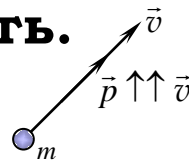


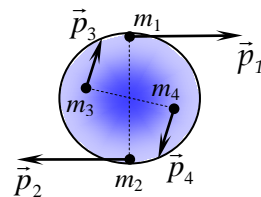
III. Законы сохранения. Работа и мощность.

- Импульс материальной точки** $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ m - масса материальной точки, \vec{v} - скорость этой материальной точки.
- Импульс системы материальных точек** равен векторной сумме импульсов всех точек, входящих в эту систему.



$$\vec{p}_{\text{сист}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n$$

Пример: импульс однородного диска, вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр, — $\vec{p}_{\text{диск}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 + \dots + \vec{p}_n = 0$.



3. Теорема об изменении импульса материальной точки.

$$\Delta \vec{p} = \sum \vec{F} \cdot \Delta t$$

$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ - изменение импульса материальной точки.
 $\sum \vec{F}$ - сумма всех сил, действующих на материальную точку.

$$\sum \vec{F} = \text{const}$$

Δt - время действия сил.

$\vec{F} \cdot \Delta t$ - импульс силы.

Выводится из II закона Ньютона: $m\vec{a} = \sum \vec{F}$. Если $\sum \vec{F} = \text{const}$, то $\vec{a} = \text{const}$ и

$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$. Подставив в уравнение \uparrow и, домножив обе части на Δt , получим ...

4. Теорема об изменении импульса системы материальных точек.

Из п. 2: $\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 + \dots + \Delta \vec{p}_n = \sum \vec{F} \Delta t$; $\sum \vec{F}$ — сумма всех сил, действующих на все мат. точки системы,

Из п. 3: $\Delta \vec{p}_1 = \sum \vec{F}_1 \Delta t$, $\Delta \vec{p}_2 = \sum \vec{F}_2 \Delta t$, ... $\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + \sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} + 0$

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$ — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы, $\sum \vec{F}_{\text{внутр}}$ — сумма внутренних сил, действующих на все мат. точки системы,

$\sum \vec{F}_{\text{внутр}} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \dots + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \dots + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \dots = 0$ — по III закону Ньютона $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$, $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31} = 0$, ...

$$\Delta \vec{p}_{\text{сист}} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}} \cdot \Delta t$$

$\sum \vec{F}_{\text{внеш}}$ — сумма внешних сил, действующих на все мат. точки системы;

Δt — время, в течение которого действовали силы;

$\Delta \vec{p}_{\text{сист}}$ — изменение импульса системы материальных точек за время Δt .

5. Закон сохранения импульса.

$$\vec{p}'_{\text{сист}} = \vec{p}''_{\text{сист}}$$

Если, 1) $\sum \vec{F}_{\text{внеш}} = 0$,

2) $\Delta t \approx 0$ - при быстрых взаимодействиях (взрывах, выстрелах, соударениях), если внешние силы не возрастают до больших значений и остаются малы по сравнению с внутренними силами.

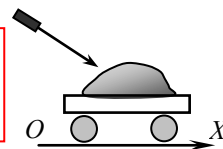
Импульс системы материальных точек сохраняется, если

- Сумма внешних сил, действующих на эту систему, равна нулю.
- Время действия внешних сил мало и их величина незначительна по сравнению с внутренними силами, которые меняют импульсы отдельных частей системы (выстрелы, взрывы, соударения).

3. Кроме того,

сохраняется проекция импульса на ту координатную ось, к которой перпендикулярна сумма внешних сил.

$$p'_{\text{сист}_x} = p''_{\text{сист}_x}, \text{ если } \sum \vec{F}_{\text{внеш}} \perp OX$$



6. Работа силы.

Единица измерения работы в СИ:

1 Дж = 1 Н·м

$A > 0$, если α — острый угол.

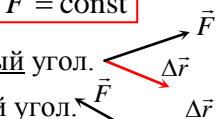
$A < 0$, если α — тупой угол.

$A = 0$, если $\alpha = 90^\circ$.

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

$A_{\vec{F}}$ — работа силы \vec{F}

$$\vec{F} = \text{const}$$



начальное и конечное положения точки

$\Delta \vec{r}$ — перемещение материальной точки, на которую действует сила \vec{F} .

α — угол между силой \vec{F} и перемещением $\Delta \vec{r}$.

Чтобы найти работу непостоянной силы над точкой, которая движется по произвольной траектории, надо мысленно разбить движение на такие малые перемещения $d\vec{r}_1, d\vec{r}_2, \dots$, чтобы на каждом из них с достаточной точностью можно было бы считать движение прямолинейным, а силу постоянной.

Тогда $A = \vec{F}_1 d\vec{r}_1 + \vec{F}_2 d\vec{r}_2 + \dots$. Например, если $F = \text{const}$ и $\angle(\vec{F}; \vec{v}) = \alpha = \text{const}$, то

$$F_s = F \cdot \cos \alpha - \text{проекция силы на направление вектора скорости. } A = F \cdot s \cdot \cos \alpha = F_s \cdot s, \text{ где } s - \text{путь}$$



7. Мощность.

