

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова»  
(ФГБОУ ВО «ХГУ им. Н.Ф. Катанова»)

**Б1.О.16 МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ, СЕРТИФИКАЦИЯ И  
УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ**

**Практические задания**  
Учебно-методический комплекс по дисциплине

Абакан

1. Элемент УМКД (практические задания) разработан в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины **Б1.О.16 Метрология, стандартизация, сертификация и управление качеством** по направлению подготовки 08.03.01 Строительство. Направленность (профиль): Промышленное и гражданское строительство.

2. Разработчик(и):

А.В. ДОБРЫНИНА  
(ФИО)

доцент  
(должность)

  
(подпись)

3. РАССМОТРЕН и ПРИНЯТ на заседании кафедры «Городское строительство и хозяйство» «24» августа 2021 г. протокол № 1

И. о. зав. кафедрой:



О. В. Артюшкин

## Практическое занятие № 1

### ВЫБОР СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ СВОБОДНЫХ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ

Технические средства, используемые при измерениях и имеющие нормированные метрологические характеристики, называются средствами измерения.

Измерительные средства в зависимости от измеряемых размеров и допускаемых погрешностей измерения рекомендуется выбирать по табл. 1–4. Допускается использовать более точные средства измерения, кроме указанных в табл. 1.

Таблица 1

#### Универсальные средства измерения размеров с неуказанными допусками

Обозначения для табл. 2–4	Наименование измерительного средства и способ его применения	Цена деления, мм	Диапазон измерения, мм	Условие измерения	
				Класс концевых мер длины	Температурный режим
1	Линейки измерительные металлические. ГОСТ 427–75	1,0	0–500	–	–
2	Штангенциркули. ГОСТ 166–80	0,1	0–630	–	–
3	Штангенциркули. ГОСТ 166–80	0,05	0–250	–	–
4	Микрометры. ГОСТ 6507–78	0,01	0–500	–	–
5	Индикаторные нутромеры. ГОСТ 868–82	0,01	6–100 100–500	4 4	5 3
6	Штангенглубиномеры. ГОСТ 162–80	0,05	0–400	–	–
7	Глубиномеры микрометрические. ГОСТ 7470–78	0,01	0–150	–	5
8	Глубиномеры индикаторные. ГОСТ 7661–67	0,01	0–100	–	5

В табл. 2–4 на пересечении вертикальной колонки (квалитет) и горизонтальной строки (номинальные размеры) находится поле, в котором в виде дроби указан в числителе предел допускаемой погрешности измерения в микрометрах (мкм), а в знаменателе – условные обозначения измерительных средств из табл. 1.

Таблица 2

#### Выбор универсальных средств для измерения наружных размеров

Номинальные размеры, мм	Квалитет 12	Квалитеты 13, 14	Квалитеты 15, 16	Квалитет 17
Свыше 1–3	$\frac{50}{4}$	$\frac{100}{3}$	$\frac{150}{2}$	$\frac{150}{2}$
» 3–6	$\frac{50}{4}$	$\frac{100}{3}$	$\frac{200}{2}$	$\frac{500}{1; 2}$
» 6–30	$\frac{100}{3}$	$\frac{200}{2}$	$\frac{300}{2}$	$\frac{500}{1; 2}$
» 30–120	$\frac{150}{2}$	$\frac{250}{2}$	$\frac{400}{1; 2}$	$\frac{800}{1; 2}$
» 120–315	$\frac{200}{2; 4}$	$\frac{300}{2; 4}$	$\frac{600}{1; 2; 4}$	$\frac{1000}{1; 2; 4}$
» 315–500	$\frac{300}{2; 4}$	$\frac{500}{1; 2; 4}$	$\frac{1000}{1; 2; 4}$	$\frac{1500}{1; 2; 4}$

Таблица 3

#### Выбор универсальных средств для измерения внутренних размеров

Номинальные размеры, мм	Квалитет 12	Квалитеты 13, 14	Квалитеты 15, 16	Квалитет 17
Свыше 1–3	–	–	–	–
» 3–6	–	–	–	–
» 6–30	$\frac{100}{5}$	$\frac{200}{2}$	$\frac{300}{2}$	$\frac{500}{1; 2}$
» 30–120	$\frac{150}{3}$	$\frac{250}{2}$	$\frac{400}{2}$	$\frac{800}{1; 2}$
» 120–315	$\frac{200}{2}$	$\frac{300}{2}$	$\frac{600}{1; 2}$	$\frac{1000}{1; 2}$
» 315–500	$\frac{300}{2}$	$\frac{500}{1; 2}$	$\frac{1000}{1; 2}$	$\frac{1500}{1; 2}$

*Примечание.* Точность измерения внутренних размеров от 1 до 6 мм обеспечивается технологически размерами режущего инструмента. Контроль в случае необходимости можно проводить калибрами или специальными измерительными средствами.

Таблица 4

## Выбор универсальных средств для измерения глубин и уступов

Номинальные размеры, мм	Квалитет 12	Квалитеты 13, 14	Квалитеты 15, 16	Квалитет 17
Свыше 1–3	$\frac{50}{7;8}$	$\frac{100}{6}$	$\frac{150}{2;6}$	$\frac{150}{2;6}$
» 3–6	$\frac{50}{7;8}$	$\frac{100}{6}$	$\frac{200}{2;6}$	$\frac{500}{1;2}$
» 6–30	$\frac{100}{6}$	$\frac{200}{2;6}$	$\frac{300}{2;6}$	$\frac{500}{1;2}$
» 30–120	$\frac{150}{2;6}$	$\frac{250}{2;6}$	$\frac{400}{2;6}$	$\frac{800}{1;2}$
» 120–315	$\frac{200}{6}$	$\frac{300}{6}$	$\frac{600}{1}$	$\frac{1000}{1}$
» 315–500	$\frac{300}{6}$	$\frac{500}{1}$	$\frac{1000}{1}$	$\frac{1500}{1}$

**Пример**

Выбрать средство измерения для контроля длины изделия для измерения наружного размера  $\frac{110}{13}$ , где в виде дроби указан в числителе размер измеряемого изделия в мм, а в знаменателе – квалитет.

