

Лекция 13

1. **Барометрическая формула**
2. **Распределение Больцмана**
3. **Основы термодинамики**
 - **1ый закон термодинамики**
 - **Количество теплоты**
 - **Работа, совершаемая газом**

1. Барометрическая формула -

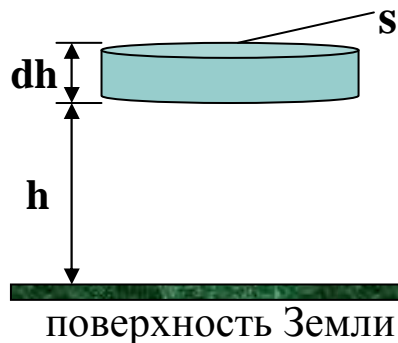
это зависимость давления от высоты

То, что атмосферный воздух, который окружает Землю, не разлетается по всему пространству из-за хаотического движения молекул, объясняется силой земного притяжения. Концентрация молекул воздуха у поверхности Земли максимальна и постепенно уменьшается с высотой.

Из формулы $P = nkT$ следует, что и **давление уменьшается с высотой**.

Найдем как изменятся давление с высотой? $P(h) - ?$

Сделаем некоторые допущения:



1. **Воздух – идеальный газ**, так как плотность воздуха даже у поверхности Земли невелика
2. **$T = \text{const}$** , т.к. температура с высотой изменяется незначительно, всего на несколько градусов (у поверхности Земли $T_3 = 300^\circ\text{K}$)

Выделим на высоте h от поверхности Земли узкий цилиндрический слой воздуха высотой dh ; S – площадь основания цилиндра

Пусть у поверхности Земли $h = 0 \rightarrow P = P_0$

На высоте $h \rightarrow P$

На высоте $(h + dh) \rightarrow (P + dP)$

Разность давлений $P - (P + dP) = -dP = \frac{F}{S} = \frac{dm \cdot g}{S} = \frac{\rho dVg}{S} = \frac{\rho g S dh}{S}$ (13.1)

После преобразований формула (13.1) будет иметь вид

$$-dP = \rho g \cdot dh \quad \text{или} \quad dP = -\rho g \cdot dh \quad (13.2)$$

Найдем плотность ρ из уравнения Менделеева - Клапейрона

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow P = \frac{\rho}{\mu} RT \Rightarrow \rho = \frac{\mu}{RT} P \quad (13.3)$$

Подставим (13.3) в (13.2) $dP = -\frac{\mu g}{RT} P \cdot dh$ (13.4) – это **линейное дифференциальное уравнение 1го порядка**

Решается уравнение (13.4) методом разделения переменных: $\frac{dP}{P} = -\frac{\mu g}{RT} dh$ (13.5)

Теперь уравнение (13.5) проинтегрируем $\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{\mu g}{RT} \int_0^h dh$

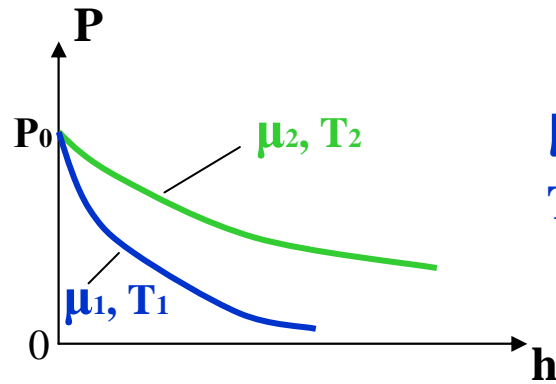
После взятия интегралов получим $\ln P \Big|_{P_0}^P = -\frac{\mu g}{RT} h \Rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = -\frac{\mu g h}{RT}$ (13.6)

Потенцируя выражение (13.6), найдем $P = P_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}$ (13.7) – **Барометрическая формула зависимости давления от высоты**

Изобразим формулу (13.7)

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}$$

графически



$$\begin{aligned} \mu_1 &> \mu_2 \\ T_1 &< T_2 \end{aligned}$$

Чем тяжелее газ (μ – больше) и чем меньше температура (T), тем быстрее убывает давление с высотой

Альтиметры – приборы, в основе действия которых лежит формула (13.7); используются для измерения высоты по давлению (применяют в авиации).