Единица измерения мощности в СИ
 $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$

$$N = \frac{A}{t}$$

$N = \text{const}$

Работа, совершенная за время t .

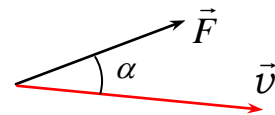
Если мощность не постоянна, то вычисляется

средняя мощность:

$$N_{\text{ср}} = \frac{A}{t}$$

МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ:

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad N = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$



8. Механическая энергия.

$$E_{\text{мех}} = E_k + E_p$$

Кинетическая энергия

Этой энергией обладают движущиеся тела.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Кинетическая энергия

материальной точки массой m , движущейся со скоростью v .

$$E_k^{\text{сист}} = E_{k1} + E_{k2} + \dots$$

Кинетическая энергия системы материальных точек

Теорема о кинетической энергии:

$$\Delta E_k = A_{\text{всех сил}}$$

Изменение кинетической энергии системы

Работа всех сил, действующих в системе.

Потенциальная энергия — этой энергией обладают тела и системы тел, на которые действуют консервативные силы:

$F_{\text{грав}}$ ($F_{\text{тяж}}$) — со стороны неподвижных тел, или внутренние для системы
 $F_{\text{электростат}}$ — внутренняя, или при неподвижном втором конце пружины (резинки, и т. п.)
 $F_{\text{упр}}$

Силы, работа которых над системой (телом) при ее перемещении зависит только от начального и конечного положений этой системы (тела).

Работа консервативных сил не зависит от того, каким способом (по какой траектории) система была переведена из начального положения в конечное.

Основное свойство консервативных сил: работа консервативных сил над системой, совершившей движение по замкнутой траектории (когда конечное положение совпадает с начальным), равна нулю.

Потенциальная энергия

— это такая функция от расположения системы, убывь которой при перемещении системы равна работе консервативных сил на этом перемещении.

$$E_{p1} - E_{p2} = A_{1-2}^{\text{конс}}$$

Чтобы вычислить конкретное значение E_p , договариваются в каком положении системы "О" считать $E_p(O) = 0$. Тогда в произвольном положении "М" потенциальная энергия системы $E_p(M) = A_{\text{конс М-О}}$.

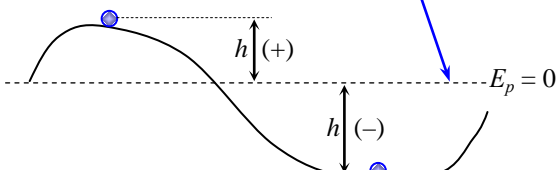
9. Теорема о механической энергии.

$$\Delta E_{\text{мех}} = \Delta E_k + \Delta E_p = A_{\text{всех сил}} - A_{\text{конс}} = A_{\text{неконс. сил}}$$

$$\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{неконс}}$$

$$E_p^{\text{тяж}} = \pm mgh_{\text{центра масс над нулевым уровнем}}$$

$$E_p^{\text{упр}} = \frac{k\Delta l^2}{2}$$



10. Закон сохранения механической энергии

Механическая энергия системы материальных точек сохраняется, если в системе совершают работу только консервативные силы ($A_{\text{нек}} = 0$).

$$E'_{\text{мех}} = E''_{\text{мех}}$$

Если $A_{\text{неконс}} = 0$

11. Диссипативные силы — неконсервативные силы, работа которых сопровождается выделением

$F_{\text{трения скольжения}}$; $F_{\text{сопр. жидк. и г.}}$; $F_{\text{неупруг. взаимод.}}$

тепла.

$A_{\text{внутр. дис}} = -Q$ — не зависит от системы отсчета.

$$E'_{\text{мех}} - E''_{\text{мех}} = Q$$

Если $A_{\text{неконс}} = A_{\text{внутр. дис}}$.

12. Методы вычисления работы.

$$A_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha \quad \vec{F} = \text{const}$$

$$A_{1-2}^{\text{конс}} = E_{p1} - E_{p2} \quad A_{1-2}^{\text{тяж}} = mg(h_1 - h_2)$$

$$A_{\text{неконс}} = \Delta E_{\text{мех}}$$

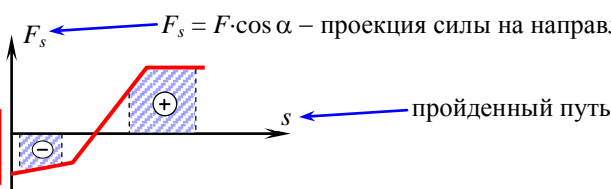
$$A_{1-2}^{\text{упр}} = \frac{k}{2} (\Delta l_1^2 - \Delta l_2^2)$$

$$A_{\text{всех сил}} = \Delta E_k$$

$$A_{\vec{F}} = \pm S \text{ под графиком } F_s(s)$$

Численно

«+» — если график выше оси s
 «-» — если график ниже оси s



13. Средняя по времени сила

$$\vec{F}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{p}_{\text{сист}}}{\Delta t}$$

Средняя по времени сумма внешних сил, действующих на систему материальных точек

Изменение импульса системы за время Δt