**Решение**

По табл. 2 определяем в поле на пересечении номинального размера и квалитета предел допускаемой погрешности измерения в микрометрах (мкм), указанный в числителе, и средство измерения – в знаменателе. Предел допускаемой погрешности измерения равняется 250 мкм, и средство измерения, определяемое по табл. 1, – штангенциркули по ГОСТ 166–80 с ценой деления 0,1 мм и диапазоном измерения для наружных размеров 0–630 мм.

**Задание**

Выбрать средство измерения для контроля размеров изделия, используя данные табл. 5, где в виде дроби указан в числителе размер измеряемого изделия, мм, а в знаменателе – квалитет.

Таблица 5

## Выбор средств измерений

Вариант	Наружный размер	Внутренний размер	Размер глубин и уступов
1	$\frac{111}{13}$	$\frac{433}{17}$	$\frac{24}{17}$
2	$\frac{23}{12}$	$\frac{282}{16}$	$\frac{4,9}{15}$
3	$\frac{5}{14}$	$\frac{35}{14}$	$\frac{1,8}{14}$
4	$\frac{1,3}{15}$	$\frac{12}{12}$	$\frac{2,9}{12}$
5	$\frac{3,7}{17}$	$\frac{14}{14}$	$\frac{5,4}{13}$
6	$\frac{19}{16}$	$\frac{84}{15}$	$\frac{7}{16}$
7	$\frac{49}{13}$	$\frac{144}{17}$	$\frac{61}{17}$
8	$\frac{134}{12}$	$\frac{367}{16}$	$\frac{302}{15}$
9	$\frac{373}{14}$	$\frac{138}{13}$	$\frac{369}{14}$
10	$\frac{227}{15}$	$\frac{87}{12}$	$\frac{218}{12}$
11	$\frac{102}{17}$	$\frac{17}{15}$	$\frac{42}{13}$
12	$\frac{9,4}{16}$	$\frac{86}{17}$	$\frac{16}{16}$
13	$\frac{4,2}{13}$	$\frac{291}{16}$	$\frac{3,7}{17}$
14	$\frac{1,6}{12}$	$\frac{467}{14}$	$\frac{2,2}{17}$
15	$\frac{2,1}{14}$	$\frac{308}{12}$	$\frac{5,1}{15}$
16	$\frac{5,8}{15}$	$\frac{92}{13}$	$\frac{23}{14}$
17	$\frac{13}{17}$	$\frac{27,5}{15}$	$\frac{66}{12}$

Вариант	Наружный размер	Внутренний размер	Размер глубин и уступов
18	$\frac{64}{16}$	$\frac{13}{17}$	$\frac{237}{13}$
19	$\frac{198}{13}$	$\frac{183}{17}$	$\frac{417}{16}$
20	$\frac{397}{12}$	$\frac{457}{16}$	$\frac{343}{17}$
21	$\frac{211}{12}$	$\frac{172}{14}$	$\frac{121}{15}$
22	$\frac{93}{14}$	$\frac{49}{12}$	$\frac{73}{14}$
23	$\frac{23}{15}$	$\frac{16}{13}$	$\frac{15}{12}$
24	$\frac{5,9}{17}$	$\frac{53}{15}$	$\frac{4,7}{13}$
25	$\frac{2,3}{17}$	$\frac{134}{17}$	$\frac{1,9}{16}$
26	$\frac{4,1}{16}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{3,2}{17}$
27	$\frac{12}{13}$	$\frac{31}{16}$	$\frac{29}{15}$
28	$\frac{46}{12}$	$\frac{195}{14}$	$\frac{37}{14}$
29	$\frac{142}{14}$	$\frac{391}{12}$	$\frac{278}{12}$
30	$\frac{327}{16}$	$\frac{14}{13}$	$\frac{407}{13}$
31	$\frac{264}{17}$	$\frac{247}{15}$	$\frac{2}{12}$
32	$\frac{81}{15}$	$\frac{42}{17}$	$\frac{4}{14}$
33	$\frac{9,1}{13}$	$\frac{324}{14}$	$\frac{12}{16}$
34	$\frac{3,3}{12}$	$\frac{201}{12}$	$\frac{98}{17}$
35	$\frac{2,7}{14}$	$\frac{71}{15}$	$\frac{204}{16}$

## ВЫБОР СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

Расчет погрешности при выборе методов и средств измерений выполняют в соответствии с требованиями ГОСТ 26433.0–85.

Методы и средства измерений принимаем в соответствии с характером объекта и измеряемых параметров из условия

$$\delta x_{\Sigma \text{мет}} \leq \delta x_{\text{мет}},$$

где  $\delta x_{\Sigma \text{мет}}$  – расчетная суммарная погрешность принимаемого метода и средства измерения;  $\delta x_{\text{мет}}$  – предельная погрешность измерения.

Вычисляем расчетную погрешность измерения по одной из формул:

$$\delta x_{\Sigma \text{мет}} = \sqrt{\sum_{p=1}^r K_p^2 \delta x_p^2 + \left( \sum_{q=1}^u K_q \theta x_q \right)^2}$$

или

$$\delta x_{\Sigma \text{мет}} = 2,5 \sigma x_{\Sigma \text{мет}} = 2,5 \sqrt{\sum_{p=1}^r K_p^2 \sigma^2 x_p + \left( \sum_{q=1}^u K_q \sigma x_q \right)^2},$$

где  $\delta x_p$  – случайные составляющие погрешности;  $\theta x_q$  – систематические составляющие погрешности;  $\sigma x_p$  – средние квадратические случайные составляющие погрешности;  $\sigma x_q$  – средние квадратические систематические составляющие погрешности;  $p = 1, 2 \dots r$  – число случайных составляющих погрешностей;  $q = 1, 2 \dots u$  – число систематических составляющих погрешностей;  $K_p, K_q$  – коэффициенты, учитывающие характер зависимости между суммарной и каждой из составляющих погрешностей измерения.