2. Распределение Больцмана

Характеризует пространственное распределение концентрации частиц в зависимости от их потенциальной энергии

Учитывая, что $P = nkT$, формулу (13.7) можно записать в виде $n = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}$ (13.8)

или $n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$ (13.9) с учетом того, что $R = k N_A$, а $\mu = m N_A$

где n – концентрация на высоте h ,
 $n_0 = P_0/kT$ – у поверхности Земли

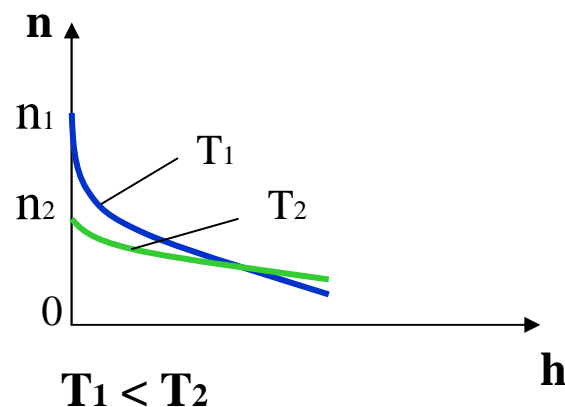
$mgh = E_{\text{пот}}$ – потенциальная энергия молекул в поле силы тяжести, kT – энергия теплового движения молекул

Формулу (13.9) $n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$ можно записать в виде $n = n_0 e^{-\frac{E_{пот}}{kT}}$ (13.10)

Формулу (13.10) называют **распределением Больцмана**

Из формулы видно, что изменение концентрации в поле тяжести Земли зависит от соотношения между $E_{пот} = mgh$ и энергией теплового движения kT

где $E_{пот}$ – **потенциальная энергия силового поля** (это может быть не только поле силы тяжести, но и, например, поле центробежной силы или электрической (если частицы заряженные))



1. Если $mgh > kT$ - молекулы стремятся расположиться у поверхности Земли и n убывает быстрее (синяя кривая)
2. Если $mgh < kT$ – больше молекул стремится распределиться по объёму и n убывает медленнее (зеленая кривая)

Чем больше масса m , тем n убывает быстрее, поэтому

на больших высотах увеличивается содержание гелия и водорода по сравнению с кислородом и азотом

- **Распределение Больцмана**
(движение молекул газа в гравитационном поле)



3. Основы термодинамики

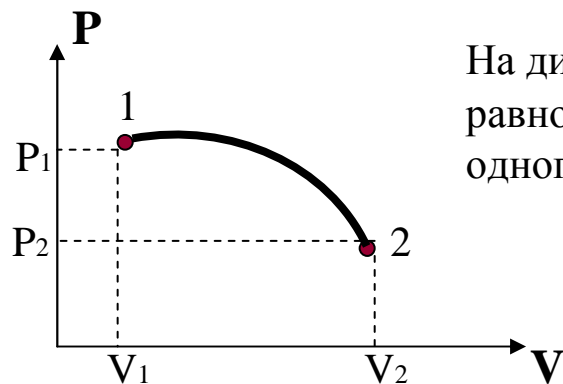
Термодинамика – это раздел молекулярной физики, который описывает поведение тел на основе законов сохранения энергии и превращения энергии из одного вида в другой.

Основные понятия

- **Термодинамическое состояние** - это совокупность динамических состояний, через которые система быстро проходит в результате молекулярного движения.

Параметры, характеризующие термодинамическое состояние системы: **m, P, V, T**

- **Равновесное состояние** – это такое состояние, при котором все параметры системы остаются постоянными до тех пор, пока остаются неизменными внешние условия.



На диаграмме каких-либо двух параметров, например **P** и **V**, равновесное состояние изображается точкой. Процесс перехода из одного состояния в другое изображается линией (кривой или прямой)

- **Энергия** – для совокупности молекул идеального газа это внутренняя энергия, которая равна

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT$$

Внутренняя энергия является функцией состояния. Это значит, что изменение внутренней энергии при переходе из одного состояния в другое не зависит от пути перехода, а зависит только от начального и конечного состояния

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T \quad (13.11)$$

Изменение энергии определяется только изменением температуры $\Delta T = T_2 - T_1$

В основе термодинамики лежат 2 фундаментальных закона или 2 начала термодинамики.

• **1ый закон термодинамики -**

это закон сохранения энергии для термодинамических систем

Внутренняя энергия термодинамической системы может изменяться 2мя способами:

1. **путем совершения работы**
2. **путем теплообмена**

Эквивалентность работы и теплоты открыл Майер и он же первый сформулировал закон сохранения энергии для термодинамических систем, или **1ый закон термодинамики**, который утверждает:

Количество теплоты, переданное термодинамической системе идет на изменение её внутренней энергии и на работу, совершаемую системой

$$\Delta Q = dU + \Delta A \quad (13.12)$$

ΔQ – полученное системой тепло;
 ΔA – работа, совершаемая системой;
 dU – изменение внутренней энергии

Из уравнения (13.12) следует, что нельзя изготовить такую тепловую машину, которая совершала бы работу, не потребляя энергии из внешней среды или

нельзя создать вечный двигатель 1го рода

(исторически это первая формулировка 1го закона термодинамики)

Всякий двигатель, в том числе и вечный, должен возвращаться в исходное состояние. Если газ, совершив работу вернулся в исходное состояние, то $dU = 0$ и тогда $\Delta A = \Delta Q$

