10 класс

Задача 1. Оценить среднее расстояние между молекулами воздуха при нормальных условиях, считая его идеальным газом.

Решение

$$P = nkT$$

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V},$$

а объем одной молекулы

$$V_1 = \frac{V}{N} = \frac{1}{n} = \frac{kT}{P}$$

Полагая, что молекулы идеального газа – это материальные точки, располагающиеся в центре занимаемого ими объёма (кубика), находим расстояние между ними:

$$d = \sqrt[3]{\frac{kT}{P}} = \sqrt[3]{37.3 \cdot 10^{-27}} \approx 3.3 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Иначе:

$$V_1 = \frac{V_0}{N_A} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{22,4 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}}} = \sqrt[3]{37.3 \cdot 10^{-27}} \approx 3.3 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Задача 2. Поток одинаковых частиц, движущихся со скоростью v и абсолютно неупруго ударяющихся о стенку, действует на нее с силой F. Какое количество теплоты выделяется при этом за единицу времени?

Решение

Пусть n – концентрация частиц в потоке, S – площадь стенки, а m – масса одной частицы. За время t на стенку падает $N = nSvt$ частиц, каждая из которых обладает импульсом $p = mv$. Модуль силы, действующей на стенку равен:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{\left|\Delta\vec{p}\right|}{\Delta t} = \frac{Nmv}{t} = nSmv^2.$$

Количество теплоты, выделяющейся при этом за время t, равно:

$$Q_t = N \cdot \frac{mv^2}{2} = \frac{nSmv^3 t}{2},$$

а за единицу времени – $Q_{ед} = \frac{nSmv^3}{2} = \frac{Fv}{2}$.

Задача 3. На чашках весов установлены два одинаковых сосуда. Один из них наполнен сухим воздухом, другой – влажным. Температура и давление в сосудах одинаковы. Какой массы и на какую чашку весов нужно положить гирьку, чтобы уравновесить весы? Содержание влаги составляет **0,1 моль**. Молярные массы воздуха $\boldsymbol{M}$ **= 29 г/моль** и воды $\boldsymbol{M_0}$ **= 18 г/моль**.

Решение

Пусть p_0 – парциальное давление паров воды в сосуде с влажным воздухом, p_1 – парциальное давление воздуха в нем, а p_2 – давление в сосуде с сухим воздухом. На основании закона Дальтона:

$$p_0 + p_1 = p_2.$$

Из уравнений Менделеева-Клапейрона:

$$p_0 V = \nu_0 RT, \quad p_1 V = \nu_1 RT, \quad p_2 V = \nu_2 RT$$

следует равенство

$$\nu_0 + \nu_1 = \nu_2.$$

Масса влажного воздуха:

$$m_{влаж} = m_0 + m_1 = M_0 \nu_0 + M \nu_1,$$

масса сухого воздуха:

$$m_{сух} = m_2 = M \nu_2.$$

Разность масс составляет

$$m_{влаж} - m_{сух} = M_0 \nu_0 + M \nu_1 - M \nu_2 =$$

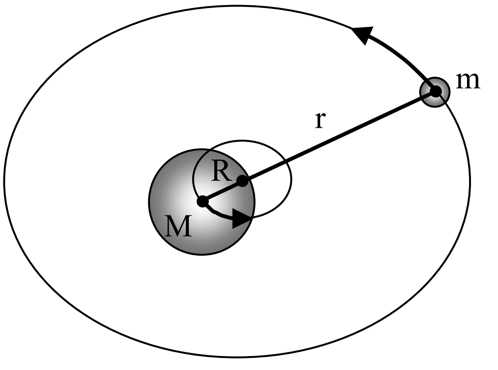
$$= M_0 \nu_0 + M(-\nu_0) = (M_0 - M)\nu_0 = (18 - 29) \cdot 0{,}1 = -1{,}1 \text{ г}.$$

Таким образом, делаем вывод: сосуд с влажным воздухом оказался легче, следовательно, нужно положить на эту же чашку гирьку массой 1,1 г.

Задача 4. Звезда массой ***M*** и планета массой ***m*** обращаются вокруг общего центра масс по круговым орбитам. Каково отношение радиусов орбит звезды и планеты, скоростей звезды и планеты, периодов обращения звезды и планеты. Другие планеты и звезды не учитывать.

Решение

Так как тела вращаются вокруг общего центра (эта точка является центром масс системы), то в любой момент времени они находятся на диаметрально противоположных относительно этого центра точках окружностей. Тогда из условия вращения (см. рисунок):



$$mr = MR;$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega; \quad T_1 = T_2 \quad (T = 2\pi/\omega).$$

Для силы взаимодействия получаем:

$$F = ma_п = Ma_з = G\frac{Mm}{(R+r)^2}.$$

Для планеты:

$$m\omega^2 r = G\frac{Mm}{(R+r)^2}; \quad \frac{\omega^2 r}{M} = \frac{G}{(R+r)^2}.$$

Для звезды:

$$M\omega^2 R = G\frac{Mm}{(R+r)^2}; \quad \frac{\omega^2 R}{m} = \frac{G}{(R+r)^2}.$$

Откуда:

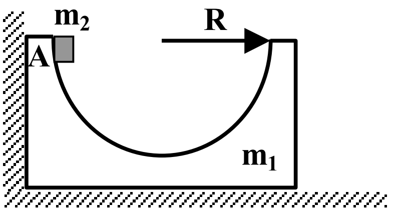
$$\frac{\omega^2 r}{M} = \frac{\omega^2 R}{m}; \quad \frac{r}{R} = \frac{M}{m} \quad .$$

Так как $\omega = \frac{V_п}{r} = \frac{V_з}{R}$, то $\frac{V_п^{\,2}}{rM} = \frac{V_з^{\,2}}{Rm}$; $\frac{V_п^{\,2}}{V_з^{\,2}} = \frac{rM}{Rm} = \frac{M^2}{m^2}$,

$$\frac{V_п}{V_з} = \frac{M}{m}.$$

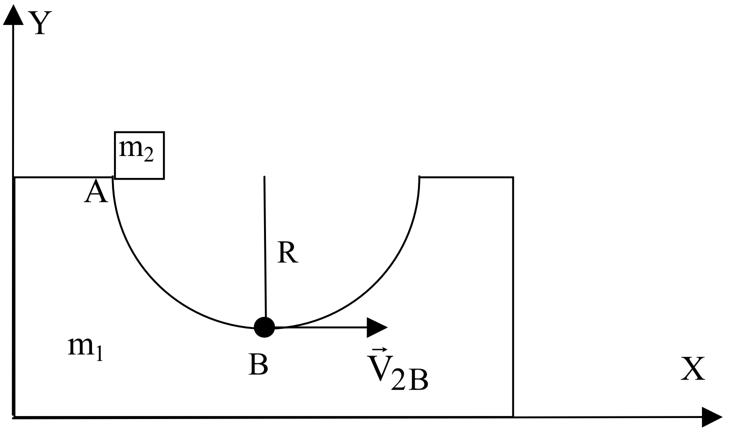
Окончательно: $\frac{V_п}{V_з} = \frac{r}{R}$; $\frac{V_п}{r} = \frac{V_з}{R}$; $\omega_1 = \omega_2$; $T_1 = T_2$.

Задача 5. На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массы $\boldsymbol{m_1}$ с углублением полусферической формы радиуса $\boldsymbol{R}$. Из точки **А** без трения и начальной скорости соскальзывает маленькая шайба массой $\boldsymbol{m_2}$. На какую высоту поднимется шайба от нижней точки углубления?

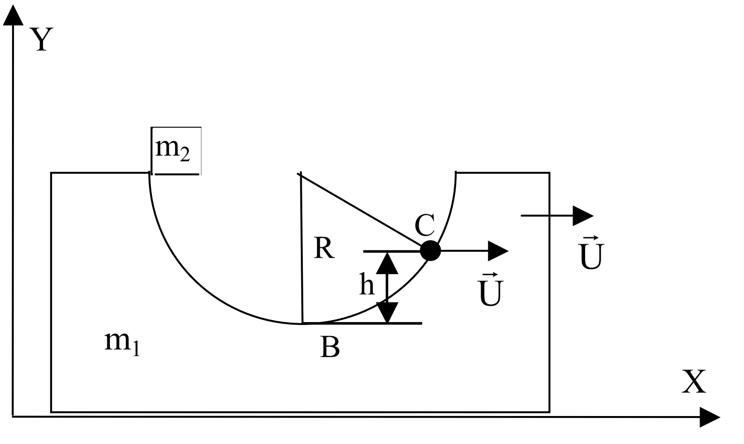


Решение

При движении от шайбы А к В брусок давит на стену, поэтому система брусок-шайба не замкнута. $P \neq \text{const}$. После прохождения шайбой точки В брусок начинает двигаться вправо ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$), растрачивая энергию шайбы. Поэтому С ниже А.



После прохождения шайбой точки В система брусок-шайба становится замкнутой и для неё выполняются законы сохранения (на левую стенку брусок больше не давит).



$$\vec{P} = m_2\vec{V}_{2B} = \text{const};$$

$$m_2gR = \frac{m_2V_{2B}^2}{2}$$

Брусок ещё не движется.

$$V_{2B} = \sqrt{2gR}\,.$$

Для точки С:

$$\begin{cases} m_2gR = m_2gh + \dfrac{(m_1 + m_2)U^2}{2} \\ m_2\sqrt{2gR} = (m_1 + m_2)U \end{cases}.$$

Решаем систему:

$$m_2gh = m_2gR - \frac{m_1 + m_2}{2}\left(\frac{m_2\sqrt{2gR}}{m_1 + m_2}\right)^2 = m_2gR - \frac{m_2^2 2gR}{2\left(m_1 + m_2\right)} =$$

$$= m_2gR\left(1 - \frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) = m_2gR\left(\frac{m_1 + m_2 - m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

$$h = R\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \cdot$$