При расчете по указанным формулам принимаем, что составляющие погрешности независимы между собой или слабо коррелированы.

Предельную погрешность  $\delta x_{\text{мет}}$  определяем из условия

$$\delta x_{\Sigma \text{мет}} \leq K \cdot \Delta x,$$

где  $\Delta x$  – допуск измеряемого геометрического параметра, установленный нормативно-технической документацией на объект измерения;  $K$  – коэффициент, зависящий от цели измерений и характера объекта.

Для измерений, выполняемых в процессе и при контроле точности изготовления и установки элементов, а также при контроле точности разбивочных работ принимаем  $K = 0,2$ . Для измерений, выполняемых в процессе производства разбивочных работ,  $K = 0,4$ .

Действительная погрешность  $\delta x_{s \text{мет}}$  выполненных измерений не должна превышать ее предельного значения.

Для случаев, когда процесс измерения состоит из большого числа отдельных операций, на основе принципа равных влияний определяем среднее значение составляющих погрешностей  $\delta x_{p,q}$  по формуле

$$\delta x_{p,q} = \frac{\delta x_{\Sigma \text{мет}}}{\sqrt{r + u^2}},$$

где  $r$  – число случайных составляющих погрешностей;  $u$  – число систематических составляющих погрешностей.

Выделяем те составляющие погрешности, которые легко могут быть уменьшены, увеличивая соответственно значения тех составляющих погрешностей, которые трудно обеспечить имеющимися методами и средствами.

Проверяем соблюдение условия, и в случае несоблюдения этого условия назначаем более точные средства или принимаем другой метод измерения.

### Пример

Выбрать средство измерения для контроля длины изделия,  $L = (3600 \pm 2,0)$  мм ( $\Delta x = 4$  мм, ГОСТ 21779–82).

### Решение

1. Определяем предельную погрешность измерения  $\delta x_{\text{мет}}$ :

$$\delta x_{\text{мет}} = K \cdot \Delta x = 0,2 \cdot 4,0 = 0,8 \text{ мм.}$$

2. Для выполнения измерений применяем, например, 10-метровую металлическую рулетку 3-го класса точности ЗПКЗ-10АУТ/10 ГОСТ 7502–80.

3. В суммарную погрешность измерения длины изделия рулеткой входят составляющие погрешности:  $\theta x_1$  – поверки рулетки;  $\theta x_2$  – от погрешности измерения температуры окружающей среды;  $\theta x_3$  – от колебания силы натяжения рулетки;  $\theta x_4$  – снятия отсчетов по шкале рулетки на левом и правом краях изделия.

Определяем значения этих погрешностей.

3.1. Погрешность  $\theta x_1$  поверки рулетки в соответствии с ГОСТ 8.301–78 принимаем равной 0,2 мм.

3.2. Погрешность  $\theta x_2$  от изменения температуры окружающей среды термометром с ценой деления 1 °С (погрешность измерения равна 0,5 °С) составляет

$$\theta x_2 = L \alpha \Delta t = 3600 \cdot 12,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \approx 0,22 \text{ мм.}$$

3.3. Погрешность  $\theta x_3$  от колебания силы натяжения рулетки составляет

$$\theta x_3 = \frac{L \Delta P}{FE} = \frac{3600 \cdot 10}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,09 \approx 0,1 \text{ мм,}$$

где  $\Delta P = 10$ Н – погрешность натяжения рулетки вручную;  $F = 2$  мм<sup>2</sup> – площадь поперечного сечения рулетки;  $E = 2 \cdot 10^5$  Н/мм – модуль упругости материала рулетки.

3.4. Экспериментально установлено, что погрешность снятия отсчета по шкале рулетки не превышает 0,3 мм, при этом погрешность  $\delta x_4$  снятия отсчетов на левом и правом краях изделия составит

$$\theta x_4 = 0,3 \sqrt{2} \approx 0,4 \text{ мм.}$$

4. Определяем расчетную суммарную погрешность измерения по формуле, учитывая, что  $\theta x_1$  – систематическая погрешность, а  $\delta x_2$ ,  $\delta x_3$  и  $\delta x_4$  – случайные:

$$\delta x_{\Sigma \text{мет}} = \sqrt{\delta x_2^2 + \delta x_3^2 + \delta x_4^2 + \theta x_1^2} = \sqrt{0,26} \approx 0,5 \text{ мм.}$$

5. Данные метод и средство измерения могут быть приняты для выполнения измерений, так как расчетная суммарная погрешность измерения  $\delta x_{\Sigma \text{мет}} = 0,5$  мм меньше предельной  $\delta x_{\text{мет}} = 0,8$  мм, что соответствует требованию.

### Задание

По вышеописанному алгоритму произвести выбор средства измерения с учетом погрешности, используя данные в табл. 6.

Таблица 6

### Исходные данные

Вариант	$L$ , мм	$\Delta x$ , мм	$\alpha$	$\Delta t$ , °C	$\Delta P$ , Н	$F$ , мм <sup>2</sup>	$E$ , Н/мм
1	3150±2,0	4	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,2	7	2	$2 \cdot 10^5$
2	6000±4,0	8	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,5	12	1,6	$2 \cdot 10^5$
3	4000±6,0	12	$12,5 \cdot 10^{-6}$	1,0	10	3	$2 \cdot 10^5$
4	2800±1,0	2	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,7	9	2,5	$2 \cdot 10^5$
5	4500±3,0	6	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,3	11	1	$2 \cdot 10^5$
6	6700±5,0	10	$12,5 \cdot 10^{-6}$	2,0	8	2	$2 \cdot 10^5$
7	3150±4,0	8	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,4	12	1,6	$2 \cdot 10^5$
8	6000±6,0	12	$12,5 \cdot 10^{-6}$	1,5	10	3	$2 \cdot 10^5$
9	4000±1,0	2	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,7	9	2	$2 \cdot 10^5$
10	2800±3,0	6	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,3	11	1,6	$2 \cdot 10^5$
11	4500±2,0	4	$12,5 \cdot 10^{-6}$	2,0	7	3	$2 \cdot 10^5$
12	3150±4,0	8	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,4	12	2,5	$2 \cdot 10^5$
13	6700±6,0	12	$12,5 \cdot 10^{-6}$	1,5	8	1	$2 \cdot 10^5$
14	3150±1,0	2	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,2	12	2	$2 \cdot 10^5$
15	4000±3,0	6	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,5	10	1,6	$2 \cdot 10^5$
16	2800±5,0	10	$12,5 \cdot 10^{-6}$	1,0	9	3	$2 \cdot 10^5$