• Количество теплоты

Количество теплоты, которое необходимо сообщить массе вещества m для нагревания его на ΔT определяется по формуле $\Delta Q = c m \Delta T$ (13.13)

где c – удельная теплоёмкость вещества

она характеризует количество теплоты, необходимое для нагревания единицы массы вещества на 1 градус Кельвина

$$c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} \quad (13.14) \quad [c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кгК}}$$

Для газов удобно пользоваться молярной теплоемкостью

Молярная теплоёмкость характеризует количество теплоты, необходимое для нагревания 1 кмоль газа на 1 градус Кельвина

$$C_{\mu} = \frac{\Delta Q}{\frac{m}{\mu} \Delta T} \quad (13.15) \quad [C_{\mu}] = \frac{\text{Дж}}{\text{кмольК}}$$

Сравнивая (13.14) и (13.15), получим связь между удельной теплоемкостью и молярной

$$C_{\mu} = \mu \cdot c \quad (13.16)$$

Величина молярной теплоёмкости зависит от условий, при которых происходит нагревание газа:

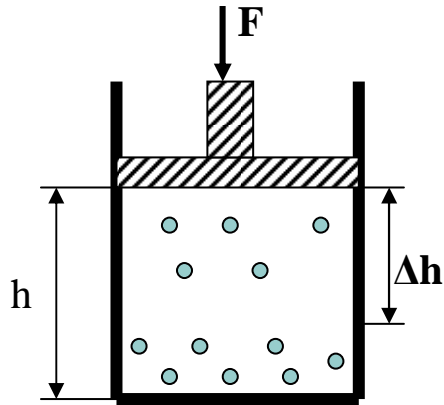
если газ нагревают **изобарически** ($P = \text{const}$), то теплоемкость обозначают C_p и называют **теплоемкостью при постоянном давлении**

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T \quad (13.17)$$

если газ нагревают **изохорически** ($V = \text{const}$), то теплоёмкость обозначают C_v и называют **теплоёмкостью при постоянном объёме**

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T \quad (13.18)$$

• Работа, совершаемая газом



Пусть термодинамическая система представляет собой идеальный газ, который находится в сосуде с подвижным поршнем
 S – площадь сечения поршня

Если на поршень подействовать силой F , то он переместится на Δh
Сила совершит в этом случае **работу**, которая равна

$$\Delta A = F \cdot \Delta h$$

По определению давление $P = F/S$, следовательно $\Delta A = P \cdot S \cdot \Delta h$

где $S \cdot \Delta h = \Delta V$ – это **изменение объёма**, давление при этом не изменяется, то есть $P = \text{const}$

Таким образом, работа будет равна $\Delta A = P \cdot \Delta V$ (13.19)

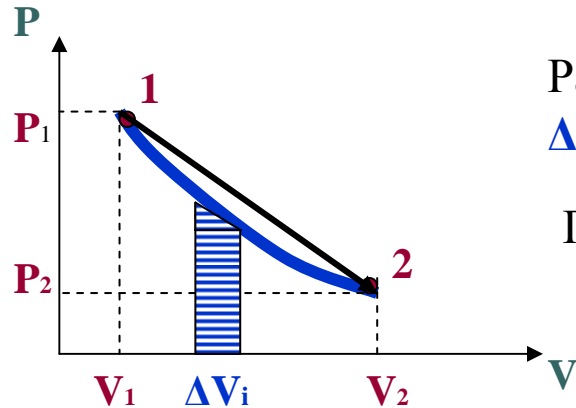
Эта формула позволяет рассчитать работу при постоянном давлении

Если $\Delta V < 0$ (газ **сжимается**), то **работу совершают над газом**

Если $\Delta V > 0$ (газ **расширяется**), то **работу совершает газ**

Работа при $P \neq \text{const}$

Изобразим процесс перехода газа из состояния 1 в состояние 2 на **PV**-диаграмме



Разобьём площадь под кривой 1,2 на маленькие участки ΔV_i , на которых давление будем считать постоянным

По формуле (13.19) найдем работу на участке ΔV_i

$$\Delta A_i = P \Delta V_i$$

Полная работа на участке (1-2) при изменении объёма от V_1 до V_2 будет равна сумме ΔA_i

$$A_{12} = \sum \Delta A_i = \sum P \Delta V_i$$

Так как P изменяется непрерывно, то точная формула работы будет иметь вид

$$A_{12} = \lim_{\Delta V_i \rightarrow 0} \sum P \Delta V_i = \int_1^2 P dV \quad A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV \quad (13.20) \quad \text{Интеграл численно равен площади под кривой}$$

Если газ перевести из 1 в 2 по другому пути, то площадь под кривой изменится, следовательно и работа изменится

Работа зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое