

ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие предназначено для студентов, изучающих курс «Электротехника», который может быть успешно усвоен, если теоретические знания подкреплены соответствующими расчетными примерами.

Практика показывает, что самостоятельное решение задач по данному курсу не всегда доступно студентам. С учетом этого в пособии рассматриваются примеры решения типовых задач, выполняемых в рамках самостоятельной работы студентов. При этом в каждом примере приводятся основные положения и формулы, облегчающие проведение расчета, а следовательно, и изучение соответствующего раздела.

В пособии рассматриваются примеры решения задач по расчету:

- 1) разветвленных цепей синусоидального переменного тока;
- 2) трехфазных цепей.

Следует отметить, что примеры решения задач основываются на использовании метода комплексных чисел.

Сведения, приведенные в пособии, позволяют решать задачи без дополнительного справочного материала.

1. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

1.1. Понятие о комплексных числах. Комплексная плоскость

Из курса высшей математики известно, что число вида

$$c = a + ib, \quad (1.1)$$

где a и b - любые действительные числа, i - мнимая единица, называется *комплексным числом в алгебраической форме*.

При этом a является *действительной (реальной) частью* комплексного числа c и обозначается $a = \operatorname{Re} c$, соответственно b является *мнимой частью* комплексного числа c и обозначается $b = \operatorname{Im} c$.

Мнимая единица удовлетворяет соотношению

$$i = \sqrt{-1} \text{ или } i^2 = -1. \quad (1.2)$$

Если $b = 0$, то очевидно, что комплексное число $c = a$ является действительным числом; и если $a = 0$, то комплексное число $c = ib$ является чисто мнимым числом.

Два комплексных числа $c = a + ib$ и $c = a - ib$, имеющих *одинаковые* действительные и *противоположные* мнимые части, называются *сопряженными* комплексными числами.

Модуль комплексного числа

$$|c| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1.3)$$

и его аргумент

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}. \quad (1.4)$$

Комплексное число $c = a + ib$ можно изобразить точкой $c \equiv (a, b)$ или радиус-вектором на комплексной плоскости (рис. 1.1). При этом длина радиус-вектора соответствует модулю комплексного числа, определяемого по формуле (1.3), а угол ψ между действительной осью комплексной плоскости и радиус-вектором соответствует аргументу комплексного числа, определяемому по формуле (1.4).

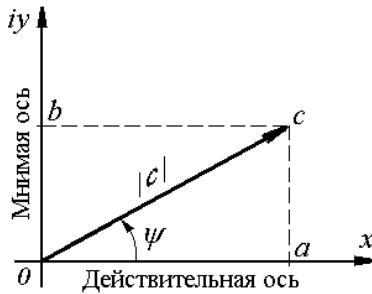


Рис.1.1

1.2. Формы записи комплексных чисел

Существуют три формы записи комплексных чисел.

Алгебраическая: $c = a + ib$.

Тригонометрическая:

$$\sin \psi = \frac{b}{|c|}; \quad \cos \psi = \frac{a}{|c|}; \quad c = |c|(\cos \psi + i \cdot \sin \psi). \quad (1.5)$$

Показательная:

Существует формула Эйлера:

$$(\cos \psi + i \cdot \sin \psi) = e^{i\psi}. \quad (1.6)$$

На основании (1.6) комплексное число в показательной форме записи имеет вид:

$$c = |c| \cdot e^{i\psi}, \quad (1.7)$$

где $e^{i\psi}$ - поворотный множитель.

Поворотный множитель показывает, что вектор повернут относительно действительной оси на угол ψ . Отсчет угла ψ принято вести от действительной оси против хода часовой стрелки.

1.3. Действия над комплексными числами

Над комплексными числами можно производить следующие действия: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня.

При сложении и вычитании наиболее удобной является алгебраическая форма записи. Сложение комплексных чисел в алгебраической форме производится по формуле

$$c_1 + c_2 = (a_1 + ib_1) + (a_2 + ib_2) = (a_1 + a_2) + i(b_1 + b_2). \quad (1.8)$$

Аналогично производится вычитание комплексных чисел:

$$c_1 - c_2 = (a_1 + ib_1) - (a_2 + ib_2) = (a_1 - a_2) + i(b_1 - b_2). \quad (1.9)$$

Умножение и деление комплексных чисел можно осуществлять как в алгебраической, так и в показательной форме. Следует отметить, что при этом наиболее удобной является показательная форма.

Умножение комплексных чисел в алгебраической форме осуществляется по формуле:

$$\begin{aligned} c_1 \cdot c_2 &= (a_1 + ib_1) \cdot (a_2 + ib_2) = \\ &= (a_1 \cdot a_2 + ib_1 \cdot ib_2 + ib_1 \cdot a_2 + ib_2 \cdot a_1) = \\ &= (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2 + ib_1 \cdot a_2 + ib_2 \cdot a_1) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Умножение комплексных чисел в показательной форме осуществляется по формуле:

$$c_1 \cdot c_2 = |c_1| e^{i\psi_1} \cdot |c_2| e^{i\psi_2} = |c_1| |c_2| e^{i(\psi_1 + \psi_2)}. \quad (1.11)$$

При делении комплексных чисел в алгебраической форме следует числитель и знаменатель умножить на комплексное число, сопряженное знаменателю:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{(a_1 + ib_1)}{(a_2 + ib_2)} = \frac{(a_1 + ib_1)(a_2 - ib_2)}{(a_2 + ib_2)(a_2 - ib_2)}. \quad (1.12)$$

Деление комплексных чисел в показательной форме производится в соответствии с формулой:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{|c_1| \cdot e^{i\psi_1}}{|c_2| \cdot e^{i\psi_2}} = \frac{|c_1|}{|c_2|} \cdot e^{i(\psi_1 - \psi_2)}. \quad (1.13)$$

1.4. Способы изображения синусоидальных функций времени

Синусоидальные функции времени могут быть представлены тригонометрической формой записи, временными диаграммами, вращающимися векторами и комплексными числами.

Тригонометрическая форма записи тока, изменяющегося во времени по синусоидальному закону, может быть представлена выражением

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i), \quad (1.14)$$

вой стрелки. Проекция вращающегося вектора на ось ординат определяет мгновенное значение синусоидального тока.

В электротехнике, кроме мгновенных и максимальных значений синусоидальных величин, используются средние и действующие значения. Именно эти значения показывают большинство измерительных приборов, поэтому условимся, что далее в расчетах будут использоваться только *действующие значения* синусоидальных электродвижущих сил (ЭДС), напряжений и токов.

Действующие значения синусоидальных ЭДС, напряжений и токов могут быть определены на основании максимальных значений с помощью следующих выражений:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}; U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (1.15)$$

На рис.1.2 а показано, что длина вращающегося вектора равна амплитудному значению синусоидальной величины. Однако следует отметить, что вращающиеся векторы могут иметь длину, равную действующему значению.

1.5. Метод комплексных чисел. Законы электрических цепей в комплексной форме

Метод комплексных чисел нашел широкое применение в электротехнике при расчетах электрических цепей синусоидального переменного тока. При этом в качестве векторов на комплексной плоскости изображаются *синусоидальные функции времени (ЭДС, напряжения и токи)*.

Сущность расчета электрических цепей с помощью данного метода заключается в том, что *графические операции над векторами заменяют алгебраическими действиями над комплексными числами*.

В электротехнике, чтобы избежать сходства мнимой единицы i с силой тока, мнимую единицу обозначают буквой j .

При использовании метода комплексных чисел уравнения электрических цепей записывают на основании законов Ома и Кирхгофа.

Математическое выражение *закона Ома* в комплексной форме имеет вид

$$i = \frac{\dot{U}}{\bar{Z}}, \quad (1.16)$$

где \dot{I} - комплекс действующего значения силы тока (комплекс тока); \dot{U} - комплекс действующего значения напряжения, приложенного к цепи (комплекс напряжения); \bar{Z} - полное комплексное сопротивление.

Отличие обозначения комплексного сопротивления \bar{Z} от обозначения комплексных напряжения \dot{U} и тока \dot{I} связано с тем, что *комплексное сопротивление не является синусоидальной функцией времени.*

Математическое выражение *первого закона Кирхгофа* в комплексной форме имеет вид

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0, \quad (1.17)$$

где k – число комплексных токов, сходящихся в узле электрической цепи.

В соответствии с (1.17) сумма комплексных токов, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю.

Математическое выражение *второго закона Кирхгофа* в комплексной форме имеет вид:

$$\sum_{k=1}^n \dot{U}_k = 0, \quad (1.18)$$

где k – число комплексных напряжений вдоль замкнутого контура.

В соответствии с (1.18) сумма комплексных напряжений вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

1.6. Понятие о полном комплексном сопротивлении

Составными элементами цепей синусоидального тока являются активное сопротивление R , индуктивность L и емкость C . Каждый из этих элементов оказывает *сопротивление* переменному току.

На активном сопротивлении R энергия электрического тока преобразуется в тепловую энергию. Такое преобразование является необратимым.

На индуктивности L происходит периодическое преобразование энергии электрического тока в энергию магнитного поля, накопление и обратное преобразование.

На емкости C происходит периодическое преобразование энергии электрического тока в энергию электрического заряда, накопление и обратное преобразование.

Поскольку процессы в индуктивности и емкости являются обратимыми, то эти элементы называют *реактивными*.

Индуктивность обладает реактивным сопротивлением, которое называют *индуктивным сопротивлением*

$$X_L = \omega L = 2\pi fL, \text{ Ом} \quad (1.19)$$

где f – частота переменного синусоидального напряжения, Гц; L – индуктивность, Гн.

Конденсатор обладает реактивным сопротивлением, которое называют *емкостным сопротивлением*

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}, \text{ Ом} \quad (1.20)$$

где C – емкость, Ф.

Если элементы R , L , C соединены последовательно, то полное комплексное сопротивление можем записать в виде

$$\bar{Z} = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C), \text{ Ом.} \quad (1.21)$$

В соответствии с (1.21) очевидно, что полное комплексное сопротивление имеет действительную и мнимую части:

$$\bar{Z} = R \pm jX, \text{ Ом} \quad (1.22)$$

где R – активное сопротивление; X – реактивное сопротивление.

В (1.22) знак «плюс» перед jX ставится, если $X_L > X_C$, в противном случае ставится знак «минус».

1.7. Угол сдвига фаз. Векторная диаграмма

Токи и напряжения на различных участках электрической цепи синусоидального тока могут не совпадать по фазе, например:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i); \quad (1.23)$$

$$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_u), \quad (1.24)$$

где φ_i - начальная фаза тока; φ_u - начальная фаза напряжения.

Тогда угол сдвига фаз между током и напряжением определяют как разность их начальных фаз

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i . \quad (1.25)$$

Угол сдвига фаз между током и напряжением на некотором участке электрической цепи зависит от характера сопротивления данного участка и определяется по формуле:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R} . \quad (1.26)$$

Наглядное представление о фазовом расположении различных векторов дает векторная диаграмма токов и напряжений.

Векторная диаграмма – это совокупность векторов на комплексной плоскости, изображающих синусоидальные функции времени одной и той же частоты и построенных с соблюдением их начальных фаз.

Поскольку расчет электрических цепей синусоидального переменного тока ведется, как правило, с использованием метода комплексных чисел, то и векторные диаграммы также строятся на комплексной плоскости.

Векторные диаграммы чаще всего выполняют совмещенными, то есть на одной комплексной плоскости откладывают векторы токов и напряжений для отдельных участков цепи. При этом необходимо выбрать масштабы для токов и напряжений. Следует отметить, что для токов может быть выбран один масштаб, а для напряжений – другой. Это никоим образом не искажает общей картины, поскольку векторная диаграмма дает представление о взаимном расположении векторов и позволяет судить о наличии сдвига фаз между током и напряжением на отдельных участках электрической цепи.

Из курса высшей математики известно, что над векторами можно производить следующие действия: сложение, вычитание, умножение на число и деление на число.

В электротехнике принято с помощью векторной диаграммы складывать или вычитать векторы. Очевидно, что эти действия можно производить над векторами, имеющими одинаковую размерность.