Вариант	$L$ , мм	$\Delta x$ , мм	$\alpha$	$\Delta t$ , °C	$\Delta P$ , Н	$F$ , мм <sup>2</sup>	$E$ , Н/мм
17	6700±4,0	8	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,7	11	2	$2 \cdot 10^5$
18	4500±6,0	12	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,3	7	1,6	$2 \cdot 10^5$
19	4000±1,0	2	$12,5 \cdot 10^{-6}$	2,0	12	3	$2 \cdot 10^5$
20	6000±3,0	6	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,4	7	2,5	$2 \cdot 10^5$
21	6700±2,0	4	$12,5 \cdot 10^{-6}$	1,5	12	1	$2 \cdot 10^5$
22	4000±4,0	8	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,7	10	2	$2 \cdot 10^5$
22	4000±4,0	8	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,7	10	2	$2 \cdot 10^5$
23	3150±6,0	12	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,3	9	1,6	$2 \cdot 10^5$
24	6700±1,0	2	$12,5 \cdot 10^{-6}$	2,0	11	3	$2 \cdot 10^5$
25	4000±3,0	6	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,4	8	2	$2 \cdot 10^5$
26	6000±5,0	10	$12,5 \cdot 10^{-6}$	1,5	12	1,6	$2 \cdot 10^5$
27	2800±4,0	8	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,3	10	3	$2 \cdot 10^5$
28	4500±6,0	12	$12,5 \cdot 10^{-6}$	2,0	9	2,5	$2 \cdot 10^5$
29	6700±1,0	2	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,4	11	1	$2 \cdot 10^5$
30	6700±3,0	6	$12,5 \cdot 10^{-6}$	1,5	12	2	$2 \cdot 10^5$
31	2800±2,0	4	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,7	7	1,6	$2 \cdot 10^5$
32	4000±4,0	8	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,3	12	3	$2 \cdot 10^5$
33	6000±1,0	2	$12,5 \cdot 10^{-6}$	2,0	10	3	$2 \cdot 10^5$
34	4500±3,0	6	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,7	9	2,5	$2 \cdot 10^5$
35	3150±1,0	2	$12,5 \cdot 10^{-6}$	0,3	9	1,6	$2 \cdot 10^5$

## Практическое занятие № 3

### ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПРОИЗВЕДЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Оценка точности измерений производится:

до начала измерений путем обработки результатов специально выполненных наблюдений;

после окончания измерений путем обработки результатов наблюдений, выполненных в процессе этих измерений.

2. Для оценки точности измерений используются многократные наблюдения параметра в одном из установленных сечений (мест) или двойные наблюдения параметра в разных сечениях (местах) одного или нескольких объектов измерений.

Общее число наблюдений  $M$ , необходимое для оценки точности результата измерений, составляет:

для предварительной оценки – 20;

для оценки точности выполненных измерений – не менее 6.

Для уменьшения влияния систематических погрешностей на результат измерения наблюдения производятся в прямом и обратном направлениях, на разных участках шкалы отсчетного устройства, меняя установку и настройку прибора и соблюдая другие приемы, указанные в инструкции по эксплуатации на средства измерения. При этом должны быть соблюдены условия равноточности наблюдений (выполнение наблюдений одним наблюдателем, тем же методом, с помощью одного и того же прибора и в одинаковых условиях).

Перед началом наблюдений средства измерений следует выдерживать на месте измерений до выравнивания температур этих средств и окружающей среды.

3. Оценка точности измерений производится путем определения действительной погрешности измерения  $\delta x_{\text{мет}}$  и сравнения ее с предельной погрешностью  $\delta x_{\text{мет}}$ .

В случаях, когда нормирована относительная погрешность измерения, определяется действительная относительная погрешность.

4. Действительная погрешность измерения при многократных наблюдениях определяется по формуле

$$\delta x_{\text{мет}} = t S_{\text{мет}},$$

где  $S_{\text{мет}}$  – среднее квадратическое отклонение измерения;  $t$  – коэффициент (принимают по табл. 7).

Таблица 7

Значения коэффициента  $t$

Доверительные вероятности	Значения $t$ при $M$ , равном			
	20	10	8	6
0,95	2	2,3	2,4	2,6
0,99	2,5	3,2	3,5	4,0

Среднее квадратическое отклонение (СКО) измерения при многократных наблюдениях параметра определяется по формуле

$$S_{\text{мет}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M (x_j - \bar{x})^2}{m(M-1)}},$$

где  $x_j$  – результат наблюдения;  $\bar{x}$  – результат измерения, полученный по многократным наблюдениям параметра (среднее арифметическое);  $M$  – число равноточных результатов наблюдений, выполняемых для предварительной оценки;  $m$  – число наблюдений параметра, выполняемых при контроле в данном сечении (месте).

Если при измерениях используются средства и методы, для которых из специально выполненных ранее измерений или из эксплуатационной документации установлено среднее квадратическое отклонение наблюдения  $S_{\text{мет}}$ , то действительная погрешность измерения определяется по формуле

$$\delta x_{\text{мет}} = t \frac{S_{\text{мет}}}{\sqrt{m}}.$$

5. Действительная погрешность результата измерения при двойных наблюдениях параметра в одном из установленных сечений (местах) оценивается по формуле

$$\delta x_{\text{мет}} = \left| \theta x_{\text{мет}} \right| + t S_{\text{мет}},$$

где  $\theta x_{\text{мет}}$  – абсолютное значение остаточной систематической погрешности, численное значение которой определено из обработки ряда двойных наблюдений.

### Пример

Произвести предварительную оценку точности измерений длинномером длины изделий при контроле точности их изготовления.

### Решение

Измерение длины каждого изделия в процессе контроля будет производиться при числе наблюдений  $m = 2$ .

Выполняем многократные наблюдения длины одного изделия при числе наблюдений  $M = 10$ . Для уменьшения влияния систематической погрешности первые пять наблюдений выполняем в одном направлении, каждый раз со сдвигом шкалы рулетки на 70–90 мм, а вторые пять наблюдений – в другом направлении с тем же сдвигом шкалы.

Результаты наблюдений и последовательность их обработки приведены в табл. 8 (приведены результаты 10 наблюдений, т. е.  $M = 10$ ).

Таблица 8

#### Обработка исходных данных

Номера наблюдений	Отсчеты по длинномеру		Размеры, полученные в результате наблюдений	$x_j - x_0$	$(x_j - x_0)^2$	$\bar{x} - x_j$	$(\bar{x} - x_j)^2$
	Левая грань	Правая грань					
	Прямо						
1	0	3205	3205	5	25	0	0
2	7	3216	3209	9	81	-4	16
3	14	3219	3205	5	25	0	0
4	21	3221	3200	0	0	5	25
5	29	3232	3203	3	9	2	4
	Обратно						
6	36	3244	3208	8	64	-3	9
7	43	3245	3202	2	4	3	9
8	50	3257	3207	7	49	-2	4
9	57	3265	3208	8	64	-3	9
10	64	3269	3205	5	25	0	0
			$\Sigma 52$	$\Sigma 346$	$\Sigma -2$	$\Sigma 76$	

1. Определяем среднее арифметическое из результатов измерений:

$$\bar{x} = x_0 + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)}{n} = 3200 + \frac{52}{10} = 3205,2 \text{ мм.}$$

Принимаем  $\bar{x} = 3205,0$  мм с ошибкой округления  $a = -0,2$  мм;  $x_0$  – наименьший результат из всех наблюдений,  $x_0 = 3200$  мм.

2. Контроль правильности вычислений:

$$\sum_{j=1}^M (\bar{x} - x_j) = a \cdot M = -0,2 \cdot 10 = -2 \text{ мм};$$

$$\sum_{j=1}^M (\bar{x} - x_j)^2 = \sum_{j=1}^M (x_j - x_0)^2 - \frac{\left[ \sum_{j=1}^M (x_j - x_0) \right]^2}{M} = 346 - \frac{52^2}{10} = 75,6 \text{ мм.}$$

3. Среднее квадратическое отклонение результата измерений находим по формуле

$$S_{x_{\text{мет}}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M (x_j - \bar{x})^2}{m(M-1)}} = \sqrt{\frac{76}{2(10-1)}} = 2,0 \text{ мм.}$$

4. Действительная погрешность измерения будет составлять

$$\delta x_{s_{\text{мет}}} = t S_{x_{\text{мет}}} = 2,5 \cdot 2,0 = 5,0 \text{ мм.}$$

5. Предельную погрешность измерения находим по формуле

$$\delta x_{\text{мет}} = K \cdot \Delta x.$$

При допуске на длину 16,5 мм по 16 качеству

$$\delta x_{\text{мет}} = 0,2 \cdot 16,5 = 3,3 \text{ мм.}$$

6. Проверяем соблюдение условия  $\delta x_{\Sigma \text{мет}} \leq \delta x_{\text{мет}}$ , которое не выполняется, так как  $5,0 > 3,3$  мм.

Действительная погрешность измерения не соответствует требуемой, должны быть приняты другие средства измерений или увеличено количество наблюдений  $m$ . Принимаем  $m = 5$ , тогда

$$S_{x_{\text{мет}}} = \sqrt{\frac{76}{5(10-1)}} = 1,29 \text{ мм},$$

$$\delta x_{s_{\text{мет}}} = 2,5 \cdot 1,29 = 3,2 \text{ мм}.$$

В этом случае условие выполняется, так как  $3,2 \text{ мм} < 3,3 \text{ мм}$ .

### Задание

По вышеописанному алгоритму произвести оценку точности произведенных измерений, заполнить таблицу, используя данные табл. 9.

Таблица 9

### Исходные данные

Номера наблюдений	Отсчеты по длинномеру		Размеры, полученные в результате наблюдений	$x_j - x_0$	$(x_j - x_0)^2$	$\bar{x} - x_j$	$(\bar{x} - x_j)^2$
	Левая грань	Правая грань					
	Прямо						
1	0	6175					
2	6	6186					
3	14	6189					
4	21	6191					
5	28	6202					
6	36	6214					
7	43	6215					
8	50	6227					
9	57	6235					
10	64	6239					

Номера наблюдений	Отсчеты по длинномеру		Размеры, полученные в результате наблюдений	$x_j - x_0$	$(x_j - x_0)^2$	$\bar{x} - x_j$	$(\bar{x} - x_j)^2$
	Левая грань	Правая грань					
	Обратно						
11	72	6250					
12	78	6253					
13	84	6255					
14	90	6266					
15	96	6277					
16	103	6289					
17	110	6290					
18	117	6302					
19	124	6310					
20	132	6314					
				$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$

**ГРУБЫЕ ПОГРЕШНОСТИ И МЕТОДЫ  
ИХ ИСКЛЮЧЕНИЯ**

Грубая погрешность, или промах – это погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд измерений, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда. При однократных измерениях обнаружить промах невозможно. При многократных измерениях для обнаружения промахов используют статистические критерии, такие как критерий Романовского, критерий Шарлье, критерий Диксона.

**Критерий Романовского**

Критерий Романовского применяется, если число измерений  $n < 20$ . При этом вычисляется отношение

$$\beta = \frac{|(x_i - \bar{x})|}{S_x},$$

где  $x_i$  – проверяемое значение;  $\bar{x}$  – среднее арифметическое значение;  $S_x$  – среднее квадратическое отклонение.

Далее расчетное значение  $\beta$  сравнивается с критерием  $\beta_r$ , выбранным по табл. 10. Если  $\beta \geq \beta_r$ , то результат  $x_i$  считается промахом и отбрасывается.

Таблица 10

**Значения критерия Романовского  $\beta = f(n)$**

$q$	$n = 4$	$n = 6$	$n = 8$	$n = 10$	$n = 12$	$n = 15$	$n = 20$
0,01	1,73	2,16	2,43	2,62	2,75	2,90	3,08
0,02	1,72	2,13	2,37	2,54	2,66	2,80	2,96
0,05	1,71	2,10	2,27	2,41	2,52	2,64	2,78
0,10	1,69	2,00	2,17	2,29	2,39	2,49	2,62

При шестикратном измерении расстояний между ориентирами осей здания получены следующие результаты: 25,155; 25,150; 25,165; 25,165; 25,160; 25,180 м. Последний результат вызывает сомнения. Производим проверку по критерию Романовского, не является ли он промахом.

Найдем среднее арифметическое значение

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{150,975}{6} = 25,163 \text{ м.}$$

Определяем среднее квадратическое отклонение. Для удобства вычислений составим табл. 11.

Таблица 11

**Обработка результатов измерений**

№ п/п	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	25,155	-0,008	0,000064
2	25,15	-0,013	0,000169
3	25,165	0,002	0,000004
4	25,165	0,002	0,000004
5	25,16	-0,003	0,000009
6	25,18	0,017	0,000289
		$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 25,163 \text{ м}$	$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 0,000539$

Оценка СКО:  $S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 0,0107 \text{ м.}$

Вычисляем  $\beta$  для сомнительного результата

$$\beta = \frac{|(x_i - \bar{x})|}{S_x} = \frac{0,017}{0,0107} = 1,58.$$

Критическое значение  $\beta$  при уровне значимости 0,05 и  $n = 6$  составляет 2,1. Поскольку  $1,58 < 2,1$ , результат не является промахом и не исключается из результатов измерений.

### Критерий Шарлье

Критерий Шарлье используется, если число измерений велико ( $n > 20$ ). Пользуясь данным критерием, отбрасывается результат, для значения которого выполняется неравенство

$$|x_i - \bar{x}| > K_{ш} \cdot S_x.$$

### Пример решения

При измерении расстояний между колоннами были получены следующие результаты (табл. 12).

Таблица 12

#### Обработка исходных данных

№ п/п	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	23,67	0	0
2	23,68	0,01	0,0001
3	23,66	-0,01	0,0001
4	23,67	0	0
5	23,67	0	0
6	23,68	0,01	0,0001
7	23,67	0	0
8	23,68	0,01	0,0001
9	23,67	0	0
10	23,68	0,01	0,0001
11	23,66	-0,01	0,0001
12	23,67	0	0
13	23,67	0	0
14	23,68	0,01	0,0001
15	23,68	0,01	0,0001
16	23,68	0,01	0,0001
17	23,67	0	0
18	23,68	0,01	0,0001
19	23,68	0,01	0,0001

Окончание табл. 12

№ п/п	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
20	23,67	0	0
21	23,68	0,01	0,0001
22	23,67	0	0
23	23,67	0	0
24	23,67	0	0
25	23,68	0,01	0,0001
26	23,66	-0,01	0,0001
27	23,68	0,01	0,0001
28	23,67	0	0
29	23,67	0	0
30	23,68	0,01	0,0001
	$\bar{x} = 23,67$		$\Sigma = 0,0016$

#### Обработка результатов измерений

Находим СКО  $S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{0,0016}{29}} = 0,0074$  м.

Проверяем сомнительный результат измерения – 23,66. Для этого значения не выполняется неравенство  $|x_i - \bar{x}| > K_{ш} \cdot S_x$ , где  $K_{ш} = 2,13$  (табл. 13), т. е.  $|23,66 - 23,67| < 2,13 \cdot 0,0074$ . Таким образом, проверяемое значение 23,66 не является промахом и не отбрасывается.

Таблица 13

#### Значения критерия Шарлье

$n$	5	10	20	30	40	50	100
$K_{ш}$	1,3	1,65	1,96	2,13	2,24	2,32	2,58

#### Критерий Диксона

При использовании данного критерия полученные результаты измерений записываются в вариационный возрастающий ряд  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ . Расчетное значение критерия определяется как

$$K_D = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}$$

В случае, если расчетное значение критерия будет больше критического значения  $Z_q$ , то проверяемое значение считается промахом и отбрасывается. Критические значения критерия приведены в табл. 14.

Таблица 14

Значения критерия Диксона

n	$Z_q$ при $q$ , равном			
	0,1	0,05	0,02	0,01
4	0,68	0,76	0,85	0,89
6	0,48	0,56	0,64	0,7
8	0,4	0,47	0,54	0,59
10	0,35	0,41	0,48	0,53
14	0,29	0,35	0,41	0,45
16	0,28	0,33	0,39	0,43
18	0,26	0,31	0,37	0,41
20	0,26	0,3	0,36	0,39
30	0,22	0,26	0,31	0,34

Пример решения

Было произведено шесть измерений расстояний между сваями. Получены следующие результаты: 25,1; 25,2; 24,9; 25,6; 25,1; 25,2 м. Результат 25,6 м существенно отличается от остальных. Произведем проверку, не является ли он промахом.

Составим вариационный возрастающий ряд из результатов измерений: 24,9; 25,1; 25,1; 25,2; 25,2; 25,6 м. Для крайнего члена этого ряда 25,6 м расчетный критерий Диксона

$$K_D = \frac{25,6 - 25,2}{25,6 - 24,9} = 0,57.$$

Как следует из табл. 14, по этому критерию результат 25,6 м может быть отброшен как промах при уровне значимости  $q = 0,05$ .

Задание

Определить наличие грубых погрешностей в результатах измерений, используя данные табл. 15.

Таблица 15

Исходные данные

Вариант	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	$X_{14}$	$X_{15}$	$X_{16}$
1	484	485	484	485	483	492	485	484	485	482	481	484	494	485	484	483
2	15,1	15,2	15,5	15,4	15,5	15,6	15,3	15,4	15,4	15,5	15,3	15,5	15,4	15,6	16,2	15,4
3	5,8	6,1	5,7	5,6	5,4	5,6	5,5	5,4	5,6	5,5	5,3	5,1	5,6	5,4	5,5	5,4
4	1,6	1,5	1,7	1,5	1,4	1,6	1,5	1,8	2,2	1,5	1,6	1,7	1,4	1,5	1,4	1,5
5	6,6	6,5	6,5	6,8	6,9	6,4	6,5	6,6	6,5	6,7	6,5	7,3	6,4	6,5	6,5	6,6
6	10,3	10,1	10,2	10,1	10,3	10,2	10,9	11,2	10,4	10,3	10,4	10,3	10,2	10,1	10,3	10,2
7	15,5	15,3	15,3	15,4	15,3	15,2	15,6	15,4	15,3	15,2	15,8	15,4	16,2	15,5	15,3	15,4
8	11,8	11,7	11,8	11,9	11,6	11,5	11,8	11,7	11,8	11,6	11,9	11,7	11,5	10,6	11,6	11,9
9	5,6	5,5	5,8	5,3	5,5	5,6	5,4	5,9	5,5	5,6	5,7	5,4	5,5	5,7	6,3	5,4
10	4,8	4,6	4,7	4,8	4,6	4,8	4,9	4,6	4,8	4,7	4,8	4,6	4,8	3,9	4,7	4,5
11	2,5	2,7	2,8	2,5	2,3	2,2	2,5	2,3	2,4	2,5	2,6	2,9	3,2	2,6	2,1	2,5
12	4,5	4,3	4,1	4,8	4,6	4,5	4,4	4,6	4,3	4,5	4,3	4,4	4,5	4,7	5,2	4,2
13	12,6	12,8	12,4	12,5	12,5	12,2	12,4	12,6	12,2	12,4	11,5	12,3	12,5	12,7	12,4	12,3
14	9,3	9,4	9,1	9,2	9,5	9,2	9,4	9,3	9,4	9,5	10,6	9,4	9,2	9,5	9,3	9,2
15	5,8	5,9	6,2	5,8	5,6	5,8	5,7	6,1	5,9	5,8	6,9	5,8	5,7	5,8	5,7	5,9
16	4,3	4,4	4,6	4,2	4,3	4,6	4,5	4,3	4,6	4,9	4,3	4,6	4,5	4,7	3,8	4,5
17	3,1	3,4	3,2	3,5	3,1	3,6	3,2	3,3	3,4	3,3	3,2	3,4	3,3	3,5	3,3	3,4
18	10,6	10,2	10,5	10,3	10,4	10,3	10,5	10,3	10,6	10,1	10,5	10,4	10,3	10,5	11,4	10,4
19	4,3	4,4	4,5	4,6	4,2	4,1	4,3	4,5	4,4	4,3	4,6	4,8	4,2	4,7	4,6	5,3
20	6,3	6,8	6,5	6,4	6,7	6,6	6,5	6,4	6,2	6,1	6,4	6,7	6,5	6,4	6,7	7,4
21	2,1	2,2	2,1	2,3	2,1	2,4	2,3	2,6	2,1	2,3	2,4	2,6	2,3	2,7	3,5	2,4
22	7,4	7,3	7,2	7,6	7,4	7,5	7,4	7,6	7,9	7,4	7,2	7,1	7,4	7,5	7,6	8,7
23	4,5	4,3	4,4	4,6	4,7	4,9	4,5	4,3	4,5	4,5	4,6	4,3	5,6	4,6	4,4	4,5
24	11,1	11,3	11,3	11,2	11,5	11,3	11,1	11,3	11,5	11,2	11,6	12,3	11,2	11,3	11,4	11,3
25	10,6	10,7	10,4	10,9	11,8	10,6	10,5	10,6	10,4	10,6	10,4	10,5	10,7	10,4	10,6	10,5
26	54	55	54	55	53	62	55	54	55	52	51	54	54	55	54	53
27	5,1	5,2	5,5	5,4	5,5	5,6	5,3	5,4	5,4	5,5	5,3	5,5	5,4	5,6	6,2	5,4
28	45,8	46,1	45,7	45,6	45,4	45,6	45,5	45,4	45,6	45,5	45,3	45,1	45,6	45,4	45,5	45,4
29	51,6	51,5	51,7	51,5	51,4	51,6	51,5	51,8	52,2	51,5	51,7	51,4	51,4	51,5	51,4	51,5
31	0,3	0,1	0,2	0,1	0,3	0,2	0,9	1,2	0,4	0,3	0,4	0,3	0,2	0,1	0,3	0,2
32	55,5	55,3	55,3	55,4	55,3	55,2	55,6	55,4	55,3	55,2	55,8	55,4	56,2	55,5	55,3	55,4
33	1,8	1,7	1,8	1,9	1,6	1,5	1,8	1,7	1,8	1,6	1,9	1,7	1,5	0,6	1,6	1,9
34	25,6	25,5	25,8	25,3	25,5	25,6	25,4	25,9	25,5	25,5	25,7	25,4	25,5	25,7	26,3	25,4
35	54,8	54,6	54,7	54,8	54,6	54,8	54,9	54,6	54,8	54,7	54,8	54,6	54,8	53,9	54,7	54,5

Поправки для исключения систематических погрешностей

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ**

1. Исключение известных систематических погрешностей из результатов наблюдений или измерений выполняем введением поправок к этим результатам.

