется с выводами классической электродинамики, но вытекает из квантовых представлений: энергия рентгеновских фотонов $h\nu$, возникающих при торможении электронов, не может превышать кинетическую энергию eU этих электронов, т. е.

$$h\nu \leq eU.$$

Следовательно, частота излучения не может быть больше $\nu_{\max} = eU/h$, а длина волны — меньше значения

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU}, \quad (143.1)$$

что полностью соответствует экспериментальным данным (см. рис. 175).

§ 144. Фотоэффект и его вольт-амперная характеристика

Квантовая гипотеза Планка (см. § 141), развитая в дальнейшем Эйнштейном, легла в основу объяснения **фотоэффекта** [Герц (1887)] — испускание электронов веществом (металлом, полупроводником, диэлектриком) под действием электромагнитного излучения.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены А. Г. Столетовым (1888) на установке, принципиальная схема которой приведена на рис. 176. Два электрода (катод K из исследуемого металла и анод A — в схеме Столетова применялась металлическая сетка) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра R можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко), измеряется включенным в цепь миллиамперметром.

Облучая катод светом различных длин волн, Столетов пришел к следующим заключениям, не утратившим своего значения до нашего времени:

- 1) наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение;
- 2) сила тока, возникающего под действием света, пропорциональна его интенсивности;
- 3) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды.

Дж. Томсон (1898) измерил удельный заряд испускаемых под действием света частиц (по отклонению в электрическом и магнитном полях). Эти измерения показали, что под действием света вырываются **электроны**.

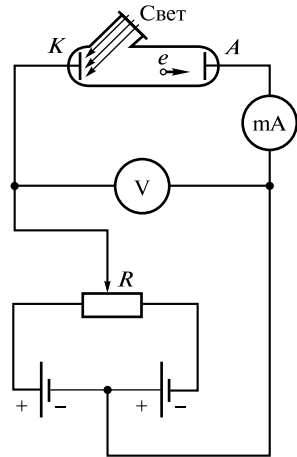


Рис. 176

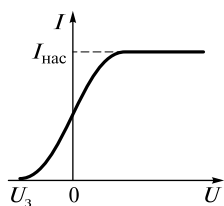


Рис. 177

С помощью установки Столетова (см. рис. 176) изучена **вольт-амперная характеристика фотоэффекта** — зависимость силы фототока I , образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения U между электродами (рис. 177). По мере увеличения U фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривой показывает, что электроны вылетают из катода

с различными скоростями. Максимальное значение силы тока $I_{\text{нас}}$ (**фототок насыщения**) определяется таким значением U , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода.

Из вольт-амперной характеристики следует, что при $U = 0$ фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью, а значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить **задерживающее напряжение** U_3 .

При $U = U_3$ ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью v_{max} , не может преодолеть задерживающее поле и достигнуть анода. Тогда, согласно закону сохранения энергии,

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = eU_3, \quad (144.1)$$

где m — масса электрона.

Таким образом, измерив задерживающее напряжение, можно определить максимальные значения скорости (кинетической энергии) фотоэлектронов.

§ 145. Законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна

На основе обобщения опытных данных сформулированы следующие законы фотоэффекта.

I. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света.

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν .

III. Для каждого вещества существует **красная граница фотоэффекта**, т. е. минимальная частота ν_0 света (зависящая от химиче-

ской природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

Из опытов следует **безынерционность фотоэффекта**: испускание фотоэлектронов происходит сразу, как только на фотокатод падает излучение с $\nu \geq \nu_0$.

Законы фотоэффекта (II и III) необъяснимы на основе волновых представлений. Так, вырывание электронов из металла должно происходить благодаря их «раскачиванию» в электрическом поле световой волны. Тогда не ясно, почему максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) вылетающих фотоэлектронов зависит от частоты света, а не от амплитуды колебаний вектора \vec{E} световой волны и связанной с амплитудой интенсивностью волны.

Наличие «красной границы» фотоэффекта также несовместимо с волновой теорией, так как свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла. Кроме того, волновая теория не смогла объяснить безынерционность фотоэффекта.

Все указанные противоречия были сняты Эйнштейном (1905), предположившим, что свет *распространяется и поглощается* такими же порциями $h\nu$ (квантами), какими он, по гипотезе Планка, *испускается*. Согласно Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных с поверхности фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света (**I закон фотоэффекта**). Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно.

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электронном **работы выхода** A из металла (минимальная энергия, необходима для удаления электрона из вещества) и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии $\frac{mv_{\max}^2}{2}$. По закону сохранения энергии,

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad (145.1)$$

— **уравнение Эйнштейна для фотоэффекта**.

Из (145.1) следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно растет с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как ни A , ни ν от интенсивности света не зависят (**II закон фотоэффекта**).

Из уравнения Эйнштейна (145.1) следует, что при энергии падающего фотона, меньшей работы выхода электрона из металла ($h\nu < A$), фотоэффект невозможен. Поэтому работа выхода вычисляется из (145.1) при $v_{\max} = 0$:

$$A = h\nu_0, \quad (145.2)$$

где ν_0 и есть *красная граница фотоэффекта* для данного металла. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности (*III закон фотоэффекта*).

Таким образом, уравнение Эйнштейна позволило объяснить II и III законы фотоэффекта.

§ 146. Энергия и импульс фотона

Согласно гипотезе Эйнштейна (см. § 145), свет испускается, поглощается и распространяется дискретными порциями (квантами), названными *фотонами* [Г. Льюис (1929)]. Энергия фотона определяется его частотой

$$\varepsilon_0 = h\nu, \quad (146.1)$$

где $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка (см. § 141).

Фотон — релятивистская частица, движущаяся относительно любой системы отсчета со скоростью c (скорость распространения света в вакууме). Согласно теории относительности, энергия свободной частицы [см. (30.1)]

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Из формулы следует, что для любой частицы с массой, отличной от нуля, при приближении скорости частицы к скорости света c энергия частицы должна возрастать до бесконечности. Поскольку для фотона (он движется со скоростью c) энергия конечна, то это возможно тогда и только тогда, когда *масса фотона равна нулю*.

Таким образом, фотон — особенная частица, не описываемая никакой классической моделью: *масса покоя фотона равна нулю, энергия покоя фотона [см. (30.2)] равна нулю; фотон всегда движется со скоростью c* . Следует отметить, что последнее утверждение не противоречит тому, что скорость света в среде $v = \frac{c}{n} < c$. Дело

в том, что согласно квантовой электродинамике, при прохождении через вещество фотоны поглощаются и вновь испускаются атомами среды. Поскольку между актами поглощения и излучения проходит какой-то промежуток времени, средняя скорость фотонов в среде и оказывается меньше c .

Воспользовавшись формулой (30.4) $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ и учитывая, что масса фотона $m = 0$, получим выражение для импульса фотона

$$p = \frac{\varepsilon_0}{c} = \frac{h\nu}{c} \quad (146.2)$$

[учли(146.1)].

Выражения (146.2) и (146.1) связывают *корпускулярные* характеристики фотона — импульс и энергию (p и E) с *волновой* характеристикой света — его частотой ν .

§ 147. Давление света

Поскольку фотоны обладают импульсом, падающий на тело свет, согласно квантовой теории, должен оказывать на него давление. Давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс.

Пусть монохроматическое излучение с частотой ν падает перпендикулярно поверхности тела. Если в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает N фотонов, то при коэффициенте отражения ρ света от поверхности тела отразится ρN фотонов, а поглотится $(1 - \rho)N$.

Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс $p = \frac{h\nu}{c}$, а каждый отраженный — $2p = \frac{2h\nu}{c}$ (при отражении импульс фотона изменяется на $-p$).

Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в течение 1 с N фотонов:

$$p = \frac{2h\nu}{c} \rho N + \frac{h\nu}{c} (1 - \rho) N = (1 + \rho) \frac{h\nu}{c} N,$$

где $Nh\nu = E_e$ есть энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени. Тогда

$$\frac{E_e}{c} = w$$

— *объемная плотность энергии излучения*. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = w(1 + \rho). \quad (147.1)$$

Отметим, что формула (147.1), выведенная на основе квантовых представлений, совпадает с выражением, получаемым из электромагнитной (волновой) теории Максвелла. Таким образом, давление света одинаково успешно объясняется как волновой, так и квантовой теорией, а потому давление света не является однозначным подтверждением его квантовых свойств.

Давление света опытным путем доказано П. Н. Лебедевым (1898). Действительно оказалось, что давление света на зеркальную поверхность вдвое больше, чем на зачерненную [см. (147.1)].

§ 148. Понятие об эффекте Комптона

А. Комптон (1923; Нобелевская премия 1927), изучая прохождение монохроматического рентгеновского излучения в слое вещества с легкими атомами (парафин, графит, бор), обнаружил, что в рассеянном излучении наряду с исходной длиной волны λ появляется более длинноволновое излучение с длиной волны $\lambda' > \lambda$. Опыты показали, что так называемый **комптоновский сдвиг**

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \quad (148.1)$$

не зависит от длины волны λ падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния ϑ :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\vartheta}{2}, \quad (148.2)$$

где λ' — длина волны рассеянного излучения; λ_C — **комптоновская длина волны** ($\lambda_C = 2,426$ пм).

Эффектом Комптона называют *упругое рассеяние* коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и γ -излучений) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны.

Эффект Комптона необъясним на основе волновых представлений. Согласно волновой теории, механизм рассеяния объясняется «раскачиванием» электронов электромагнитным полем падающей волны. В таком случае частота рассеянного излучения должна совпадать с частотой падающего излучения.

Эффект Комптона можно объяснить на основе квантовой теории, рассмотрев столкновение фотона со свободным электроном. При взаимодействии этих двух частиц должны соблюдаться *законы сохранения энергии и импульса*. В веществах, с которыми Комптон проводил опыты, энергия связи электронов мала по сравнению с энергией, которую фотон может передать электрону при соударении, и электроны можно считать свободными. В процессе этого столкновения фотон передает электрону часть своих энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения. Уменьшение энергии фотона (а также уменьшение импульса) в результате столкновения с электроном приводит к *уменьшению частоты*, т. е. к *увеличению длины волны рассеянного излучения*.

Существование в рассеянном пучке излучения с первоначальной длиной волны λ объясняется тем, что фотоны соударяются не только со свободными электронами, но и обмениваются энергией и импульсом с атомами, а массы атомов по сравнению с массами электронов очень велики, поэтому атому передается лишь ничтожная часть энергии и импульса фотонов. В данном случае длина волны рассеянного излучения не будет отличаться от длины волны падающего излучения.

§ 149. Корпускулярно-волновой дуализм свойств света

Рассмотренные в этой главе явления — излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона — служат доказательством квантовых (корпускулярных) представлений о свете как о потоке фотонов. С другой стороны, такие явления, как интерференция, дифракция и поляризация света, убедительно подтверждают волновую (электромагнитную) природу света. Наконец, давление и преломление света объясняются как волновой, так и квантовой теориями. Таким образом, электромагнитное излучение обнаруживает удивительное единство, казалось бы, взаимоисключающих свойств — непрерывных (волны) и дискретных (фотоны), которые взаимно дополняют друг друга.

Основные уравнения [см. (146.1) и (146.2)], связывающие корпускулярные свойства электромагнитного излучения (энергия и импульс фотона) с волновыми свойствами (частота или длина волны):

$$\varepsilon = h\nu, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Более детальное рассмотрение оптических явлений приводит к выводу, что свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не следует противопоставлять свойствам дискретности, характерным для фотонов.

Свет, обладая *одновременно* корпускулярно-волновыми свойствами, обнаруживает определенные закономерности в их проявлении. Так, волновые свойства света проявляются в закономерностях его распространения, интерференции, дифракции, поляризации, а корпускулярные — в процессах взаимодействия света с веществом.

Чем больше длина волны, тем меньше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются квантовые свойства света (с этим связано, например, существование «красной границы» фотоэффекта). Наоборот, *чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются волновые свойства света* (например, дифракция рентгеновских лучей обнаружена лишь после применения в качестве дифракционной решетки кристаллов).

§ 150. Модель атома Томсона.

Ядерная модель атома

Атом — наименьшая часть химического элемента, являющаяся носителем его свойств. Представление о том, что все вещества состоят из мельчайших «частичек» — атомов, возникло еще в античные времена. Однако понадобилось почти двадцать столетий, чтобы получить экспериментальные подтверждения атомистической теории и решить вопрос о внутреннем строении атомов. Большую роль в этом сыграл Д. И. Менделеев, разработавший Периодическую систему элементов (1869), в которой впервые на научной основе был поставлен вопрос о единой природе атомов.

Первая попытка создания модели атома принадлежит Дж. Томсону (1903). Согласно этой модели, атом представляет собой непрерывно заряженный положительным зарядом шар радиусом порядка 10^{-10} м, внутри которого около своих положений равновесия колеблются электроны. Суммарный отрицательный заряд электронов равен положительному заряду шара, так что атом в целом нейтрален. Модель Томсона была привлекательна тем, что она предполагала в атоме наличие электрона. Однако последующие эксперименты выявили ошибочность этой модели.

Э. Резерфорд (1911) провел опыты по рассеянию α -частиц (ядер атомов гелия) на тонкой (1 мкм) золотой фольге. Масса α -частиц примерно в 7300 раз больше массы электрона, ее заряд положительный и равен $2e$.

Из опытов Резерфорда следовало, что большинство α -частиц испытывает незначительные, порядка $1-2^\circ$, отклонения от первоначального направления. Однако небольшая часть α -частиц испытывала отклонение на значительно большие углы, а некоторые частицы даже отражались, изменяя направление движения на обратное. Это возможно, лишь когда α -частицы взаимодействуют с *положительным зарядом большой массы*. Так как отклоняются лишь немногие α -частицы, то они проходят вблизи положительного заряда, *сосредоточенного в объеме, очень малом по сравнению с объемом атома* (рис. 178).

Резерфорд, основываясь на результатах проведенных опытов, предложил **ядерную (планетарную) модель атома**. Согласно этой модели, вокруг положительного ядра, имеющего заряд Ze

(Z — порядковый номер элемента в Периодической системе элементов Менделеева; e — элементарный заряд), размер 10^{-15} – 10^{-14} м и массу, практически равную массе атома, в области с линейными размерами порядка 10^{-10} м по замкнутым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома. Так как атомы нейтральны, заряд ядра равен суммарному заряду электронов, т. е. вокруг ядра должно вращаться Z электронов.

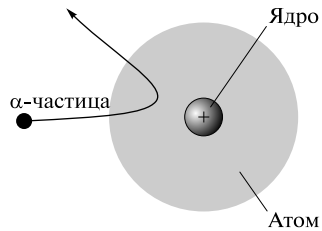


Рис. 178

Ядерная модель атома противоречит законам классической механики и электродинамики. Так, скорость электрона, движущегося по круговой орбите радиусом $r \approx 10^{-10}$ м, должна быть порядка

$v \approx 10^6$ м/с (можно рассчитать по формуле $\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$), а уско-

рение $a = \frac{v^2}{r} \approx 10^{22}$ м/с. По законам классической электродинамики

ускоренно движущийся электрон должен *непрерывно* излучать электромагнитные волны, а поэтому терять энергию. В результате электроны будут приближаться к ядру и в конце концов упадут на него. Эти выводы противоречат наблюдаемой *стабильности* атомов.

Кроме того, из теории Резерфорда следует, что спектры атомов должны быть *непрерывными*, а на самом деле они являются линейными (см. § 151).

Попытки построить модель атома в рамках классической физики не привели к успеху: модель Томсона была опровергнута опытами Резерфорда, ядерная же модель оказалась неустойчивой электродинамически и противоречила опытным данным. Преодоление возникших трудностей потребовало создания качественно новой — *квантовой* — теории атома.

§ 151. Линейчатые спектры атомов

Изучение спектров излучения разреженных газов сыграло большую роль в создании теории атома. Из экспериментов следовало, что их *спектр* является *линейчатым* (см. § 142), а линии в спектрах объединяются в группы или, как теперь говорят, наблюдаются определенные серии.

Отчетливее всего это проявляется в спектре простейшего атома — атома водорода, состоящего из массивного ядра (протона) и электрона, движущегося в кулоновском поле ядра.

Каждому элементу присущ свой, характерный только для него, спектр излучения, а вид линейчатого спектра не зависит от способа возбуждения атома.

И. Бальмер (1885) подобрал эмпирическую формулу, описывающую все известные в то время спектральные линии атома водорода в *видимой области спектра*:

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots), \quad (151.1)$$

где $R' = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ — **постоянная Ридберга**. Так как $\nu = \frac{c}{\lambda}$, формулу (151.1) можно переписать для частот:

$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots), \quad (151.2)$$

где $R = R' c = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ — также постоянная Ридберга.

Из выражений (151.1) и (151.2) вытекает, что спектральные линии различающиеся значениями n , образуют группу или серию линий, называемую **серией Бальмера**. С увеличением n линии серии сближаются; значение $n = \infty$ определяет **границу серии**, к которой со стороны больших частот примыкает сплошной спектр.

В дальнейшем в спектре атома водорода обнаружено еще несколько серий. В **ультрафиолетовой области спектра** находится

- **серия Лаймана** $\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots);$

в инфракрасной области спектра

- **серия Пашена** $\nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots);$

- **серия Брэкета** $\nu = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots);$

- **серия Пфунда** $\nu = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots);$

- **серия Хэмфри** $\nu = R \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 7, 8, 9, \dots).$

Все приведенные серии в спектре атома водорода могут быть описаны одной формулой, называемой **обобщенной формулой Бальмера**:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (151.3)$$

где m имеет в каждой серии постоянное значение, $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ (*определяет серию*); n принимает целочисленные значения, начиная с $m + 1$ (*определяет отдельные линии этой серии*).

Исследование более сложных спектров — спектров паров щелочных металлов (например, Li, Na, K) — показало, что они представляются набором незакономерно расположенных линий. Й. Ридбергу удалось разделить их на три серии, каждая из которых располагается подобно линиям серии Бальмера.

Приведенные ранее сериальные формулы долгое время не имели теоретического обоснования, хотя и были подтверждены экспериментально с очень большой точностью. Вид сериальных формул, удивительная повторяемость в них целых чисел, а также универсальность постоянной Ридберга свидетельствуют о глубоком физическом смысле найденных закономерностей, вскрыть которые в рамках классической физики оказалось невозможным.

§ 152. Постулаты Бора

Н. Бор (1913) попытался связать ядерную модель атома и закономерности линейчатых спектров с квантовой теорией. В дополнение к классическим представлениям он сформулировал некоторые ограничения в виде постулатов, накладываемых на возможные состояния электронов в атоме.

Основы теории Бора составляют сформулированные им два постулата.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): в атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, в которых он не излучает энергию; эти состояния характеризуются определенными дискретными значениями энергии.

Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. При этом не происходит излучения электромагнитных волн.

Согласно Бору, в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь *дискретные квантованные значения* момента импульса, удовлетворяющие условию

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (152.1)$$

где m_e — масса электрона; v — его скорость на n -й орбите радиусом r_n ,

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \quad (152.2)$$

— **постоянная Планка**. Выражение (151.1) называют **правилом квантования орбит** по Бору.

Второй постулат Бора (правило частот): при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (152.3)$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний [E_n и E_m — соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения)].

При $E_m < E_n$ происходит излучение фотона (переход атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, т. е. переход электрона с более удаленной от ядра орбиты на близлежащую); при $E_m > E_n$ — поглощение фотона (переход атома в состояние с большей энергией, т. е. на более удаленную от ядра орбиту). Набор

возможных дискретных частот $\nu = \frac{E_n - E_m}{h}$ квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома.

Впоследствии опытами Д. Франка и Г. Герца (1913), которые здесь не рассматриваются, были экспериментально надежно подтверждены первый и второй постулаты Бора.

§ 153. Энергия атомов водорода по Бору

Рассмотрим движение электрона в атоме водорода, ограничившись *круговыми* стационарными орбитами. Согласно теории Бора, момент импульса электрона принимает дискретные (квантовые) значения [см. (152.1)].

На электрон в атоме водорода со стороны ядра действует кулоновская сила, сообщая ему центростремительное ускорение.

Уравнение движения электрона можно записать в виде

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2}, \quad (153.1)$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная.

Из выражений (152.1) и (153.1), исключив v_n , найдем выражение для радиусов допустимых орбит:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (153.2)$$

Радиус первой орбиты электрона при $n = 1$, называемый *первым боровским радиусом* (a), равен

$$r_1 = a = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 52,8 \text{ пм} \quad (153.3)$$

и зависит лишь от фундаментальных постоянных. Из соотношения (153.3) следует, что

$$r_n = n^2 r_1,$$

т. е. радиусы орбит для стационарных состояний квантованы и равны соответственно $r_1, 4r_1, 9r_1, \dots$. Каждый из этих радиусов пропорционален квадрату целого числа n , называемому **квантовым числом**.

Полная энергия электрона в атоме водорода складывается из его кинетической энергии $\left[\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\right]$ [см. (153.2)] и потенциальной энергии в электростатическом поле ядра $\left(-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\right)$:

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}.$$

Учитывая квантованные для радиусов стационарных орбит значения (153.2), получаем

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (153.4)$$

где знак « \leftarrow » означает, что электрон находится в связанном состоянии. Из выражения (153.4) следует, что энергия электрона в атоме водорода может *принимать только дискретные значения*, т. е. *энергия атома квантуется*.

Подставив в (153.4) фундаментальные постоянные и выразив энергию в электронвольтах, получим, что

$$E_n = \frac{13,6}{n^2} \text{ (эВ)}, \quad (153.5)$$

т. е. *энергетические состояния атома водорода образуют последовательность энергетических уровней, изменяющихся в зависимости от n* . Состояние с минимальной энергией, или **основное состояние**, соответствует $n = 1$, а его энергия $E_1 = -13,6$ эВ. **Состояния с $n > 1$ являются возбужденными**.

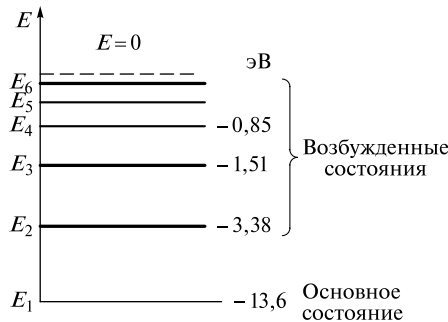


Рис. 179

Придавая n различные целочисленные значения, получаем для атома водорода, согласно формуле (153.5), возможные уровни энергии стационарных состояний электрона, схематически представленные на рис. 179 в виде горизонтальных прямых. С увеличением квантового числа n энергетические уровни все больше сближаются и при $n \rightarrow \infty$ $E \rightarrow 0$. Таким образом, электрон в атоме водорода обладает минимальной энергией ($E_1 = -13,6$ эВ) при $n = 1$ и максимальной ($E_\infty = 0$) при $n = \infty$. Отметим, что выше уровня $E = 0$ электрон может иметь любую энергию, так как в данном случае он является свободным.

§ 154. Спектр атома водорода по Бору

Согласно второму постулату Бора (см. § 152) при переходе электрона в атоме водорода из стационарного состояния n в стационарное состояние m с меньшей энергией испускается квант

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

откуда частота излучения

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8h^3 \varepsilon_0^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (154.1)$$

где

$$R = \frac{m_e e^4}{8h^3 \varepsilon_0^2} \quad (154.2)$$

— величина, совпадающая с постоянной Ридберга в эмпирических формулах для атома водорода (см. § 151).

На рис. 180 стрелками показаны переходы, приводящие к образованию различных серий излучения атома водорода. Серия Лаймана испускается в результате переходов электрона со второго, третьего и т.д. энергетических уровней ($n = 2, 3, 4, \dots$) на основной ($m = 1$). Переход электронов с возбужденных уровней ($n = 3, 4, 5, \dots$) на уровень $m = 2$ приводит к серии Бальмера, переход с возбужденных уровней ($n = 4, 5, 6, \dots$) на уровень $m = 3$ — к серии Пашена и т.д. (см. также § 151).

Спектр поглощения атома водорода также является линейчатый, однако при нормальных условиях он содержит только одну серию — серию Лаймана. Это объясняется тем, что при относительно небольших температуре и давлении атомы водорода не возбуждены и поглощение будет происходить только с первого энергетического уровня, при этом наблюдаются лишь переходы из основного состояния в возбужденные, т.е. возникает серия Лаймана.

Теория Бора оказалась весьма эффективной при толковании широкого круга явлений, с которыми столкнулась атомная физика. Так,

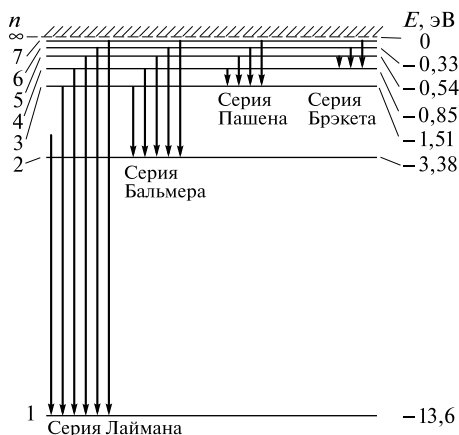


Рис. 180

стало понятным существование спектральных линий атома водорода, удалось вычислить постоянную Ридберга и т.д. Эта теория сохраняет свою ценность и до настоящего времени, поскольку позволяет классифицировать многие явления, хотя и обладает внутренними противоречиями: с одной стороны, применяет законы классической физики, а с другой — основывается на квантовых постулатах, т.е. является полуклассической, полуквантовой.

Теория Бора, объяснив правильное значение частот спектральных линий атома водорода, не позволила вычислить их интенсивности и ответить на вопросы: почему совершаются те или иные переходы, происходит изменение химических и физических свойств при переходе от атома к атому и т.д. Попытка построить в рамках теории Бора теорию атома гелия — одного из простейших атомов, непосредственно следующего за атомом водорода, — также оказалась неудачной. Наконец, сами постулаты Бора, в частности квантование момента импульса, выглядели совершенно произвольными.

§ 155. Характеристическое рентгеновское излучение

Ранее (см. § 143) рассматривалось *тормозное рентгеновское излучение*, которое возникает при торможении бомбардирующих анод рентгеновской трубки электронов, энергия которых не превышает определенной характерной для вещества анода величины. Когда энергия бомбардирующих анод электронов оказывается достаточной для *вырывания электронов из внутренних оболочек атома*, на фоне сплошного спектра появляются отдельные резкие линии

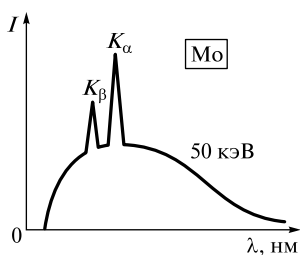


Рис. 181

(рис. 181) — *линейчатый спектр*, определяемый материалом анода и называемый *характеристическим рентгеновским спектром*.

Характеристические рентгеновские спектры имеют следующие особенности:

- они просты и однотипны — состоят из нескольких серий, обозначаемых *K*, *L*, *M*, *N* и *O*;
- каждая серия содержит небольшой набор отдельных линий, обозначаемых в порядке убывания длины волны индексами α , β , γ , ... (K_α , K_β , K_γ , ... L_α , L_β , L_γ , ...);

– при переходе от легких элементов к тяжелым весь спектр, без изменения его структуры, монотонно смещается в сторону коротких длин волн;

– атомы каждого химического элемента, независимо от того, находятся ли они в свободном состоянии или входят в химическое соединение, обладают определенным, присущим только данному элементу, характеристическим спектром; если анод состоит из нескольких элементов, то и характеристическое рентгеновское излучение представляет собой наложение спектров этих элементов.

Рассмотрим механизм возникновения рентгеновских серий, который схематически показан на рис. 182. Предположим, что под влиянием внешнего электрона или высокоэнергетического фотона вырывается один из двух электронов *K*-оболочки атома. Тогда на его место может перейти электрон с более удаленных от ядра оболочек *L*, *M*, *N*, Такие переходы сопровождаются испусканием рентгеновских квантов и возникновением спектральных линий *K*-серии: K_α ($L \rightarrow K$), K_β ($M \rightarrow K$), K_γ ($N \rightarrow K$) и т. д.

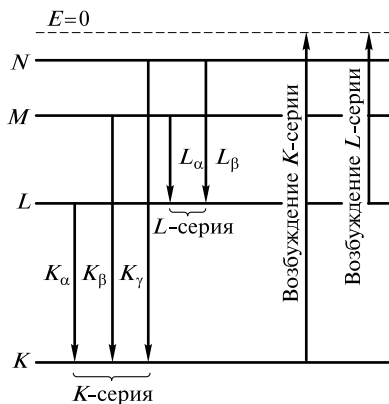


Рис. 182

Самой длинноволновой линией K -серии является линия K_α . Частоты линий возрастают в ряду $K_\alpha \rightarrow K_\beta \rightarrow K_\gamma$, поскольку энергия, высвобождаемая при переходе электрона на K -оболочку с более удаленных оболочек, увеличивается.

Наоборот, интенсивности линий в ряду $K_\alpha \rightarrow K_\beta \rightarrow K_\gamma$ убывают, так как вероятность переходов электронов с L -оболочки на K -оболочку больше, чем с более удаленных оболочек M и N .

K -серия обязательно сопровождается другими сериями, так как при испускании ее линий появляются вакансии в оболочках L , M , ... , которые будут заполняться электронами, находящимися на более высоких уровнях.

Возникновение дальнейших серий L , M , ... объясняется аналогичным образом; впрочем, они наблюдаются только для тяжелых элементов.

Линии характеристического рентгеновского излучения могут иметь тонкую структуру, т.е. энергетические уровни расщепляются.

Частоты ν линий характеристического рентгеновского излучения подчиняются **закону Мозли** (1913):

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (155.1)$$

который, как следует из записи, подобен обобщенной формуле Бальмера [см. (151.3)]. Здесь R — постоянная Ридберга [см. (154.2)]; Z — порядковый номер в Периодической системе элементов; σ — **постоянная экранирования**, в пределах каждой серии одинаковая для всех элементов (например, для K -серии $\sigma = 1$, L -серии $\sigma = 7,5$ и т.д.), $m = 1, 2, 3, \dots$ (*определяет рентгеновскую серию*), $n = m + 1, m + 2, \dots$ (*определяет линию соответствующей серии*).

Смысл постоянной экранирования заключается в том, что на электрон, совершающий переход, действует не весь заряд ядра Ze , а заряд $(Z - \sigma)e$, ослабленный экранирующим действием других электронов.

§ 156. Корпускулярно-волновой дуализм свойств частиц вещества

Противоречия теории Бора (см. § 154), основанной на механике классических частиц с дополнением к ним квантовых постулатов, выявили фундаментальную проблему описания движения электронов внутри атома.

Луи де Бройль постулировал, что *корпускулярно-волновой дуализм имеет универсальный характер* и распространяется не только на световые корпускулы — фотоны (см. § 149), но и на *все частицы материи*: частицы вещества (в частности, электроны) на-

ряду с корпускулярными свойствами обладают также и волновыми свойствами.

Согласно де Бройлю, с каждым *микрообъектом* связываются, с одной стороны, *корпускулярные характеристики* — энергия E и импульс p , а с другой — частота ν и длина волны λ . Количественные соотношения, связывающие корпускулярные и волновые свойства частиц, такие же, как для фотонов:

$$E = h\nu; p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad (155.1)$$

где $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка.

Длину волны, связываемую с частицей,

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (155.2)$$

называют *длиной волны де Бройля*.

Это соотношение справедливо для любой частицы с импульсом p .

В формуле (155.2) $p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ (для релятивистских частиц) и $p = mv$

(в нерелятивистском приближении $v \ll c$), где v — скорость частицы с массой m ; c — скорость света в вакууме.

А. Эйнштейн (1927) предположил, что если гипотеза де Бройля верна, то должна наблюдаться дифракция электронов.

Действительно, американские физики К. Дэвиссон и Л. Джермер (1927) обнаружили, что при рассеянии пучка электронов на кристаллах никеля (естественной дифракционной решетке) наблюдается *дифракция электронов*. Им удалось определить длину волны рассеянных электронов, которая совпала с определенной по формуле де Бройля (155.2). С помощью тонких опытов впоследствии было доказано, что волновые свойства присущи не только пучку электронов, но и каждому электрону в отдельности. Затем дифракцию обнаружили также для протонов, нейтронов и молекулярных пучков. Это явилось доказательством наличия у микрочастиц волновых свойств и позволило описывать движение микрочастиц в виде волнового процесса, характеризующегося длиной волны, которая определяется по формуле де Бройля [см. (155.2)].

Гипотеза де Бройля полностью изменила представления о микрообъектах. Всем микрочастицам присущи как корпускулярные, так и волновые свойства, в то же время любую из микрочастиц нельзя считать ни частицей, ни волной в классическом понимании.

Если принять корпускулярно-волновой дуализм свойств электрона, то нет смысла говорить о движении электрона в атоме вдоль траектории (тем более круговой), а можно лишь говорить о вероятности обнаружения электрона в той или иной точке пространства. Однако теория Бора оказалась настолько плодотворной, что впоследствии на

основе современной теории было показано, что, например, в основном состоянии в атоме водорода наиболее вероятным расстоянием электрона от ядра является первый боровский радиус [см. (153.2)]. Это на основе вероятностных представлений означает, что первый боровский радиус представляет собой геометрическое место точек, в которых электрон может быть обнаружен с *наибольшей вероятностью*.

§ 157. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучения

Как уже неоднократно указывалось, атомы могут находиться лишь в квантовых состояниях с дискретными значениями энергии E_1, E_2, E_3, \dots Ради простоты рассмотрим только два из этих состояний (1 и 2) с энергиями E_1 и E_2 . Если атом находится в основном состоянии 1, то под действием внешнего излучения может осуществиться вынужденный переход в возбужденное состояние 2 (рис. 183, а), приводящий к *поглощению* излучения. Вероятность подобных переходов пропорциональна плотности излучения, вызывающего эти переходы.

Атом, находясь в возбужденном состоянии 2, может через некоторый промежуток времени *спонтанно*, без каких-либо внешних воздействий, перейти в состояние с низшей энергией (в нашем случае — в основное), отдавая избыточную энергию в виде электромагнитного излучения (испуская фотон и энергией $h\nu = E_2 - E_1$). Процесс испускания фотона возбужденным атомом (возбужденной микросистемой) без каких-либо внешних воздействий называется **спонтанным излучением** (рис. 183, б). Чем больше вероятность спонтанных переходов, тем меньше среднее время жизни атома в возбужденном состоянии. Так как спонтанные переходы взаимно не связаны, *спонтанное излучение некогерентно*.

В 1916 г. А. Эйнштейн постулировал, что, помимо поглощения и спонтанного излучения, должен существовать третий, качественно

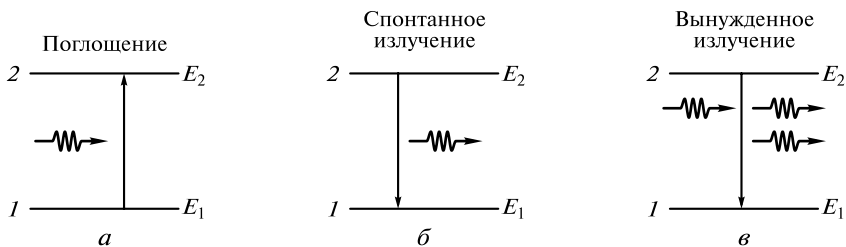


Рис. 183

иной тип взаимодействия. Если на атом, находящийся в возбужденном состоянии 2, действует внешнее излучение с частотой, удовлетворяющей условию $h\nu = E_2 - E_1$, то возникает вынужденный (индуцированный) переход в основное состояние 1 с излучением фотона той же энергии $h\nu = E_2 - E_1$ (рис. 183, в). При подобном переходе происходит излучение атомом фотона *дополнительно* к тому фотону, под действием которого произошел переход. Возникающее в результате таких переходов излучение называют **вынужденным (индуцированным) излучением**.

Таким образом, в процесс вынужденного излучения вовлечены два фотона: первичный фотон, вызывающий испускание излучения возбужденным атомом, и вторичный фотон, испущенный атомом.

Важнейшим свойством вынужденного излучения, как показал Эйнштейн, является то, что *вторичный фотон*, испускаемый атомом, *неотличим от первичного фотона*, стимулирующего переход. Следовательно, *вынужденное излучение (вторичные фотоны) тождественно вынуждающему излучению (первичным фотонам)*: оно имеет такую же частоту, фазу, поляризацию и направление распространения, как и вынуждающее излучение. Следовательно, вынужденное излучение *строго когерентно* с вынуждающим излучением, так как испущенный фотон неотличим от фотона, падающего на атом.

Вторичный и первичный фотоны, двигаясь в направлении первичного фотона и встречая другие возбужденные атомы, стимулируют дальнейшие индуцированные переходы, и число фотонов растет лавинообразно. Однако наряду с вынужденным излучением возможен и конкурирующий процесс — *поглощение*.

Для усиления вынужденного излучения необходимо, чтобы число актов индуцированного излучения фотонов (оно пропорционально заселенности возбужденных состояний) превышало число актов поглощения фотонов (оно пропорционально заселенности основных состояний).

В системе атомов, находящейся в термодинамическом равновесии, поглощение преобладает над излучением и падающее излучение при прохождении через вещество ослабляется.

Чтобы среда усиливала падающее на нее излучение, необходимо создать *неравновесное состояние системы атомов*, так как только в данном случае число атомов в возбужденном состоянии может быть больше, чем их число в основном состоянии (иными словами, нужно обратить заселенность энергетических уровней). Такие состояния называют *состояниями с инверсией заселенностей (инверсными состояниями)*.

Для создания инверсии заселенностей необходимо внешнее воздействие, т. е. надо затратить энергию, которая расходовалась бы на преодоление процессов, восстанавливающих равновесное распре-

ление системы. Процесс перевода системы в инверсное состояние называют *накачкой*.

В средах в инверсном состоянии вынужденное излучение может превысить поглощение, вследствие чего падающей пучок света при прохождении через эти среды будет усиливаться (такие *среды* называют *активными*).

§ 158. Оптические квантовые генераторы (лазеры)

Для получения когерентного излучения в результате вынужденного излучения необходимо:

1) наличие инверсии заселенностей (число атомов в более высоком состоянии должно превышать число атомов в более низком состоянии), в результате чего излучение фотонов будет преобладать над поглощением;

2) наличие *метастабильного состояния* — возбужденного энергетического состояния атомной системы, в котором она может существовать длительное время, в результате чего переход в более низкое состояние происходит благодаря вынужденному, а не спонтанному излучению.

Эти два условия реализуются в принципиально новых источниках излучения — *оптических квантовых генераторах*, или *лазерах* (от первых букв английского названия Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation — усиление света с помощью вынужденного излучения). Лазеры генерируют в оптическом диапазоне (ближняя ультрафиолетовая, видимая и инфракрасная области). Появление лазеров обязано классическим работам А. М. Прохорова, Н. Г. Басова и Ч. Таунса (удостоены в 1964 г. Нобелевской премии).

Лазеры — приборы, генерирующие очень узкий пучок монохроматического излучения высокой интенсивности в оптическом диапазоне. Признаки классификации лазеров представлены в табл. 3.

Таблица 3

Тип активной среды	Методы накачки	Режим генерации
Твердотельные	Оптические	Непрерывный
Газовые	Тепловые	Импульсный
Полупроводниковые	Химические	
Жидкостные	Электроионизационные и др.	

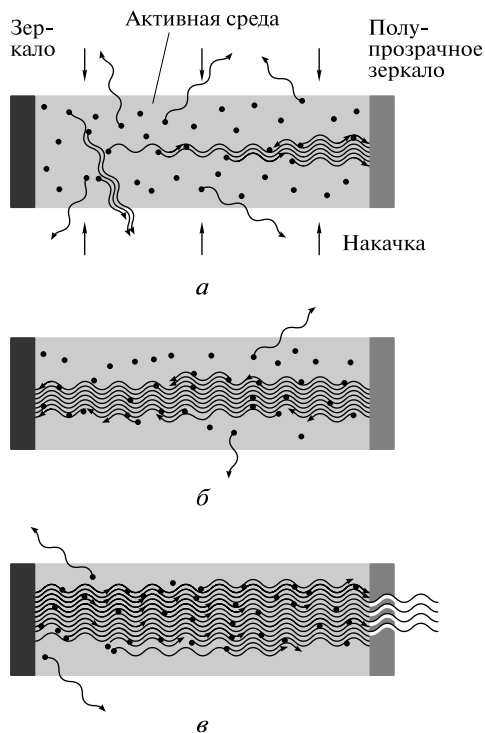


Рис. 184

Лазер обязательно имеет три основных компонента:

- *активную среду*, в которой создаются состояния с инверсией заселенностей;
- *систему накачки* (устройство для создания инверсии в активной среде);
- *оптический резонатор* (устройство, выделяющее в пространстве избирательное направление пучка фотонов и формирующее выходящий световой пучок).

В качестве активной среды в зависимости от диапазона излучаемого света могут использоваться твердые тела (например, инертные газы), жидкости (например, органические красители). Оптическая среда с помощью системы накачки (например, с помощью мощной импульсной лампы или газового разряда) переводится в состояние инверсной населенности уровней, после чего происходят вынужденные переходы атомов на основной энергетический уровень, т.е. зарождается лазерная генерация (рис. 184, а).

Оптическим резонатором на рис. 184 служит пара обращенных друг к другу плоских зеркал на общей оптической оси, причем одно из зеркал полупрозрачное. Фотоны, движущиеся под углами к оси,

выходят из активной среды через ее боковую поверхность. Фотоны, движущиеся вдоль оси, многократно отразятся от противоположных торцов зеркал, каждый раз вызывая вынужденные испускания вторичных фотонов, которые, в свою очередь, вызовут вынужденное излучение и т. д. Так как фотоны, возникшие при вынужденном излучении, движутся в том же направлении, что и первичные, то поток фотонов, параллельных оси, будет лавинообразно нарастать (рис. 184, б). Многократно усиленный поток фотонов выходит через полупрозрачное зеркало, создавая строго направленный пучок огромной яркости (рис. 184, в).

Лазерное излучение обладает рядом важных особенностей: высокая монохроматичность (практически одна-единственная длина волны), малая расходимость (при диаметре лазерного пучка 1 см с длиной волны $5 \cdot 10^{-5}$ см, угол расходимости порядка 0,003 градуса), с помощью линз и зеркал лазерное излучение можно сфокусировать в точку размером 500 нм (для видимого света), огромная мощность излучения.

Коэффициент полезного действия лазеров колеблется в широких пределах — от 0,01 % (для гелий-неонового лазера) до 75 % (для лазеров на стекле с неодимом), хотя у большинства лазеров КПД составляет 0,1—1 %.

Необычные свойства лазерного излучения находят в настоящее время широкое применение: для обработки, резания и микросварки твердых материалов; для скоростного и точного обнаружения дефектов в изделиях; для тончайших операций; для исследования механизма химических реакций и влияния на их ход; для получения сверхчистых веществ; для разделения изотопов.

Одним из важных применений лазеров является получение и исследование с их помощью высокотемпературной плазмы, а также использование в измерительной технике.

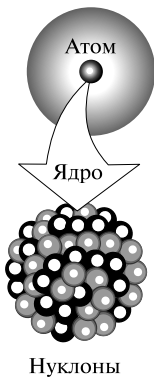
§ 159. Характеристики и состав атомных ядер

Атомное ядро — положительно заряженная центральная часть атома, в котором сосредоточена практически вся масса атома.

После того как Э. Резерфорд пришел к выводу, что атом состоит из положительно заряженного ядра, вокруг которого по замкнутым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома (см. § 150), возник вопрос о внутренней структуре атомного ядра. Исследование расщепления атомных ядер показало, что этот процесс сопровождается вылетом протонов. Это явилось доказательством того, что протоны входят в состав атомного ядра. Далее, после открытия Дж. Чедвиком (1932) нейтронов российским физиком Д. Д. Иваненко была предложена *модель ядра*, состоящая из *протонов* и *нейтронов* (рис. 185).

Протон и нейтрон являются двумя зарядовыми состояниями ядерной частицы, называемой **нуклоном**. Общее число нуклонов в атомном ядре называется **массовым числом A** .

Основные характеристики нуклонов [электрический заряд, масса (в кг и в массах электрона m_e), спин] представлены в табл. 4.



Нуклоны
Протон Нейтрон

Рис. 185

Атомные ядра характеризуют зарядовым числом Z : оно равно числу протонов в ядре, совпадает с порядковым номером химического элемента в Периодической системе элементов Менделеева и определяет **заряд ядра $+Ze$** . Известные в настоящее время 118 элементов в таблице Менделеева имеют зарядовые числа ядер от $Z = 1$ до $Z = 118$.

Отметим, что независимо подтверждено существование 114 элементов, а в природе встречаются только 92 элемента.

Ядро химического элемента обозначают



где X — символ химического элемента; Z — **зарядовое число** (число протонов в ядре); A — массовое число (число протонов Z и нейтронов N): $A = Z + N$).

Таблица 4

Характеристика нуклонов	Протон (p)	Нейтрон (n)
Электрический заряд	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	0
Масса	$1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг	$1,6749 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса в m_e	≈ 1836	≈ 1839

Так как атом нейтрален, заряд ядра определяет и число электронов в атоме. От числа электронов зависит и их распределение по состояниям в атоме, от которого, в свою очередь, зависят химические свойства атома. Следовательно, заряд ядра определяет *специфику данного химического элемента*, т.е. определяет число электронов в атоме, конфигурацию их электронных оболочек, величину и характер внутриатомного электрического поля.

Ядра с одинаковыми Z , но разными A (т.е. с разным числом нейтронов $N = A - Z$) называют **изотопами** (${}^9_5\text{В}$, ${}^{10}_5\text{В}$, ${}^{11}_5\text{В}$), *ядра с одинаковыми A , но разными Z — изобарами* (${}^{210}_{81}\text{Тл}$, ${}^{210}_{82}\text{Рб}$, ${}^{210}_{83}\text{Ви}$), ядра с одинаковым числом N нейтронов — **изотонами** (${}^{14}_6\text{С}$, ${}^{15}_7\text{N}$, ${}^{16}_8\text{О}$).

Протону, нейтрону, электрону и системам образованных из этих частиц (например, атомному ядру) приписывают *собственный механический момент импульса — спин*. Спин имеет *квантовую природу*, является внутренним свойством, присущим в такой же мере, как, например, электрический заряд или масса, элементарной частицы.

Спин измеряется в единицах постоянной Планка \hbar ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$).

Форму атомных ядер в первом приближении можно считать сферической. Опыты по рассеянию заряженных частиц на ядрах приводят к выводу, что *радиус ядра* может быть выражен следующей эмпирической формулой:

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (159.1)$$

где используемое усредненное значение $R_0 = 1,23$ фм. Следовательно, объем ядра пропорционален числу нуклонов в ядре, а средняя плотность числа нуклонов в ядре (их число в единице объема) для всех многонуклонных ядер практически одинакова: $\rho \approx 10^{17}$ кг/м³.

§ 160. Ядерные силы

Между составляющими ядро нуклонами действуют особые, специфические для ядра силы, значительно превышающие кулоновские силы отталкивания между протонами. Их называют **ядерными силами**.

С помощью экспериментальных данных (рассеяние нуклонов на ядрах, ядерные превращения и т. д.) доказано, что ядерные силы намного превышают гравитационные, электрические и магнитные взаимодействия и не сводятся к ним. Ядерные силы относятся к классу так называемых **сильных взаимодействий**.

Ядерные силы:

- являются силами притяжения;
- являются короткодействующими — их действие проявляется на расстояниях $\sim 10^{-15}$ м. При увеличении расстояния между нуклонами быстро уменьшаются до нуля, а при расстояниях меньше их радиуса действия примерно в 100 раз больше кулоновских сил, действующих между протонами на том же расстоянии;

- им присуща зарядовая независимость: ядерные силы одинаковы при действии двух протонов, двух нейтронов или протона и нейтрона. Отсюда следует, что ядерные силы имеют неэлектростатическую природу;

- им свойственно насыщение, т. е. каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов. Поэтому удельная энергия связи нуклонов в ядре (кроме легких ядер) при увеличении числа нуклонов остается приблизительно постоянной;

- зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов. Например, протон и нейтрон образуют дейтрон (ядро изотопа ${}^2_1\text{H}$) только при условии параллельной ориентации их спинов.

§ 161. Энергия связи и удельная энергия связи ядра

Исследования показали, что *масса атомного ядра меньше суммы масс составляющих его нуклонов*. Для объяснения этого результата следует вспомнить, что *сформулированная Эйнштейном эквивалентность массы и энергии утверждает постоянство полной энергии, а не массы*.

Поэтому при сближении нуклонов на расстояния порядка ядерных возникает энергия связи, появление которой отражается в уменьшении массы атомного ядра.

Энергия связи ядра — это энергия, необходимая для расщепления ядра на отдельные нуклоны. Энергия связи нуклонов в ядре

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2, \quad (161.1)$$

где m_p , m_n , $m_{\text{я}}$ — соответственно массы протона, нейтрона и ядра.

В таблицах обычно приводятся не массы $m_{\text{я}}$ ядер, а массы m атомов. Поэтому для расчета энергии связи ядра пользуются формулой

$$E_{\text{св}} = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_{\text{n}} - m]c^2, \quad (161.2)$$

где m_{H} — масса атома водорода. Так как m_{H} больше m на величину m_e , то первый член в квадратных скобках включает в себя массу Z электронов. Но так как масса атома m отличается от массы ядра $m_{\text{я}}$ как раз на массу Z электронов, то вычисления по формулам (161.1) и (161.2) приводят к одинаковым результатам. Величину

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}$$

называют **дефектом массы** ядра. На эту величину уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них атомного ядра. Согласно выводам специальной теории относительности (см. § 30), уменьшение суммарной массы нуклонов при образовании из них ядра объясняется выделением энергии связи.

Удельная энергия связи — энергия связи, приходящая на один нуклон:

$$\delta E_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A},$$

где A — массовое число (число нуклонов в ядре).

Удельная энергия связи характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер: чем больше $\delta E_{\text{св}}$, тем устойчивее ядро.

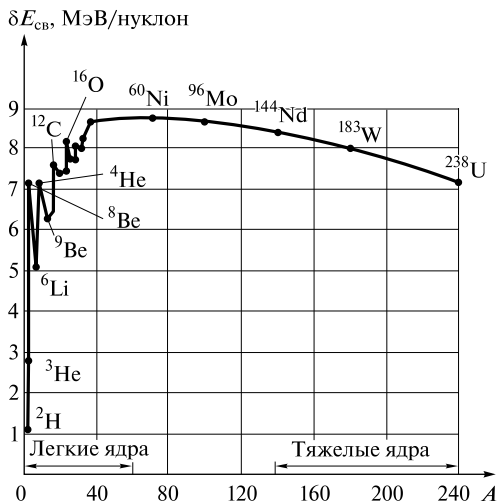


Рис. 186

Зависимость удельной энергии связи от массового числа A элемента показана на рис. 186. Для легких ядер ($A \leq 12$) удельная энергия связи круто возрастает до 6–7 МэВ, претерпевая целый ряд скачков (например, для ${}^2_1\text{H}$ $\delta E_{\text{св}} = 1,1$ МэВ, для ${}^4_2\text{He}$ — 7,1 МэВ, для ${}^6_3\text{Li}$ — 5,3 МэВ), затем более медленно возрастает до максимальной величины 8,7 МэВ у элементов с $A = 50$ –60, а потом постепенно уменьшается у тяжелых элементов (например, для ${}^{238}_{92}\text{U}$ она составляет 7,6 МэВ).

Уменьшение удельной энергии связи при переходе к более тяжелым элементам объясняется тем, что с *возрастанием числа протонов в ядре увеличивается и энергия их кулоновского отталкивания*: связь между нуклонами становится менее сильной, в результате чего ядра — менее прочными.

Из зависимости удельной энергии связи от массовых чисел (см. рис. 186) следует, что энергетически выгодны следующие процессы:

- деление тяжелых ядер на более легкие;
- слияние легких ядер в более тяжелые.

При этих процессах выделяется огромное количество энергии, что в настоящее время осуществлено практически (реакции деления и термоядерные реакции).

§ 162. Радиоактивность и ее виды

А. Беккерель (1896), случайно положив кусок урановой руды на стопку непроявленных пластинок, завернутых в черную бумагу, и проявив их, обнаружил на фотопластинках черные пятна! Это означало, что урановая руда испускает какое-то неизвестное излучение, которое, как оказалось впоследствии, ионизировало воздух, проникало сквозь тонкие металлические пластинки, возбуждало люминесценцию ряда веществ. Затем подобные свойства были выявлены и у тория. Обнаруженное излучение было названо *радиоактивным излучением*, а само явление получило название *радиоактивности*.

Радиоактивность — способность некоторых атомных ядер самопроизвольно (спонтанно) превращаться в другие ядра с испусканием различных частиц и жесткого электромагнитного излучения.

М. Склодовская-Кюри и П. Кюри (1898) выделили из уранового минерала два новых химических элемента, обладающих большей радиоактивностью, чем уран и торий. Так были открыты неизвестные ранее радиоактивные элементы — полоний и радий. Дальнейшие исследования показали, что на характер радиоактивного излучения препарата не оказывают влияния вид химического соединения, агрегатное состояние, механическое давление, температура, электрические и магнитные поля, т. е. все те воздействия, которые могли бы привести к изменению состояния электронной оболочки атома. Это означает, что радиоактивность является *внутриядерным процессом*.

Различают **естественную радиоактивность** (наблюдается у неустойчивых изотопов, существующих в природе) и **искусственную радиоактивность** (характерна для изотопов, полученных посредством ядерных реакций в лабораторных условиях).

Радиоактивное излучение бывает трех типов: 1) альфа (α)-излучение; 2) бета (β)-излучение; 3) гамма (γ)-излучение.

1. **α -Излучение** представляет собой поток ядер гелия; заряд α -частицы равен $+2e$, а масса совпадает с массой ядра изотопа гелия ${}^4_2\text{He}$.

Свойства α -излучения:

– отклоняется электрическими и магнитными полями. По отклонению α -частиц в электрическом и магнитном полях был определен их удельный заряд Q/m_α , значение которого подтвердило правильность представлений об их природе;

– обладает высокой ионизирующей способностью;

– имеет малую проникающую способность (например, поглощается слоем алюминия толщиной около 0,05 мм).

2. **β -Излучение** представляет собой поток быстрых электронов (это вытекает из определения их удельного заряда).

Свойства β -излучения:

– отклоняется электрическим и магнитным полями;

– обладает ионизирующей способностью значительно меньшей (примерно на два порядка), а проникающей способностью гораздо большей (поглощается слоем алюминия толщиной около 2 мм), чем α -частицы.

3. **γ -Излучение** представляет собой жесткое коротковолновое электромагнитное излучение.

Свойства γ -излучения:

– не отклоняется электрическим и магнитным полями;

– обладает относительно слабой ионизирующей способностью;

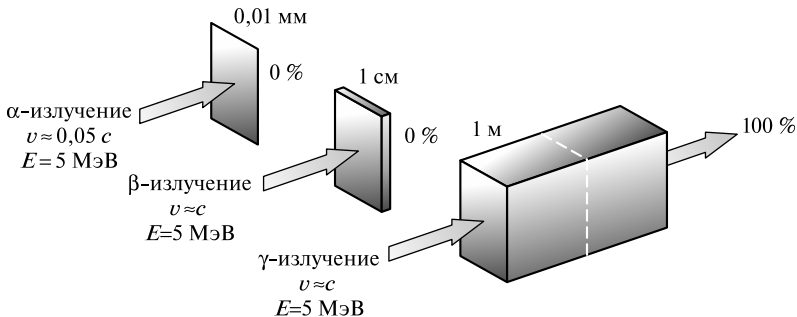


Рис. 187

- имеет большую проникающую способность (например, проходит через слой свинца толщиной 5 см);
- обнаруживает дифракцию при прохождении через кристаллы;
- представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение с ярко выраженными корпускулярными свойствами.

На рис. 187 проведено сравнение проникающей способности α -, β - и γ -излучений в алюминии.

§ 163. Закон радиоактивного распада

Радиоактивный распад (или просто **распад**) — естественное радиоактивное превращение ядер, происходящее самопроизвольно. **Атомное ядро**, испытывающее радиоактивный распад, называется **материнским**, возникающее ядро — **дочерним**.

Радиоактивный распад — статистическое явление, поэтому выводы, следующие из законов радиоактивного распада, имеют вероятностный характер; например, нельзя сказать, когда данное ядро распадется, но можно предсказать, какова вероятность его распада за рассматриваемый промежуток времени.

Радиоактивные ядра претерпевают превращения независимо друг от друга, поэтому можно считать, что число ядер dN , распавшихся в среднем за интервал времени от t до $t + dt$, пропорционально промежутку времени dt и числу N ядер, *не распавшихся* к моменту времени t :

$$dN = -\lambda N dt, \quad (163.1)$$

где λ — постоянная для данного радиоактивного элемента величина, называемая **постоянной радиоактивного распада**; знак « \rightarrow » указывает, что общее число радиоактивных ядер в процессе распада уменьшается.

Последнее равенство можно записать в виде

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt.$$

Проинтегрировав данное выражение, учитывая, что λ не зависит от времени, получаем

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt, \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t,$$

откуда, потенцируя, найдем

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (163.2)$$

где N_0 — начальное число *нераспавшихся ядер* (в произвольно выбраный начальный момент времени $t = 0$); N — число *нераспавшихся ядер* в момент времени t .

Формула (163.2) выражает **закон радиоактивного распада**: число нераспавшихся ядер убывает со временем экспоненциально (рис. 188).

Число ядер, распавшихся за время t :

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Величину, обратную постоянной радиоактивного распада

$$\tau = \frac{1}{\lambda},$$

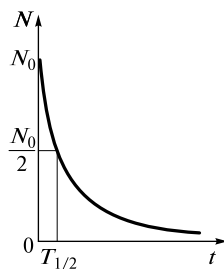


Рис. 188

называют **средней продолжительностью жизни радиоактивного ядра**. Значения λ и τ определяются только свойствами атомного ядра и не зависят от внешних условий.

Интенсивность процесса радиоактивного распада, помимо τ , характеризует также **период полураспада** $T_{1/2}$ — время, за которое исходное число радиоактивных ядер в **среднем** уменьшается вдвое. Тогда, согласно закону радиоактивного распада:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, \text{ или } \ln\left(\frac{N_0}{2}\right) = -\lambda T_{1/2} \ln N_0,$$

откуда период полураспада

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Периоды полураспада некоторых **нуклидов** (общее название атомных ядер, отличающихся числом протонов Z и нейтронов N) представлены в табл. 5.

Активностью нуклида A в радиоактивном источнике называют число распадов, происходящих с ядрами образца в 1 с:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N.$$

Таблица 5

Нуклид	Период полураспада	Нуклид	Период полураспада
${}_{92}^{238}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9$, лет	${}_{90}^{234}\text{Th}$	24,1 сут
${}_{90}^{230}\text{Th}$	$8 \cdot 10^4$, лет	${}_{84}^{218}\text{Po}$	3,05 мин
${}_{88}^{226}\text{Ra}$	1 620, лет	${}_{84}^{212}\text{Po}$	$3 \cdot 10^{-7}$ с

Единица активности в СИ — *беккерель* (Бк): 1 Бк — активность нуклида, при которой за 1 с происходит один акт распада. Применяется также внесистемная единица — кюри.

§ 164. Правила смещения. Альфа-распад

Радиоактивный распад происходит в соответствии с так называемыми *правилами смещения*, позволяющими установить, какое ядро возникает в результате распада данного материнского ядра.

Правила смещения являются не чем иным, как следствием двух *законов*, выполняющихся при радиоактивных распадах, — *сохранения зарядовых чисел* (массовых чисел) возникающих ядер и частиц равна зарядовому числу (массовому числу) исходного ядра.

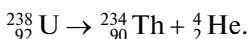
Альфа (α)-распад — самопроизвольное превращение некоторых атомных ядер, сопровождающееся испусканием α -частиц (свойства α -частиц описаны в § 162).

Правило смещения для α -распада:



где ${}^A_Z X$ — материнское ядро; Y — символ дочернего ядра; ${}^4_2 \text{He}$ — ядро гелия (α -частица).

Из правила смещения (164.1) следует, что в результате α -распада число протонов в ядре уменьшается на два: дочернее ядро имеет порядковый номер в Периодической системе элементов на два меньше, а массовое число на четыре меньше, чем материнское ядро (рис. 189). Например, для изотопа ядра ${}^{238}_{92} \text{U}$ возникает дочернее ядро изотопа тория ${}^{234}_{90} \text{Th}$:



В настоящее время известно более двухсот α -активных ядер, главным образом тяжелых ($A > 200$, $Z > 82$). Только небольшая группа α -активных ядер приходится на области с $A = 140-160$ (редкие земли).

Скорости вылетающих при распаде α -частиц очень велики и колеблются для разных ядер в пределах от $1,4 \cdot 10^7$ до $2 \cdot 10^7$ м/с, что соответствует энергиям от 4 до 8,8 МэВ.

При движении α -частицы в веществе она теряет свою энергию, затрачивая ее на ионизацию молекул вещества, и в конце концов останавливается. Так, α -частица полностью задерживается листом бумаги.

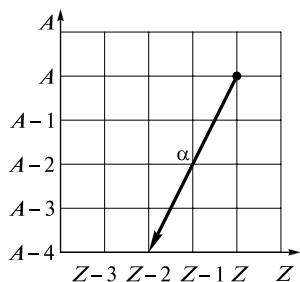


Рис. 189

Согласно экспериментам, энергичный спектр α -частиц, испускаемых данным радиоактивным элементом, обнаруживает «тонкую структуру», т.е. испускается несколько групп α -частиц. Дискретный спектр α -частиц свидетельствует о том, что атомные ядра обладают дискретным энергетическим спектром.

§ 165. Бета-распад. Антинейтрино

Бета (β^-)-распад — самопроизвольный процесс радиоактивного превращения атомных ядер, сопровождающийся испусканием электронов (существует еще β^+ -распад (испускаются позитроны) и Электронный захват (e -захват: ядро поглощает один из электронов K -оболочки)).

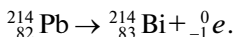
Правило смещения для β^- -распада:



где X — материнское ядро; Y — символ дочернего ядра; ${}_{-1}^0 e$ — символическое обозначение электрона (зарядовое число равно -1 , а массовое число — нулю).

Свойства β^- -частиц описаны в § 162.

Из правила смещения следует, что число нуклонов в ядре не изменяется, а число протонов увеличивается на один; дочернее ядро имеет порядковый номер в Периодической системе элементов на единицу больше, чем материнское ядро (рис. 190). Например, для ядра изотопа ${}_{82}^{214}\text{Pb}$ возникает ядро изотопа ${}_{83}^{214}\text{Bi}$:



При объяснении β^- -распада возникает ряд проблем.

1. В процессе β^- -распада выбрасываются электроны, которых, согласно протонно-нейтронного строения ядра, в ядре нет.

2. Как показывают опыты, электроны имеют всевозможные энергии (рис. 191), вплоть до значения E_{\max} , т.е. спектр электронов

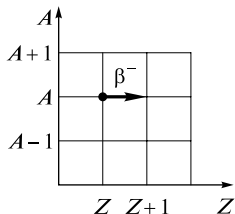


Рис. 190

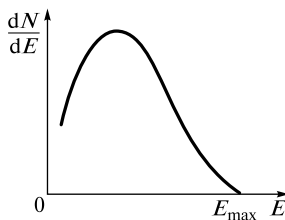


Рис. 191

непрерывный. Каким же образом β^- -активные ядра, обладающие до и после распада вполне определенными энергиями, могут выбрасываться со всевозможными энергиями?

3. Согласно правилу смещения (165.1), число нуклонов в ядре не изменяется ($A = \text{const}$), поэтому *не должен изменяться и спин ядра* (полный момент импульса ядра). Однако выброс электрона, обладающего спином $\hbar/2$, должен изменить спин ядра на $\hbar/2$.

Последние две проблемы привели В. Паули (1931) к заключению, что при β^- -распаде вместе с электроном испускается еще одна нейтральная частица — **нейтрино**. Нейтрино (${}^0_0\nu_e$) имеет нулевой заряд, спин $1/2$ (в единицах \hbar) и нулевую (а скорее $< 10^{-4}m_e$) массу. Впоследствии оказалось, что при β^- -распаде испускается не нейтрино, а **антинейтрино** (античастица по отношению к нейтрино; обозначается ${}^0_0\bar{\nu}_e$).

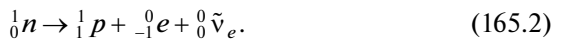
Опытное подтверждение существования нейтрино (1956) было сопряжено с большими трудностями, обусловленными отсутствием у нейтрино электрического заряда и массы, а также малой ионизирующей способностью (один акт ионизации в воздухе на пути 500 км) и огромной проникающей способностью (пробег нейтрино с энергией 1 МэВ в свинце составляет примерно 10^{18} м!).

Введение антинейтрино позволяет объяснить кажущееся несохранение спина, поскольку спин антинейтрино равен $\hbar/2$.

Сплошной спектр β^- -частиц обусловлен распределением энергии между электроном и антинейтрино, причем сумма энергий обеих частиц равна E_{max} . В одних актах распада большую энергию получает антинейтрино, в других — электрон; в граничной точке кривой на рис. 191, где энергия электрона равна E_{max} , вся энергия распада уносится электроном, а энергия антинейтрино равна нулю.

Наконец, рассмотрим вопрос о происхождении электронов при β^- -распаде. Поскольку электронов в ядре нет и он не вырывается из оболочки атома, было сделано предположение, что *электрон рождается в результате процессов, происходящих внутри ядра*.

Так как при β^- -распаде число нуклонов в ядре не изменяется, а Z увеличивается на единицу, то единственной возможностью одновременного осуществления этих условий является превращение одного из нейтронов β^- -активного ядра в протон с одновременным образованием электрона и вылетом антинейтрино:



Этот процесс сопровождается выполнением законов сохранения зарядового числа, импульса и массового числа. Кроме того, данное превращение энергетически возможно, так как масса покоя нейтрона превышает массу атома водорода, т. е. протона и электрона вместе взятых. Данному различию масс соответствует энергия, равная

0,782 МэВ. За счет этой энергии может происходить самопроизвольное превращение нейтрона в протон; энергия распределяется между электроном и антинейтрино.

§ 166. Гамма-излучение и его свойства

Наряду со свойствами гамма-излучения, описанными в § 162, экспериментально установлено, что γ -излучение сопровождает α - и β -распады, а также возникает при ядерных реакциях, при торможении заряженных частиц, их распаде и при прохождении быстрых заряженных частиц через вещество.

Гамма-излучение не отклоняется электрическими и магнитными полями, обладает относительно слабой ионизирующей и очень большой проникающей способностями; при прохождении через кристаллы обнаруживает дифракцию.

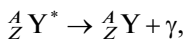
Гамма-излучение, подчеркнем это еще раз, очень коротковолновое с длиной волны $\lambda = 10^{-10} - 10^{-13}$ м с ярко выраженными *корпускулярными свойствами*:

$$E_{\gamma} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Энергия γ -квантов лежит в пределах от десятков килоэлектрон-вольт (кэВ) до нескольких мегаэлектронвольт (МэВ).

В настоящее время достоверно установлено, что γ -излучение испускается *дочерним* (а не материнским) *ядром*.

Дочернее ядро в момент своего образования, оказываясь возбужденным, за время примерно $10^{-13} - 10^{-14}$ с, значительно меньшее времени жизни возбужденного атома (примерно 10^{-8} с), переходит в основное состояние с испусканием γ -излучения, согласно следующей схеме:



где звездочка указывает, что ядро является возбужденным.

Спектр γ -излучения (распределение числа γ -квантов по энергиям) является линейчатым. Дискретность γ -спектра имеет принципиальное значение, так как является доказательством дискретности энергетических состояний атомных ядер.

γ -Кванты, обладая нулевой массой покоя, не могут замедляться в среде, поэтому при прохождении γ -излучения сквозь вещество они либо поглощаются, либо рассеиваются им. γ -Кванты не несут электрический заряд и не испытывают влияния кулоновских сил.

§ 167. Ядерные реакции и их классификация

Ядерные реакции — это превращения атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами (в том числе с γ -квантами) или друг с другом.

Ядерную реакцию схематически можно записать в виде

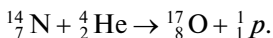


где X и Y — исходное и конечное ядра; a и b — соответственно бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы.

В любой ядерной реакции выполняются законы сохранения энергии, импульса, момента импульса, электрического заряда, а также закон сохранения числа нуклонов, что эквивалентно сохранению массового числа A (в ядерных реакциях он является частным случаем закона сохранения барионного числа, см. § 174).

В отличие от радиоактивного распада, который протекает всегда с выделением энергии, **ядерные реакции** могут быть как **экзотермическими** (с выделением энергии), так и **эндотермическими** (с поглощением энергии).

Первая в истории ядерная реакция осуществлена Э. Резерфордом (1919) при бомбардировке ядра азота α -частицами, испускаемыми радиоактивным источником:



Если испущенная частица тождественна с захваченной ($b \equiv a$), то схема (167.1) описывает **рассеяние** частицы: **упругое** — при $E_b = E_a$, **неупругое** — при $E_b \neq E_a$. Если испущенная частица не тождественна с захваченной ($b \neq a$), то имеем дело с ядерной реакцией в прямом смысле слова.

Ядерные реакции условно классифицируют:

- 1) *По роду участвующих в реакциях частиц:*
 - реакции под действием нейтронов;
 - реакции под действием заряженных частиц (например, протонов, α -частиц).
- 2) *По энергии вызывающих реакции частиц:*
 - реакции при малых энергиях (порядка нескольких электрон-вольт), происходящие в основном с участием нейтронов;
 - реакции при средних энергиях (несколько мегаэлектронвольт), происходящие с участием γ -квантов и заряженных частиц;
 - реакции при высоких энергиях (сотни и тысячи мегаэлектронвольт), приводящие к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц и имеющие большое значение для излучения.
- 3) *По роду участвующих в реакциях ядер:*
 - реакции на легких ядрах ($A < 50$);

– реакции на средних ядрах ($50 < A < 150$);

– реакции на тяжелых ядрах ($A > 150$).

4) *По характеру происходящих ядерных превращений:*

– реакции с испусканием нейтронов;

– реакции захвата (в этих реакциях составное ядро не испускает никаких частиц, а переходит в основное состояние, излучая один или несколько γ -квантов).

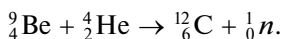
§ 168. Реакция деления тяжелых ядер

Немецкие физики В. Боте и Г. Беккер (1930), облучая ядра ${}^9_4\text{Be}$ α -частицами, обнаружили излучение очень большой проникающей способности, не отклоняющееся ни магнитным, ни электрическими полями. Поскольку сильно проникающими могут быть только нейтральные частицы, они предположили, что наблюдаемое излучение — высокоэнергетическое γ -излучение.

Дальнейшие опыты (И. и Ф. Кюри, 1931) по взаимодействию обнаруженного излучения с водородосодержащими соединениями показали, что, например, из парафина выбиваются протоны больших энергий.

Д. Чэдвик (1932) выдвинул гипотезу, а впоследствии доказал, что новое проникающее излучение представляет собой не γ -кванты, а поток тяжелых нейтральных частиц, имеющих примерно такую же массу, что и протоны. Эти частицы были названы *нейтронами*.

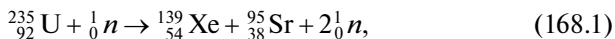
Согласно гипотезе Чэдвика, нейтроны получают в результате следующей ядерной реакции:



В 40-х годах XX в. было доказано (Э. Ферми, О. Ган, О. Фриш, Г. Н. Флеров и др.), что при облучении урана нейтронами образуются элементы из середины Периодической системы — лантан и барий. Этот результат и положил начало изучению реакций совершенно нового типа — *реакций деления ядер*.

Реакция деления тяжелых ядер — деление тяжелых ядер под действием нейтронов (впоследствии оказалось и других частиц) на несколько более легких ядер, чаще всего на два ядра, близких по массе, с высвобождением двух или трех нейтронов (*нейтронов деления*) и выделением большого количества энергии.

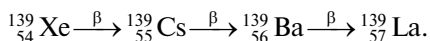
В качестве примера деления тяжелых ядер рассмотрим деление ${}^{235}_{92}\text{U}$:



обратив внимание на то, что данная реакция не единственная, приводящая к делению урана, так как осколки деления могут быть разными.

В тяжелых ядрах число нейтронов значительно больше числа протонов ($N/Z \approx 1,6$), а для ядер средней части Периодической системы $N/Z \approx 1$, поэтому образовавшиеся осколки деления перегружены нейтронами, в результате чего и испускается несколько нейтронов деления.

Испускание нейтронов деления не устраняет полностью перегрузку ядер-осколков нейтронами. Это приводит к тому, что осколки оказываются радиоактивными. Они могут претерпеть ряд β -превращений, сопровождаемых испусканием γ -квантов. Так как β^- -распад сопровождается превращением нейтрона в протон [см. (165.2)], то после цепочки β -превращений соотношение между нейтронами и протонами в осколке достигнет величины, соответствующей стабильному изотопу. Так, осколок деления $^{139}_{54}\text{Xe}$ [см. (168.1)] в результате трех актов β^- -распада превращается в стабильный изотоп лантана $^{139}_{57}\text{La}$:



Деление тяжелого ядра на два осколка должно сопровождаться (см. § 161) выделением огромной энергии $\sim 1,1$ МэВ/нуклон (равна разности удельных энергий связи в ядрах — продуктах деления и исходного ядра, т. е. $(8,7-7,6)$ МэВ/нуклонов).

Эксперименты подтверждают, что при каждом акте деления действительно выделяется огромная энергия (~ 200 МэВ), которая распределяется между осколками (основная доля), нейтронами деления, а также между продуктами последующего распада осколков деления.

§ 169. Цепная ядерная реакция

Испускаемые при делении тяжелых ядер вторичные нейтроны [см. § 168] могут вызвать цепочку процессов деления, что делает возможным осуществление **цепной реакции деления** — ядерной реакции, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции.

Цепная реакция деления характеризуется **коэффициентом размножения** k — отношением числа нейтронов в данном поколении к их числу в предыдущем поколении. **Необходимым условием** для развития цепной реакции деления является **требование** $k \geq 1$.

При $k > 1$ идет **развивающаяся реакция**, число делений непрерывно растет и реакция может стать взрывной. При $k = 1$ протекает **самоподдерживающаяся реакция**, при которой число нейтронов с течением времени не изменяется. При $k < 1$ идет **затухающая реакция**.

Коэффициент размножения зависит от природы делящегося вещества, а для данного изотопа — от его количества, а также размеров

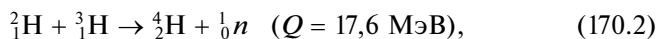
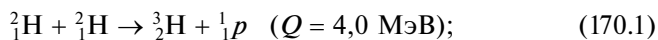
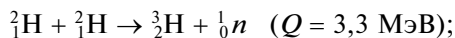
и формы **активной зоны** (пространство, где происходит цепная реакция). Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно осуществление цепной реакции, называют **критическими размерами**. Минимальную массу делящегося вещества, находящегося в системе критических размеров, необходимую для осуществления цепной реакции, называют **критической массой**.

Цепные реакции подразделяют на **управляемые** и **неуправляемые**. Взрыв атомной бомбы, например, является неуправляемой реакцией. Чтобы атомная бомба при хранении не взорвалась, в ней ${}_{92}^{233}\text{U}$ (или ${}_{94}^{239}\text{Pu}$) делят на две удаленные друг от друга части с массами, ниже критических. Затем с помощью обычного взрыва эти массы сближаются, общая масса делящегося вещества становится больше критической и возникает взрывная цепная реакция, сопровождающаяся мгновенным выделением огромного количества энергии и большими разрушениями. Взрывная реакция начинается за счет имеющихся нейтронов спонтанного деления или нейтронов космического излучения. Управляемые цепные реакции реализуются в **ядерных реакторах** — устройствах, в которых осуществляются и поддерживаются управляемые цепные реакции деления.

§ 170. Реакции синтеза атомных ядер. Термоядерные реакции

Деление тяжелых ядер сопровождается выделением большого количества энергии (см. § 168). Однако еще больший энергетический эффект можно получить в **реакциях синтеза атомных ядер** — реакциях слияния легких ядер в более тяжелые, происходящих при сверхвысоких температурах и сопровождающихся выделением огромной энергии.

Удельная энергия связи ядер (см. рис. 186) резко увеличивается при переходе от ядер тяжелого водорода (дейтерия ${}^2_1\text{H}$ и трития ${}^3_1\text{H}$) к литию ${}^6_3\text{Li}$ и особенно к гелию ${}^4_2\text{He}$, т. е. реакции синтеза легких ядер в более тяжелые должны сопровождаться выделением большого количества энергии, что действительно подтверждается расчетами. В качестве примеров рассмотрим реакции синтеза:



где Q — энергывыделение.

Сравним энергетический эффект реакций деления тяжелых ядер и синтеза легких ядер. Так, если при делении ядра ${}_{92}^{238}\text{U}$ выделяется

энергия примерно 200 МэВ, что составляет на один нуклон примерно 0,84 МэВ, то в реакции (170.1) эта величина равна $\frac{17,6}{5}$ МэВ $\approx 3,5$ МэВ.

Для оценки температуры протекания реакции синтеза рассмотрим слияние ядер дейтерия ${}^2_1\text{H}$ [см. (170.1)]. Эти ядра надо сблизить до расстояния $2 \cdot 10^{-15}$ м (радиус действия ядерных сил), преодолевая при этом потенциальную энергию отталкивания $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \approx 0,7$ МэВ. Так

как на долю каждого сталкивающегося ядра приходится половина указанной энергии, то средней энергии теплового движения, равной 0,35 МэВ, соответствует температура, приблизительно равная $2,6 \cdot 10^9$ К (отметим, что температура центральных областей Солнца $\approx 1,3 \cdot 10^7$ К).

Реакции синтеза легких атомных ядер в более тяжелые, происходящие при сверхвысоких температурах ($\approx 10^7$ К и выше), называются **термоядерными реакциями**. Термоядерные реакции являются одним из источников энергии Солнца и звезд.

Впервые искусственная термоядерная реакция осуществлена в СССР (1953), а затем (через полгода) в США в виде взрыва водородной (термоядерной) бомбы, являющегося **неуправляемой реакцией**. Взрывчатым веществом, в котором происходила реакция (170.2), является смесь дейтерия и трития, а запалом — «обычная» атомная бомба, при взрыве которой возникает необходимая для протекания термоядерной реакции температура.

Особый интерес представляет осуществление **управляемой термоядерной реакции**, для обеспечения которой необходимо создание и поддержание в ограниченном объеме температуры порядка 10^8 К. Так как при данной температуре термоядерное рабочее вещество представляет собой полностью ионизованную плазму, возникает проблема ее эффективной термоизоляции от стенок рабочего объема. Для этого используются токамаки (термоядерный реактор с магнитным удержанием плазмы, выполненный в форме тора). Первый токамак был построен в России в Институте атомной энергии им. Курчатова в 1956 г.

Начато финансирование новейшего термоядерного реактора «Игнитор», который разместится в Троицке (его сборка и тестирование должны завершиться к 2017 г.). Рассмотрение работы таких реакторов выходит за пределы программы.

Управляемый термоядерный синтез открывает человечеству доступ к неисчерпаемой «кладовой» ядерной энергии, заключенной в легких ядрах. Остается только надеяться, что решение этой неотложной проблемы поиска и создания альтернативных источников энергии (ведь запасы земных недр не вечны!) — дело не столь далекого будущего...

ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

§ 171. Элементарные частицы и античастицы

Долгое время атомы рассматривались как мельчайшие неделимые частицы вещества. Но оказалось, что атом состоит из атомного ядра и электронов, а ядро, в свою очередь, — из нуклонов (протонов и нейтронов).

По мере развития науки и экспериментальной техники понятие «элементарность» постоянно трансформировалось. Так обнаружено, что при распаде нейтрон превращается в протон, электрон и антинейтрино [см. (165.2)].

В настоящее время *элементарными частицами* называют большую группу мельчайших частиц материи, которые не являются атомами или атомными ядрами (за исключением протона — ядра атома водорода) и которые при взаимодействии ведут себя как единое целое. Характерным свойством всех элементарных частиц является их способность к взаимным превращениям (рождению и уничтожению) при взаимодействии с другими частицами. Главная задача физики элементарных частиц — исследование их природы, свойств и взаимных превращений.

Для описания свойств и поведения элементарных частиц им приписываются известные уже характеристики, такие как масса, среднее время жизни, электрический заряд, магнитный момент, спин, а также новые, характерные только для них квантовые характеристики.

Существование *античастицы электрона — позитрона* — было предсказано П. Дираком (1928), а впоследствии обнаружено К. Андерсоном (1932). В 1955 г. был обнаружен *антипротон*, а в 1956 г. — *антинейтрон* — античастицы протона и нейтрона.

Согласно *принципу зарядового сопряжения*, для каждой элементарной частицы должна существовать античастица. Эксперименты показывают, что за немногим исключением, каждая частица действительно имеет античастицу. В настоящее время известных элементарных частиц (вместе с античастицами) насчитывается порядка 450, большинство из них являются нестабильными (исключение — фотон, электрон, протон и нейтрон). Однажды на лекции студент спросил Э. Ферми о названии какой-то элементарной частицы, на что ученый ответил: «Молодой человек, если

бы я мог запомнить название всех этих частиц, я бы стал ботаником».

Из общих положений квантовой теории следует, что частицы и античастицы должны иметь одинаковые массы, одинаковые времена жизни в вакууме, одинаковые спины. Остальные характеристики, в том числе электрический заряд и магнитный момент, у частицы и античастицы равны по модулю, но противоположны по знаку. Античастицы обозначаются тем же символом, что и частицы, только с тильдой «~».

Согласно предсказанию Дирака и экспериментальному подтверждению Ф. Жолио-Кюри (1933), при столкновении электрона и позитрона они **аннигилируют** («исчезают»), превращаясь в 2 γ -кванта, причем энергия переходит в энергию фотона:

$${}_{-1}^0e + {}_{+1}^0e \rightarrow 2\gamma.$$

При этом выполняются законы сохранения электрического заряда, энергии (энергия обоих γ -квантов не может быть меньше суммы энергий электрона и позитрона: $2\varepsilon_\gamma \geq 2m_e c^2$), импульса (фотоны разлетаются в разные стороны) и момента импульса (спина).

Рассмотренная реакция — пример *взаимосвязи различных форм материи*: в этих процессах материя в форме вещества превращается в материю в форме электромагнитного поля, и наоборот.

Ф. Жолио-Кюри (1933) обнаружил процесс, обратный аннигиляции, — **рождение пар** — рождение электронно-позитронных пар при прохождении гамма-кванта большой энергии (большей или равной $2m_e c^2$) вблизи атомного ядра. При этом возникшие электрон и позитрон, согласно закону сохранения импульса, разлетаются в противоположные стороны, а импульс фотона передается массивному ядру:

$$\gamma \rightarrow {}_{-1}^0e + {}_{+1}^0e.$$

Как при аннигиляции, так и здесь при рождении пар выполняются законы сохранения электрического заряда, энергии, импульса и момента импульса (спина).

§ 172. Фундаментальные взаимодействия

В середине XX века было установлено, что за все процессы в природе ответственны **фундаментальные взаимодействия** — качественно различающиеся типы взаимодействий, которые не могут быть сведены к другим, более простым видам. Различают четыре типа *фундаментальных взаимодействий*: *сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное*.

Помимо качественных различий, фундаментальные взаимодействия отличаются в количественном отношении по силе взаимодействия, характеризуемой *безразмерной константой взаимо-*

действия, определяющей вероятность процессов, обусловленных данным видом взаимодействия.

Сильное, или ядерное, взаимодействие свойственно только частицам, называемым адронами (см. § 174), к которым относятся, в частности, протон и нейтрон. Оно обуславливает связь протонов и нейтронов в ядрах атомов и ответственно за устойчивость атомных ядер. Константа взаимодействия имеет значение порядка 1, а наибольшее расстояние, на котором проявляется сильное взаимодействие (**радиус действия**), составляет примерно 10^{-15} м, т.е. взаимодействие является короткодействующим, внутриядерным.

Сильное взаимодействие выступает исключительно в качестве *сил притяжения*. Частицей-переносчиком сильного взаимодействия является **глюон** — электрически нейтральная частица с нулевой массой и спином, равным 1 (в единицах \hbar). Эти частицы заперты внутри адронов и в свободном состоянии не существуют.

Электромагнитное взаимодействие возникает только между электрически заряженными частицами и телами. По интенсивности оно уступает только сильному взаимодействию (константа взаимодействия равна $1/137 \approx 10^{-2}$).

Электромагнитные силы могут быть как *силами притяжения* (между разноименно заряженными частицами), так и *силами отталкивания* (между одноименно заряженными частицами). Радиус электромагнитного взаимодействия равен бесконечности, т.е. данное взаимодействие имеет дальнедействующий характер.

Из-за дальнедействия и значительной интенсивности электромагнитное взаимодействие — самое распространенное в окружающей нас природе, а также широко используемое в современном быту и технике. Этим типом взаимодействия объясняется большинство макроскопических свойств вещества (например, существование сил упругости и трения).

Этот тип взаимодействия играет большую роль в микромире. Так, стабильность атомов обусловлена электромагнитным взаимодействием ядер с электронами, а атомы могут соединяться в молекулы с образованием различного количества химических соединений. Электромагнитное взаимодействие, например, ответственно за процессы аннигиляции и рождения электронов и позитронов, излучение и поглощение фотонов, комптоновское рассеяние и т.д.

Частицей-переносчиком электромагнитного взаимодействия является **фотон** — квант электромагнитного поля с нулевой массой и распространяющийся в вакууме со скоростью света. Спин фотона равен 1 (в единицах \hbar).

Слабое взаимодействие характерно для большинства элементарных частиц, за исключением фотонов. Этот тип взаимодействия ответственен, например, при электронном β -распаде нейтрона, за все процессы взаимодействия нейтрино с веществом, а также за многие распады элементарных частиц. В последние годы изучаются процессы

Таблица 6

Тип взаимодействия	Относительная интенсивность	Радиус действия, м
Сильное	1	10^{-15}
Электромагнитное	10^{-2}	∞
Слабое	10^{-5}	10^{-18}
Гравитационное	10^{-39}	∞

рассеяния нейтрино и антинейтрино, что очень важно, поскольку они являются единственными элементарными частицами, участвующими только в слабом взаимодействии. Слабое взаимодействие по интенсивности уступает не только сильному, но и электромагнитному взаимодействию (в 100 000 раз слабее сильного и в 730 раз — электромагнитного). Радиус действия весьма мал — 10^{-18} м.

Частицами-переносчиками слабого взаимодействия являются *промежуточные векторные бозоны* (векторными называются частицы со спином, равным 1) — W^+ , W^- , а также электронейтральный бозон Z^0 (обнаружены в 1982 г. на протонно-антинейтронном коллайдере в ЦЕРНе (близ Женевы)).

Гравитационное взаимодействие — универсальное и самое слабое из всех взаимодействий природы, в котором участвуют все тела и все элементарные частицы. Однако в процессах микромира данный вид взаимодействия не играет ощутимой роли и его эффекты в процессах взаимодействия элементарных частиц, как правило, не учитываются (константа взаимодействия порядка 10^{-39}).

Радиус гравитационного взаимодействия равен бесконечности, т. е. данное взаимодействие имеет дальнедействующий характер. Гравитационные силы проявляют себя только как *силы притяжения*.

Частицей-переносчиком гравитационного взаимодействия считается *гравитон* — квант гравитационного поля с нулевой массой и нулевым электрическим зарядом, а также спином, равным 2 (в единицах \hbar).

В табл. 6 приведены основные сведения (по порядку величин) по фундаментальным взаимодействиям.

§ 173. Семейство лептонов

В настоящее время элементарные частицы классифицируют в зависимости от *видов фундаментальных взаимодействий*, в которых эти частицы участвуют. Первоначально классификация элементар-

ных частиц осуществлялась по их массе, что и получило отражение в названиях типов частиц (*лептоны* — легкие, *мезоны* — средние, *барионы* — тяжелые, *адроны* — крупные).

Открытый (1975) τ -лептон оказался почти в два раза тяжелее протона, а промежуточные векторные бозоны (1983) — почти в 100 раз. Поэтому первоначальное распределение элементарных частиц по массе потеряло свой смысл, отражая лишь становление физики элементарных частиц. Например, для современной классификации не важно, что «тяжелая» частица протон (относится к семейству адронов, см. § 174) почти в два раза легче «легкого» τ -лептона (относится к семейству лептонов).

Лептоны — семейство элементарных частиц, не участвующих в сильном взаимодействии и имеющих спин $\hbar/2$ (являются фермионами). Такое название связано с тем, что массы первых известных лептонов были меньше масс известных частиц. Элементарные частицы и их свойства приведены в табл. 7.

Согласно таблице, лептонов всего шесть. Каждому из трех заряженных лептонов (они участвуют в электромагнитном и слабом взаимодействиях) соответствует нейтральная частица — **нейтрино** (ν_e, ν_μ, ν_τ), участвующая только в слабом взаимодействии.

Таким образом, имеется три семейства лептонов: электронный (e^-, ν_e), мюонный (μ^-, ν_μ) и таонный (τ^-, ν_τ) дуплеты. Каждому из них соответствует **дуплет антилептонов**: ($e^+, \tilde{\nu}_e$), ($\mu^+, \tilde{\nu}_\mu$), ($\tau^+, \tilde{\nu}_\tau$), где $\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu, \tilde{\nu}_\tau$ — соответственно **электронное, мюонное и таонное антинейтрино**. Лептонам (и только им!) приписывают **лептонный заряд L** . Для лептонов $L = 1$, для антилептонов $L = -1$, для частиц, не являющихся лептонами, $L = 0$. Различают электронный лептонный заряд L_e (электрон, электронное нейтрино), мюонный лептонный заряд L_μ (мюоны, мюонное нейтрино), таонный лептонный заряд

Таблица 7

Название частицы	Символ	Электрический заряд [e]	Масса [m_e]	Спин [\hbar]	Время жизни [с]
Электрон	e^-	1	1	$\frac{1}{2}$	Стабилен
Электронное нейтрино	ν_e	0	0?	$\frac{1}{2}$	Стабильно
Мюон	μ^-	1	206,8	$\frac{1}{2}$	$2,2 \cdot 10^{-6}$
Мюонное нейтрино	ν_μ	0	0?	$\frac{1}{2}$	Стабильно
Тау-лептон	τ^-	1	3 487	$\frac{1}{2}$	$3,5 \cdot 10^{-13}$
Таонное нейтрино	ν_τ	0	0?	$\frac{1}{2}$	Стабильно

Таблица 8

Семейство лептонов	Частица	Лептонный заряд		
		L_e	L_μ	L_τ
Электронный дуплет	e^-	+1	0	0
	ν_e	+1	0	0
Мюонный дуплет	μ^-	0	+1	0
	ν_μ	0	+1	0
Таонный дуплет	τ^-	0	0	+1
	ν_τ	0	0	+1

L_τ (таон, таонное нейтрино). В табл. 8 приведены лептонные заряды для частиц семейства лептонов. При всех процессах взаимопревращаемости элементарных частиц лептонный заряд сохраняется, в этом заключается **закон сохранения лептонного заряда**. Лептонный заряд не связан ни с какими полями, а просто является средством учета количества лептонов при взаимопревращении элементарных частиц. Например, для реакции

$${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e + {}^0_0\tilde{\nu}_e \quad (173.1)$$

выполняется закон сохранения лептонного заряда ($0 = 0 + 1 - 1$).

Следствием закона сохранения лептонного заряда является то, что в реакции (173.1) вылетает антинейтрино, а при распаде ${}^1_1p \rightarrow {}^1_0n + {}^0_{+1}e + {}^0_0\nu_e$ — нейтрино. Так как у электрона и нейтрино $L = +1$, а у позитрона и антинейтрино $L = -1$, то закон сохранения лептонного заряда выполняется лишь при условии, что ${}^0_0\tilde{\nu}_e$ возникает вместе с электроном, а ${}^0_0\nu_e$ — с позитроном.

Для реакции распада мюона и τ -лептона

$$\mu^- \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^0_0\tilde{\nu}_e + {}^0_0\nu_\mu; \quad \tau \rightarrow \mu^- + {}^0_0\tilde{\nu}_\mu + {}^0_0\nu_\tau$$

также выполняется закон сохранения лептонного заряда:

$$(1 = 1 - 1 + 1); \quad (1 = 1 - 1 + 1).$$

Семейство лептонов в настоящее время считают **истинно элементарными (фундаментальными) частицами**, поскольку современные эксперименты, включая столкновения в ускорителях частиц с огромнейшими энергиями, свидетельствуют о неделимости лептонов.

§ 174. Семейство адронов

Адроны — семейство элементарных частиц, *участвующих* наряду с электромагнитным и слабым, также *в сильном взаимодействии*.

Семейство адронов является наиболее многочисленным и включает порядка 450 частиц (вместе с античастицами). До открытия τ -лептона (1975) считалось, что адроны являются самыми крупными и тяжелыми из всех известных микрочастиц.

К адронам относятся протон, нейтрон, пионы, каоны, гипероны и их античастицы (табл. 9). Для выделения адронов как группы элементарных частиц вводится квантовое число — **барионный заряд B** .

Таблица 9

Группы частиц	Название частицы	Символ		Заряд [e]	Масса [m_e]	Спин [\hbar]	Лептонный заряд [L]	Барионный заряд [B]	
		частицы	античастицы						
Мезоны	Пи-мезоны	π^0		0	264,1	0	0	0	
		π^+	π^-	1	273,1	0	0	0	
	Ка-мезоны	K^0	\bar{K}^0	0	974,0	0	0	0	
		K^+	K^-	1	966,2	0	0	0	
Эта-мезон	η^0		0	1074	0	0	0		
Адроны	Барионы	Нуклоны							
		Протон	p	\bar{p}	1	1836,2	1/2	0	+1
		Нейтрон	n	\bar{n}	0	1838,7	1/2	-	+1
		Гипероны							
		лямбда	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	0	2183	1/2	0	+1
		сигма	Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	0	2334	1/2	0	+1
			Σ^+	$\bar{\Sigma}^+$	1	2328	1/2	0	+1
			Σ^-	$\bar{\Sigma}^-$	1	2343	1/2	0	+1
		кси	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	0	2573	1/2	0	+1
			Ξ^-	$\bar{\Xi}^-$	1	2586	1/2	0	+1
		омега	Ω^-	$\bar{\Omega}^-$	1	3273	3/2	0	+1

Адроны подразделяют на два больших подкласса: **мезоны** — подгруппа адронов с $B = 0$ (их спин равен нулю) и **барионы** — подгруппа адронов с $B = 1$ (их спин равен $\frac{1}{2}\hbar$). Для всех барионов $B = 1$, для антибарионов — $B = -1$, для всех остальных частиц, не являющихся барионами, $B = 0$.

Хотя мезоны и являются адронами, их барионный заряд равен нулю, равен нулю и их лептонный заряд, поэтому при взаимодействиях элементарных частиц мезоны могут возникать и исчезать в любых количествах, но при этом должны соблюдаться законы сохранения энергии, импульса, спина и электрического заряда.

При любых реакциях и взаимодействиях элементарных частиц барионный заряд сохраняется, в этом заключается **закон сохранения барионного заряда**. Барионный заряд не связан ни с какими полями, а является лишь средством учета частиц — барионов в реакциях и процессах. Например, для реакции (173.1), для которой выполняется закон сохранения лептонного заряда, выполняется и закон сохранения барионного заряда ($1 = 1 + 0 + 0$).

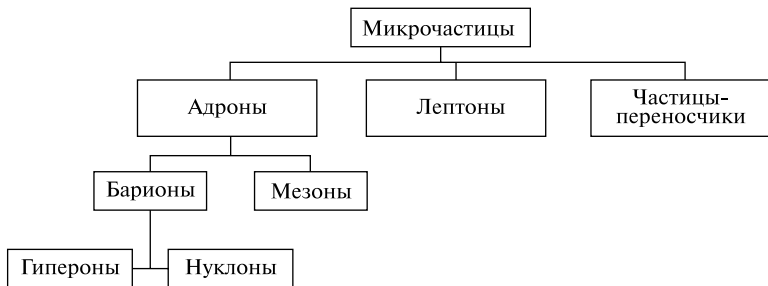
Адроны, согласно современным воззрениям, не элементарны и состоят из более мелких образований — кварков (см. § 176).

Помимо законов сохранения лептонного и барионного зарядов, существуют и другие законы в мире элементарных частиц, которые, наряду с рассмотренными, ограничивают возможность протекания тех или иных превращений элементарных частиц.

§ 175. Классификация элементарных частиц

Систематика элементарных частиц прошла несколько этапов (см. § 173). Первоначально классификация отражала распределение частиц по массе. В настоящее время элементарные частицы классифицируют в зависимости *от видов фундаментальных взаимодействий*, в которых они участвуют (табл. 10).

Таблица 10



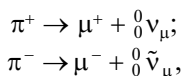
Помимо описанных элементарных частиц, остановимся более подробно на каждой из приведенных в табл. 10 группе частиц.

Адроны составляют основную часть элементарных частиц. Как уже указывалось (см. § 174), адроны делятся на два больших класса — барионы и мезоны.

К группе **мезонов** относятся пи-мезоны (пионы), ка-мезоны (каоны) и эта-мезон [он является *истинно-нейтральной частицей* (элементарные частицы, которые тождественны своим микрочастицам)]; он распадается с образованием π -мезонов и γ -квантов, а к группе **барионов** — гипероны и нуклоны.

Мезоны бывают положительные (π^+), отрицательные (π^-) (их заряд равен элементарному заряду e) и нейтральные π^0 . Все пионы нестабильны: время жизни соответственно для заряженных и нейтрального π -мезонов $2,6 \cdot 10^{-8}$ и $0,8 \cdot 10^{-16}$ с.

Распад заряженных пионов происходит в основном по схемам:



а нейтральный пион распадается на два γ -кванта:



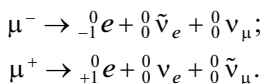
Спин π^0 -мезона, как и спин π^\pm -мезонов, равен нулю.

Исследования в космических лучах (1949) и изучение реакций с участием частиц высоких энергий, полученных на ускорителях, привели к открытию **ка-мезонов** — частиц с нулевым спином. В настоящее время известно четыре типа каонов (см. табл. 9).

Гипероны — нестабильные, очень тяжелые частицы, время их жизни $\sim 10^{-10}$ с. Известно несколько групп гиперонов: лямбда, сигма, кси, омега. Гипероны распадаются на нуклоны и легкие частицы (пи-мезоны, электроны, нейтрино, а также γ -кванты).

Нуклоны — общее название для протонов и нейтронов, т. е. частиц, из которых состоят все атомные ядра. В настоящее время считается, что протон и нейтрон являются двумя разными зарядовыми состояниями одной и той же частицы — нуклона, образуя так называемый **изотопический дуплет**.

Свойства лептонов подробно описаны в § 173. Подчеркнем, что мюоны (отрицательный μ^- и положительный μ^+) претерпевают самопроизвольный распад, являясь таким образом нестабильными частицами. Заряд мюона равен элементарному заряду e . Распад мюонов происходит по следующим схемам:



Из этих схем распада следует, что спины мюонов, как и электрона, должны быть равны $1/2$ (в единицах \hbar), так как спины нейтрино

(1/2) и антинейтрино (-1/2) взаимно компенсируются. Эксперименты также показали, что мюоны не взаимодействуют или весьма слабо взаимодействуют с атомными ядрами, иными словами, являются ядерно-неактивными частицами.

В настоящее время убедительно доказано, что существуют три типа нейтрино (ν_e , ν_μ и ν_τ) и соответствующие им антинейтрино ($\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$, $\bar{\nu}_\tau$).

Частицы-переносчики взаимодействий. До 1983 г. в этой группе микрочастиц присутствовала лишь одна частица — **фотон**. Фотон — квант электромагнитного излучения — имеет нулевую массу, распространяется со скоростью света и является частицей-переносчиком электромагнитного взаимодействия. Фотон тождествен со своей античастицей: он является *истинно нейтральной частицей*.

В 1983 г. было экспериментально подтверждено существование **промежуточных векторных бозонов** (их масса 80—90 ГэВ), являющихся переносчиками слабых взаимодействий (см. § 172). Таким образом, слабые взаимодействия подобны электромагнитным, переносчиками которых также являются векторные бозоны — фотоны. Промежуточные бозоны — нестабильные частицы, их время жизни составляет порядка $3 \cdot 10^{-25}$ с.

§ 176. Кварки

Увеличение числа элементарных частиц происходит в основном за счет семейства адронов. Исторически происходил многочисленный поиск фундаментальных частиц, которые могли бы служить «строительным модулем» всех адронов.

Наиболее плодотворная гипотеза о существовании таких фундаментальных частиц, названных **кварками**, была высказана независимо друг от друга М. Гелл-Маном и Дж. Цвейгом (1964). Согласно их воззрениям, все известные к тому времени адроны построены (табл. 11) из трех типов кварков (u , d , s) и соответствующих **антикварков** (\bar{u} , \bar{d} , \bar{s}).

Всем кваркам приписывают *дробный барионный заряд* и *дробный электрический заряд*. Соответствующие антикварки имеют противоположные знаки всех зарядов (см. табл. 11). Спин кварков (антикварков) равен $\hbar/2$, поскольку только из частиц с таким значением спина можно «сконструировать» частицы как с полуцелым, так и целым спином. Согласно рассматриваемой модели, все барионы ($B = 1$) состоят из трех кварков, а мезоны ($B = 0$) — из пары кварк — антикварк.

Построить все многообразие адронов, уже известных и открытых позднее, из трех кварков не удавалось. Пришлось предположить существование еще трех кварков c , t , b (см. табл. 11). Кроме того, гипотеза кварков противоречила принципу Паули, согласно которому

два фермиона с одинаковым набором квантовых чисел не могут находиться в одном состоянии. Однако, например, омега-гиперон (см. табл. 9) состоит из трех одинаковых кварков sss с параллельными спинами.

Выход был найден путем введения нового квантового числа «цвет»: каждый кварк может нести один из трех цветов — *красный*, *желтый* или *синий*. Эти названия условны и никакого отношения к оптическим цветам не имеют. Это — характеристики, которые условно показывают наличие трех типов специфических параметров. Ведь известно, что красный, зеленый и синий цвета при смешении в равных пропорциях дают белый цвет. Считается, что в свободном состоянии могут находиться только «белые» частицы.

Идея кварков оказалась очень плодотворной. Например, существование омега-гиперона и его свойства предсказаны с помощью модели кварков. Кроме того, эта модель позволила объяснить многие свойства частиц и интерпретировать различные процессы, происходящие в мире элементарных частиц. Считается, что кварки могут существовать только внутри адронов и в принципе не могут наблюдаться в свободном состоянии. Кстати, все попытки наблюдать кварки в свободном состоянии оказались безуспешными.

Таблица 11

Кварк	Символ кварка (антикварка)	Электрический заряд $[e]$	Барионное число $[B]$	Спин $[\hbar]$
Верхний (<i>up</i>)	$u(\bar{u})$	$+\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)$	$+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{2}$
Нижний (<i>down</i>)	$d(\bar{d})$	$-\frac{1}{3}\left(+\frac{1}{3}\right)$	$+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{2}$
Странный (<i>strange</i>)	$s(\bar{s})$	$-\frac{1}{3}\left(+\frac{1}{3}\right)$	$+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{2}$
Очарованный (<i>charm</i>)	$c(\bar{c})$	$+\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)$	$+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{2}$
Истинный (<i>truth</i>)	$t(\bar{t})$	$+\frac{2}{3}\left(-\frac{2}{3}\right)$	$+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{2}$
Прелестный (<i>beauty</i>)	$b(\bar{b})$	$-\frac{1}{3}\left(+\frac{1}{3}\right)$	$-\frac{1}{3}\left(+\frac{1}{3}\right)$	$\frac{1}{2}$

В последнее время все чаще упоминается *Стандартная модель* элементарных частиц (ее называют «таблицей Менделеева» физики элементарных частиц), включающая в себя 12 фермионов (6 лептонов и 6 кварков) и *калибровочные бозоны* (частицы, посредством обмена которыми осуществляются взаимодействия). К калибровочным бозонам относятся *фотон* (переносит электромагнитное взаимодействие), 8 *глюонов* (переносят сильное взаимодействие), 3 *промежуточных векторных бозона* (переносят слабое взаимодействие), а также *бозон Хиггса* (отвечает за наличие у частиц массы, предсказан Хиггсом в 1964 г.). В современной теории без хиггсов невозможно создать полноценную теоретическую модель фундаментальной структуры материи.

В июле 2012 г. появилось сообщение, что в Европейской организации ядерных исследований на большом адронном коллайдере открыт бозон Хиггса, называемый также «частицей бога». Если это так, то верность Стандартной модели окажется окончательно подтвержденной.

В рамках Стандартной модели удалось объединить три типа фундаментальных взаимодействий (электромагнитное, сильное и слабое), однако расширение стандартной модели *гравитонами* (ответственны за гравитационное взаимодействие) сталкиваются с серьезными теоретическими сложностями.

Ученые не первый год предполагают, что Стандартная модель неполна и за ней скрываются неизвестные пока явления, которые называют «новой физикой». Будем ждать дальнейших открытий...

Избранные вопросы квантовой физики

1. Соотношение неопределенностей

Корпускулярно-волновая двойственность свойств микрочастиц (см. § 156) приводит к выводу, что микрочастицы в отличие от классических обладают как корпускулярными, так и волновыми свойствами.

Для описания и объяснения экспериментов с микрочастицами приходится пользоваться то картиной частиц, то картиной волн (электроны, например, в камере Вильсона «прочерчивают» хорошо наблюдаемые следы, а при рассеянии на кристаллах дают отчетливую дифракционную картину). Однако мы не можем приписать им все свойства частиц и все свойства волн.

В классической механике всякая частица движется по определенной траектории, так что в любой момент времени точно фиксированы ее координата и импульс. Микрочастицы из-за наличия у них волновых свойств существенно отличаются от классических частиц. Поэтому возникает *вопрос о границах применимости к микрочастицам понятий классической механики.*

В.Гейзенберг, учитывая волновые свойства микрочастиц и связанные с волновыми свойствами ограничения в их поведении, выдвинул идею *о принципиальной невозможности измерения определенных пар связанных между собой характеристик частицы так, чтобы они одновременно имели точные значения.*

Согласно **соотношению неопределенностей Гейзенберга**, микрочастица (микрообъект) не может иметь *одновременно* точных значений координаты (x, y, z) и компонентов импульса (p_x, p_y, p_z), причем неопределенности этих величин удовлетворяют условию

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta p_x &\geq \hbar, \\ \Delta y \Delta p_y &\geq \hbar, \\ \Delta z \Delta p_z &\geq \hbar, \end{aligned} \quad (\text{П.1.1})$$

т. е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка \hbar .

Из соотношения неопределенностей следует, что описать микрочастицу с помощью физических величин, характерных для микрочастицы, можно лишь с некоторым приближением: чем меньше неопределенность одной из величин (x, y, z или p_x, p_y, p_z), тем больше неопределенность другой. Таким образом, *для микрочастицы не су-*

существует состояний, в которых ее координаты и импульс имели бы одновременно точные значения.

В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии и времени:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar, \quad (\text{П.1.2})$$

где ΔE — неопределенность энергии некоторого состояния системы; Δt — промежуток времени, в течение которого оно существует.

Отметим, что смысл соотношений (П.1.1) и (П.1.2) различен. Физическая сущность соотношения (П.1.1) состоит в невозможности одновременно точного определения координаты и соответствующей ей проекции импульса. Физический смысл соотношения (П.1.2) заключается в том, что из-за конечности времени жизни атомов в возбужденном состоянии энергия возбужденных состояний атомов не является точно определенной, а поэтому соответствующий энергетический уровень характеризуется конечной шириной. Опыт действительно подтверждает размытость спектральных линий.

Невозможность одновременно точно определить координату и соответствующую проекцию импульса не связана с несовершенством методов измерения или измерительных приборов, а является *следствием специфики микрообъектов*, отражающей особенности их объективных свойств, а именно *двойственной корпускулярно-волновой природы*. Соотношение неопределенностей получено при одновременном использовании классических характеристик движения частицы (координаты, импульса) и наличия у нее волновых свойств. Так как в классической механике принимается, что измерение координаты и импульса может быть произведено с любой точностью, то *соотношение неопределенностей является*, таким образом, *квантовым ограничением применимости классической механики к микрообъектам*.

Повышение точности в значении одной переменной, таким образом, ведет к понижению точности в значении другой, и наоборот. Поэтому если в классической механике наличие координат и импульсов (скоростей) системы точно задает ее поведение во времени и в пространстве, то предсказание поведения квантовой системы должно носить вероятностный характер.

2. Волновая функция и ее статистический смысл

Универсальность корпускулярно-волнового дуализма (см. § 156), ограниченность применения классической механики к микрообъектам, диктуемая соотношением неопределенностей, а также противоречие целого ряда экспериментов с применяемыми в начале XX в. теориями привели к новому этапу развития квантовой теории —

созданию **квантовой механики**, описывающей законы движения и взаимодействия микрочастиц с учетом их волновых свойств.

Возник принципиальный вопрос о физическом смысле волн де Бройля. Волны де Бройля имеют *специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии с волнами в классической физике*. Однако для понимания их физического смысла можно рассмотреть взаимосвязь между корпускулярными и волновыми свойствами света. Интенсивность волны пропорциональна квадрату ее амплитуды. Амплитуда волны в принципе может быть и комплексной величиной, но ее квадрат должен быть величиной действительной. Поэтому рассматривается $|A|^2$.

Дифракционная картина, наблюдаемая для микрочастиц, также характеризуется неодинаковым распределением потоков микрочастиц, рассеянных или отраженных по различным направлениям, — в одних направлениях наблюдается большее число частиц, чем в других.

Наличие максимумов в дифракционной картине с точки зрения волновой теории означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. Таким образом, *интенсивность* волн де Бройля в данной точке пространства определяет *плотность вероятности попадания электронов в данную точку*.

Таким образом, дифракционная картина для микрочастиц является проявлением статистической (вероятностной) закономерности, согласно которой частицы попадают в те места, где интенсивность волн де Бройля наибольшая. Квадрат модуля амплитуды волн де Бройля является мерой плотности вероятности обнаружения частицы в данной точке.

Функция, описывающая распределение вероятности нахождения частицы в данный момент времени в некоторой точке пространства — $\Psi(x, y, z, t)$ (она называется **волновой функцией**, или пси-функцией), определяется так, чтобы вероятность dW того, что частица находится в элементе объема dV , равнялась произведению $|\Psi|^2$ и элемента объема dV :

$$dW = |\Psi|^2 dV. \quad (\text{П.2.1})$$

Физический смысл имеет не сама функция Ψ , а квадрат ее модуля

$$|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi,$$

где Ψ^* — функция, комплексно-сопряженная Ψ .

Величина

$$|\Psi|^2 = \frac{dW}{dV}$$

имеет смысл **плотности вероятности**, т.е. определяет вероятность нахождения частицы в окрестности точки с координатами

x, y, z . Таким образом, величиной $|\Psi|^2$ определяется *интенсивность волн де Бройля*.

Поскольку $|\Psi|^2 dV$ определяется как вероятность, то необходимо волновую функцию Ψ нормировать так, чтобы *вероятность достоверного события обращалась в единицу*, если за объем V принять бесконечный объем всего пространства. Это означает, что при данном условии частица должна находиться где-то в пространстве. Следовательно, **условие нормировки вероятностей**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1, \quad (\text{П.2.2})$$

где данный интеграл вычисляется по всему бесконечному пространству, т.е. по координатам x, y, z от $-\infty$ до $+\infty$.

Волновая функция — объективная характеристика состояния микрочастиц и должна удовлетворять ряду ограничений. Она должна быть *конечной* (вероятность не может быть больше единицы), *однозначной* (вероятность не может быть неоднозначной величиной) и *непрерывной* (вероятность не может изменяться скачком).

3. Временное уравнение Шредингера

Известно, какую роль в классической механике играет уравнение Ньютона — по заданным силам и начальным условиям (начальные значения координат и скоростей) позволяет для микрочастиц описать их движение в пространстве и времени. Ввиду своеобразности свойств микрочастиц, описанных выше, — уравнением движения в квантовой механике, описывающим движение микрочастиц в различных силовых полях, должно быть уравнение, из которого бы вытекали *наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц*.

Это уравнение должно быть уравнением относительно волновой функции $\Psi(x, y, z, t)$, так как именно она или, точнее, величина $|\Psi|^2$ определяет вероятность пребывания частицы в момент времени t в объеме dV , т.е. в области с координатами $x, x + dx; y, y + dy; z, z + dz$.

Э. Шредингер (1926) *постулировал основное уравнение нерелятивистской квантовой механики*. Справедливость этого уравнения (как и всяких постулатов!) подтверждается согласием с опытом получаемых с его помощью результатов. Уравнение Шредингера записывается в виде

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (\text{П.3.1})$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; m — масса частицы; Δ — оператор Лапласа ($\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$); i — мнимая единица; $U(x, y, z, t)$ — потен-

циальная функция частицы в силовом поле, в котором она движется; $\Psi(x, y, z, t)$ — искомая волновая функция частицы.

Уравнение (П.3.1) называют **общим уравнением Шредингера** или **временным уравнением Шредингера**. В квантовой механике оно играет такую же роль, как уравнение Ньютона в классической. Уравнение Шредингера справедливо для любой микрочастицы, движущейся с малой (по сравнению со скоростью света) скоростью, т.е. со скоростью $v \ll c$. Оно дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию:

1) волновая функция должна быть конечной, однозначной и непрерывной;

2) производные $\frac{\partial \Psi}{\partial x}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial y}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial z}$, $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ должны быть непрерывны;

3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема; это условие в простейшем случае сводится к условию нормировки вероятностей (П.2.2).

4. Уравнение Шредингера для стационарных состояний

В общем уравнении Шредингера (П.3.1) функция $U(x, y, z, t)$ — потенциальная функция частицы в силовом поле, в котором она движется. Если силовое поле *стационарно*, то функция U не зависит от времени [$U = U(x, y, z)$] и имеет смысл потенциальной энергии. В данном случае решение уравнения Шредингера (П.3.1) можно искать в виде произведения двух функций, одна из которых есть функция только координат, другая — только времени:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)\varphi(t). \quad (\text{П.4.1})$$

Подставив функцию (П.4.1) в уравнение Шредингера (П.3.1) и разделив левую и правую части на произведение $\psi(x, y, z)\varphi(t)$, получим

$$\frac{1}{\psi(x, y, z)} \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(x, y, z) + U(x, y, z)\psi(x, y, z) \right] = i\hbar \frac{1}{\varphi(t)} \frac{d\varphi(t)}{dt}. \quad (\text{П.4.2})$$

Так как левая часть уравнения зависит только от координат, а правая — только от времени, то их можно приравнять одной и той же постоянной разделения, в качестве которой, как можно показать, можно выбрать E — полную энергию частицы. Таким образом,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(x, y, z) + U(x, y, z)\psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z), \quad (\text{П.4.3})$$

$$i\hbar \frac{d\varphi}{dt} = E\varphi(t). \quad (\text{П.4.4})$$

Уравнение (П.4.3) называют **стационарным уравнением Шредингера**. Его обычно записывают в более удобном виде:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (\text{П.4.5})$$

Явный вид стационарного уравнения Шредингера определяется конкретной зависимостью $U(x, y, z)$.

Решая уравнение (П.4.4), получаем, что

$$\varphi(t) = C e^{-\frac{iEt}{\hbar}}, \quad (\text{П.4.6})$$

где C — произвольная постоянная. Подставляя (П.4.6) в (П.4.1), видим, что в случае стационарного силового поля состояние частицы описывается волновой функцией

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(z, y, z) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad (\text{П.4.7})$$

[постоянная C включена в функцию $\psi(x, y, z)$, откуда следует, что стационарность состояния не исключает зависимости волновой функции от времени, а только ограничивает ее гармоническим законом $e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$].

В стационарном состоянии плотность вероятности

$$w = |\Psi(x, y, z, t)|^2 = |\psi(x, y, z)|^2 \quad (\text{П.4.8})$$

выражается только через $\psi(x, y, z)$ и не зависит от времени. Общепринято $\psi(x, y, z)$ также называть **волновой функцией**, хотя она является только *координатной (амплитудной) частью волновой функции* $\Psi(x, y, z, t)$ стационарного состояния.

В уравнение Шредингера (П.4.5) в качестве параметра входит полная энергия E . Решения этого уравнения (при условии, что ψ должны быть конечными, однозначными и непрерывными вместе со своими первыми производными) имеют место при определенном наборе E . Эти **значения энергии** называются **собственными**. Они могут образовывать как *непрерывный*, так и *дискретный спектр* энергий.

5. Движение свободной частицы

Свободной частице — частице, движущейся в отсутствие внешних полей, — согласно идее де Бройля, сопоставляется плоская волна де Бройля.

Известно, что уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси x , имеет вид (см. § 113) $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ или в комплексной записи $\xi(x, t) = A e^{i(\omega t - kx)}$. Следовательно, плоская волна де Бройля имеет вид

$$\Psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}. \quad (\text{П.5.1})$$

При записи плоской волны де Бройля учтено, что $\omega = \frac{E}{\hbar}$, $k = \frac{p}{\hbar}$ (ω — циклическая частота; k — волновое число; E — энергия частицы, p — ее импульс). Показатель экспоненты в плоской волне де Бройля берется со знаком «минус», но это несущественно, так как физический смысл имеет $|\Psi|^2 = \Psi^*\Psi$.

В случае свободной частицы внешние силы отсутствуют, поэтому $U(x) = \text{const}$ (рассматриваем одномерный случай, и ось x совпадает с направлением движения) и ее можно принять равной нулю. Тогда полная энергия частицы совпадает с ее кинетической энергией.

При рассмотренных выше условиях стационарное уравнение Шредингера (П.4.5) запишется в виде (учли, что для одномерной задачи $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$)

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0 \quad (\text{П.5.2})$$

или

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0, \quad (\text{П.5.3})$$

где

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} = \frac{p_x^2}{\hbar^2}. \quad (\text{П.5.4})$$

Прямой подстановкой можно убедиться в том, что частным решением уравнения (П.5.3) является функция $\psi(x) = A e^{ikx}$ ($A = \text{const}$, $k = \text{const}$) с собственным значением энергии

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m}. \quad (\text{П.5.5})$$

Функция $\psi(x) = A e^{ikx} = A e^{\frac{i\sqrt{2mEx}}{\hbar}}$ представляет собой координатную часть волновой функции $\Psi(x, t)$, поэтому зависящая от времени волновая функция (см. (П.4.7))

$$\Psi(x, t) = \psi(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x)}. \quad (\text{П.5.6})$$

Таким образом, свободная частица в квантовой механике описывается плоской волной де Бройля [сравни (П.5.1) и (П.5.6)]. Этому соответствует не зависящая от времени плотность вероятности обнаружения частицы в данной точке пространства

$$|\Psi|^2 = \Psi\Psi^* = |A|^2,$$

т.е. все положения свободной частицы в пространстве являются равновероятными.

Зависимость энергии от импульса [см. (П.5.5)] оказывается обычной для нерелятивистских частиц. Следовательно, энергия свободной

частицы может принимать *любые значения* (так как волновое число k может принимать любые положительные значения), т.е. энергетический **спектр** свободной частицы является **непрерывным**.

6. Частица в потенциальном ящике. Квантование энергии

Рассмотрение частицы в потенциальном ящике — одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками — имеет большое значение, так как потенциальная яма есть первое приближение силового поля, связывающего электроны в атоме, а также атомы в кристаллической решетке.

Предположим, что частица может двигаться только вдоль оси x и ее движение ограничено непроницаемыми стенками: $x = 0$ и $x = l$. Потенциальная энергия (рис. П.1) равна нулю при $0 \leq x \leq l$ и обращается в бесконечность при $x < 0$ и $x > l$.

Применим к частице, движущейся в потенциальной яме, стационарное уравнение Шредингера (П.4.5), учитывая, что для одномерной задачи $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (\text{П.6.1})$$

Частица за пределы ямы не проникает, т.е. в области $x < 0$ и $x > l$ функция $\psi(x) \equiv 0$, а из условия непрерывности следует, что ψ должна быть равна нулю и на границах ямы, т.е.

$$\psi(0) = \psi(l) = 0. \quad (\text{П.6.2})$$

В пределах ямы ($0 \leq x \leq l$) уравнение Шредингера

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 \psi = 0, \quad (\text{П.6.3})$$

где

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}. \quad (\text{П.6.4})$$

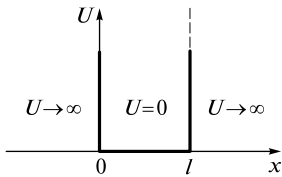


Рис. П.1

Общее решение дифференциального уравнения (П.6.3)

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx.$$

Так как по (П.6.2) $\psi(0) = 0$, то $B = 0$. Тогда

$$\psi(x) = A \sin kx. \quad (\text{П.6.5})$$

Условие [см. (П.6.2)] $\psi(l) = A \sin kl = 0$ выполняется только при $kl = n\pi$, где n — целые числа, т.е. необходимо, чтобы

$$k = \frac{n\pi}{l} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (\text{П.6.6})$$

($n = 0$ отпадает, так как тогда $\psi(x) \equiv 0$ — частица нигде не находится).

Из выражений (П.6.4) и (П.6.5) получим собственные значения энергии (см. п. 4):

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (\text{П.6.7})$$

т.е. *спектр энергии частицы является дискретным* (или *квантованным*). Квантованные значения E_n называют *уровнями энергии*, а число n , их определяющее, — *главным квантовым числом*.

Из формулы (П.6.7) следует, что существует минимальная, не равная нулю энергия:

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad (\text{П.6.8})$$

соответствующая основному состоянию частицы. Наличие отличной от нуля минимальной энергии *противоречит классической механике и не противоречит соотношению неопределенностей*. В самом деле, частица «зажата» в области, на границах которой $U \rightarrow \infty$, поэтому ее положение известно с неопределенностью $\Delta x \approx l$. Тогда согласно (П.1.1), неопределенность импульса $\Delta p_x \geq \hbar/l$. Таким образом, квантово-механическое рассмотрение данной задачи приводит к выводу, что частица в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками не может иметь энергию меньше минимальной, равной $\frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$ [см. (П.6.8)].

Расстояние между соседними энергетическими уровнями, согласно (П.6.7):

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (2n+1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n.$$

Например, для электрона при размерах ямы $l = 10^{-1}$ м (свободные электроны в металле) $E_n \approx 10^{-35} n$ Дж $\approx 10^{-16} n$ эВ, т.е. энергетические уровни расположены столь тесно, что спектр практически можно считать непрерывным. Если же размеры ямы соизмеримы с атомными ($l \approx 10^{-10}$ м), то для электрона $\Delta E_n \approx 10^{-17} n$ Дж $\approx 10^2 n$ эВ, т.е. получаются явно дискретные значения энергии (линейчатый спектр).

Таким образом, применение уравнения Шредингера к частице в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками приводит к *квантованным значениям энергии*, в то время как классическая механика на энергию этой частицы никаких ограничений не накладывает.

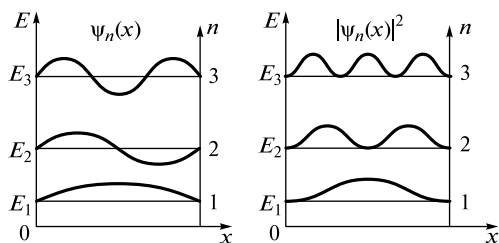


Рис. П.2

Подставив в (П.6.5) значение k [см. (П.6.6)], найдем собственные функции:

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{l} x,$$

где постоянная интегрирования $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$ (находится из условия нормировки (П.2.2)) $A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi}{l} x dx = 1$. Тогда нормированные собственные функции

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (\text{П.6.9})$$

На рис. П.2 изображена схема энергетических уровней: энергии возбужденных состояний $4E_1, 9E_1, \dots$, соответственно значениям квантового числа $n = 2, 3, \dots$ [см. (П.6.7)]. На рисунке представлены также для $n = 1, 2, 3$ собственные функции (П.6.9) и плотности вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от стенок ямы, равные $|\psi_n(x)|^2 = \psi_n^*(x)\psi_n(x)$. Из рисунка следует, что, например, в состоянии с $n = 2$ частица не может находиться в середине ямы, в то время как одинаково часто может пребывать в ее левой и правой частях. Такое поведение частицы указывает на то, что представления о траекториях частицы в квантовой механике несостоятельны.

7. Прохождение частиц сквозь потенциальный барьер

Частица, движущаяся слева направо, встречает на своем пути прямоугольный одномерный потенциальный барьер высотой U_0 и шириной l (рис. П.3).

Если энергия *классической частицы* больше высоты барьера (см. рис. П.3), то она проходит над барьером (в области 2 скорость частицы меньше, поскольку здесь кинетическая энергия $T_2 = E - U_0$), а в

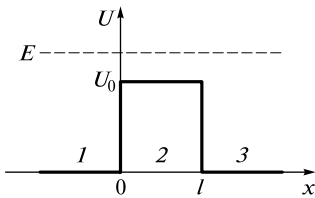


Рис. П.3

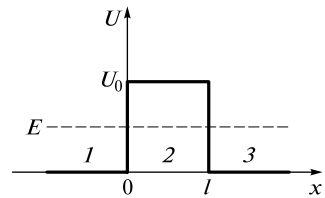


Рис. П.4

области 3 она движется с той же скоростью, что и в области 1. Если же $E < U_0$ (рис. П.4), то *классическая частица* не может преодолеть потенциального барьера, так как при $E < U_0$ (потенциальная энергия больше полной) кинетическая энергия частицы в области 2 должна быть отрицательной (что, очевидно, невозможно), а скорость — мнимой. Поэтому частица от потенциального барьера отразится, изменив направление своего движения на противоположное.

Согласно *квантовой механике*, даже при $E > U_0$ имеется отличная от нуля вероятность того, что *квантовая частица* отразится от барьера и будет двигаться в обратную сторону. Кроме того, для микрочастицы, даже при $E < U_0$ имеется отличная от нуля вероятность, что частица окажется в области $x > l$, т.е. проникнет сквозь барьер. Данный, казалось бы, парадоксальный вывод следует непосредственно из решения уравнения Шредингера, описывающего движения микрочастицы при данных условиях задачи.

В случае $E < U_0$ (см. рис. П.4) стационарные уравнения Шредингера запишутся в виде

$$\text{область 1 и 3: } \frac{\partial^2 \psi_{1,3}}{\partial x^2} + k^2 \psi_{1,3} = 0 \left(k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \right); \quad (\text{П.7.1})$$

$$\text{область 2: } \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} - \beta^2 \psi_2 = 0 \left(\beta = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}} \right). \quad (\text{П.7.2})$$

Общие решения этих дифференциальных уравнений для областей 1, 2 и 3:

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx}, \quad (\text{П.7.3})$$

$$\psi_2(x) = A_2 e^{\beta x} + B_2 e^{-\beta x}, \quad (\text{П.7.4})$$

$$\psi_3(x) = A_3 e^{ikx} + B_3 e^{-ikx}. \quad (\text{П.7.5})$$

В частности, для области 1 полная волновая функция будет иметь вид:

$$\bar{\psi}_1(x,t) = \psi_1(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = A_1e^{-\frac{i}{\hbar}(Et-p_1x)} + B_1e^{-\frac{i}{\hbar}(Et+p_1x)}, \quad (\text{П.7.6})$$

где первое слагаемое представляет собой плоскую волну, распространяющуюся в положительном направлении оси x (соответствует частице, движущейся в сторону барьера), а второе — волну, распространяющуюся в противоположном направлении, т.е. отраженную от барьера (соответствует частице, движущейся от барьера налево).

Решение (П.7.5) содержит также волны (после умножения на временной множитель), распространяющиеся в обе стороны. Однако в области 3 имеется только волна, прошедшая сквозь барьер и распространяющаяся слева направо. Поэтому коэффициент B_3 в формуле (П.7.5) следует принять равным нулю. Тогда

$$\psi_3(x) = A_3e^{ikx}. \quad (\text{П.7.7})$$

Внутри барьера решение (П.7.4) уже не соответствует плоским волнам, распространяющимся в обе стороны, поскольку показатели экспонент не мнимые, а действительные. Однако теперь нельзя отбрасывать экспоненциально возрастающее решение, так как область, где $U_0 > E$, имеет конечные размеры.

Если $\beta l \gg 1$ (показатели экспонент в решении (П.7.4) сильно изменяются от одной границы барьера к другой), то из условий непрерывности функций ψ_1 и ψ_2 и их первых производных и, найдя коэффициенты A_2 и B_2 , получим, что $B_2 \gg A_2$. Следовательно, на границе потенциального барьера, где $x = 0$, определяющим членом волновой функции является член, содержащий $B_2e^{-\beta x}$.

На рис. П.5 приведен качественный характер функций $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ и $\psi_3(x)$, откуда следует, что волновая функция не равна нулю и внутри барьера, а в области 3, если барьер не очень широк, будет опять иметь вид волн де Бройля с тем же импульсом, т.е. с той же частотой, но с меньшей амплитудой. Следовательно, получили, что частица имеет отличную от нуля вероятность прохождения сквозь потенциальный барьер конечной ширины.

Таким образом, *квантовая механика приводит к принципиально новому специфическому квантовому явлению, получившему название **туннельного эффекта***, в результате которого микроробъект может «пройти» сквозь потенциальный барьер.

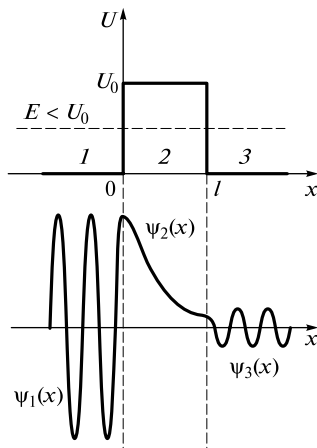


Рис. П.5

Для описания туннельного эффекта используют понятие **коэффициента прозрачности**, который, как определяется, равен отношению квадратов модулей амплитуд прошедшей и падающей волн:

$$D = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}.$$

Вновь воспользовавшись условиями для непрерывности ψ и ψ' на границах барьера $x = 0$ и $x = l$ и предположением, что коэффициент прозрачности мал по сравнению с единицей, получаем

$$D = D_0 e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U-E)}l}, \quad (\text{П.7.8})$$

где D_0 — постоянный множитель, который можно приравнять единице; U — высота потенциального барьера; E — энергия частицы; l — ширина барьера.

Из формулы (П.7.8) следует, что коэффициент прозрачности (вероятность проникновения сквозь потенциальный барьер) быстро убывает с увеличением ширины барьера, а также с ростом его высоты.

Подчеркнем еще раз, что **туннельный эффект — эффект специфически квантовый**, обусловленный волновыми свойствами частиц и не имеющий аналога в классической физике.

Туннельное прохождение сквозь потенциальный барьер лежит в основе многих явлений физики твердого тела (например, явления в контактном слое на границе двух полупроводников), атомной и ядерной физики (например, α -распад, протекание термоядерных реакций).

8. Гармонический осциллятор

Линейный гармонический осциллятор — система, совершающая движение под действием квазиупругой силы $F = -kx$. **Осциллятор** называют **одномерным**, если система, например частица, движется вдоль одной прямой.

Задача о гармоническом осцилляторе в квантовой теории играет фундаментальную роль по двум причинам:

1) она встречается во всех задачах, где имеют место квантованные колебания (например, в квантовой теории поля, в теории молекулярных и кристаллических колебаний и т.д.);

2) проблемы, относящиеся к гармоническому осциллятору, — хорошая иллюстрация основных принципов и формализма квантовой механики.

Потенциальная энергия линейного гармонического осциллятора равна:

$$U = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}, \quad (\text{П.8.1})$$

где m — масса частицы; ω_0 — собственная частота колебаний осциллятора; x — отклонение от положения равновесия.

Гармонический осциллятор в квантовой механике — **квантовый осциллятор** — описывается уравнением Шредингера (П.4.5), учитывающим выражение (П.8.1) для потенциальной энергии. Тогда стационарные состояния квантового осциллятора определяются уравнением Шредингера вида

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \psi = 0, \quad (\text{П.8.2})$$

где E — полная энергия осциллятора.

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнение (П.8.2) имеет однозначные, конечные и непрерывные решения при собственных значениях

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_0 \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (\text{П.8.3})$$

Из формулы (П.8.3) следует: *энергия квантового осциллятора может иметь лишь дискретные значения, т.е. квантуется*. Кроме того, уровни энергии расположены на одинаковых расстояниях друг от друга (на рис. П.6 они изображены горизонтальными прямыми), а именно расстояние между соседними энергетическими уровнями равно $\hbar\omega_0$, причем минимальное значение энергии квантового осциллятора

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0, \quad (\text{П.8.4})$$

она называется **энергией нулевых колебаний**.

Наличие энергии нулевых колебаний *типично для квантовых систем* и является *следствием соотношения неопределенностей*: частица не может находиться на дне потенциальной ямы *независимо от ее формы*. Если бы это было возможно, то импульс, а также его неопределенность обращались бы в нуль. Тогда неопределенность координаты $\Delta x \rightarrow \infty$, что противоречит пребыванию частицы в потенциальной яме.

Плотность вероятности обнаружить частицу на оси x определяется квадратом модуля волновой функции $|\psi(x)|^2$. На рис. П.6 представлены кривые распределения плотности вероятности $|\psi_n(x)|^2$ для различных состояний квантового осциллятора (для $n = 0, 1$ и 2). В точках A и A' , B и B' , C и C' потенциальная энергия равна полной энергии ($U_0 = E$), причем, как известно, классический осциллятор не может выйти за пределы этих точек.

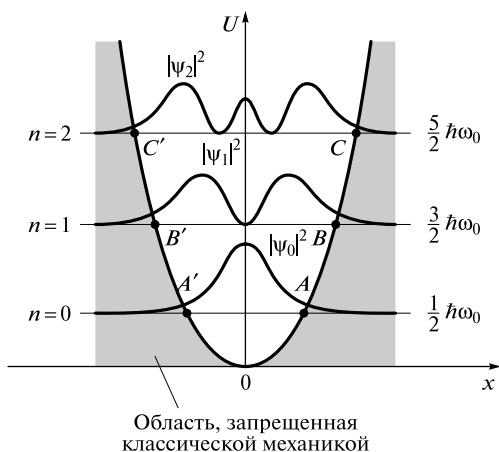


Рис. П.6

Для квантового осциллятора $|\psi_n(x)|^2$ и за пределами этих точек имеет конечные значения. Это означает, что имеется конечная, *хотя и небольшая*, вероятность обнаружить частицу за пределами «потенциальной ямы». Этот результат не противоречит выводам квантовой механики, поскольку равенство $T = E - U$ в квантовой механике не имеет силы, так как кинетическая (T) и потенциальная (U) энергии не являются одновременно измеримыми величинами.

9. Атом водорода в квантовой механике

9.1. Собственные значения энергии

Завершающий шаг в создании теории атома — квантово-механическая теория атома водорода.

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (\text{П.9.1})$$

где r — расстояние между электроном и ядром.

Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией ψ , удовлетворяющей стационарному уравнению Шредингера (П.4.5), учитывающему значение (П.9.1):

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0, \quad (\text{П.9.2})$$

где m — масса электрона; E — полная энергия электрона в атоме.

Кулоновское поле ядра, в котором движется электрон, является центрально-симметричным, поэтому уравнение (П.9.2) целесообразно решать в сферических координатах r , ϑ , φ , считая, что $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$.

Записав оператор Лапласа в сферических координатах (использовали справочные данные) и подставив его в (П.9.2), уравнение Шредингера запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0. \end{aligned} \quad (\text{П.9.3})$$

Не вдаваясь в математическое решение этой задачи [уравнение (П.9.3) решается методом разделения переменных], мы ограничимся рассмотрением важнейших результатов, которые из него следуют, пояснив их физический смысл.

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что решения уравнения (П.9.3) являются непрерывными, однозначными и конечными в следующих случаях:

- 1) при любых положительных непрерывных значениях энергии;
- 2) при дискретных отрицательных значениях энергии.

Первый случай соответствует свободному электрону, второй — получаемым из уравнения Шредингера собственным значениям энергии

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (\text{П.9.4})$$

в точности совпадающими [см. (153.4)] с уровнями энергии в модели атома Бора. Однако если Бору пришлось вводить дополнительные постулаты, то в квантовой механике дискретные значения энергии, являясь следствием самой теории, вытекают непосредственно из решения уравнения Шредингера.

9.2. Квантовые числа

Собственные функции уравнения (П.9.3) содержат три целочисленных параметра n , l и m_l :

$$\psi = \psi_{nlm_l}(r, \vartheta, \varphi).$$

Целое число n , называемое **главным квантовым числом**, совпадает с номером уровня энергии [см. (П.9.4)], определяя *энергию*

электрона в атоме; оно может принимать только целые положительные значения:

$$n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{П.9.5})$$

Из решения уравнения Шредингера вытекает, что *момент импульса* (механический орбитальный момент) *электрона квантуется*, т. е. не может быть произвольным, а принимает дискретные значения, определяемые по формуле

$$L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \quad (\text{П.9.6})$$

где l — *орбитальное квантовое число*, которое при заданном n принимает значения

$$l = 0, 1, \dots, (n - 1), \quad (\text{П.9.7})$$

т. е. всего n значений, и определяет модуль *момента импульса электрона* в атоме.

Из решения уравнений Шредингера следует также, что вектор \vec{L}_l момента импульса электрона может иметь лишь такие ориентации в пространстве, при которых его проекции L_{lz} на направленные z внешнего магнитного поля принимает квантованные значения, кратные \hbar :

$$L_{lz} = \hbar m_l, \quad (\text{П.9.8})$$

где m_l — *магнитное квантовое число*.

Так как проекция вектора не может быть больше модуля этого вектора, то $|m_l\hbar| \leq \sqrt{l(l+1)}\hbar$, т. е. максимально возможное значение $|m_l| = l$. Следовательно, при заданном l магнитное квантовое число m_l может принимать $2l + 1$ различных значений:

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l. \quad (\text{П.9.9})$$

Таким образом, *магнитное квантовое число* m_l определяет *проекцию момента импульса электрона на заданное направление*, причем вектор момента импульса электрона в атоме может иметь в пространстве $2l + 1$ ориентаций.

Так как при данном n орбитальное квантовое число l может изменяться от 0 до $n - 1$, а каждому значению l соответствует $2l + 1$ различных значений m_l , то число различных состояний, соответствующих данному n , равно

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2. \quad (\text{П.9.10})$$

Квантовые числа и их значения являются следствием решений уравнений Шредингера и условий однозначности, непрерывности и конечности, налагаемых на волновую функцию ψ .

В атомной физике, по аналогии со спектроскопией, состояние электрона, характеризующееся квантовыми числами $l = 0$, называют s -состоянием (электрон в этом состоянии называют s -электроном), $l = 1$ — p -состоянием, $l = 2$ — d -состоянием, $l = 3$ — f -состоянием и т.д. Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением орбитального квантового числа. Например, электроны в состояниях с $n = 2$ и $l = 0$ и 1 обозначаются соответственно символами $2s$ и $2p$.

9.3. Энергетический спектр

Энергетический спектр атома водорода может быть детализирован по сравнению со спектром, полученным в теории Бора (см. рис. 180).

Излучение происходит в результате перехода электрона из одного состояния в другое. Однако не все переходы возможны. Возможными являются лишь переходы, разрешенные **правилами отбора**. Теоретически доказано и экспериментально подтверждено, что для электрона, движущегося в центрально-симметричном поле ядра, могут осуществляться только такие переходы, для которых:

1) изменение орбитального квантового числа Δl удовлетворяет условию

$$\Delta l = \pm 1, \quad (\text{П.9.11})$$

2) изменение магнитного квантового числа Δm_l удовлетворяет условию

$$\Delta m_l = 0, \pm 1. \quad (\text{П.9.12})$$

Отметим, что правила отбора не накладывают ограничений на главное квантовое число: оно может изменяться на любое значение.

Учитывая число возможных состояний, соответствующих данному n , и правило отбора (П.9.11), рассмотрим спектральные линии атома водорода (рис. П.7). Серии Лаймана соответствуют переходы

$$np \rightarrow 1s \quad (n = 2, 3, \dots);$$

серии Бальмера —

$$np \rightarrow 2s, ns \rightarrow 2p, nd \rightarrow 2p \quad (n = 3, 4, \dots);$$

и т.д.

Переход электрона из основного состояния в возбужденное связан с увеличением энергии атома и может происходить только при сообщении атому энергии извне, например за счет поглощения атомом фотона. Так как поглощающий атом при нормальных условиях находится в основном состоянии, то спектр атома водорода должен

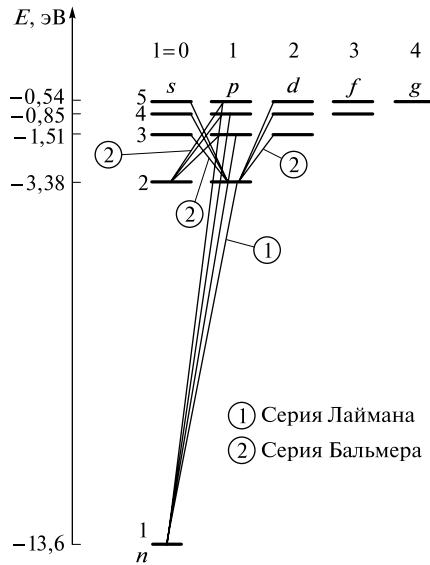


Рис. П.7

состоять из линий, соответствующих переходам $1s \rightarrow np$ ($n = 2, 3, \dots$), что находится в полном согласии с опытом.

10. $1s$ -Состояние электрона в атоме водорода

$1s$ -Состояние электрона в атоме водорода является сферически-симметричным. Волновая функция ψ электрона в этом состоянии определяется только расстоянием r электрона от ядра, т.е. $\psi = \psi_{100}(r)$, где цифры в индексе соответственно указывают, что $n = 1$, $l = 0$ и $m_l = 0$. Стационарное уравнение Шредингера [см. (П.9.3)] для $1s$ -состояния электрона в атоме водорода запишется в виде

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0,$$

или

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0. \quad (\text{П.10.1})$$

Волновую функцию, описывающую $1s$ -состояние электрона в атоме водорода, будем искать в виде

$$\psi = Ce^{-r/a}, \quad (\text{П.10.2})$$

где a — постоянная, имеющая размерность длины, а C — некоторая постоянная, определяемая из условия нормировки. После подстановки ψ , $\frac{\partial\psi}{\partial r}$ и $\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}$ в уравнение (П.10.1), сокращения на $Ce^{-r/a}$ и перегруппировки членов получим

$$\left(\frac{1}{a^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\right) + \frac{2}{r}\left(\frac{me^2}{4\pi\epsilon_0\hbar^2} - \frac{1}{a}\right) = 0.$$

Это уравнение должно тождественно удовлетворяться для любых значений r , поэтому

$$\frac{1}{a^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0\hbar^2} - \frac{1}{a} = 0. \quad (\text{П.10.3})$$

После элементарных преобразований и подстановок получим

$$a = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}{me^2} \quad \text{и} \quad E = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2},$$

причем a совпадает с первым боровским радиусом [ср. в (153.4)], а полученное выражение для энергии совпадает со значением энергии основного состояния ($n = 1$) атома водорода [см. (153.4)].

Благодаря сферической симметрии ψ -функции вероятность обнаружения электрона на расстоянии r одинакова по всем направлениям. Поэтому элемент объема dV , отвечающий одинаковой плотности вероятности, обычно представляют в виде объема сферического слоя радиусом r и толщиной dr : $dV = 4\pi r^2 dr$.

Вероятность обнаружить электрон в элементе объема dV

$$dW = |\psi(r)|^2 dV = |\psi|^2 4\pi r^2 dr.$$

Подставив в эту формулу выражение (П.10.2) для волновой функции основного состояния, получим

$$dW = C^2 e^{-2r/a} 4\pi r^2 dr.$$

Чтобы найти расстояния от ядра, на которых электрон может быть обнаружен с наибольшей вероятностью, необходимо исследовать выражение для плотности вероятности

$$w = \frac{dW}{dr} = 4\pi r^2 C^2 e^{-2r/a} \quad (\text{П.10.4})$$

на максимум. Дифференцируя функцию $r^2 e^{-2r/a}$ и приравнявая производную нулю, получаем искомое наиболее вероятное расстояние электрона от ядра

$$r_b = a,$$

равное боровскому радиусу.

Плотность вероятности найти электрон в шаровом слое на расстоянии r от ядра при $n = 1$ определяется функцией (П.10.4). График этой функции приведен на рис. П.8. Из рисунка видно, что эта функция обращается в нуль вместе с r^2 в начале координат, затем, возрастая, проходит через максимум при $r = a$ и экспоненциально убывает при больших r . На рис. П.8 пунктиром представлена также плотность вероятности обнаружения электрона по теории Бора (классической теории), откуда следует, что плотность вероятности обнаружить электрон в $1s$ -состоянии отлична от нуля только для $r = a$. Согласно квантовой механике, *плотность вероятности лишь при $r = a$ достигает максимумам, оставаясь отличной от нуля во всем пространстве.*

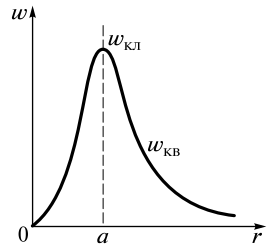


Рис. П.8

Таким образом, *в основном состоянии атома водорода наиболее вероятным расстоянием электрона до ядра является расстояние, равное боровскому радиусу.* В этом заключается квантово-механический смысл боровского радиуса.

11. Спин электрона.

Спиновое и магнитное спиновое квантовые числа

Штерном и Герлахом (1922) ставились опыты по измерению магнитных моментов атомов различных элементов. В вакууме с помощью полюсных наконечников S и N специальной формы создавалось магнитное поле, неоднородное вблизи полюса S (рис. П.9) Узкий пучок атомов водорода, заведомо находящийся в s -состоянии, пропусклся вдоль оси y . Вдоль оси z происходило расщепление пучка, но *всегда* наблюдалось *только два пучка, одинаково отклоненных в противоположные стороны* и расположенных симметрично относительно пучка в отсутствие магнитного поля.

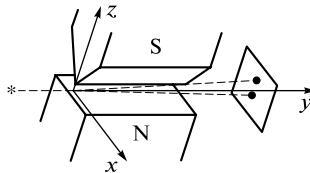


Рис. П.9

В опытах Штерна и Герлаха атомы водорода находились в s -состоянии (орбитальное квантовое число $l = 0$), поэтому, согласно (П.9.6), $L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)} = 0$. Магнитный момент атома пропорционален механическому моменту, поэтому он равен нулю, и магнитное поле не должно оказывать влияния на движение атомов водорода в основном состоянии, т. е. расщепления быть не должно. Однако в дальнейшем при применении спектральных приборов с большой разрешающей способностью было доказано, что спектральные линии атома водорода обнаруживают тонкую структуру (являются дублетами) *даже* в отсутствие магнитного поля.

Для объяснения опытов Штерна и Герлаха Дж. Уленбек и С. Гаудсмит (1925) высказали гипотезу о том, что электрон обладает **собственным механическим моментом импульса** \vec{L}_s , получившим название **спина** [см. также § 159)].

Спин электрона (и всех других микрочастиц) — *квантовая величина*, у нее нет классического аналога; это внутреннее неотъемлемое свойство электрона, подобное его заряду и массе. Существование спина и его свойств — прямое следствие уравнения Дирака, которое заменяет уравнение Шредингера в релятивистской квантовой механике. Согласно общим выводам квантовой механики, спин квантуется по закону

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}, \quad (\text{П.11.1})$$

где s — **спиновое квантовое число**.

По аналогии с орбитальным моментом импульса, *проекция L_{sz} спина квантуется* так, что вектор \vec{L}_s может принимать $2s + 1$ ориентаций. Если с помощью спина объяснять расщепление спектральных линий на два подуровня, то следует предположить, что $2s + 1 = 2$, откуда $s = 1/2$. Поскольку спиновое квантовое число имеет единственное значение $1/2$, то оно, не внося различия между состояниями, для их описания вместе с другими квантовыми числами обычно не используется.

Проекция спина на направление внешнего магнитного поля определяется выражением, аналогичным (П.9.8):

$$L_{sz} = \hbar m_s,$$

где m_s — **магнитное спиновое квантовое число**.

Проекция вектора не может быть больше модуля этого вектора, поэтому m_s не должно по модулю превышать s , но m_s может иметь разные знаки, т. е.

$$m_s = \pm s = \pm 1/2.$$

Таким образом, опытные данные привели к необходимости характеризовать электроны (и микрочастицы вообще) добавочной внутренней степенью свободы. Поэтому для полного описания со-

стояния электрона в атоме необходимо наряду с *главным, орбитальным и магнитным квантовыми числами задавать еще магнитное спиновое квантовое число.*

12. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме

Состояние электрона в атоме однозначно определяется четырьмя квантовыми числами (табл. П.1):

Согласно **принципу Паули** (1925), *в одном и том же атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел n, l, m_l и m_s , т.е.*

$$Z(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ или } 1,$$

где $Z(n, l, m_l, m_s)$ — число электронов, находящихся в квантовом состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел: n, l, m_l, m_s .

Таким образом, принцип Паули утверждает, что два электрона, связанные в одном и том же атоме, различаются значениями по крайней мере одного квантового числа.

Согласно формуле (П.9.10), данному n соответствует n^2 различных состояний, отличающихся значениями l и m_l . Квантовое число m_s может принимать лишь два значения ($\pm 1/2$). Поэтому максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых данным главным квантовым числом, равно

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

Совокупность электронов в многоэлектронном атоме, имеющих одно и то же главное квантовое число n , называется **электронной оболочкой**.

Таблица П.1

Квантовое число	Принимаемые значения
Главное	$n = 1, 2, 3, \dots$
Орбитальное	$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$
Магнитное	$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$
Магнитное спиновое	$m_s = \pm 1/2$

Таблица П.2

Главное квантовое число n	1		2		3			4			5					
Символ оболочки	K		L			M			N			O				
Максимальное число электронов в оболочке	2		8			18			32			50				
Орбитальное квантовое число l	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	
Символ подоболочки	$1s$	$2s$	$2p$	$3s$	$3p$	$3d$	$4s$	$4p$	$4d$	$4f$	$5s$	$5p$	$5d$	$5f$	$5g$	
Максимальное число электронов в подоболочке	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18	

В каждой из оболочек электроны распределяются по **подоболочкам**, соответствующим данному l .

Поскольку орбитальное квантовое число принимает значения от 0 до $n - 1$, число подоболочек равно порядковому номеру n оболочки.

Количество электронов в подоболочке определяется магнитным и магнитным спиновым квантовыми числами: максимальное число электронов в подоболочке с данным l равно $2(2l + 1)$. Обозначения оболочек, а также распределение электронов по оболочкам и подоболочкам представлены в табл. П.2.

13. Периодическая система элементов Менделеева

Принцип Паули лежит в основе систематики заполнения электронных состояний в атомах и позволяет объяснить **Периодическую систему элементов Д. И. Менделеева** (1869) — **фундаментальный закон** природы, являющийся основой современной химии, атомной и ядерной физики.

Д. И. Менделеев ввел понятие порядкового номера Z химического элемента, равного числу протонов в ядре и соответственно равному общему числу электронов в электронной оболочке атома. Расположив химические элементы по мере возрастания порядковых номеров, он получил периодичность в изменении химических свойств элементов. Однако для известных в то время 64 химических элементов некоторые клетки таблицы оказались незаполненными, так как соответствующие им элементы (например, Ga, Se, Ge) тогда еще не были известны.

Д. И. Менделеев, таким образом, не только правильно расположил известные элементы, но и предсказал существование новых, еще не открытых элементов и их основные свойства. Кроме того, ему удалось уточнить атомные веса некоторых элементов. Например, атомные веса Be и U , вычисленные на основе таблицы Менделеева, оказались правильными, а полученные ранее экспериментально — ошибочными.

Так как химические и некоторые физические свойства элементов определяются внешними (валентными) электронами в атомах, то периодичность свойств химических элементов должна быть связана с определенной периодичностью в расположении электронов в атомах. Поэтому для объяснения таблицы будем считать, что каждый последующий элемент образован из предыдущего прибавлением к ядру одного протона и соответственно прибавлением одного электрона в электронный оболочке атома. Взаимодействием электронов пренебрегаем, внося, где это необходимо, соответствующие поправки. Рассмотрим атомы химических элементов, находящиеся в основном состоянии.

Единственный электрон атома водорода находится в состоянии $1s$, характеризуем квантовыми числами $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$ и $m_s = \pm 1/2$ (ориентация его спина произвольна). Оба электрона атома He находятся в состоянии $1s$, но с антипараллельной ориентацией спина. Электронная конфигурация для атома He записывается как $1s^2$ (два $1s$ -электрона). На атоме He заканчивается заполнение K -оболочки, что соответствует завершению I периода Периодической системы (табл. П.3).

Третий электрон атома Li ($Z = 3$), согласно принципу Паули, уже не может разместиться в целиком заполненной K -оболочке и занимает наинизшее энергетическое состояние $n = 2$ (L -оболочка), т.е. $2s$ -состояние. Электронная конфигурация для атома Li $1s^2 2s$. Атомом Li начинается II период Периодической системы элементов. Четвертым электроном Be ($Z = 4$) заканчивается заполнение подоболочки $2s$. У следующих шести элементов от B ($Z = 5$) до Ne ($Z = 10$) идет заполнение подоболочки $2p$ (см. табл. П.3). II период Периодической системы заканчивается неоном — инертным газом, для которого подоболочка $2p$ целиком заполнена.

Одиннадцатый электрон Na ($Z = 11$) размещается в M -оболочке ($n = 3$), занимая наинизшее состояние $3s$. Электронная конфигурация имеет вид $1s^2 2s^2 2p^6 3s$; $3s$ -электрон (как и $2s$ -электрон Li) является валентным электроном, поэтому оптические свойства Na подобны свойствам Li . С $Z = 12$ идет последовательное заполнение M -оболочки. Ag ($Z = 18$) оказывается подобным He и Ne : в его наружной оболочке все s - и p -состояния заполнены. Ag является химически инертным и завершает III период Периодической системы.

Деятнадцатый электрон K ($Z = 19$) должен был бы занять $3d$ -состояние в M -оболочке. Однако и в оптическом, и в химическом

Таблица П.3

Период	Z	Элемент	K			L			M			N			
			$1s$	$2s$	$2p$	$3s$	$3p$	$3d$	$4s$	$4p$	$4d$	$4f$			
I	1	H	1												
	2	He	2												
II	3	Li	2	1											
	4	Be	2	2											
	5	B	2	2	1										
	6	C	2	2	2										
	7	N	2	2	3										
	8	O	2	2	4										
	9	F	2	2	5										
	10	Ne	2	2	6										
	III	11	Na	2	2	6	1								
		12	Mg	2	2	6	2								
13		Al	2	2	6	2	1								
14		Si	2	2	6	2	2								
15		P	2	2	6	2	3								
16		S	2	2	6	2	4								
17		Cl	2	2	6	2	5								
18		Ar	2	2	6	2	6								
IV	19	K	2	2	6	2	6	—	1						
	20	Ca	2	2	6	2	6	—	2						
	21	Sc	2	2	6	2	6	1	2						
	22	Ti	2	2	6	2	6	2	2						
	23	V	2	2	6	2	6	3	2						
	24	Cr	2	2	6	2	6	4	1						
	25	Mn	2	2	6	2	6	5	2						
	26	Fe	2	2	6	2	6	6	2						
	27	Co	2	2	6	2	6	7	2						
	28	Ni	2	2	6	2	6	8	2						
	29	Cu	2	2	6	2	6	10	1						
	30	Zn	2	2	6	2	6	10	2						
	31	Ga	2	2	6	2	6	10	2	1					
	32	Ge	2	2	6	2	6	10	2	2					
	33	As	2	2	6	2	6	10	2	3					
	34	Se	2	2	6	2	6	10	2	4					
	35	Br	2	2	6	2	6	10	2	5					
	36	Kr	2	2	6	2	6	10	2	6					

отношениях атом К схож с атомами Li и Na, которые имеют внешний валентный электрон в s -состоянии. Поэтому 19-й валентный электрон К должен также находиться в s -состоянии, но это может быть только s -состояние новой оболочки (N -оболочки), т.е. заполнение N -оболочки для К начинается при незаполненной M -оболочке. Это означает, что в результате взаимодействия электронов состояние $n = 4, l = 0$ имеет меньшую энергию, чем состояние $n = 3, l = 2$.

Спектроскопические и химические свойства Ca ($Z = 20$) показывают, что его 20-й электрон также находится в $4s$ -состоянии N -оболочки. В последующих элементах происходит заполнение M -оболочки [от Sc ($Z = 21$) до Zn ($Z = 30$)]. Далее N -оболочка заполняется до Kr ($Z = 36$), у которого опять-таки, как и в случае Ne и Ar, s - и p -состояния наружной оболочки заполнены целиком. Криптоном заканчивается IV период Периодической системы.

Подобные рассуждения применимы и к остальным элементам таблицы Менделеева, однако эти данные можно найти в справочниках. Отметим лишь, что и начальные элементы последующих периодов (Rb, Cs, Fr) являются щелочными металлами, а их последний электрон находится в s -состоянии. Кроме того, атомы инертных газов (He, Ne, Ar, Kr, Rn) занимают в таблице особое положение — в каждом из них s - и p -состояния наружной оболочки целиком заполнены, и ими завершаются очередные периоды Периодической системы.

Каждую из двух групп элементов — лантаниды [от лантана ($Z = 57$) до лютеция ($Z = 71$)] и актиниды [от актиния ($Z = 89$) до лоуренсия ($Z = 103$)] — приходится помещать в одну клетку таблицы, так как химические свойства элементов в пределах этих групп очень близки. Это объясняется тем, что для лантанидов заполнение подоболочки $4f$, которая может содержать 14 электронов, начинается лишь после того, как полностью заполняются подоболочки $5s$, $5p$ и $6s$. Поэтому для этих элементов внешняя P -оболочка ($6s^2$) оказывается одинаковой. Аналогично, одинаковой для актинидов является Q -оболочка ($7s^2$).

Элементы с порядковыми номерами: 99 — эйнштейний, 100 — фермий, 101 — менделевий — названы в честь знаменитых ученых. В настоящее время открыто 118 элементов, причем независимое подтверждение нашли 114 из них, а в природе встречаются только 92 элемента.

Таким образом, открытая Менделеевым периодичность в химических свойствах элементов объясняется повторяемостью в структуре внешних оболочек у атомов родственных элементов.

Теоретическое истолкование Периодической системы Менделеева и объяснение ее строения — огромнейшее достижение современной физики.

- Адиабата 106
- Адроны 296—298
- Активность нуклида 281
- Альфа-излучение 279
- Альфа (α)-распад 282
- Ампер (единица силы тока) 5, 142, 157
- Амплитуда биений 71
 - волны 199
 - стоячей 201
 - колебаний гармонических 62
 - затухающих 74
- Анализатор 234
- Аннигиляция 292
- Антикварк 300
- Антинейтрино 284, 295
- Атом 78, 258

- Барионы 295, 297—299
- Барьер потенциальный 39, 312
- Бета-излучение 279
- Бета-распад 283
- Биения 69
- Бипризма Френеля 210
- Бозоны 294
 - калибровочные 302
 - промежуточные векторные 300

- Вакуум 95
 - сверхвысокий 95
- Ватт (единица мощности) 33
- Вебер (единица магнитного потока) 163
- Вектор магнитной индукции 150
 - магнитного момента 150
 - перемещения 11
 - элементарного углового 14
 - световой 233
 - Умова 205
 - электрического смещения 133
- Вероятность термодинамическая 110
- Вес тела 29
- Взаимодействие гравитационное 294
 - сильное 276, 293
 - слабое 293
 - электромагнитное 293
- Взаимодействия фундаментальные 292
- Волна (волновой процесс) 196
 - гармоническая 197
 - де Бройля 268
 - плоская 197
 - плоскополяризованная 232
 - стоячая 200
 - сферическая 197
 - упругая поперечная 196
 - продольная 196
- Волны когерентные 200
 - монохроматические 207
 - на поверхности жидкости 196
 - электромагнитные 184, 196
 - монохроматические 204
- Вольт (единица напряжения) 119, 124
- Восприимчивость вещества диэлектрическая 132
 - магнитная 168
- Вращение равномерное 15
- Время релаксации 74

- Газ идеальный 81
 - разреженный 95
 - ультраразреженный 95
- Гамма-излучение ядер 279, 285

- Генератор оптический квантовый (лазер) 271
 Генри (единица индуктивности) 174
 Герц (единица частоты) 62
 Гипероны 297
 Гипотеза 5
 — квантовая Планка 247
 Глюон 293
 Гравитон 294, 302
 Граница серии 260
 — сплошного спектра коротковолновая 250
 — фотоэффекта красная 252
 Давление 80
 — парциальное 84
 — света 255
 Двигатель вечный второго рода 112
 — — первого рода 101
 — тепловой 112
 Движение броуновское 92
 — вращательное 10
 — криволинейное 11
 — механическое 7
 — плоское 45
 — поступательное 9
 — прямолинейное 10
 Декремент затухания логарифмический 191
 Дефект массы ядра 277
 Деформация пластическая 25
 — упругая 25
 Джоуль (единица работы, энергии) 32
 Диаграмма векторная 68
 Диамагнетика 169
 Диаметр молекулы эффективный 94
 Динамика 8
 Диполь электрический 121
 Дисперсия волн 200
 — света 230
 — — аномальная 230
 — нормальная 230
 Диссипация энергии 37
 Дифракция света 218
 — Фраунгофера (в параллельных лучах) 224
 — — на дифракционной решетке 226
 — Френеля (в сходящихся лучах) 222
 — — на диске 223
 — — на круглом отверстии 223
 — электронов 268
 Дифракционный максимум 226, 227
 — минимум 226
 Диффузия 92
 Диэлектрик 130
 Длина волны 198
 — де Бройля 268
 — комптоновская 256
 — приведенная физического маятника 67, 68
 — пути 11
 — — оптическая 209
 — свободного пробега молекул 94
 — — — — средняя 94
 — тел в разных системах отсчета 55
 Добротность колебательной системы 75
 Домены 170
 Дуплет антилептонов 295
 — изотопический 299
 Единицы производные 5
 — основные 5
 Жесткость 26, 35, 64
 Закон Авогадро 84
 — Ампера 155
 — Бойля — Мариотта 82
 — Больцмана о распределении энергии 97
 — Брюстера 236
 — взаимосвязи массы и энергии 59
 — возрастания энтропии 111
 — всемирного тяготения 27
 — Галилея обобщенный 28
 — Гей-Люссака 82
 — Гука 26
 — Дальтона 84
 — движения центра масс 25

- Джоуля—Ленца 147
- Кирхгофа 245
- Кулона 117
- Малюса 235
- Мозли 267
- Ньютона второй 20
 - первый 18
 - третий 21
- Ома для неоднородного участка цепи 148
 - для однородного участка цепи 145
- радиоактивного распада 281
- распределения молекул идеального газа по скоростям 89
- релятивистской динамики основной 57
- сложения скоростей в классической механике 23
 - релятивистский 56
- смещения Вина 246
- сохранения барионного заряда 298
 - зарядовых чисел 282
 - импульса 24, 292
 - лептонного заряда 296
 - массовых чисел 282
 - механической энергии 36
 - момента импульса 49
 - релятивистского импульса 58
 - электрического заряда 117
- Стефана — Больцмана 246
- Столетова 252
- Фарадея 173
- Законы физические 5
- Замедление хода времени релятивистское 55
- Заряд атомного ядра 274
 - барионный 297, 300
 - лептонный 296
 - электрический 116, 300
 - элементарный 116
 - точечный 118
 - пробный 118
- Заряды индуцированные 137
 - связанные 132
- Защита электростатическая 137
- Зеркала Френеля 210

- Зона активная 289
- Зоны Френеля 220

- Излучение вынужденное (индуцированное) 270**
 - лазерное 273
 - радиоактивное 278
 - рентгеновское 249
 - спонтанное (самопроизвольное) 269
 - тепловое 243
- Изобара 82
- Изобары 275
- Изотерма 82
- Изотоны 275
- Изотопы 275
- Изохора 82
- Импульс материальной точки 20
 - единица 20
 - релятивистский 57
 - системы материальных точек 20
 - фотона 255
- Инвариант 23
- Индуктивность 174
 - взаимная контуров 176
- Индукция взаимная 176
 - магнитная 151
 - электростатическая 137
 - электромагнитная 171
- Инертность тел 19
- Инерция 18
- Интерференция волн 200
 - света 208
- Интерферометр 216
 - Майкельсона 217
- Источник света 207
 - тока 143

- Ка-мезоны 299**

- Кандела (единица силы света) 6
- Кварки 300
- Кельвин (единица температуры) 6, 81
- Килограмм (единица массы) 5, 19
- Кинематика 8
- Когерентность 207
 - временная 207
 - пространственная 207

- Колебания 61
 - вынужденные 75
 - электромагнитные 191
 - гармонические 61
 - свободные 61
- Количество вещества 79
- Кольца Ньютона 215
- Конденсатор 139
 - плоский 139
 - сферический 139
- Константа взаимодействия 292
- Контур колебательный 186
- Коэффициент затухания 74, 189
 - логарифмический 75
 - полезного действия теплового двигателя 112
 - прозрачности 315
 - размножения нейтронов 288
 - сопротивления 74
 - температурный 146
 - трения 26
 - скольжения 27
 - упругости 35
 - холодильный 113
- Кривая потенциальная 38
- Кривые резонансные 77, 193
- Кристалл одноосный 239
 - отрицательный 239
 - положительный 239
- Критерий Рэлея 228
- Кулон (единица электрического заряда) 117

- Лазер** 271
- Лептоны 294—296
- Линии напряженности электростатического поля 119
 - магнитной индукции 138
- Линия действия силы 19
 - удара 40
- Луч необыкновенный 237
 - обыкновенный 237
- Лучепреломление двойное 237

- Масса критическая** 289
 - молярная 79
 - единица 79
 - тела 19
 - гравитационная 28
 - инертная 28
- Материальная точка 8
- Машина холодильная 112
- Маятник математический 65
 - пружинный 64
 - физический 66
- Мезоны 295, 297, 299
- Метод исследования статистический 78
 - термодинамический 96
- Метр (единица длины) 5
- Механика квантовая 8, 305
 - классическая 7
 - релятивистская 7
- Модель атома ядерная (планетарная) Резерфорда 258
 - Томсона 258
- Молекула 78
- Молекулы неполярные 131
 - полярные 131
- Моль 6, 79
- Момент диполя электрический 121
 - импульса относительно неподвижной оси 48
 - точки 48
 - собственный механический 324
 - твердого тела 48
 - инерции 43
 - сплошного цилиндра 44
 - стержня 44
 - шара 44
 - силы относительно неподвижной оси 46
 - точки 46
- Мощность 32
- Мюон 295

- Нагреватель** 112
- Намагниченность 166
- Накачка 271
- Напряжение 144
 - задерживающее 252
- Напряженность магнитного поля 167
 - электростатического поля 118
- Начало термодинамики второе 111
 - первое 100, 101

- Невесомость 30
- Нейтрино 284
 - мюонное 295
 - таонное 295
 - электронное 295
- Нейтроны 287
 - деления 287
- Неравенство Клаузиуса 109
- Носители тока 142
- Нуклиды 281
- Нуклоны 274, 277, 299
- Нуль Кельвина 81
- Ньютон (единица силы) 20

- Оболочка электронная** 325
- Объем молярный** 79
- Ом (единица сопротивления)** 145
- Ось вращения** 10
 - оптическая кристалла 237
- Осциллятор квантовый** 316
 - линейный гармонический 315
 - одномерный 315
- Отклонение статическое** 77, 193
- Относительность одновременности** 54

- Парамагнетики** 168
- Параметры состояния системы термодинамической** 96
- Паскаль (единица давления)** 80
- Период биений** 71
 - вращения 15
 - колебаний 62
 - затухающих 191
 - полураспада 281
- Пластинка в полволны** 241
 - четверть волны 240
- Плечо диполя** 121
 - силы 46
- Плоскость главная одноосного кристалла** 237
 - поляризатора 234
- Плотность вероятности** 305
 - вещества 19
 - заряда объемная 140
 - объемная 178
 - энергии излучения 205
 - поверхностная 127
 - полного тока 182
 - спектральная энергетической светимости тела 243
 - тока 142
 - поляризации 181
 - смещения 181
 - в вакууме 181
- Поверхность волновая** 196
 - эквипотенциальная 124, 135
- Подоболочка** 326
- Позитрон** 291
- Поле магнитное** 149
 - вихревое 151
 - движущегося заряда 154
 - соленида 161
 - тороида 162
 - кругового тока 153
 - прямого тока 153
 - потенциальное 34, 123
 - тяготения (гравитационное) 28
 - электромагнитное 151, 184
 - вихревое 151, 161
 - электростатическое 118, 122
 - однородное 119
 - потенциальное 123
- Полосы интерференционные равного наклона** 214
 - равной толщины 215
- Поляризатор** 234
- Поляризация диэлектрика** 131
 - света 232
- Поляризованность** 131
- Постоянная Авогадро** 79
 - Больцмана 85
 - Вина 246
 - гравитационная 28
 - дифракционной решетки 227
 - молярная газовая 85
 - Планка 247, 261
 - радиоактивного распада 280
 - Ридберга 260
 - Стефана — Больцмана 246
 - экранирования 267
 - электрическая 118
- Постулаты Бора** 261
 - Эйнштейна 52
- Потенциал** 123, 124

Поток вектора магнитной индукции 163
-- напряженности электростатического поля 125
-- электрического смещения 134
Потокосцепление 164
Правила отбора 320
-- смещения (α -распад) 282
Правило левой руки 155, 157
-- Ленца 172
-- правого винта 15, 150, 151
-- квантования орбит 261
Преобразования координат Галилея 22
-- Лоренца 22, 53
Принцип возрастания энтропии 110
-- Гюйгенса 218
-- Гюйгенса—Френеля 219
-- зарядового сопряжения 291
-- относительности Галилея 23
-- Эйнштейна 52
-- Паули 325
-- постоянства скорости света 52
-- суперпозиции волн 152, 200
-- электростатических полей 120
Проводимость электрическая 145
-- удельная 146
Проводник единственный 137
Проводники 130, 134
Проницаемость среды диэлектрическая 133
-- магнитная 168
Просветление оптики 216
Протон 116
Процесс адиабатный 105
-- аperiодический 75
-- волновой (волна) 196
-- изобарный 82, 103
-- изотермический 82, 104
-- изохорный 82, 103
-- изоэнтропийный 109
-- круговой (цикл) 107
-- периодический 61
-- равновесный 99
-- термодинамический 97
-- необратимый 108
-- обратимый 107

Пучности стоячей волны 201
Работа выхода электрона из металла 253
-- силы 31
-- элементарная 31
Равновесие тепловое 80
Радиан 6
Радиоактивность 278
-- естественная 279
-- искусственная 279
Радиус боровский первый 262
-- взаимодействия 293
Размеры активной зоны критические 289
Разность хода волн оптическая 209
Распад радиоактивный 280
Распределение Больцмана 91
-- молекул по скоростям 88
Рассеяние частиц неупругое 286
-- упругое 286
Реактор термоядерный 290
-- ядерный 289
Реакции деления тяжелых ядер 287
-- ядерные 286
-- экзотермические 286
-- эндотермические 286
-- синтеза атомных ядер 289
-- термоядерные 290
-- неуправляемые 290
-- управляемые 290
Реакция ядерная цепная 288
---- затухающая 288
---- неуправляемая 289
---- развивающаяся 288
---- самоподдерживающаяся 288
---- управляемая 289
Резонанс механический 77
-- электрический 193
Решетка дифракционная 226
Рождение пар 292
Самоиндукция 175
Сверхпроводимость 146
Свет естественный 233
-- поляризованный 233
-- линейно 233
-- частично 233

- циркулярно 234
- эллиптически 233
- Светимость энергетическая тела 245
- черного тела 246
- Свойство взаимозаменяемости 67
- Сдвиг комптоновский 256
- Секунда 5
- Серия Бальмера 260, 321
- Брэгета 260
- Лаймана 260, 320
- Пашена 260
- Пфунда 260
- Хэмфри 260
- Сила 19
- вынуждающая 76
- гравитационная 27
- диссипативная 34
- консервативная 34, 122
- кулоновская 117
- Лоренца 157
- притяжения 293
- реакции опоры 26, 29
- тока 142
- трения 26
- качения 27
- покоя 27
- скольжения 27
- тяготения 27
- тяжести 28
- электродвижущая электромагнитной индукции 172
- упругости 25
- Силы внешние 24, 36
- внутренние 24, 36
- сторонние 143
- ядерные 276
- Сименс (единица электрической проводимости) 145
- Система диссипативная 37
- замкнутая 24, 117
- координат декартова 9
- консервативная 37
- материальных точек 8
- отсчета гелиоцентрическая 18
- инерциальная 18
- периодическая элементов Д. И. Менделеева 326
- термодинамическая 96
- Скорость наиболее вероятная 89, 90
- средняя квадратичная 86, 90
- мгновенная 12
- средняя 11, 90
- угловая 15
- фазовая 199
- электромагнитных волн в вакууме 203
- Сложение колебаний 68
- Сокращение длины лоренцево 56
- Соленоид 161
- Соотношение неопределенностей Гейзенберга 303
- Сопrotивление проводника электрическое 145
- критическое 191
- удельное 145
- Состояние вещества метастабильное 271
- системы с инверсией заселенностей 270
- термодинамической 96
- энергетическое возбужденное 263
- основное 263
- Спектр дифракционный 226, 230
- испускания 248
- линейчатый 248
- атомов 259
- непрерывный 248, 310
- поглощения 248
- полосатый 249
- призматический 230
- рентгеновский 249
- тормозной 250
- характеристический 250, 266
- Спектроскопия интерференционная 216
- Спин ядра 275, 324
- Способность разрешающая оптического прибора 228
- спектрального прибора 229
- спектральная поглощательная 244
- Среда активная 271
- диспергирующая 200, 230

- изотропная 197
- однородная 197
- сплошная 196
- Статика 8
- Статистический вес макросостояния 109
- Степень поляризации 236
- Стерadian 6
- Стрелка магнитная 149
- Тело абсолютно твердое** 8
 - отсчета 9
 - рабочее 115
 - серое 244
 - черное 244
- Температура 80
 - критическая 146
- Теорема Гаусса для магнитного поля 164
 - для электростатического поля в вакууме 127
 - в диэлектрике 134
 - Карно 115
 - о циркуляции вектора магнитной индукции в вакууме 160
 - в веществе 166
 - напряженности магнитного поля 167
 - электростатического поля 123
 - обобщенная 183
 - Штейнера 45
- Теория научная 5
 - относительности специальная 52
- Теплоемкость 101
 - молярная 101
 - удельная 101
- Теплообмен 100
- Термодинамика 96
- Термометр 80
 - сопротивления 146
- Термостат 112
- Тесла (единица магнитной индукции) 156
- Ток индукционный 171
 - полный 182
 - постоянный 142
 - смещения 180
- электрический 142
- Токи квазистационарные 188
- Тороид 162
- Точка воды тройная 81
 - Кюри 170
 - подвеса 66
 - реперная 80
- Траектория 10
- Трансформатор 177
- Трение внешнее 26
 - внутреннее 26
 - качения 27
 - покоя 26
 - скольжения 27
- Угол Брюстера** 236
- Удар (соударение) 40
 - абсолютно неупругий 41
 - упругий 40
 - прямой 40
 - центральный 40
- Узел стоячей волны 201
- Уравнение адиабатного процесса (Пуассона) 106
 - волновое 202
 - волны 198
 - гармонической плоской 199
 - сферической 199
 - стоячей 200
 - движения материальной точки 21
 - динамики вращательного движения 47, 49
 - дифференциальное гармонических колебаний 63
 - Клапейрона 85
 - Клапейрона – Менделеева 85
 - колебательного контура 188
 - Майера 102
 - основное молекулярно-кинетической теории идеальных газов 87
 - состояния 84
 - идеального газа 85
 - Шредингера временное 307
 - общее 307
 - стационарное 308
 - Эйнштейна для внешнего фотоэффекта 253

Уравнения движения точки кинематические 10
— Максвелла 182
— в интегральной форме 183
— материальные 184
Уровни энергии 311
Ускорение 13
— единица 14
— мгновенное 13
— нормальная составляющая 13
— полное 13
— свободного падения 28
— среднее 13
— тангенциальная составляющая 13
— угловое 16
— единица 16
Ускоритель заряженных частиц 159
Условие интерференционного максимума 209
— минимума 209
— нормировки вероятностей 306
Участок цепи неоднородный 147
— однородный 144

Фаза волны 199
— начальная 199
— колебаний 62
— начальная 62
Фарад (единица емкости) 138
Ферромагнетики 169
Фигуры Лиссажу 73
Физика 4
— молекулярная 78
Формула барометрическая 91
— Бальмера, обобщенная 260
— Планка 248
— Рэля — Джинса 247
— Томсона 189
Фотон 254, 293, 300
Фототок насыщения 252
Фотоэффект 251
— безынерционность 253
Фронт волновой 196
Функция волновая 305, 308
— Кирхгофа универсальная 245

— распределения молекул по скоростям 88

Характеристика вольт-амперная фотоэффекта 252

Холодильник 112

Центр качаний физического маятника 67

— масс системы материальных точек 19

Цикл Карно 113

— обратный 107

— прямой 107

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля 123

— магнитной индукции 160

Цуг волновой 207

Частицы элементарные 291

— фундаментальные 296

— переносчики взаимодействий 300

Частота биений 71

— вращения 15

— колебаний 62

— единица 62

— круговая (циклическая) 62, 199

— резонансная 76

— собственная 74

— колебательного контура 189

Число волновое 198

— зарядовое ядра 274

— квантовое 263

— главное 311, 318

— магнитное 319

— орбитальное 319

— спиновое 324

— магнитное 324

— массовое 274

— степеней свободы молекул 97

Ширина интерференционной полосы 211

Шкала температурная международная практическая 80

— термодинамическая 80

— электромагнитных волн 206

- Емкость конденсатора 139
 - плоского 139
 - сферического 140
 - уединенного проводника 138
- Электрон 116, 295
- Энергия 31
 - внутренняя 98
 - заряженного конденсатора 141
 - значения собственные 308
 - кинетическая 33, 63
 - магнитного поля 177
 - механическая полная 36
 - нулевых колебаний 316
 - полная 64
 - покоя 58
 - полная релятивистской частицы 58
 - потенциальная 34, 63
 - связи ядра 276
 - удельная 277
 - фотона 254
 - электростатического поля 141
- Энтропия 108
- Эффект Комптона 256
 - туннельный 314
- Ядро атома 274**
 - дочернее 280
 - материнское 280
 - радиоактивное, продолжительность жизни средняя 281
- Яма потенциальная 39, 310

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	3
Введение.....	4
Предмет физики.....	4
Единицы физических величин.....	5
РАЗДЕЛ I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ.....	7
Глава 1. Основы кинематики.....	7
§ 1. Механическое движение. Структура механики.....	7
§ 2. Система отсчета. Виды движения.....	9
§ 3. Траектория, длина пути, вектор перемещения.....	10
§ 4. Скорость.....	11
§ 5. Ускорение.....	13
§ 6. Кинематика вращательного движения абсолютно твердого тела.....	14
Глава 2. Основы динамики поступательного движения.....	18
§ 7. Инерциальные системы отсчета. Первый закон Ньютона.....	18
§ 8. Сила. Масса и импульс тела.....	19
§ 9. Второй закон Ньютона.....	20
§ 10. Третий закон Ньютона.....	21
§ 11. Принцип относительности Галилея.....	22
§ 12. Закон сохранения импульса. Закон движения центра масс.....	23
§ 13. Силы в механике.....	25
Глава 3. Работа и механическая энергия.....	31
§ 14. Энергия, работа, мощность.....	31
§ 15. Кинетическая энергия.....	33
§ 16. Потенциальная энергия.....	34
§ 17. Закон сохранения и превращения механической энергии.....	36
§ 18. Графическое представление энергии.....	37
§ 19. Центральные абсолютно упругий и неупругий удары.....	40
Глава 4. Основы динамики вращательного движения.....	43
§ 20. Момент инерции. Теорема Штейнера.....	43
§ 21. Кинетическая энергия вращающегося твердого тела.....	45
§ 22. Момент силы. Уравнение динамики вращательного движения.....	46
§ 23. Момент импульса.....	47

§ 24. Момент импульса твердого тела относительно оси.....	48
§ 25. Закон сохранения момента импульса.....	49
Глава 5. Элементы релятивистской механики	52
§ 26. Постулаты специальной (частной) теории относительности	52
§ 27. Преобразования Лоренца.....	53
§ 28. Некоторые следствия из преобразований Лоренца.....	54
§ 29. Основной закон релятивистской динамики	57
§ 30. Энергия в релятивистской динамике	58
Глава 6. Механические колебания	61
§ 31. Колебания и их основные характеристики	61
§ 32. Механические гармонические колебания	62
§ 33. Маятники.....	64
§ 34. Сложение гармонических колебаний одинакового направления.....	68
§ 35. Биения	69
§ 36. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний	71
§ 37. Свободные затухающие колебания	73
§ 38. Вынужденные колебания	75
РАЗДЕЛ II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА	78
Глава 7. Основы молекулярно-кинетической теории идеальных газов	78
§ 39. Статистический метод в молекулярной физике	78
§ 40. Основные понятия молекулярно-кинетической теории	79
§ 41. Температура. Температурные шкалы	80
§ 42. Законы идеального газа	81
§ 43. Уравнение состояния идеального газа.....	84
§ 44. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории	86
§ 45. Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям.....	88
§ 46. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.....	90
§ 47. Опытное обоснование молекулярно-кинетической теории.....	92
§ 48. Средняя длина свободного пробега молекул	93
Глава 8. Первое начало термодинамики	96
§ 49. Основные понятия	96
§ 50. Закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул	97
§ 51. Внутренняя энергия	98
§ 52. Работа газа при изменении его объема	99
§ 53. Первое начало термодинамики	100
§ 54. Теплоемкость. Уравнение Майера	101
§ 55. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам.....	103
§ 56. Адиабатный процесс	105

Глава 9. Второе начало термодинамики.....	107
§ 57. Круговой процесс (цикл). Необратимость тепловых процессов	107
§ 58. Энтропия и ее статистический смысл.....	108
§ 59. Второе начало термодинамики	111
§ 60. Тепловой двигатель и холодильная машина	112
§ 61. Цикл Карно.....	113
РАЗДЕЛ III. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ.....	116
Глава 10. Электростатика	116
§ 62. Электрический заряд. Закон сохранения заряда	116
§ 63. Закон Кулона.....	117
§ 64. Напряженность электростатического поля.....	118
§ 65. Принцип суперпозиции электростатических полей. Диполь	120
§ 66. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.....	122
§ 67. Потенциал. Разность потенциалов	123
§ 68. Поток вектора напряженности электростатического поля.....	125
§ 69. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме	126
§ 70. Некоторые примеры расчета электростатических полей.....	127
§ 71. Поляризация диэлектриков	130
§ 72. Напряженность поля в диэлектрике	131
§ 73. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для поля в диэлектрике	133
§ 74. Проводники и распределение в них зарядов	134
§ 75. Проводник во внешнем электростатическом поле.....	136
§ 76. Электроемкость уединенного проводника	137
§ 77. Конденсаторы и их соединения	138
§ 78. Энергия электростатического поля	140
Глава 11. Постоянный электрический ток	142
§ 79. Электрический ток, основные характеристики	142
§ 80. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение	143
§ 81. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление.....	144
§ 82. Работа и мощность тока. Закон Джоуля — Ленца	147
§ 83. Закон Ома для неоднородного участка цепи	147
Глава 12. Магнитное поле.....	149
§ 84. Характеристики магнитного поля.....	149
§ 85. Магнитное поле токов	152
§ 86. Магнитное поле движущегося заряда.....	154
§ 87. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов.....	155
§ 88. Единицы магнитной индукции и силы тока.....	156
§ 89. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле	157
§ 90. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции в вакууме	160
§ 91. Магнитное поле соленоида и тороида	161

§ 92. Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции	163
§ 93. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.....	164
§ 94. Намагниченность. Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции в веществе	165
§ 95. Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля	167
§ 96. Парамагнетики, диамагнетики и ферромагнетики	168
Глава 13. Электромагнитная индукция.....	171
§ 97. Явление электромагнитной индукции.....	171
§ 98. Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)	172
§ 99. Индуктивность. Явление самоиндукции.....	174
§ 100. Взаимная индукция.....	175
§ 101. Энергия магнитного поля	177
Глава 14. Уравнения Максвелла	179
§ 102. Вихревое электрическое поле.....	179
§ 103. Ток смещения	180
§ 104. Уравнения Максвелла	182
Глава 15. Электромагнитные колебания	186
§ 105. Колебательный контур.....	186
§ 106. Уравнение колебательного контура	188
§ 107. Свободные незатухающие колебания в контуре	189
§ 108. Свободные затухающие колебания в контуре.....	190
§ 109. Вынужденные колебания в контуре	191
§ 110. Электрический резонанс. Резонансные кривые.....	193
РАЗДЕЛ IV. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА.....	195
Глава 16. Волны.....	195
§ 111. Волновой процесс. Продольные и поперечные волны	195
§ 112. Плоские и сферические волны.....	197
§ 113. Уравнения плоской и сферической волн.....	198
§ 114. Стоячие волны	200
§ 115. Волновое уравнение для электромагнитного поля	202
§ 116. Свойства электромагнитных волн.....	203
§ 117. Энергия и импульс электромагнитной волны	204
§ 118. Свет как электромагнитная волна.....	206
Глава 17. Интерференция света	207
§ 119. Интерференция световых волн	207
§ 120. Некоторые примеры наблюдения интерференции света	209
§ 121. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников	211
§ 122. Интерференция света при отражении в тонких пленках.....	212

§ 123. Полосы равного наклона и равной толщины	213
§ 124. Примеры применения интерференции света.....	216
Глава 18. Дифракция и дисперсия света	218
§ 125. Дифракция света. Принципы Гюйгенса и Гюйгенса—Френеля	218
§ 126. Зоны Френеля.....	220
§ 127. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске.....	222
§ 128. Дифракция Фраунгофера на щели.....	224
§ 129. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.....	226
§ 130. Разрешающая способность оптических приборов.....	228
§ 131. Дисперсия света.....	229
Глава 19. Поляризация света	232
§ 132. Естественный и поляризованный свет	232
§ 133. Получение плоскополяризованного света. Закон Малюса	234
§ 134. Поляризация света при отражении и преломлении	236
§ 135. Двойное лучепреломление	237
§ 136. Положительные и отрицательные кристаллы.....	238
§ 137. Получение поляризованного света.....	239
§ 138. Анализ поляризованного света.....	241
РАЗДЕЛ V. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ	243
Глава 20. Основы квантовой оптики	243
§ 139. Тепловое излучение и его характеристики	243
§ 140. Законы Кирхгофа, Стефана—Больцмана и Вина	245
§ 141. Формулы Рэлея—Джинса и Планка	247
§ 142. Типы спектров	248
§ 143. Тормозное рентгеновское излучение	249
§ 144. Фотоэффект и его вольт-амперная характеристика	251
§ 145. Законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна.....	252
§ 146. Энергия и импульс фотона.....	254
§ 147. Давление света	255
§ 148. Понятие об эффекте Комптона	256
§ 149. Корпускулярно-волновой дуализм свойств света	257
Глава 21. Элементы физики атома.....	258
§ 150. Модель атома Томсона. Ядерная модель атома.....	258
§ 151. Линейчатые спектры атомов.....	259
§ 152. Постулаты Бора	261
§ 153. Энергия атомов водорода по Бору	262
§ 154. Спектр атома водорода по Бору	264
§ 155. Характеристическое рентгеновское излучение	265
§ 156. Корпускулярно-волновой дуализм свойств частиц вещества	267
§ 157. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучения.....	269
§ 158. Оптические квантовые генераторы (лазеры)	271

Глава 22. Элементы физики атомного ядра	274
§ 159. Характеристики и состав атомных ядер	274
§ 160. Ядерные силы	275
§ 161. Энергия связи и удельная энергия связи ядра	276
§ 162. Радиоактивность и ее виды	278
§ 163. Закон радиоактивного распада.....	280
§ 164. Правила смещения. Альфа-распад	282
§ 165. Бета-распад. Антинейтрино	283
§ 166. Гамма-излучение и его свойства	285
§ 167. Ядерные реакции и их классификация	286
§ 168. Реакция деления тяжелых ядер	287
§ 169. Цепная ядерная реакция.....	288
§ 170. Реакции синтеза атомных ядер. Термоядерные реакции	289
Глава 23. Элементы физики элементарных частиц.....	291
§ 171. Элементарные частицы и античастицы.....	291
§ 172. Фундаментальные взаимодействия	292
§ 173. Семейство лептонов	294
§ 174. Семейство адронов.....	296
§ 175. Классификация элементарных частиц.....	298
§ 176. Кварки.....	300
Приложение. Избранные вопросы квантовой физики.....	303
1. Соотношение неопределенностей.....	303
2. Волновая функция и ее статистический смысл.....	304
3. Временное уравнение Шредингера	306
4. Уравнение Шредингера для стационарных состояний	307
5. Движение свободной частицы	308
6. Частица в потенциальном ящике. Квантование энергии	310
7. Прохождение частиц сквозь потенциальный барьер.....	312
8. Гармонический осциллятор.....	315
9. Атом водорода в квантовой механике	317
9.1. Собственные значения энергии.....	317
9.2. Квантовые числа.....	318
9.3. Энергетический спектр	320
10. 1s-Состояние электрона в атоме водорода	321
11. Спин электрона. Спиновое и магнитное спиновое квантовые числа.....	323
12. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме	325
13. Периодическая система элементов Менделеева.....	326
Предметный указатель.....	330

Учебное издание

Трофимова Таисия Ивановна

Физика

Учебник

Редактор *Л. В. Честная*

Технический редактор *Н. И. Горбачёва*

Компьютерная верстка: *Г. Ю. Никитина, Л. А. Смирнова*

Корректор *Г. Н. Петрова*

Изд. № 102115831. Подписано в печать 07.06.2013. Формат 60 × 90/16.

Гарнитура «Ньютон». Бумага офс. № 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 22,0.

Тираж 1 000 экз. Заказ №

ООО «Издательский центр «Академия». www.academia-moscow.ru

129085, Москва, пр-т Мира, 101В, стр. 1.

Тел./факс: (495) 648-0507, 616-00-29.

Санитарно-эпидемиологическое заключение № РОСС RU. АЕ51. Н 16476 от 05.04.2013.

Отпечатано с электронных носителей, предоставленных издательством,

в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат». www.sarpk.ru

410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59.



Издательский центр «Академия»

*Учебная литература
для профессионального
образования*

Наши книги можно приобрести (оптом и в розницу)

Москва:

129085, Москва, пр-т Мира, д. 101в, стр. 1
(м. Алексеевская)
Тел.: (495) 648-0507, факс: (495) 616-0029
E-mail: sale@academia-moscow.ru

Филиалы:

Северо-Западный

194044, Санкт-Петербург, ул. Чугунная,
д. 14, оф. 319
Тел./факс: (812) 244-92-53
E-mail: spboffice@acadizdat.ru

Приволжский

603101, Нижний Новгород, пр. Молодежный,
д. 31, корп. 3
Тел./факс: (831) 259-7431, 259-7432, 259-7433
E-mail: pf-academia@bk.ru

Уральский

620142, Екатеринбург, ул. Чапаева, д. 1а, оф. 12а
Тел.: (343) 257-1006
Факс: (343) 257-3473
E-mail: academia-ural@mail.ru

Сибирский

630009, Новосибирск, ул. Дроболобова, д. 31, корп. 4, а/я 73
Тел./факс: (383) 362-2145, 362-2146
E-mail: academia_sibir@mail.ru

Дальневосточный

680038, Хабаровск, ул. Серышева, д. 22, оф. 519, 520, 523
Тел./факс: (4212) 56-8810
E-mail: filialdv-academia@yandex.ru

Южный

344082, Ростов-на-Дону, ул. Пушкинская,
д. 10/65
Тел.: (863) 203-5512
Факс: (863) 269-5365
E-mail: academia-UG@mail.ru

Представительства:

в Республике Татарстан

420034, Казань, ул. Горсоветская,
д. 17/1, офис 36
Тел./факс: (843) 562-1045
E-mail: academia-kazan@mail.ru

в Республике Дагестан

Тел.: 8-928-982-9248

www.academia-moscow.ru



Издательский центр «Академия»

*Учебная литература
для профессионального
образования*

Предлагаем вашему вниманию следующие книги

А. А. ДЕТЛАФ, Б. М. ЯВОРСКИЙ
КУРС ФИЗИКИ

Объем 720 с.

Учебное пособие написано в соответствии с программой курса физики для втузов. Содержит основы классической и современной физики. Значительное внимание в книге уделено специальной теории относительности, классической и квантовым статистикам, квантовой теории твердого тела и современным представлениям об элементарных частицах, а также вопросам выявления органической взаимосвязи и преемственности современной и классической физики.

Для студентов учреждений высшего технического профессионального образования.

В. И. НЕДЕЛЬКО, А. Г. ХУНДЖУА
ФИЗИКА

Объем 464 с.

Учебное пособие создано в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по

www.academia-moscow.ru

направлению бакалавриата «Биология». В учебном пособии рассмотрены основы механики, молекулярная физика и термодинамика, электродинамика, оптика, строение атома. Приведена методика решения задач с многочисленными примерами. Особое внимание уделено методологии физики с кратким изложением истории важнейших открытий, становления основных физических теорий и физической картины мира.

Для студентов учреждений высшего профессионального образования.

Б.А. СТРУКОВ, Л.Г. АНТОШИНА, С.В. ПАВЛОВ

ФИЗИКА

Под ред. Б. А. Струкова

Объем 400 с.

Учебник создан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлениям подготовки «Экология и природопользование», «Почвоведение», «Геология», «География» (квалификация «бакалавр») на основе курса лекций, читаемых авторами в течение ряда лет на факультете почвоведения МГУ им. М. В. Ломоносова. Данный учебник предназначен для студентов естественно-научных специальностей университетов, для которых физика не является профилирующей дисциплиной. Материалы, представленные в учебнике, охватывают основные разделы курса общей физики и рассчитаны на изучение в течение не менее 90 часов лекционных занятий.

Для студентов учреждений высшего профессионального образования. Может быть полезен для технических специальностей вузов.

Т. И. ТРОФИМОВА

КУРС ФИЗИКИ

Объем 560 с.

Учебное пособие (9-е издание, переработанное и дополненное, 2004 г.) состоит из семи частей, в которых изложены физические основы механики, молекулярной физики и термодинамики, электричества и магнетизма, оптики, квантовой физики атомов, молекул и твердых тел, физики атомного ядра и элементарных частиц. Рационально решен вопрос об объединении механических и электромагнитных колебаний. Установлена логическая преемственность и связь между классической и современной физикой. Приведены контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения.

Для студентов учреждений высшего профессионального образования.

Т. И. ТРОФИМОВА

ФИЗИКА В ТАБЛИЦАХ И ФОРМУЛАХ

Объем 448 с.

Материал, изложенный в учебном пособии, включает все разделы курса физики для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Особенность и новизна представления курса состоят в том, что теоретический материал приведен в виде оригинальных блоков, в которых наглядно и без потери глубины содержания сформулированы основные законы и понятия, приведены наиболее важные формулы, прослежена логическая связь между рассматриваемыми физическими явлениями и понятиями.

Для студентов учреждений высшего профессионального образования. Может быть полезно для повторения пройденного материала на подготовительных отделениях.

Т. И. ТРОФИМОВА,
А. В. ФИРСОВ

КУРС ФИЗИКИ. ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ

Объем 592 с.

Учебное пособие создано в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по техническим направлениям подготовки (квалификация «бакалавр»). Данное учебное пособие совместно с учебными пособиями Т. И. Трофимовой «Физика по техническим направлениям подготовки» (квалификация «бакалавр»), «Курс физики», «Физика в таблицах и формулах» и «Курс физики. Колебания и волны» Т. И. Тимофеевой и А. В. Фирсова составляет единый учебно-методический комплект по физике для студентов вузов. Около половины задач приведены с подробными решениями и объяснениями, остальные предусмотрены для самостоятельного решения. Это дает возможность использовать данное пособие в качестве задачника для вузов. Пособие состоит из семи глав, охватывающих все разделы курса физики для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений.

Для студентов учреждений высшего профессионального образования. Может быть использовано преподавателями для составления опорных конспектов к семинарам. Наличие подробных решений большого количества задач, в том числе и не требующих знания высшей математики, позволяет использовать это пособие при подготовке в вузы абитуриентами и на подготовительных курсах.

Т. И. ТРОФИМОВА, А. В. ФИРСОВ

**КУРС ФИЗИКИ. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ:
ТЕОРИЯ, ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ**

Объем 256 с.

В учебном пособии рассмотрены вопросы курса физики: механические колебания, электрические колебания, упругие волны, электромагнитные волны, интерференция света, дифракция света, распространение света в веществе, поляризация света. Теоретический материал дополнительно прорабатывается подробными решениями большого количества задач и качественными вопросами.

Для студентов учреждений высшего технического профессионального образования. Может быть полезно преподавателям, студентам учреждений среднего профессионального образования, а также абитуриентам.