На рис. 1.3 а показано сложение двух комплексных токов \dot{I}_2 , \dot{I}_3 по правилу параллелограмма. Результатом сложения является комплексный ток \dot{I}_1 . На рис. 1.3 б показано вычитание комплексного напряжения \dot{U}_B из комплексного напряжения \dot{U}_A , в результате чего получаем комплексное напряжение \dot{U}_{AB} .

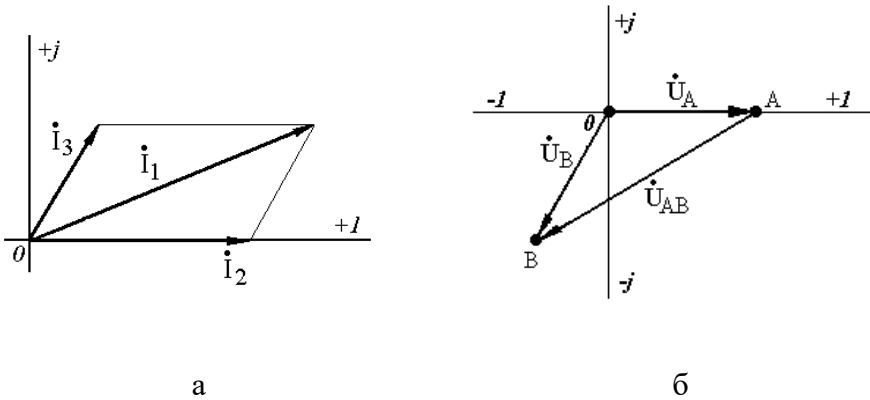


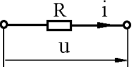
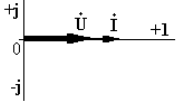
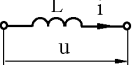
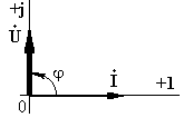
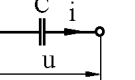
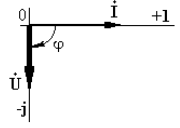
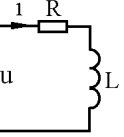
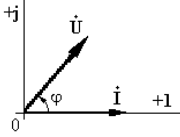
Рис. 1.3

Цель построения векторной диаграммы заключается в том, чтобы иметь возможность качественно контролировать аналитические расчеты электрических цепей синусоидального тока.

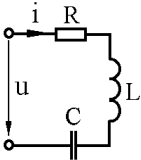
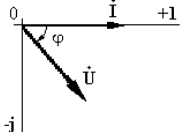
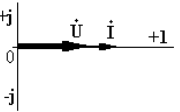
Например, на векторной диаграмме напряжение на индуктивности должно опережать протекающий через нее ток на 90° , а на емкости напряжение должно отставать от тока на 90° .

Эти и другие возможные варианты соединения элементов отдельных участков электрических цепей, их сопротивления и значения (пределы изменения) углов сдвига фаз приводятся в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Элементы	Сопротивление; полное комплексное сопротивление \bar{Z}	Угол сдвига фаз между током и Напряжением	Векторная диаграмма
1.Резистор 	R $\bar{Z} = R$	$\varphi = \arctg \frac{X}{R} =$ $= \arctg \frac{0}{R} = 0^\circ$	
2.Катушка индуктивности 	$X_L = \omega L$ $\bar{Z} = jX_L$	$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} =$ $= \arctg \frac{X_L}{0} = 90^\circ$	
3.Конденсатор 	$X_C = \frac{1}{\omega C}$ $\bar{Z} = -jX_C$	$\varphi = \arctg \frac{-X_C}{R} =$ $= \arctg \frac{-X_C}{0} = -90^\circ$	
4.Резистор и катушка индуктивности 	$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ $\bar{Z} = R + jX_L$	$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R};$ $0^\circ < \varphi < 90^\circ$	

Окончание таблицы 1.2

Элементы	Сопротивление; полное комплексное сопротивление \bar{Z}	Угол сдвига фаз между током и Напряжением	Векторная диаграмма
7. Резистор, катушка индуктивности и конденсатор 	$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ $\bar{Z} = R + j(X_L - X_C)$	$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$	
			I. Если $X_L > X_C$, то $0^\circ < \varphi < 90^\circ$
		II. Если $X_L < X_C$, то $0^\circ < \varphi < -90^\circ$	
		III. Если $X_L = X_C$, то $\varphi = 0^\circ$	

Примечание: в п. 6 табл. 1.1 не рассматривается ведущий к возникновению неопределенности случай, когда $X_L = X_C$.

Обратите внимание, что:

1) Отсчет угла сдвига фаз *всегда* ведется от вектора тока. Если расчет дает результаты, не совпадающие с положениями табл. 1.1, следовательно, в него вкралась ошибка.

2) Векторная диаграмма позволяет зафиксировать положение вращающихся векторов для определенного момента времени. В электротехнике принято, что векторная диаграмма строится для нулевого момента времени ($t = 0$). Построение векторной диаграммы для любого другого момента времени может привести к изменению положения векторов относительно осей комплексной плоскости, однако *взаимное расположение векторов останется неизменным*.

1.8. Полная комплексная мощность

Рассмотрим прием определения активной и реактивной мощностей через комплекс напряжения и сопряженный комплекс тока.

Выше было показано, что токи и напряжения на различных участках электрической цепи синусоидального тока могут не совпадать по фазе.

Пусть к некоторому участку цепи приложено напряжение $\dot{U} = Ue^{j\varphi_u}$. Тогда ток, протекающий по этому же участку, $\dot{I} = Ie^{j\varphi_i}$. Умножив комплекс напряжения на *сопряженный комплекс тока* $I^* = Ie^{-j\varphi_i}$, получим комплекс полной мощности (полную комплексную мощность)

$$\tilde{S} = \dot{U} I^* = UIe^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UIe^{j\varphi} = UI \cos \varphi \pm jUI \sin \varphi = P \pm jQ, (1.27)$$

где значок \sim (тильда) над S означает комплекс полной мощности; P – активная мощность; Q – реактивная мощность.

При этом активная мощность P является действительной частью полной комплексной мощности S , а реактивная мощность Q – ее мнимой частью и обозначаются соответственно:

$$P = \operatorname{Re}(\dot{U} I^*), \quad (1.28)$$

$$Q = \operatorname{Im}(\dot{U} I^*). \quad (1.29)$$

В (1.27) знак перед jQ определяется характером сопротивления на данном участке цепи и зависит от угла φ . Очевидно, что знак «плюс» перед Q ставится, если $\varphi > 0^\circ$, что возможно при выполнении условия $X_L > X_C$; и знак «минус» – если $\varphi < 0^\circ$, что возможно при выполнении условия $X_L < X_C$.

Следует отметить, что единицей измерения активной мощности P является ватт (Вт); единицей измерения реактивной мощности Q – вольт-ампер реактивный (ВАр); единицей измерения полной мощности S – вольт-ампер (ВА).

2. РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

2.1. Условие расчетного задания №1. Варианты задания

В соответствии с вариантом задания (табл.2.2) выполнить преобразование разветвленной цепи переменного тока, схема которой представлена на рис. 2.1. Условно указать направления токов и напряжений.

Пользуясь комплексным методом, определить токи в ветвях; проверить соблюдение баланса активной, реактивной и полной мощностей в цепи; определить коэффициент мощности

цепи; построить совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Параметры элементов цепи даны в табл. 2.1. Один из параметров электрической энергии, необходимый для расчета, задан в табл. 2.2.

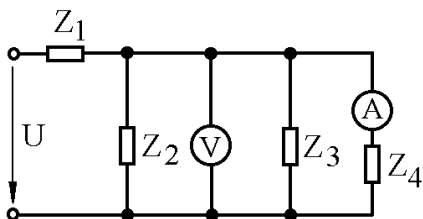


Рис. 2.1

На входе цепи (рис. 2.1) действует напряжение U . Приборы, показанные на рис. 2.1, измеряют следующие параметры: вольтметр – напряжение на разветвленном участке цепи, приложенное одновременно ко второй, третьей и четвертой ветвям (в табл. 2.2 это напряжение обозначено как U_2); амперметр – силу тока в четвертой ветви (в табл. 2.2 обозначен как ток I_4).

Таблица 2.1

Варианты	R , Ом	X_L , Ом	X_C , Ом
с 1 по 30	10	25	40
с 31 по 60	20	30	40
с 61 по 90	30	20	60
с 91 по 120	40	40	30
с 121 по 150	50	20	15

Таблица 2.2

Варианты	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	$U, В$	$U_2, В$	$I_4, А$	$U_C, В$
1,31,61,91,121					-	-	-	90
2,32,62,92,122			∞		-	-	2	-
3,33,63,93,123					-	-	-	50
4,34,64,94,124				∞	-	100	-	-
5,35,65,95,125					120	-	-	-
6,36,66,96,126		∞			-	-	-	40
7,37,67,97,127					220	-	-	-
8,38,68,98,128			∞		-	-	-	60
9,39,69,99,129		∞			-	-	1	-
10,40,70,100,130				∞	-	60	-	-
11,41,71,101,131				∞	-	-	-	30
12,42,72,102,132					100	-	-	-
13,43,73,103,133					-	-	3	-
14,44,74,104,134			∞		-	70	-	-
15,45,75,105,135				∞	150	-	-	-

Окончание табл. 2.2

Варианты	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	$U, В$	$U_2, В$	$I_4, А$	$U_C, В$
16,46,76,106,136		∞			-	40	-	-
17,47,77,107,137			∞		-	-	-	70
18,48,78,108,138				∞	-	80	-	-
19,49,79,109,139					130	-	-	-
20,50,80,110,140			∞		-	-	4	-
21,51,81,111,141					-	-	-	30
22,52,82,112,142					90	-	-	-
23,53,83,113,143				∞	-	120	-	-
24,54,84,114,144			∞		-	-	1,5	-
25,55,85,115,145				∞	180	-	-	-
26,56,86,116,146		∞			-	-	2,5	-
27,57,77,117,147				∞	-	-	-	60
28,58,88,118,148		∞			-	50	-	-
29,59,89,119,149					-	-	2	-
30,60,90,120,150			∞		-	50	-	-

Примечание: знак ∞ означает, что в данном варианте задания указанная ветвь отсутствует.

2.2. Пример решения расчетного задания №1. Методика расчета.

Алгоритмы решения

Выполнить преобразование разветвленной цепи переменного тока, схема которой представлена на рис. 2.1, в соответствии с рис. 2.2, условно указать направления токов и напряжений. Известными являются следующие параметры: активное сопротивление ($R = 2 \text{ Ом}$); индуктивное сопротивление ($X_L = 6 \text{ Ом}$); емкостное сопротивление ($X_C = 10 \text{ Ом}$); напряжение на разветвленном участке цепи ($U_2 = 60 \text{ В}$).

Пользуясь комплексным методом, определить токи в ветвях; проверить соблюдение баланса активной, реактивной и полной мощностей в цепи; определить коэффициент мощности схемы; построить совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Дано:

$$R = 2 \text{ Ом};$$

$$X_L = 6 \text{ Ом};$$

$$X_C = 10 \text{ Ом};$$

$$U_2 = 60 \text{ В}$$

Найти: $I_1, I_2, I_3, P, Q, S, \cos \varphi$.

Решение:

1. Выполняем преобразование схемы, представленной на рис. 2.1, в соответствии с рис. 2.2. Четвертая ветвь на рис. 2.3 отсутствует, поскольку ее полное сопротивление равно бесконечности. Направления токов и напряжений условно указаны на рис. 2.3.

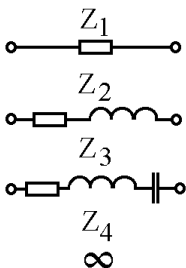


Рис. 2.2

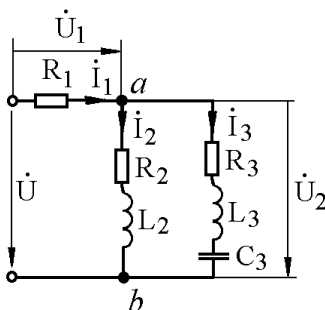


Рис. 2.3

2. На основании *законов Кирхгофа* записываем уравнения для цепи, схема которой представлена на рис. 2.3. Обозначим число узлов буквой **У**, число ветвей буквой **В**. Количество уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, равно **(У-1)**. Количество уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа, равно числу ветвей **В**. Общее количество уравнений, составляемых по законам Кирхгофа, определяют по формуле:

$$B - (Y - 1) = B - Y + 1. \quad (2.1)$$

Схема, представленная на рис. 2.3, состоит из трех ветвей (**В = 3**) и имеет два узла (**а** и **б**), число узлов (**У=2**). Следовательно, по первому закону Кирхгофа необходимо записать одно уравнение, а по второму – три, тогда общее количество уравнений определяем по формуле (2.1):

$$B - Y + 1 = 3 - 2 + 1 = 2. \quad (2.2)$$

На основании *первого закона Кирхгофа* для узла **а** (см. рис. 2.3) можем записать

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3, \quad (2.3)$$

где $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ - комплексные токи первой, второй и третьей ветвей соответственно.

Из рис. 2.3 видно, что вторая и третья ветви соединены параллельно, поэтому на основании *второго закона Кирхгофа* можем записать

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_{ab}, \quad (2.4)$$

где \dot{U} - комплексное напряжение, подводимое к цепи от источника; \dot{U}_1 - комплексное падение напряжения на первой ветви; \dot{U}_{ab} - напряжение между узлами *a* и *b* (см. рис. 2.3).

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_2 = \dot{U}_3, \quad (2.5)$$

где \dot{U}_2, \dot{U}_3 - комплексные падения напряжения на второй и третьей ветвях соответственно.

3. На основании формулы (1.21) и рис. 2.3 запишем полные комплексные сопротивления ветвей:

$$\bar{Z}_1 = R = 2 \text{ Ом}; \quad (2.6)$$

$$\bar{Z}_2 = R + jX_L = 2 + j6 \text{ Ом}; \quad (2.7)$$

$$\bar{Z}_3 = R + jX_L - jX_C = 2 + j6 - j10 = 2 - j4 \text{ Ом}. \quad (2.8)$$

4. Определяем комплексные токи второй и третьей ветвей по закону Ома:

$$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_2}; \quad (2.9)$$

$$\dot{i}_2 = \frac{60}{(2+j6)} = \frac{60(2-j6)}{(2+j6)(2-j6)} = \frac{120-j360}{40} = 3-j9 \text{ A}; \quad (2.10)$$

$$\dot{i}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_3};$$

$$(2.11)$$

$$\dot{i}_3 = \frac{60}{(2-j4)} = \frac{60(2+j4)}{(2-j4)(2+j4)} = \frac{120+j240}{20} = 6+j12 \text{ A}.$$

(2.12)

5. На основании выражения (2.3), записанного по первому закону Кирхгофа для узла *a* (см. рис. 2.3), определяем комплексный ток первой ветви

$$\dot{I}_1 = 3-j9+6+j12 = 9+j3 \text{ A}. \quad (2.13)$$

6. Определяем действующие значения токов, которые находим путем извлечения квадратного корня из суммы квадратов действительной и мнимой частей:

$$I_1 = \sqrt{9^2+3^2} = \sqrt{90} = 9,486 \text{ A}; \quad (2.14)$$

$$I_2 = \sqrt{3^2+9^2} = \sqrt{90} = 9,486 \text{ A}; \quad (2.15)$$

$$I_3 = \sqrt{6^2+12^2} = \sqrt{180} = 13,416 \text{ A}. \quad (2.16)$$

7. Определяем комплексное падение напряжения на первой ветви:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \bar{Z}_1; \quad (2.17)$$

$$\dot{U}_1 = (9 + j3) \cdot 2 = 18 + j6 \text{ В.} \quad (2.18)$$

8. На основании выражения (2.4), записанного по второму закону Кирхгофа для схемы (см. рис. 2.3), определяем комплексное напряжение, подводимое к цепи:

$$\dot{U} = 60 + 18 + j6 = 78 + j6 \text{ В.} \quad (2.19)$$

9. Определяем полную комплексную мощность, потребляемую схемой от источника:

$$\tilde{S} = \dot{U} I_1^* \quad (2.20)$$

$$\tilde{S} = (78 + j6)(9 - j3) = 702 + 18 + j234 - j180 = 720 - j180 \text{ ВА.} \quad (2.21)$$

10. Составляем баланс мощности. Считают, что баланс мощности сходится, если полная комплексная мощность, потребляемая от источника, равна сумме комплексных мощностей всех ветвей цепи:

Активные мощности ветвей определяем следующим образом:

$$P_1 = I_1^2 R; \quad (2.22)$$

$$P_1 = 9,486^2 \cdot 2 = 180 \text{ Вт}; \quad (2.23)$$

$$P_2 = I_2^2 R; \quad (2.24)$$

$$P_2 = 9,486^2 \cdot 2 = 180 \text{ Вт}; \quad (2.25)$$

$$P_3 = I_3^2 R; \quad (2.26)$$

$$P_3 = 13,416^2 \cdot 2 = 360 \text{ Вт.} \quad (2.27)$$

Определяем реактивные мощности ветвей. Реактивные элементы в первой ветви отсутствуют, поэтому можем записать

$$Q_1 = 0 \text{ ВАр} . \quad (2.28)$$

Для второй и третьей ветви получим

$$Q_2 = I_2^2 X_L ; \quad (2.29)$$

$$Q_2 = 9,486^2 \cdot 6 = 540 \text{ ВАр} ; \quad (2.30)$$

$$Q_3 = I_3^2 (X_L - X_C) ; \quad (2.31)$$

$$Q_3 = 13,416^2 (6 - 10) = -720 \text{ ВАр} . \quad (2.32)$$

Составляем баланс активной и реактивной мощностей:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 ; \quad (2.33)$$

$$P = 180 + 180 + 360 = 720 \text{ Вт} ; \quad (2.34)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 ; \quad (2.35)$$

$$Q = 0 + 540 + (-720) = -180 \text{ ВАр} . \quad (2.36)$$

Сравнив результат проведенного выше расчета с данными п.10, видим, что баланс мощностей сходится как по активной, так и по реактивной мощностям.

11. Определяем коэффициент мощности цепи:

$$\cos \varphi = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} ; \quad (2.37)$$

$$\cos \varphi = \frac{720}{\sqrt{720^2 + 180^2}} = \frac{720}{742,159} = 0,970 \Rightarrow \varphi = 14^\circ 04' . \quad (2.38)$$

12. Строим совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости (рис. 2.4). Масштабы: по току $M_I = 3 \text{ A/см}$; по напряжению $M_U = 10 \text{ В/см}$.

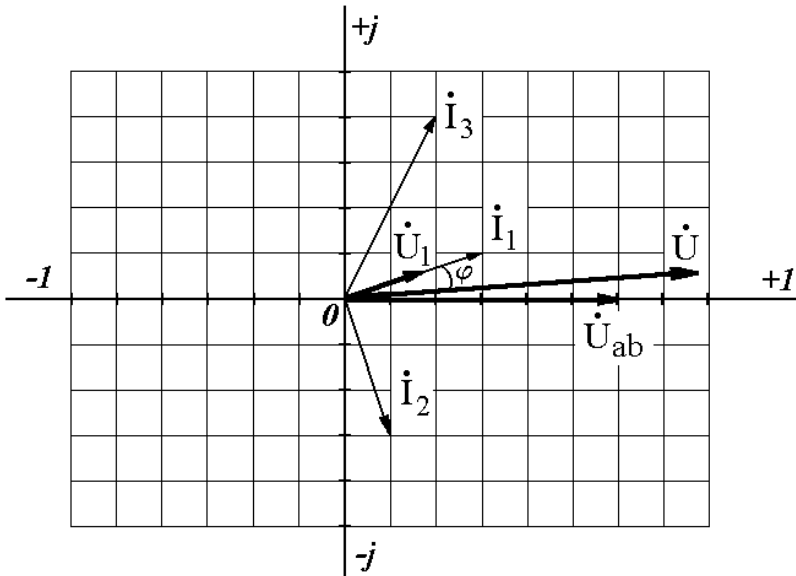


Рис. 2.4

Напомним, что в каждом отдельном варианте известен только один из параметров U , U_2 , I_4 , U_C . В п. 2.1 рассмотрены методика и алгоритм решения для случая, когда известным является напряжение U_2 . Алгоритмы решения для других возможных вариантов необходимо выбрать из табл. 2.3.

Таблица 2.3

U	I_4	U_C		
		Конденсатор установлен в первой ветви	Конденсатор установлен в первой ветви	Конденсатор установлен в первой ветви
$\bar{Z}_{34} = \frac{\bar{Z}_3 \bar{Z}_4}{\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4}$	$\dot{U}_{ab} = \bar{Z}_4 \dot{i}_4$	$\dot{i}_C = \frac{\dot{U}_C}{-jX_C}$		
$\bar{Z}_{234} = \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_{34}}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_{34}}$	$\dot{i}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_3}$	$\dot{i}_1 = \dot{i}_C$ $\dot{U}_1 = \bar{Z}_1 \dot{i}_1$	$\dot{i}_2 = \dot{i}_C$ $\dot{U}_{ab} = \bar{Z}_2 \dot{i}_2$	$\dot{i}_3 = \dot{i}_C$ $\dot{U}_{ab} = \bar{Z}_3 \dot{i}_3$
$\bar{Z}_3 = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_{234}$	$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_2}$	$\bar{Z}_{34} = \frac{\bar{Z}_3 \bar{Z}_4}{\bar{Z}_3 + \bar{Z}_4}$	$\dot{i}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_3}$	$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_2}$
$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}}{\bar{Z}_3}$	$\dot{i}_1 = \dot{i}_2 + \dot{i}_3$	$\dot{U}_{ab} = \bar{Z}_{34} \dot{i}_1$	$\dot{i}_4 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_4}$	
$\dot{U}_1 = \bar{Z}_1 \dot{i}_1$		$\dot{i}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_3}$	$\dot{i}_1 = \dot{i}_2 + \dot{i}_3 + \dot{i}_4$	
$\dot{U}_{ab} = \dot{U} - \dot{U}_1$	$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_{ab}$	$\dot{i}_4 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_4}$	$\dot{U}_1 = \bar{Z}_1 \dot{i}_1$	
$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_2}$	-	$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_{ab}$		
$\dot{i}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_3}$	-	-	-	-
$\dot{i}_4 = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_4}$	-	-	-	-

Примечание: \bar{Z}_{34} - полное комплексное сопротивление параллельно соединенных третьей и четвертой ветвей; \bar{Z}_{234} - полное комплексное сопротивление параллельно соединенных второй, третьей и четвертой ветвей; \bar{Z}_Σ - эквивалентное полное комплексное сопротивление всей цепи.

Следует отметить, что методика расчета баланса мощностей, рассмотренная в п. 2.2, является общей для всех вариантов.

2.3. Примерный перечень контрольных вопросов при защите расчетного задания №1

1. Что такое комплексное число? В каких формах записи могут быть представлены комплексные числа?

2. Какие действия можно производить над комплексными числами? Какая форма записи комплексных чисел является более удобной для каждого из рассмотренных действий?

3. В чем заключается сущность расчета электрических цепей синусоидального переменного тока методом комплексных чисел?

4. Задавшись законом изменения тока $i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_i)$, изобразите его в виде вектора на комплексной плоскости. Чем определяется длина этого вектора?

5. Задавшись значениями активного сопротивления R , индуктивности L и емкости C , запишите комплексное сопротивление \bar{Z} в алгебраической и показательной формах.

6. Что такое угол сдвига фаз между током и напряжением, от чего он зависит?

7. Что такое совмещенная векторная диаграмма на комплексной плоскости? Какова цель ее построения?

8. Почему при построении векторной диаграммы на комплексной плоскости откладывают токи и напряжения и не откладывают комплексные сопротивления?

9. Запишите и объясните выражение закона Ома в комплексной форме.

10. Запишите и объясните выражение первого закона Кирхгофа в комплексной форме.

11. Запишите и объясните выражение второго закона Кирхгофа в комплексной форме.

12. Запишите и объясните выражение для полной мощности в комплексной форме.

13. Объясните алгоритм решения расчетного задания №1 для своего варианта.

14. Объясните, как определяется количество уравнений, записываемых на основании законов Кирхгофа, для схемы своего варианта.

15. Объясните методику проверки баланса мощностей.

16. Объясните методику построения векторной диаграммы для своего варианта.

Библиографический список к первому и второму разделам

1. *Касаткин А.С., Немцов М.В.* Электротехника: Учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 2000. С. 37-87.

2. *Рекус Г.Г., Белоусов А.И.* Сборник задач по электротехнике и основам электроники. М.: Высш. школа, 1991. С. 78-83, 89-98, 110-140.

3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

3.1. Трехфазная система питания потребителей электроэнергии.

Расширение понятия «фаза». Расчет трехфазных цепей

Трехфазный симметричный источник питания представляет собой совокупность трех синусоидальных ЭДС одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутых по фазе на треть периода (на угол 120°). Законы изменения этих ЭДС во времени могут быть представлены следующими выражениями:

$$e_A = E_m \sin(\omega t); e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ); e_C = E_m \sin(\omega t + 120^\circ). \quad (3.1)$$

Временные диаграммы ЭДС трехфазного симметричного источника представлены на рис. 3.1 б. На рис. 3.1 а эти ЭДС представлены в виде вращающихся векторов на плоскости.

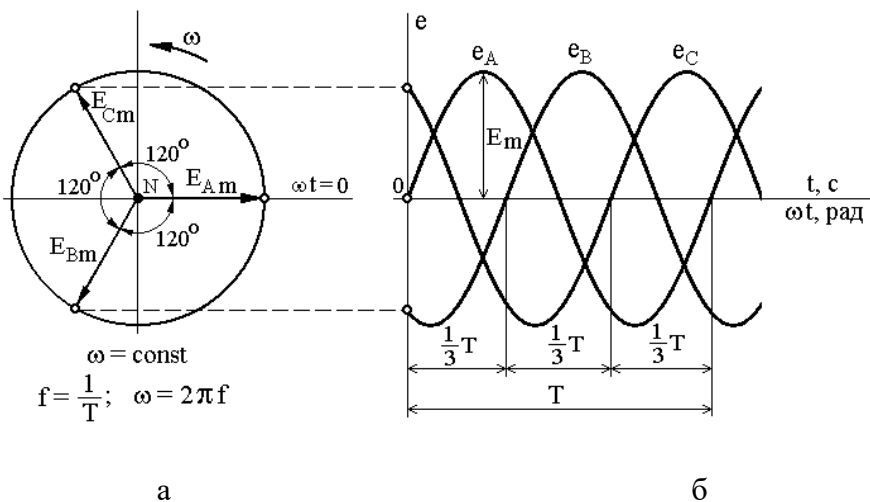


Рис. 3.1

В качестве трехфазных источников чаще всего используют трехфазные генераторы. На электрических схемах трехфазный генератор принято изображать в виде трех обмоток, расположенных друг к другу под углом 120° . Каждая обмотка имеет начало и конец. Так, начало первой обмотки обозначают буквой *A*, конец – буквой *X*; начало второй – буквой *B*, конец – буквой *Y*; начало третьей – буквой *C*, конец – буквой *Z* (см. рис. 3.2 а).

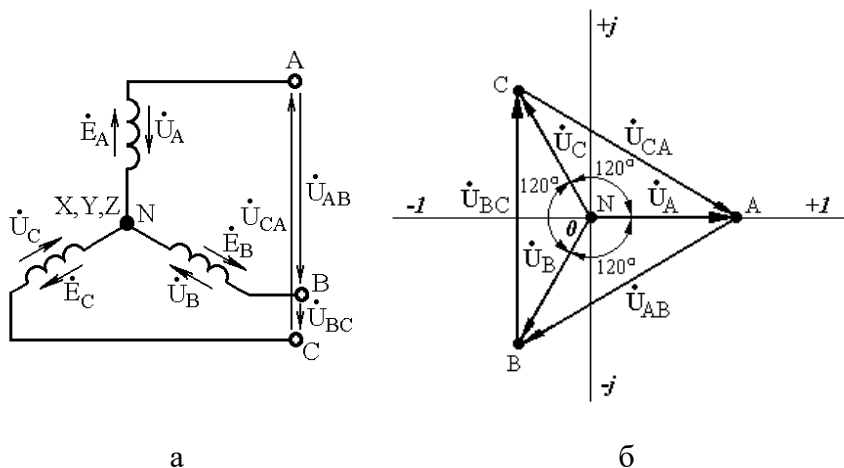


Рис. 3.2

Как уже было сказано, генератор принято называть *источником*, а обмотки генератора – *фазами источника*. Потребитель электроэнергии является нагрузкой для источника, поэтому потребителя принято называть *нагрузкой*. Под действием напряжений источника по фазам нагрузки протекают токи, сдвинутые относительно друг друга по фазе.

Под *фазой трехфазной цепи* понимают участок, по которому протекает один и тот же ток. Фаза имеет начало и конец. Фа-

зой называют также аргумент синусоидальной функции. Таким образом, в зависимости от рассматриваемого вопроса фаза – это либо участок цепи, либо аргумент синусоидально изменяющейся функции.

Пренебрегая внутренними сопротивлениями источника, можно принять соответствующие ЭДС источника равными напряжениям, действующим на его зажимах:

$$E_A = U_A; E_B = U_B; E_C = U_C. \quad (3.2)$$

Комплексные *фазные напряжения* симметричного источника могут быть представлены в виде

$$\dot{U}_A = U_\phi e^{j0^\circ} = U_\phi; \quad (3.3)$$

$$\dot{U}_B = U_\phi e^{-j120^\circ} = U_\phi (\cos(-120^\circ) + j \sin(-120^\circ)); \quad (3.4)$$

$$\dot{U}_C = U_\phi e^{-j240^\circ} = U_\phi (\cos(-240^\circ) + j \sin(-240^\circ)), \quad (3.5)$$

где U_ϕ - фазное напряжение источника.

На основании второго закона Кирхгофа могут быть определены комплексные *линейные напряжения* симметричного источника (см. рис. 3.2 а):

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad (3.6)$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad (3.7)$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \quad (3.8)$$

Для трехфазного симметричного источника справедливы следующие выражения:

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0; \quad (3.9)$$

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0. \quad (3.10)$$

Условные направления фазных и линейных напряжений источника показаны на рис. 3.2 а. Между напряжениями трехфазного симметричного источника существуют следующие соотношения:

$$U_A = U_B = U_C = U_\Phi; \quad (3.11)$$

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L; \quad (3.12)$$

$$U_L = \sqrt{3}U_\Phi, \quad (3.13)$$

где U_L - линейное напряжение источника.

Векторная диаграмма напряжений трехфазного симметричного источника на комплексной плоскости представлена на рис. 3.2 б.

Трехфазные цепи являются разновидностью цепей синусоидального тока, поэтому их расчет может быть произведен с использованием рассмотренного в разд.1 метода комплексных чисел. Отметим, что расчет трехфазных цепей с помощью указанного метода также сопровождается построением совмещенной векторной диаграммы.

3.2. Трехфазные трехпроводные цепи при соединении фаз нагрузки «звездой»

Схема *трехфазной трехпроводной цепи* при соединении нагрузки «звездой» показана на рис. 3.3. Цепь названа трехпроводной по количеству проводов, соединяющих нагрузку с источником.

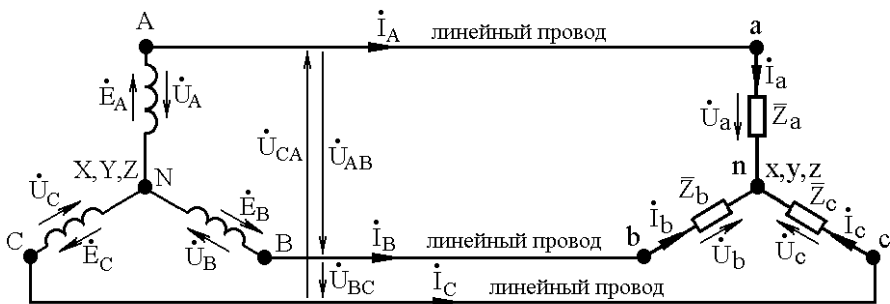


Рис. 3.3

При соединении фаз источника «звездой» концы обмоток X , Y , Z соединяют в одну точку (см. рис. 3.3), которую называют *нейтральной точкой источника* N . Начала обмоток источника обозначают буквами A , B , C .

Аналогично при соединении нагрузки «звездой» концы фаз x , y , z соединяют в одну точку, которую называют *нейтральной точкой нагрузки* n . Начала фаз нагрузки обозначают буквами a , b , c .

Фазы нагрузки на рис. 3.3 показаны в виде комплексных сопротивлений $\bar{Z}_a, \bar{Z}_b, \bar{Z}_c$. Нагрузка подключается к источнику с помощью соединительных проводов Aa, Bb, Cc , называемых *линейными*.

Здесь и далее условимся параметры, относящиеся к фазам источника, обозначать индексами A, B, C , а параметры, относящиеся к фазам нагрузки, - индексами a, b, c .

По линейным проводам протекают *линейные токи* $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$, условное направление которых показано на рис. 3.3.

Пренебрегая сопротивлением линейных проводов, считаем, что к фазам нагрузки приложены напряжения, равные *фазным напряжениям* источника:

$$U_A = U_a; U_B = U_b; U_C = U_c, \quad (3.14)$$

а между линейными проводами действуют *линейные напряжения*

$$U_{AB} = U_{ab}; U_{BC} = U_{bc}; U_{CA} = U_{ca}. \quad (3.15)$$

Под действием напряжений $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ по соответствующим фазам нагрузки $\bar{Z}_a, \bar{Z}_b, \bar{Z}_c$ протекают фазные токи $\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$, условное направление которых показано на рис. 3.3.

Фазные токи нагрузки могут быть определены на основании закона Ома:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\bar{Z}_a}; \quad (3.16)$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\bar{Z}_b}; \quad (3.17)$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\bar{Z}_c}. \quad (3.18)$$

Запишем уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов **a, b, c** соответственно

$$\dot{I}_A = \dot{I}_a; \quad (3.19)$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_b; \quad (3.20)$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_c. \quad (3.21)$$

На основании (3.19)-(3.21) можем записать

$$I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}. \quad (3.22)$$

Выше было показано, что трехфазные источники, как правило, являются симметричными. При этом нагрузка трехфазного источника может быть симметричной или несимметричной.

Нагрузка является *симметричной* при выполнении условия

$$\bar{Z}_a = \bar{Z}_b = \bar{Z}_c. \quad (3.23)$$

Для симметричной нагрузки справедливыми являются соотношения (3.13) и (3.22), а также равенства:

$$U_a = U_b = U_c = U_{\text{ф}}; \quad (3.24)$$

$$\dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c = 0. \quad (3.25)$$

Векторная диаграмма напряжений для симметричной нагрузки при соединении фаз «звездой» показана на рис. 3.4 а. Анализ диаграммы показывает, что нейтральная точка нагрузки n совпадает с нейтральной точкой источника N , а фазные напряжения нагрузки равны фазным напряжениям источника в соответствии с условием (3.14).

При *несимметричной* нагрузке

$$\bar{Z}_a \neq \bar{Z}_b \neq \bar{Z}_c, \quad (3.26)$$

поэтому нарушается соотношение (3.13), не выполняется равенство (3.24), а сумма комплексов фазных напряжений по (3.25) дает число, отличное от нуля. В результате нейтральная точка нагрузки n смещается относительно нейтральной точки источника N в сторону той фазы, по которой протекает наибольший

ток, а между нейтральными точками нагрузки и источника появляется напряжение смещения нейтрали U_{nN} :

$$\dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c = \dot{U}_{nN}. \quad (3.27)$$

Это приводит к перекосу фазных напряжений нагрузки. В таких случаях говорят, что нарушается *симметрия* фазных напряжений нагрузки.

Фазные напряжения источника и фазные напряжения нагрузки будут связаны следующими соотношениями:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}; \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}. \quad (3.28)$$

Векторная диаграмма напряжений для несимметричной нагрузки при соединении фаз «звездой» показана на рис. 3.4 б.

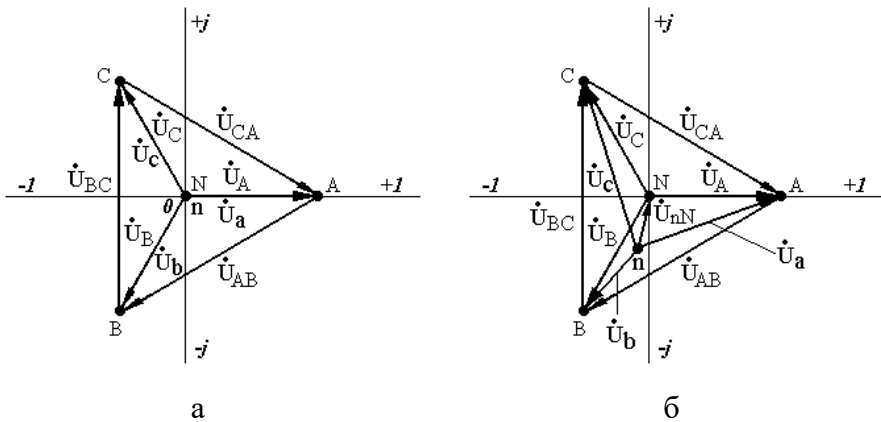


Рис. 3.4

Векторная диаграмма для трехфазных цепей также может быть выполнена совмещенной, то есть на одной комплексной плоскости откладывают векторы фазных токов и напряжений. Если нагрузка соединена «звездой», то векторы фазных токов

откладывают из точки n независимо от условий нагружения (симметричная или несимметричная нагрузка), учитывая угол сдвига φ_ϕ между током и напряжением соответствующей фазы. Значение угла φ_ϕ зависит от характера сопротивления данной фазы и определяется по формуле (1.26). В остальном методика построения векторных диаграмм не отличается от методики, описанной в разд. 1.8, справедливыми являются также рекомендации табл. 1.1.

Следует отметить, что для *трехфазной трехпроводной цепи* независимо от условий нагружения справедливо следующее выражение

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0. \quad (3.29)$$

3.3. Трехфазные четырехпроводные цепи при соединении фаз нагрузки «звездой»

Недостатком трехфазных трехпроводных цепей является нарушение симметрии фазных напряжений при несимметричной нагрузке.

От этого недостатка свободны *трехфазные четырехпроводные цепи*.

На рис. 3.5 показана схема трехфазной четырехпроводной цепи при соединении нагрузки «звездой». Отличительной особенностью данной цепи является наличие четвертого – *нейтрального* провода, соединяющего нейтральные точки нагрузки и источника.

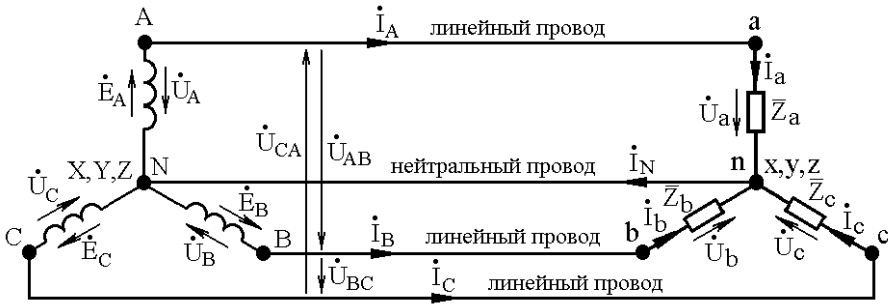


Рис. 3.5

Для схемы, представленной на рис. 3.5, независимо от условий нагружения справедливы соотношения: (3.13), (3.22), (3.24) и (3.25).

На основании первого закона Кирхгофа для узла n можем записать

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c. \quad (3.30)$$

В случае симметричной нагрузки токи фаз будут равны по величине и сдвинуты по фазе на угол 120° . Тогда на основании (3.29) и (3.30) получим:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0. \quad (3.31)$$

Очевидно, что в данном случае нейтральный провод никак себя не проявляет, поскольку ток в нем отсутствует.

В случае несимметричной нагрузки токи фаз будут отличаться по величине, кроме того, изменится угол сдвига фаз между током и напряжением. Тогда на основании (3.30) получим:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \neq 0. \quad (3.32)$$

Сопоставив (3.31) и (3.32), можем сделать вывод: наличие нейтрального провода, по которому протекает ток I_N , позволяет обеспечить несимметричную трехфазную нагрузку симметричным питанием.

3.4. Трехфазные электрические цепи при соединении фаз нагрузки «треугольником»

Схема *трехфазной трехпроводной цепи* при соединении нагрузки «треугольником» показана на рис. 3.6.

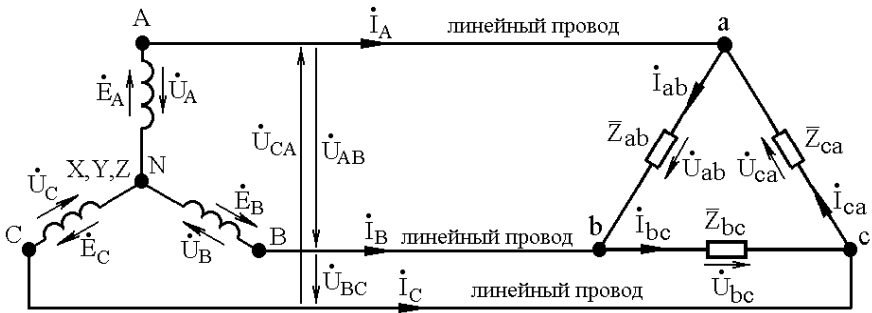


Рис. 3.6

При соединении нагрузки «треугольником» конец первой фазы *x* соединяется с началом второй фазы *b*, конец второй фазы *y* - с началом третьей фазы *c*, конец третьей фазы *z* - с началом первой фазы *a*.

Фазы нагрузки на рис. 3.6 показаны в виде комплексных сопротивлений \bar{Z}_{ab} , \bar{Z}_{bc} , \bar{Z}_{ca} . Нагрузка подключается к источнику с

помощью *линейных* проводов, по которым протекают *линейные токи* $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$.

Пренебрегая сопротивлением линейных проводов, считаем, что к фазам нагрузки приложены напряжения, равные *линейным напряжениям* источника

$$U_{AB} = U_{ab}; U_{BC} = U_{bc}; U_{CA} = U_{ca}. \quad (3.33)$$

Под действием напряжений $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ по соответствующим фазам нагрузки $\bar{Z}_{ab}, \bar{Z}_{bc}, \bar{Z}_{ca}$ протекают фазные токи $\dot{I}_{ab}, \dot{I}_{bc}, \dot{I}_{ca}$, условное направление которых указано на рис. 3.6.

Фазные токи нагрузки могут быть определены на основании закона Ома:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\bar{Z}_{ab}}; \quad (3.34)$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\bar{Z}_{bc}}; \quad (3.35)$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\bar{Z}_{ca}}. \quad (3.36)$$

Запишем уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов a, b, c соответственно:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \quad (3.37)$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \quad (3.38)$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}. \quad (3.39)$$

Для соединения нагрузки «треугольником» справедливо соотношение

$$U_{\pi} = U_{\phi}. \quad (3.40)$$

При симметричной нагрузке справедливыми являются следующие соотношения:

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca}; \quad (3.41)$$

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{\phi}; \quad (3.42)$$

$$I_A = I_B = I_C = I_{\pi}; \quad (3.43)$$

$$I_{\pi} = \sqrt{3}I_{\phi}. \quad (3.44)$$

В рассмотренных выше примерах фазы источника были соединены «звездой», однако возможно также соединение фаз источника «треугольником». При этом *конец первой фазы X соединяется с началом второй фазы B, конец второй фазы Y - с началом третьей фазы C, конец третьей фазы Z - с началом первой фазы A.*

3.5. Активная, реактивная и полная мощности трехфазной цепи

Полную комплексную мощность одной фазы трехфазной цепи можно определить, умножив комплекс фазного напряжения на сопряженный комплекс тока этой фазы:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\phi} &= \dot{U}_{\phi} I_{\phi}^* = U_{\phi} I_{\phi} e^{j\varphi_{\phi}} = \\ &= U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} \pm j U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = P_{\phi} \pm j Q_{\phi} \end{aligned} \quad (3.45)$$

где I_{ϕ}^* - комплексный ток, сопряженный комплексному току фазы.

Формула (3.45) справедлива как для соединения фаз нагрузки «звездой», так и для соединения «треугольником», независимо от условий нагружения.

При этом активная мощность P_{ϕ} является действительной частью полной комплексной мощности S_{ϕ} , а реактивная мощность Q_{ϕ} - ее мнимой частью, которые обозначаются соответственно:

$$P_{\phi} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{\phi} I_{\phi}^*); \quad (3.46)$$

$$Q_{\phi} = \operatorname{Im}(\dot{U}_{\phi} I_{\phi}^*). \quad (3.47)$$

В (3.45) знак перед jQ_{ϕ} определяется характером сопротивления данной фазы и зависит от угла ϕ_{ϕ} , величину которого можно определить по формуле (1.26). Очевидно, что знак «плюс» перед jQ_{ϕ} ставится, если $\phi_{\phi} > 0^{\circ}$, что возможно при выполнении условия $X_L > X_C$; и знак «минус» - если $\phi_{\phi} < 0^{\circ}$, что возможно при выполнении условия $X_L < X_C$.

При симметричной нагрузке активная, реактивная и полная мощности трехфазной цепи могут быть определены по следующим формулам:

$$P = 3P_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos\phi_{\phi} = 3R_{\phi} I_{\phi}^2 = \sqrt{3}U_{л} I_{л} \cos\phi_{\phi}; \quad (3.48)$$

$$Q = 3Q_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin\phi_{\phi} = 3X_{\phi} I_{\phi}^2 = \sqrt{3}U_{л} I_{л} \sin\phi_{\phi}; \quad (3.49)$$

$$S = 3S_{\phi} = 3U_{\phi} I_{\phi} = 3Z_{\phi} I_{\phi}^2 = \sqrt{3}U_{л} I_{л}. \quad (3.50)$$

Причем

$$\cos \varphi_\phi = \frac{R_\phi}{Z_\phi}; \quad (3.51)$$

$$\sin \varphi_\phi = \frac{X_\phi}{Z_\phi}. \quad (3.52)$$

3.6. Измерение активной мощности в трехфазных цепях

Для измерения активной мощности в трехфазной четырехпроводной цепи (соединение фаз нагрузки «звездой» с нейтральным проводом) при несимметричной нагрузке измерение активной мощности производят тремя ваттметрами по схеме рис. 3.7.

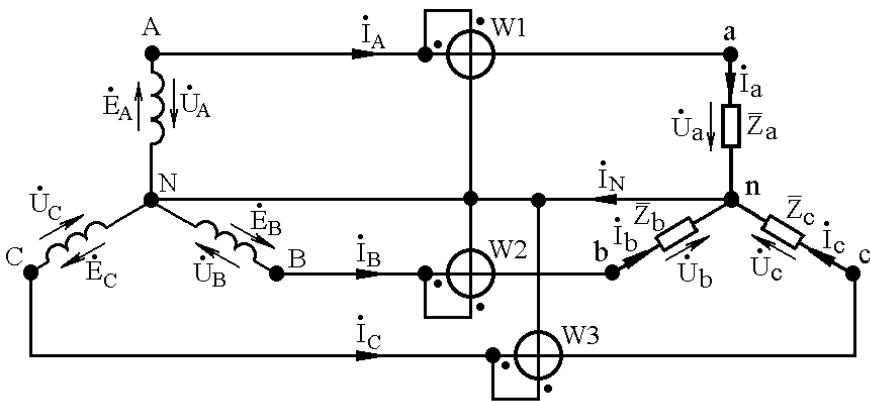


Рис. 3.7

Рассмотрим включение ваттметров $W1-W3$ (см. рис. 3.7). Начала обмоток ваттметров обозначены точками. Токовая обмотка ваттметра $W1$ включена в цепь линейного провода Aa , по ней протекает линейный ток I_A ; обмотка напряжения ваттметра $W1$ включена между линейным проводом Aa и нейтральным проводом Nn , к ней приложено фазное напряжение U_A . Тогда мощность, измеряемую ваттметром $W1$, можем определить следующим образом:

$$P_1 = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_A I_A^* \right), \text{ Вт.} \quad (3.53)$$

Аналогично для ваттметров $W2$ и $W3$:

$$P_2 = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_b I_B^* \right), \text{ Вт;} \quad (3.54)$$

$$P_3 = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_c I_C^* \right), \text{ Вт.} \quad (3.55)$$

В данном случае активная мощность трехфазной четырехпроводной цепи равна сумме активных мощностей P_1, P_2 и P_3 .

В трехфазной трехпроводной цепи при несимметричной нагрузке измерение активной мощности производят *методом двух ваттметров* по схеме, представленной на рис. 3.8.

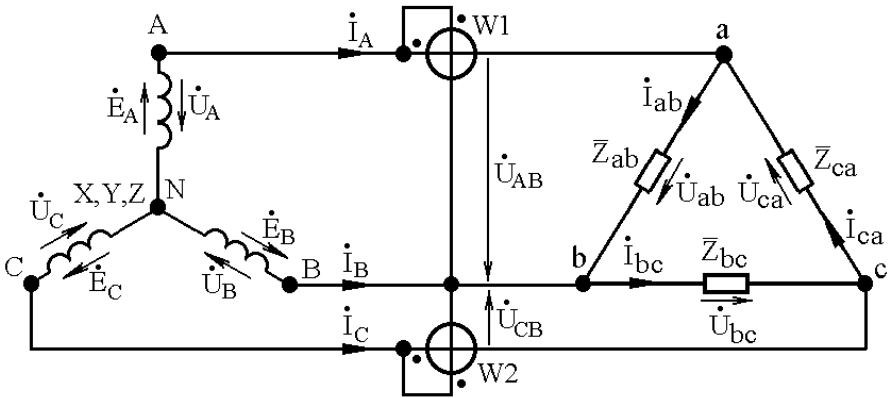


Рис. 3.8

Рассмотрим включение ваттметров $W1$ и $W2$ на рис. 3.8. Токовая обмотка ваттметра $W1$ включена в цепь линейного провода Aa , по ней протекает линейный ток I_A ; обмотка напряжения ваттметра $W1$ включена между линейными проводами Aa и Bb , к ней приложено линейное напряжение U_{AB} . Тогда мощность, измеряемую ваттметром $W1$, можем определить следующим образом:

$$P_1 = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_{AB} I_A^* \right), \text{ Вт.} \quad (3.56)$$

Токовая обмотка ваттметра $W2$ включена в цепь линейного провода Cc , по ней протекает линейный ток I_C ; обмотка напряжения ваттметра $W2$ включена между линейными проводами Cc и Bb , к ней приложено напряжение U_{CB} , равное по величине и направленное противоположно линейному напряжению U_{BC} . Тогда мощность, измеряемую ваттметром $W2$, можем определить следующим образом:

$$P_2 = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_{CB} I_C^* \right) = \operatorname{Re} \left(-\dot{U}_{BC} I_C^* \right), \text{ Вт.} \quad (3.57)$$

Активная мощность трехфазной трехпроводной цепи по методу двух ваттметров равна сумме активных мощностей P_1 и P_2 .

На рис. 3.8 показано, что нагрузка соединена «треугольником», однако данный метод может быть применен и при соединении нагрузки «звездой» без нейтрального провода.

При симметричной нагрузке фаз достаточно измерить мощность одной из фаз и результат утроить.

4. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

4.1. Условие расчетного задания №2. Варианты задания

Выполнить преобразование трехфазной электрической цепи, схема которой представлена на рис. 4.1, для соединения в «звезду» и в «треугольник», учитывая, что нагрузкой фаз являются элементы (комбинация элементов), представленные для соответствующих вариантов задания в табл. 4.1. Параметры источника и элементов нагрузки даны в табл. 4.2.

Определить показания приборов, изображенных на рис. 4.1. По результатам расчета построить для каждого потребителя совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

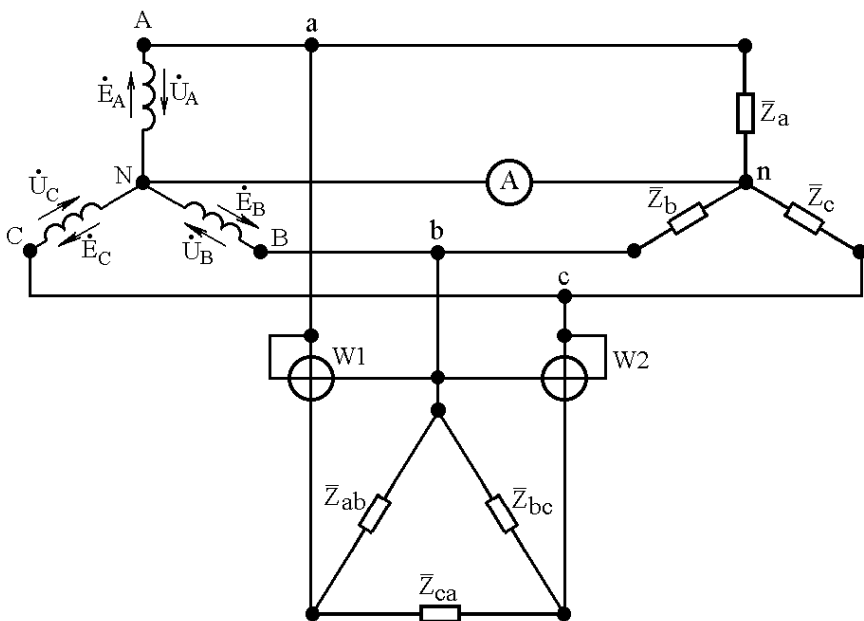


Рис. 4.1

К трехфазному источнику, фазы которого соединены по схеме «звезда», подключены два потребителя: фазы первого соединены по схеме «звезда», фазы второго – по схеме «треугольник». На выходах трехфазного источника (см. рис. 4.1) действуют три линейных напряжения $U_{\text{Л}}$, изменяющиеся с частотой f . Показанные на рис. 4.1 приборы измеряют следующие электрические величины: амперметр – силу тока в нейтральном проводе для потребителя, фазы которого соединены по схеме «звезда»; ваттметры $W1$ и $W2$ – активную мощность потребителя, фазы которого соединены по схеме «треугольник».

Таблица 4.1




Задание	R , Ом	L , мГн	C , мкФ	U_L , В	f , Гц
					
$D1$	20	15,9	318	220	50
$D2$	30	95,6	212	127	50
$D3$	10	63,7	318	150	50
$D4$	20	63,7	318	200	50
$D5$	30	15,9	318	100	50
$D6$	10	96,5	218	220	50
$D7$	10	31,8	159	127	50
$D8$	20	31,8	159	150	50
$D9$	30	47,8	100	100	50
$D10$	10	63,8	318	220	50
$D11$	30	31,8	159	127	50
$D12$	20	31,8	637	250	50
$D13$	10	79,5	79,5	220	50
$D14$	20	95,6	79,5	127	50
$D15$	30	63,8	53	100	50
$D16$	40	127,3	159	200	50
$D17$	40	15,9	318	250	50
$D18$	10	95,6	159	220	50
$D19$	10	63,7	212	150	50
$D20$	20	79,5	106	250	50
$D21$	30	96,5	318	150	50
$D22$	10	15,9	318	200	50
$D23$	20	31,8	218	220	50
$D24$	10	48,8	106	127	50
$D25$	20	63,7	318	150	50
$D26$	30	15,9	318	100	50
$D27$	10	63,7	159	250	50
$D28$	40	187,3	159	220	50
$D29$	10	95,6	159	150	50
$D30$	20	95,6	79,5	100	50
$D31$	8	112	65	127	50
$D32$	20	60	130	220	50
$D33$	10	30	110	250	50

Таблица 4.2

Вариант	Z_a, Z_{ab}	Z_b, Z_{bc}	Z_c, Z_{ca}
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
31			
32			
33			

Примечание: задание выдается каждому студенту индиви-

дуально в виде двух чисел, записанных через тире, например D24-1. При этом первое число обозначает номер задания (см. табл. 4.1), а второе – номер варианта (см. табл. 4.2).

4.2. Пример решения расчетного задания №2

Выполнить преобразование трехфазной электрической цепи, схема которой представлена на рис. 4.1, для соединения в «звезду» и в «треугольник», учитывая, что нагрузкой фаз являются элементы (комбинация элементов), представленные на рис. 4.2. Известными являются следующие параметры: активное сопротивление ($R = 10 \text{ Ом}$), индуктивность ($L = 79,5 \text{ мГн}$), емкость ($C = 79,5 \text{ мкФ}$), частота ($f = 50 \text{ Гц}$) и линейное напряжение ($U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$).

Требуется определить показания приборов, изображенных на рис. 4.1, а именно: ток в нейтральном проводе для приемника, фазы которого соединены «звездой»; активную мощность по методу двух ваттметров для приемника, фазы которого соединены «треугольником». Построить совмещенную векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости для каждого из потребителей.

Прежде чем приступить к решению, проведем анализ условий задачи. Очевидно, что для потребителя, фазы которого соединены в «звезду», ток в нейтральном проводе можно определить после того, как будут найдены фазные токи; а для потребителя, фазы которого соединены в «треугольник», активную мощность по методу двух ваттметров можно рассчитать, если известны фазные напряжения и линейные токи. Расчет линейных токов, в свою очередь, производится на основании значений фазных токов.

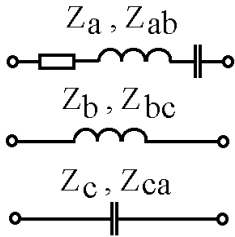


Рис. 4.2

Дано:

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 79,5 \text{ мГн} = 79,5 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$C = 79,5 \text{ мкФ} = 79,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$f = 50 \text{ Гц}$$

$$U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$$

Найти:

1) для соединения в «звезду» U_{ϕ} , I_{ϕ} , I_N , S ;

2) для соединения в «треугольник» U_{ϕ} , I_{ϕ} , $I_{\text{л}}$, P .

Решение:

Определяем параметры источника

1. Для трехфазного симметричного источника, соединенного в «звезду», действующие значения фазных напряжений можем записать, учитывая следующее соотношение

$$U_A = U_B = U_C = U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}}. \quad (4.1)$$

Условимся, что вектор фазного напряжения \dot{U}_A источника совпадает с действительной осью комплексной плоскости. Тогда с учетом соотношения (4.1) можем записать комплексные фазные напряжения источника:

$$\dot{U}_A = 220e^{j0^\circ} = 220 \text{ В}; \quad (4.2)$$

$$\dot{U}_B = 220e^{-j120^\circ} = 220(\cos(-120^\circ) + j\sin(-120^\circ)) = -110 - j190 \text{ В}; \quad (4.3)$$

$$\dot{U}_C = 220e^{-j240^\circ} = 220(\cos(-240^\circ) + j\sin(-240^\circ)) = -110 + j190 \text{ В.} \quad (4.4)$$

2. Определяем комплексные линейные напряжения источника на основании второго закона Кирхгофа, учитывая (3.6)-(3.8):

$$\dot{U}_{AB} = 220 + 110 + j190 = 330 + j190 = 380e^{j30^\circ} \text{ В;} \quad (4.5)$$

$$\dot{U}_{BC} = -110 - j190 + 110 - j190 = -j380 = 380e^{-j90^\circ} \text{ В;} \quad (4.6)$$

$$\dot{U}_{CA} = -110 + j190 - 220 = -330 + j190 = 380e^{-j210^\circ} \text{ В.} \quad (4.7)$$

Определяем параметры нагрузки

3. Определяем реактивные сопротивления: индуктивное X_L - по формуле (1.19) и емкостное X_C - по формуле (1.20):

$$X_L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 79,5 \cdot 10^{-3} = 25 \text{ Ом;} \quad (4.8)$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 79,5 \cdot 10^{-6}} = 40 \text{ Ом.} \quad (4.9)$$

4. Определяем полные комплексные сопротивления фаз по формуле (1.21). Из рис. 4.2 видно, что фазы нагрузки Z_a, Z_b, Z_c , соединенные «звездой», и фазы нагрузки Z_{ab}, Z_{bc}, Z_{ca} , соединенные «треугольником», образованы одинаковыми элементами. Это позволяет записать

$$\bar{Z}_a = \bar{Z}_{ab} = 10 + j25 - j40 = (10 - j15) \text{ Ом;} \quad (4.10)$$

$$\bar{Z}_b = \bar{Z}_{bc} = j25 \text{ Ом;} \quad (4.11)$$

$$\bar{Z}_c = \bar{Z}_{ca} = -j40 \text{ Ом.} \quad (4.12)$$

5. Определяем полные сопротивления фаз по формуле

$$Z_{\phi} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \text{ Ом.} \quad (4.13)$$

Тогда

$$Z_a = Z_{ab} = \sqrt{10^2 + (25 - 40)^2} = \sqrt{10^2 + (-15)^2} = 18 \text{ Ом}; \quad (4.14)$$

$$Z_b = Z_{bc} = \sqrt{25^2} = 25 \text{ Ом}; \quad (4.15)$$

$$Z_c = Z_{ca} = \sqrt{40^2} = 40 \text{ Ом}. \quad (4.16)$$

6. Определяем угол сдвига между током и напряжением для соответствующих фаз нагрузки по формуле (1.26):

$$\varphi_a = \varphi_{ab} = \arctg \frac{25 - 40}{10} = -56^{\circ}18'; \quad (4.17)$$

$$\varphi_b = \varphi_{bc} = \arctg \frac{25}{0} = \arctg(+\infty) = 90^{\circ}; \quad (4.18)$$

$$\varphi_c = \varphi_{ca} = \arctg \frac{-40}{0} = \arctg(-\infty) = -90^{\circ}. \quad (4.19)$$

Результаты расчета углов сдвига между током и напряжением для соответствующих фаз нагрузки не противоречат данным табл. 1.1.

7. Полное комплексное сопротивление фазы в тригонометрической форме имеет вид

$$\bar{Z}_{\phi} = Z_{\phi} e^{j\varphi_{\phi}}, \text{ Ом.} \quad (4.20)$$

Тогда с учетом результатов п.5 и п.6 получим:

$$\bar{Z}_a = \bar{Z}_{ab} = 18e^{-j56^\circ 18'} \text{ Ом}; \quad (4.21)$$

$$\bar{Z}_b = \bar{Z}_{bc} = 25e^{j90^\circ} \text{ Ом}; \quad (4.22)$$

$$\bar{Z}_c = \bar{Z}_{ca} = 40e^{-j90^\circ} \text{ Ом}. \quad (4.23)$$

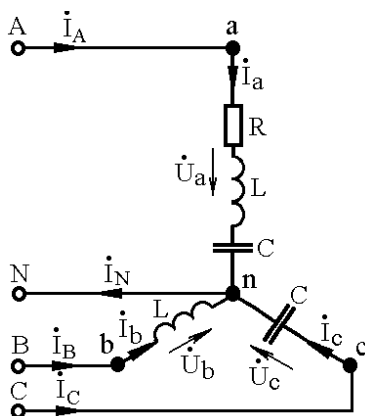


Рис. 4.3

Определяем напряжения, токи и полные комплексные мощности фаз для нагрузки, соединенной в «звезду»

8. Выполняем преобразование трехфазной электрической цепи (см. рис. 4.1) для соединения нагрузки «звездой», учитывая, что в соответствующие фазы нагрузки включены элементы, представленные на рис. 4.2. Полученный после преобразования участок трехфазной цепи показан на рис. 4.3. На этом же рисунке показаны условные направления токов и напряжений.

9. Пренебрегая сопротивлением линейных проводов, условимся, что к фазам нагрузки приложены напряжения, равные фазным напряжениям источника.

Тогда в соответствии с (3.14) можем записать:

$$\dot{U}_a = 220e^{j0^\circ} = 220 \text{ В}; \quad (4.24)$$

$$\dot{U}_b = 220e^{-j120^\circ} = 220(\cos(-120^\circ) + j\sin(-120^\circ)) = -110 - j190 \text{ В}; \quad (4.25)$$

$$\dot{U}_c = 220e^{-j240^\circ} = 220(\cos(-240^\circ) + j\sin(-240^\circ)) = -110 + j190 \text{ В}. \quad (4.26)$$

10. На основании закона Ома в соответствии с выражениями (3.16)-(3.18) определяем комплексы действующих значений фазных токов:

$$\dot{i}_a = \frac{220e^{j0^\circ}}{18e^{-j56^\circ 18'}} = 12,22e^{j56^\circ 18'} = 6,78 + j10,16 \text{ А}; \quad (4.27)$$

$$\dot{i}_b = \frac{220e^{-j120^\circ}}{25e^{j90^\circ}} = 8,8e^{-j210^\circ} = -7,62 + j4,4 \text{ А}; \quad (4.28)$$

$$\dot{i}_c = \frac{220e^{-j240^\circ}}{40e^{-j90^\circ}} = 5,5e^{-j150^\circ} = -4,76 - j2,75 \text{ А}. \quad (4.29)$$

Запишем действующие значения фазных токов:

$$I_a = 12,22 \text{ А}; \quad (4.30)$$

$$I_b = 8,8 \text{ А}; \quad (4.31)$$

$$I_c = 5,5 \text{ А}. \quad (4.32)$$

11. На основании первого закона Кирхгофа для узла n в соответствии с выражением (3.30) определяем ток в нейтральном проводе:

$$\dot{I}_N = 6,78 + j10,16 - 7,62 + j4,4 - 4,76 - j2,75 = -5,6 + j11,81 \text{ А}. \quad (4.33)$$

Определяем действующее значение тока в нейтральном проводе

$$I_N = \sqrt{(-5,6)^2 + (11,81)^2} = 13,07 \text{ А}. \quad (4.34)$$

12. Совмещенная векторная диаграмма фазных токов и напряжений на комплексной плоскости показана на рис. 4.4. Масштабы: по току $M_I = 2 \text{ А/см}$; по напряжению $M_U = 50 \text{ В/см}$.

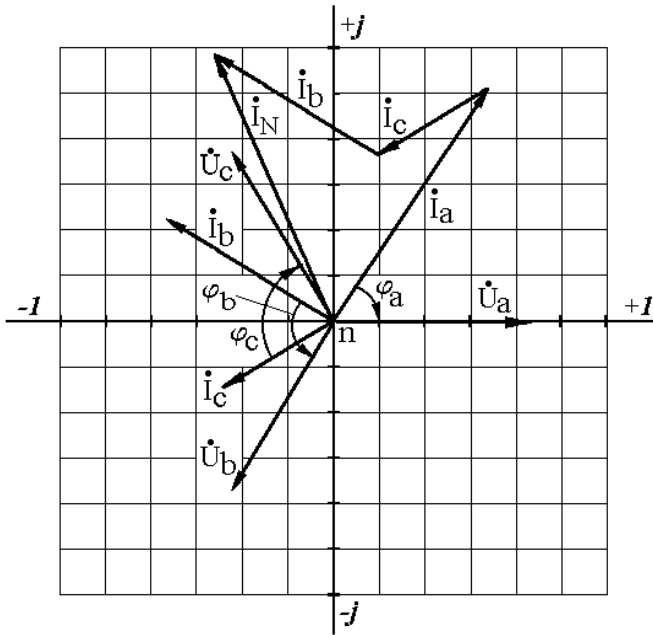


Рис. 4.4

Для нагрузки, фазы которой соединены в «звезду», существует еще один способ решения, основанный на использовании

действующих значений напряжений и токов. Рассмотрим методику решения данным способом.

Определяем действующие значения фазных напряжений нагрузки на основании (4.1) с учетом (3.14)

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.} \quad (4.35)$$

Определяем величины полных сопротивлений фаз в соответствии с (4.13):

$$Z_a = \sqrt{10^2 + (25 - 40)^2} = \sqrt{10^2 + (-15)^2} = 18 \text{ Ом}; \quad (4.36)$$

$$Z_b = \sqrt{25^2} = 25 \text{ Ом}; \quad (4.37)$$

$$Z_c = \sqrt{40^2} = 40 \text{ Ом.} \quad (4.38)$$

На основании закона Ома в соответствии с выражениями (3.16)-(3.18) определяем действующие значения фазных токов

$$I_a = \frac{220}{18} = 12,22 \text{ А}; \quad (4.39)$$

$$I_b = \frac{220}{25} = 8,8 \text{ А}; \quad (4.40)$$

$$I_c = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ А.} \quad (4.41)$$

При построении векторной диаграммы условимся, что вектор фазного напряжения \dot{U}_a нагрузки совпадает с действительной осью комплексной плоскости. Строим вектор фазного напряжения \dot{U}_b , отстающим от вектора \dot{U}_a на угол

120° , а вектор фазного напряжения \dot{U}_c - опережающим вектор \dot{U}_a на угол 120° .

Чтобы отложить векторы фазных токов, определим угол сдвига между током и напряжением для каждой фазы нагрузки по формуле (1.26):

$$\varphi_a = \arctg \frac{25 - 40}{10} = -56^\circ 18'; \quad (4.42)$$

$$\varphi_b = \arctg \frac{25}{0} = \arctg(+\infty) = 90^\circ; \quad (4.43)$$

$$\varphi_c = \arctg \frac{-40}{0} = \arctg(-\infty) = -90^\circ. \quad (4.44)$$

В соответствии с выражением (3.30) вектор тока в нейтральном проводе \dot{I}_N может быть определен как геометрическая сумма векторов фазных токов. Данный прием показан на векторной диаграмме (см. рис. 4.4). Чтобы определить действующее значение тока I_N с помощью векторной диаграммы, необходимо умножить длину вектора на масштаб тока.

Определяем напряжения, токи и активную мощность по методу двух ваттметров для нагрузки, фазы которой соединены «треугольником»

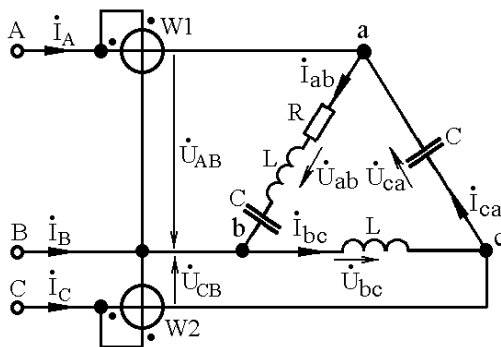


Рис. 4.5

13. Выполняем преобразование трехфазной электрической цепи (см. рис. 4.1) для соединения нагрузки «треугольником», учитывая, что в соответствующие фазы нагрузки включены элементы, представленные на рис. 4.2. Полученный после преобразования участок трехфазной цепи показан на рис. 4.5. На этом же рисунке показаны условные направления токов и напряжений.

14. Пренебрегая сопротивлением линейных проводов, условимся, что к фазам нагрузки приложены напряжения, равные фазным напряжениям источника. Тогда на основании (3.33) можем записать:

$$\dot{U}_{ab} = 380e^{j30^\circ} \text{ В}; \quad (4.45)$$

$$\dot{U}_{bc} = 380e^{-j90^\circ} \text{ В}; \quad (4.46)$$

$$\dot{U}_{ca} = 380e^{-j210^\circ} \text{ В}. \quad (4.47)$$

15. На основании закона Ома в соответствии с выражениями (3.34)-(3.36) определяем фазные токи:

$$\dot{i}_{ab} = \frac{380e^{j30^\circ}}{18e^{-j56^\circ 18'}} = 21,11e^{j86^\circ 18'} = 1,36 + j21,06 \text{ А}; \quad (4.48)$$

$$\dot{i}_{bc} = \frac{380e^{-j90^\circ}}{25e^{j90^\circ}} = 15,2e^{-j180^\circ} = -15,2 + j0 \text{ А}; \quad (4.49)$$

$$\dot{i}_{ca} = \frac{380e^{-j210^\circ}}{40e^{-j90^\circ}} = 9,5e^{-j120^\circ} = -4,75 - j8,22 \text{ А}. \quad (4.50)$$

16. На основании первого закона Кирхгофа в соответствии с выражениями (3.37)-(3.39) определяем линейные токи:

$$\dot{I}_A = 1,36 + j21,06 + 4,75 + j8,22 = 6,11 + j29,28 = 29,91e^{j78^\circ 12'} \text{ А}; \quad (4.51)$$

$$\dot{I}_B = -15,2 - 1,36 - j21,06 = -16,56 - j21,06 = 26,79e^{-j128^\circ 11'} \text{ А}; \quad (4.52)$$

$$\dot{I}_C = -4,75 - j8,22 + 15,2 = 10,45 - j8,22 = 13,29e^{-j38^\circ 11'} \text{ А}. \quad (4.53)$$

17. Согласно выражению (3.29) сумма токов в трехфазной трехпроводной цепи равна нулю. Проверим это:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 6,11 + j29,28 - 16,56 - j21,06 + 10,45 - j8,22 = 0. \quad (4.54)$$

Условие (3.29) выполняется, что свидетельствует о правильности расчета.

