**Цель работы** – провести прямые и косвенные измерения физических величин. Выполнить оценку точности измерений.

**Явление, изучаемое в работе**: возникновение тока в электрической цепи.

**Схема экспериментальной установки:**

**Основные расчётные формулы:**

Закон Ома для участка цепи:

$R=\frac{U}{I}$ (Ом)

где:

$U$- напряжение на участке цепи (В)

$I$-сила тока на участке цепи (А)

Таким образом, удельное сопротивление:

$ρ=\frac{U}{I}\*\frac{πd^{2}}{4l}$ (Ом\*м)

Среднее значение диаметра проволоки:

$\overbar{d}=\frac{1}{n}\left(d\_{1}+d\_{2}+…+d\_{n}\right)$ (м)

где: *n*– Количество измерений

 $d\_{1}+d\_{2}+…+d\_{n}$ – серия результатов.

Средняя абсолютная ошибка:

$∆\overbar{d}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}\left|\overbar{d}-d\_{i}\right|$ (м)

Средняя квадратическая ошибка:

$σ\_{\overbar{d}}=\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum\_{i=1}^{n}(d\_{i}-\overbar{d})^{2}}$ (м)

Приборные погрешности амперметра и вольтметра, соответственно:

$∆I=\frac{I\_{пр}К}{100} (А)$*,* $∆U=\frac{U\_{пр}К}{100} (В)$

где: К – класс точности прибора,

 Iпр и Uпр – предельные значения шкал измерительных приборов

Экспериментальное удельное сопротивление:

$$\overbar{ρ}\_{э}=\frac{\overbar{U}π\overbar{d}^{2}}{4\overbar{Il}}(Ом·м)$$

где: $\overbar{U}$– среднее значение напряжения (В),

 $\overbar{I}$–среднее значение силы тока (А),

$\overbar{l}$– среднее значение длины проводника (м),

 $\overbar{d}$–среднее значение диаметра проволоки (м),

Графическое среднее значение удельного сопротивления:

$$\overbar{ρ}\_{гр}=\frac{π\overbar{d}^{2}}{4}tgα (Ом·м)$$

где: $\overbar{d}$ –среднее значение диаметра проволоки (м),
 $tgα=\frac{(R\_{2}-R\_{1})}{(l\_{2}-l\_{1})}$

**Формулы погрешности косвенных измерений**:

Средняя абсолютная погрешность измерения сопротивления:

$∆R=\left|\frac{∂R}{∂I}∆I\right|+\left|\frac{∂R}{∂U}∆U\right|=\frac{U}{I}∙\frac{∆I}{I}+\frac{U}{I}∙\frac{∆U}{U}=R\left(\frac{∆I}{I}+\frac{∆U}{U}\right) $(Ом)

Средняя квадратическая погрешность измерения сопротивления:

$$σ\_{R}=\sqrt{\left(\frac{∂R}{∂I}σ\_{I}\right)^{2}+\left(\frac{∂R}{∂U}σ\_{U}\right)^{2}}=\sqrt{\left(\frac{U}{I}∙\frac{σ\_{I}}{I}\right)^{2}+\left(\frac{U}{I}∙\frac{σ\_{U}}{U}\right)^{2}}=R\sqrt{\left(\frac{∆I}{I}\right)^{2}+\left(\frac{∆I}{U}\right)^{2}}$$

В данном эксперименте считать $σ\_{I}=∆I$ $σ\_{U}=∆I$

Средняя абсолютная погрешность измерения удельного сопротивления:

$$∆\overbar{ρ}\_{э}=\overbar{ρ}\_{э}\left(\frac{∆I}{I}+\frac{∆U}{U}+\frac{∆l}{l}+\frac{2∆d}{\overbar{d}}\right) $$

Средняя квадратическая погрешность измерения удельного сопротивления:

$$σ\_{ρ}=\overbar{ρ}\sqrt{\left(\frac{σ\_{I}}{\overbar{I}}\right)^{2}+\left(\frac{σ\_{U}}{\overbar{U}}\right)^{2}+\left(\frac{∆l}{\overbar{l}}\right)^{2}+\left(\frac{2∆\overbar{d}}{\overbar{d}}\right)^{2}=}\overbar{ρ}\_{э}\sqrt{\left(\frac{∆I}{\overbar{I}}\right)^{2}+\left(\frac{∆I}{\overbar{U}}\right)^{2}+\left(\frac{∆l}{\overbar{l}}\right)^{2}+\left(\frac{2∆\overbar{d}}{\overbar{d}}\right)^{2}}$$

**Таблицы:**

**Результаты измерений диаметра проволоки штангенциркулем и микрометром.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Диаметр | Штангенциркуль  | Микрометр  |
| $$d\_{1}$$ | 0,4 мм | 0,4 мм |
| $$d\_{2}$$ | 0,4 мм | 0,4 мм |
| $$d\_{3}$$ | 0,4 мм | 0,45 мм |
| $$d\_{4}$$ | 0,4 мм | 0,4 мм |
| $$d\_{5}$$ | 0,4 мм | 0,41 мм |
| $$d\_{6}$$ | 0,5 мм | 0,4 мм |
| $$d\_{7}$$ | 0,5 мм | 0,42 мм |
| $$d\_{8}$$ | 0,45 мм | 0,43 мм |
| $$d\_{9}$$ | 0,4 мм | 0,42 мм |
| $$d\_{10}$$ | 0,5 мм | 0,42 мм |
| $$\overbar{d}$$ | 0,435 мм | 0,415 мм |
| $$∆\overbar{d}$$ | 0,042 мм | 0,013 мм |
| $$σ\_{d}$$ | 0,015 мм | 0,005 мм |
| $$∆d/\overbar{d}$$ | 0,097 | 0,031 |
| $$σ\_{d}/\overbar{d}$$ | 0,035 | 0,013 |

Среднее значение диаметра проволоки для штангенциркуля:

$\overbar{d}=\frac{(0,5\*3+0,45+0,4\*6)}{10}=0,435 $(мм)

Средняя абсолютная ошибка диаметра проволоки для штангенциркуля:

$∆\overbar{d}=\frac{(\left|0,435-0,4\right|\*6+\left|0,435-0,45\right|+\left|0,435-0,5\right|\*3)}{10}=0,042$ мм

Средняя квадратическая ошибка диаметра проволоки для штангенциркуля:

$σ\_{d}=\sqrt{\frac{(0,435-0,4)^{2}\*6+\left(0,435-0,45\right)^{2}+\left(0,435-0,5\right)^{2}\*3}{10\*(10-1)}}≈0,015$ мм

Среднее значение диаметра проволоки для микрометра:

$\overbar{d}=\frac{(0,4\*4+0,41+0,42\*3+0,43+0,45) }{10} $*=* 0,415 мм

Средняя абсолютная ошибка диаметра проволоки для микрометра:

$$∆\overbar{d}=\frac{(\left|0,415-0,4\right|\*4+\left|0,415-0,41\right|+\left|0,415-0,42\right|\*3+\left|0,415-0,43\right|+\left|0,415-0,45\right|)}{10}≈≈ 0,013 мм$$

Средняя квадратическая ошибка диаметра проволоки для микрометра:

$σ\_{d}=\sqrt{\frac{(0,415-0,4)^{2}\*4+\left(0,415-0,41\right)^{2}+\left(0,415-0,42\right)^{2}\*3+\left(0,415-0,43\right)^{2}+\left(0,415-0,45\right)^{2}}{10\*(10-1)}}$=0,005 мм

Относительная ошибка для штангенциркуля:

$ε=\frac{∆\overbar{d}}{\overbar{d}}=\frac{0,0042}{0,435}≈$0,097

Относительная ошибка для микрометра:

$ε=\frac{∆\overbar{d}}{\overbar{d}}=\frac{0,013}{0,415}≈$0,031

Относительная средняя квадратичная ошибка штангенциркуля:

$$\frac{σ\_{d}}{\overbar{d}}=\frac{0,015}{0,435 }≈0,035$$

Относительная средняя квадратичная ошибка микрометра:

$$\frac{σ\_{d}}{\overbar{d}}=\frac{0,005}{0,415 }≈0,013$$

**Результаты измерений тока и напряжений.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Физ.величина | $$l$$ | $$∆l$$ | $$I$$ | $$∆I$$ | $$U$$ | $$∆U$$ | $$R$$ | $$∆R$$ | $$σ\_{R}$$ |
|  | см | см  | мА | мА | В | В | Ом | Ом | Ом |
| 1 | 5 | 0,1 | 200 | 3,75 | 0,1 | 0,0225 | 0,5 | 0,122 | 0,021 |
| 2 | 10 | 200 | 0,19 | 0,95 | 0,130 | 0,026 |
| 3 | 15 | 200 | 0,26 | 1,3 | 0,137 | 0,031 |
| 4 | 20 | 200 | 0,35 | 1,75 | 0,145 | 0,038 |
| 5 | 25 | 200 | 0,44 | 2,2 | 0,154 | 0,045 |
| 6 | 30 | 200 | 0,52 | 2,6 | 0,161 | 0,052 |
| 7 | 35 |  | 200 |  | 0,6 |  | 3 | 0,169 | 0,059 |
| 8 | 40 | 200 | 0,7 | 3,5 | 0,178 | 0,068 |
| 9 | 45 | 200 | 0,79 | 3,95 | 0,187 | 0,076 |
| 10 | 50 | 200 | 0,86 | 4,3 | 0,193 | 0,083 |

**Расчет сопротивления**

$$R=\frac{U}{I}$$

$R\_{1}=\frac{0,1 В}{0,2 А }=0,4 Ом $

$$R\_{2}=\frac{0,19 В}{0,2 А }=0,95 Ом$$

$$R\_{3}=\frac{0,26 В}{0,2 А }=1,3 Ом$$

$$R\_{4}=\frac{0,35 В}{0,2 А }=1,75 Ом$$

$$R\_{5}=\frac{0,44 В}{0,2 А }=2,2 Ом$$

$$R\_{6}=\frac{0,52 В}{0,2 А }=2,6 Ом$$

$$R\_{7}=\frac{0,6 В}{0,2 А }=3 Ом$$

$$R\_{8}=\frac{0,7 В}{0,2 А }=3,5 Ом$$

$$R\_{9}=\frac{0,79 В}{0,2 А }=3,75 Ом$$

$$R\_{10}=\frac{0,86 В}{0,2 А }=4,3 Ом$$

**Примеры расчетов погрешностей.**

$$∆I=\frac{I\_{пр}К}{100}=\frac{250 мА\*1,5}{100}=3,75 мА$$

$∆U=\frac{U\_{пр}К}{100}=\frac{1,5 В \*1,5}{100}0,0225 В$

$$∆R\_{8}=R\_{8}\left(\frac{∆I}{I\_{8}}+\frac{∆U}{U\_{8}}\right)=3,5 В∙\left(\frac{0,00375 А}{0,2 А}+\frac{0,0225 В}{0,7 В}\right)≈0,18 Ом$$

$$σ\_{R\_{8}}=R\_{8}\sqrt{\left(\frac{∆I}{I\_{8}}\right)^{2}+\left(\frac{∆I}{U\_{8}}\right)^{2}}=3,5 В∙\sqrt{\left(\frac{0,00375 А}{0,2 А}\right)^{2}+\left(\frac{0,0225 В}{0,7 В}\right)^{2}}≈0,07 Ом$$

**График зависимости сопротивления проводника от его длины.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***R (Ом)*** | 0,5 | 0,95 | 1,3 | 1,75 | 2,2 | 2,6 | 3 | 3,5 | 3,95 | 4,3 |
| ***l (см)*** | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |

По графику видно, что точки лежат на расчётной прямой в пределах точности измерений. Следовательно, между сопротивлением и длиной проводника линейная зависимость.

**Расчет удельного сопротивления проводника графическим методом.**

$\overbar{∆R}$ – среднее приращение сопротивления проводника

$\overbar{∆l}$ – среднее приращение длины проводника

$$\overbar{∆R}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}R\_{i+1}-R\_{i}≈0,42 Ом$$

$\overbar{∆l}$ = 0,05 м

Тангенс угла α наклона прямой к оси:

$tgα=\frac{\overbar{∆R}}{\overbar{∆l}}=\frac{0,42 Ом}{0,05 м}≈8,44$

$$\overbar{d}=\frac{\overbar{d}\_{шт}+\overbar{d}\_{мик}}{2}=\frac{0,435+0,415}{2}=0,425 мм$$

$$\overbar{ρ}\_{гр}=\frac{π\overbar{d}^{2}}{4}tgα=\frac{π\*(0,425\*10^{-3} м)^{2}}{4}\*8,44≈1,198\*10^{-6 } Ом\*м$$

**Расчет экспериментального удельного сопротивления проводника.**

$$\overbar{I}=0,2 А$$

$\overbar{U}= \frac{1}{10}$(0,1+0,19+0,26+0,35+0,44+0,52+0,6+0,7+0,79+0,86) = 0,481 В

$$\overbar{l}=\frac{5+10+15+20+25+30+35+40+45+50}{10}=27,5 см$$

$$\overbar{ρ}\_{э}=\frac{\overbar{U}π\overbar{d}^{2}}{4\overbar{Il}}=\frac{0,481\*π\*(0,425\*10^{-3})^{2}}{4\*0,2\*0,275}≈1,241\*10^{-6 } Ом\*м$$

$∆\overbar{d}=\frac{∆d\_{шт}+∆d\_{мик}}{2}=\frac{0,042+0,013}{2}=0,028 $мм

$∆ρ=\overbar{ρ}\_{э}\left(\frac{∆I}{\overbar{I}}+\frac{∆U}{\overbar{U}}+\frac{∆l}{\overbar{l}}+\frac{2\overbar{∆d}}{\overbar{d}}\right)=1,241\*10^{-6 }\*\left(\frac{0,00375}{0,2}+\frac{0,0225 }{0,481}+\frac{0,001}{0,275}+\frac{2\*0,028}{0,425}\right)≈0,198\*10^{-6} Ом\*м$

$$σ\_{ρ}=\overbar{ρ}\_{э}\sqrt{\left(\frac{∆I}{\overbar{I}}\right)^{2}+\left(\frac{∆I}{\overbar{U}}\right)^{2}+\left(\frac{∆l}{\overbar{l}}\right)^{2}+\left(\frac{2∆\overbar{d}}{\overbar{d}}\right)^{2}=}$$

$1,241\*10^{-6 }\sqrt{\left(\frac{0,00375}{0,2}\right)^{2}+\left(\frac{0,00375}{0,481}\right)^{2}+\left(\frac{0,001}{0,275}\right)^{2}+\left(\frac{2\*0,028}{0,425}\right)^{2}}≈0,163\*10^{-6} $Ом \* м

**Конечные результаты:**

$ρ\_{э}=\overbar{ρ\_{э}}\pm ∆ρ=$(1,24±0,20)$ \*10^{-6 } Ом\*м$

$ρ\_{э}=\overbar{ρ\_{э}}\pm σ\_{ρ}=$(1,24±0,16)$ \*10^{-6 } Ом\*м$

$$\overbar{ρ}\_{гр}=1,2\*10^{-6 } Ом\*м$$

$$ρ\_{нихром}=1,1·10^{-6} Ом·м$$

**Сравнение с табличными величинами**

$$ρ\_{нихром}=1,1·10^{-6} Ом·м$$

Косвенных измерений: $\frac{\left|1,1-1,24\right|×10^{-6}}{1,1×10^{-6}}×100\%= 12,7\%$

Графического вычисления $\frac{\left|1,1-1,2\right|×10^{-6}}{1,1×10^{-6}}×100\%= 8,9\%$

**Вывод:**

В ходе лабораторной работы была проведена серия прямых и косвенных измерений для оценки их точности. В процессе выполнения этой работы было рассчитано значение удельного сопротивления, а также погрешность косвенных измерений. Полученная погрешность имеет небольшое значение, что даёт право говорить об отсутствии грубых ошибок при измерениях и вычислениях. Так, можно сделать вывод, что данный метод вычисления при данных приборах можно использовать для определения удельного сопротивления проводника. Разница экспериментально полученного значения с табличным составила 12,7% для косвенных измерений и 8,9% для графического метода.