18. Определяем активную мощность по методу двух ваттметров (рис. 4.5). В соответствии со схемой включения ваттметров можем записать для ваттметра W1:

$$P_1 = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_{AB} \dot{I}_A^* \right), \text{ Вт}; \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} P_1 &= \operatorname{Re} \left(380e^{j30^\circ} \cdot 29,91e^{-j78^\circ 12'} \right) = \\ &= \operatorname{Re} \left(11365,8e^{-j48^\circ 12'} \right) = 7575,67 \text{ Вт} \end{aligned} \quad (4.56)$$

для ваттметра W2:

$$P_2 = \operatorname{Re} \left(\dot{U}_{CB} I_C^* \right) = \operatorname{Re} \left(-\dot{U}_{BC} I_C^* \right), \text{ Вт.} \quad (4.57)$$

Из рис. 4.5 и уравнения (4.57) видно, что комплексное напряжение \dot{U}_{CB} , по величине равно напряжению \dot{U}_{BC} и противоположно ему по направлению. Следовательно, \dot{U}_{CB} может быть получено разворотом вектора \dot{U}_{BC} на 180° . Тогда, учитывая (4.6), можем записать:

$$\dot{U}_{CB} = 380e^{j90^\circ} \text{ В}; \quad (4.58)$$

$$\begin{aligned} P_2 &= \operatorname{Re} \left(380e^{j90^\circ} \cdot 13,29e^{j38^\circ 11'} \right) = \\ &= \operatorname{Re} \left(5050,2e^{j128^\circ 11'} \right) = -3121,93 \text{ Вт} \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$P = P_1 + P_2, \text{ Вт}; \quad (4.60)$$

$$P = 7575,67 - 3121,93 = 4453,74 \text{ Вт}. \quad (4.61)$$

19. Совмещенная векторная диаграмма фазных токов и напряжений на комплексной плоскости показана на рис. 4.6. Масштабы: по току $M_I = 3 \text{ А/см}$; по напряжению $M_U = 50 \text{ В/см}$.

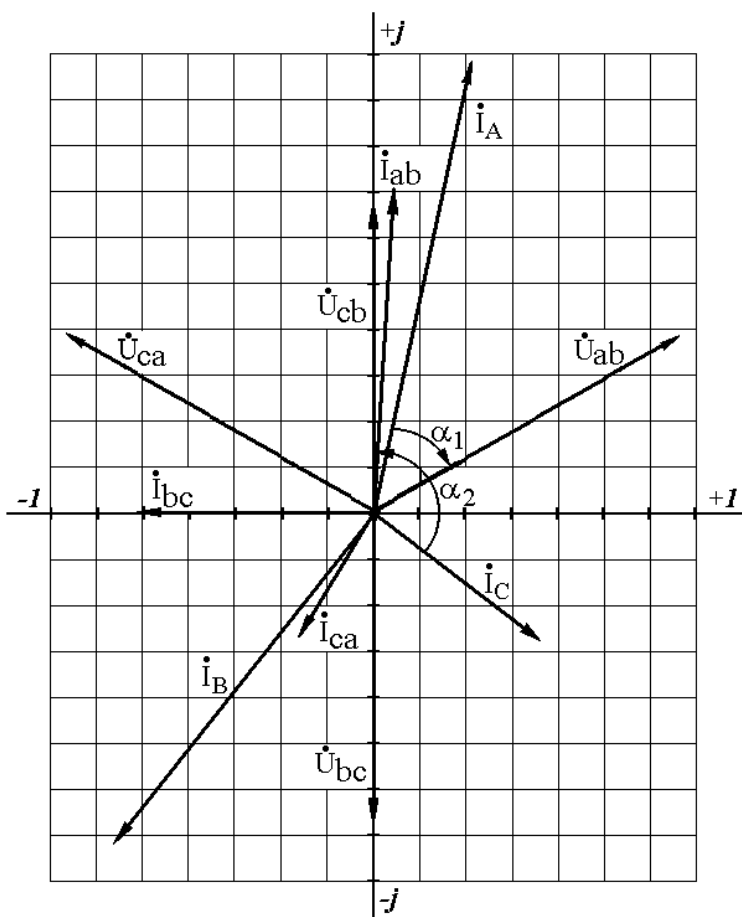


Рис. 4.6

Активную мощность по методу двух ваттметров (см. рис. 4.5) можно определить также с помощью векторной диаграммы по следующим формулам:

$$P_1 = U_{AB} I_A \cos \alpha_1; \quad (4.62)$$

$$P_2 = U_{CB} I_C \cos \alpha_2, \quad (4.63)$$

где α_1 - угол между векторами тока \dot{I}_A и напряжения \dot{U}_{AB} , α_2 - угол между векторами тока \dot{I}_C и напряжения \dot{U}_{CB} .

Для этого на векторной диаграмме необходимо отложить вектор напряжения \dot{U}_{CB} в соответствии с (4.58). Активную мощность, потребляемую от источника фазами «треугольника», определяем по (4.60).

$$P_1 = 380 \cdot 29,91 \cdot \cos(-48^\circ 12') = 7575,67 \text{ Вт}; \quad (4.64)$$

$$P_2 = 380 \cdot 13,29 \cdot \cos 128^\circ 11' = -3121,93 \text{ Вт}; \quad (4.65)$$

$$P = 7575,67 - 3121,93 = 4453,74 \text{ Вт}. \quad (4.66)$$

4.3. Примерный перечень контрольных вопросов при защите расчетного задания №2

1. Дайте определение трехфазного симметричного источника.
2. Что называют фазой трехфазной цепи?
3. Как нужно соединить начала и концы фаз трехфазного источника, чтобы получить соединение «звездой»?
4. Как нужно соединить начала и концы фаз трехфазного потребителя, чтобы получить соединение «звездой»?
5. Как нужно соединить начала и концы фаз трехфазного потребителя, чтобы получить соединение «треугольником»?
6. Что такое симметричная и несимметричная нагрузка трехфазной цепи?
7. В каком соотношении находятся фазные и линейные напряжения трехфазного симметричного потребителя, фазы которого соединены «звездой»?

8. В каком соотношении находятся фазные и линейные токи трехфазного симметричного потребителя, фазы которого соединены «звездой»?

9. Объясните методику расчета для потребителя, фазы которого соединены «звездой»?

10. Объясните методику построения векторной диаграммы для потребителя, фазы которого соединены «звездой»?

11. Объясните роль нейтрального провода при симметричной и несимметричной нагрузках.

12. В каком соотношении находятся фазные и линейные напряжения трехфазного симметричного потребителя, фазы которого соединены «треугольником»?

13. В каком соотношении находятся фазные и линейные токи трехфазного симметричного потребителя, фазы которого соединены «треугольником»?

14. Объясните методику расчета для потребителя, фазы которого соединены «треугольником»?

15. Объясните методику построения векторной диаграммы для потребителя, фазы которого соединены «треугольником»?

16. Как измеряют активную мощность в трехфазных цепях?

Библиографический список к третьему и четвертому разделам

1. *Касаткин А.С., Немцов М.В.* Электротехника: Учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 2000. С. 104-123.

2. *Рекус Г.Г., Белоусов А.И.* Сборник задач по электротехнике и основам электроники. М.: Высш. школа, 1991. С. 211-231.

5. ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ УКАЗАНИЯ. ОФОРМЛЕНИЕ И ЗАЩИТА РАСЧЕТНЫХ ЗАДАНИЙ

Руководство выполнением расчетных заданий осуществляет лектор потока или преподаватель, ведущий практические и лабораторные занятия в каждой учебной подгруппе. Расчетные задания выдаются по мере изучения тем курса, при этом каждому студенту указывается номер одного из вариантов, приведенных в табл. 2.1 и табл. 2.2 для расчетного задания №1 или в табл. 4.1 и табл. 4.2 для расчетного задания №2. Срок выполнения расчетных заданий определяет руководитель.

Для своевременного и качественного выполнения расчетных заданий студенты обязаны посещать консультации по самостоятельной работе, предусмотренные учебным расписанием, и могут использовать часы консультаций, проводимых лектором.

Оформлять расчетные задания следует на двойных тетрадных листах. Первым листом расчетного задания является титульный лист, образец оформления которого представлен в Приложении. Векторные диаграммы могут быть выполнены на миллиметровой бумаге.

К защите расчетного задания студент должен представить полностью заверченный и оформленный расчет с пояснением используемых формул и проводимых преобразований, содержащий исходные данные, схемы и совмещенные векторные диаграммы с указанием масштабов.

Выполненное и оформленное расчетное задание сдается на проверку руководителю. После проверки производится защита расчетных заданий, проводимая в форме собеседования. По результатам собеседования (с учетом срока сдачи расчетного задания на проверку) студенту выставляется оценка, которая фиксируется в журнале учебной группы и учитывается при подсчете рейтинга.

Приложение

ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА

*Казанский государственный технологический университет
Кафедра
электротехники и электропривода*

***РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО
ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ***

*Расчетное задание №1 по курсу
Электротехника*

Вариант №19

*Выполнил студент гр. 89-22
Принял*

*Д.А. Богатырев
доц. Ю.Г. Соколов*

2011

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Расчет электрических цепей синусоидального переменного тока методом комплексных чисел	3
1.1. Понятие о комплексных числах. Комплексная плоскость	3
1.2. Формы записи комплексных чисел	4
1.3. Действия над комплексными числами	5
1.4. Способы изображения синусоидальных функций времени	6
1.5. Метод комплексных чисел. Законы электрических цепей в комплексной форме	8
1.6. Понятие о полном комплексном сопротивлении	9
1.7. Угол сдвига фаз. Векторная диаграмма	10
1.8. Полная комплексная мощность	15
2. Расчет разветвленной цепи переменного тока методом комплексных чисел	17
2.1. Условие расчетного задания №1. Варианты заданий	17
2.2. Пример решения расчетного задания №1. Методика расчета. Алгоритмы решения	20
2.3. Примерный перечень контрольных вопросов при защите расчетного задания №1	28
Библиографический список к первому и второму разделам	29
3. Трехфазные электрические цепи	30
3.1. Трехфазная система питания потребителей электроэнергии. Расширение понятия «фаза». Расчет трехфазных цепей	30
3.2. Трехфазные трехпроводные цепи при соединении фаз нагрузки «звездой»	33
3.3. Трехфазные четырехпроводные цепи при соединении фаз нагрузки «звездой»	36

3.4. Трехфазные электрические цепи при соединении фаз нагрузки «треугольником»	38
3.5. Активная, реактивная и полная мощности трехфазной цепи	40
3.6. Измерение активной мощности в трехфазных цепях	41
4. Расчет трехфазных цепей методом комплексных чисел	44
4.1. Условие расчетного задания №2. Варианты задания	44
4.2. Пример решения расчетного задания №2	47
4.3. Примерный перечень контрольных вопросов при защите расчетного задания №2	58
Библиографический список к третьему и четвертому разделам	59
5. Организационные указания. Оформление и защита расчетных заданий	60
Приложение. Образец оформления титульного листа	61

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

*Макаров Валерий Геннадьевич
Цвенгер Игорь Геннадьевич
Запускалова Татьяна Александровна
Желонкин Антон Владиславович*

Редактор Л. Г. Шевчук
Корректор Ю. Е. Стрыхарь

Лицензия № 020404 от 6.03.97 г.

Подписано в печать 5.09.2001		Формат
60x84 1/16		
Бумага писчая	Печать <i>RISO</i>	3,72
усл. печ. л.		
4,0 уч. изд.л.	Тираж 100 экз.	Заказ
241 «С» 165		

Издательство Казанского государственного
технологического университета
Офсетная лаборатория Казанского государственного
технологического университета
420015, Казань, К. Маркса, 68