Поправки по абсолютному значению равны этим погрешностям и противоположны им по знаку.

2. Введением поправок исключаем:

погрешность, возникающую из-за отклонений действительной температуры окружающей среды при измерении от нормальной;

погрешность, возникающую из-за отклонений атмосферного давления при измерении от нормального;

погрешность, возникающую из-за отклонений относительной влажности окружающего воздуха при измерении от нормальной;

погрешность, возникающую из-за отклонений относительной скорости движения внешней среды при измерении от нормальной;

погрешность, возникающую вследствие искривления светового луча (рефракции);

погрешность шкалы средства измерения;

погрешность, возникающую вследствие несовпадения направлений линии измерения и измеряемого размера.

3. Поправки по указанным погрешностям вычисляем в соответствии с указаниями табл. 16.

Обозначения, принятые в таблице:  $L$  – непосредственно измеряемый размер, мм;  $l_{\text{ном}}$  – номинальная длина мерного прибора, мм;  $l_i$  – действительная длина мерного прибора, мм;  $\Delta l = l_i - l_{\text{ном}}$ ;  $\alpha_1, \alpha_2$  – коэффициенты линейного расширения средства измерения и объекта,  $10^{-6}$  град $^{-1}$ ;  $t_1, t_2$  – температура средства измерения и объекта, °C;  $h$  – величина отклонения направления измерения от направления измеряемого размера, мм;  $Q$  – предельное значение допустимой силы ветра, Н;  $P$  – сила натяжения мерного прибора (рулетки, проволоки), Н.

Наименование поправок	Указания по определению поправок
1. Поправка на температуру окружающей среды	$\theta x_{\text{кор},t} = -L[\alpha_1(t_1 - 20^\circ\text{C}) - \alpha_2(t_2 - 20^\circ\text{C})]$
2. Поправка на атмосферное давление	Определяется при применении электронно-оптических средств измерений в соответствии с эксплуатационной документацией
3. Поправка на относительную влажность окружающего воздуха	$\theta x_{\text{кор},w}$ определяется: а) при применении электронно-оптических средств измерений в соответствии с эксплуатационной документацией; б) при измерении объектов, изменяющих размеры в зависимости от влажности воздуха в соответствии со свойствами материала
4. Поправка на относительную скорость внешней среды	$\theta x_{\text{кор},c} = \frac{Q^2 l_{\text{ном}}}{24P^2}$
5. Поправка на длину шкалы средства измерения	$\theta x_{\text{кор},l} = \frac{L}{l_{\text{ном}}} \Delta l$
6. Поправка на несовпадение направлений линии измерения и измеряемого размера	$\theta x_{\text{кор},h} = \frac{h^2}{2L}$
7. Поправка на рефракцию	$\theta x_{\text{кор},r}$ определяется при применении оптических или электронно-оптических приборов в зависимости от условий измерения по специальной методике

4. Поправки могут не вноситься, если действительная погрешность измерения не превышает предельной.

**Пример**

Определить систематические погрешности и записать результат с учетом различных параметров.

Получен результат измерения длины стальной фермы  $x_i = 24\,003$  мм. Измерение выполнялось трехметровой рулеткой из нержавеющей стали при  $t = -20^\circ\text{C}$ . При этом  $\alpha_1 = 20,5 \cdot 10^{-6}$ ,  $\alpha_2 = 12,5 \cdot 10^{-6}$ ,  $t_1 = t_2 = -20^\circ\text{C}$ ,  $l_{\text{ном}} = 3000$  мм,  $l_i = 3002$  мм,  $h = 35$  мм,  $P = 9$  Н,  $Q = 1,2$  Н.

## Решение

1. Поправка на температуру окружающей среды

$$\theta x_{\text{кор},t} = -L[\alpha_1(t_1 - 20 \text{ }^\circ\text{C}) - \alpha_2(t_2 - 20 \text{ }^\circ\text{C})] =$$

$$= -24\,003 [20,5 \cdot 10^{-6}(-20 - 20) - 12,5 \cdot 10^{-6}(-20 - 20)] \approx 7,7 \text{ мм.}$$

Действительную длину  $x_i$  фермы с учетом поправки на температуру окружающей среды принимаем равной

$$x_i + \theta x_{\text{кор},t} = 24\,003 + 7,7 = 24\,010,7 \text{ мм.}$$

2. Поправка на относительную скорость внешней среды

$$\theta x_{\text{кор},c} = \frac{Q^2 l_{\text{ном}}}{24P^2} = \frac{1,2^2 \cdot 3000}{24 \cdot 9^2} = 2,22 \text{ мм.}$$

Действительную длину  $x_i$  фермы с учетом поправки на относительную скорость внешней среды принимаем равной

$$x_i + \theta x_{\text{кор},c} = 24\,003 + 2,22 = 24\,005,22 \text{ мм.}$$

3. Поправка на длину шкалы средства измерения

$$\theta x_{\text{кор},l} = \frac{L}{l_{\text{ном}}} \Delta l.$$

$$\Delta l = l_i - l_{\text{ном}} = 3002 - 3000 = 2 \text{ мм.}$$

$$\theta x_{\text{кор},l} = \frac{24\,003}{3000} \cdot 2 = 16,002 \text{ мм.}$$

Действительную длину  $x_i$  фермы с учетом поправки на длину шкалы средства измерения принимаем равной

$$x_i + \theta x_{\text{кор},l} = 24\,003 + 16,002 = 24\,019,002 \text{ мм.}$$

4. Поправка на несовпадение направлений линии измерения и измеряемого размера

$$\theta x_{\text{кор},h} = \frac{h^2}{2L} = \frac{35^2}{2 \cdot 24\,003} = 0,025 \text{ мм.}$$

Действительную длину  $x_i$  фермы с учетом поправки несовпадения направлений линии измерения и измеряемого размера принимаем равной

$$x_i + \theta x_{\text{кор},h} = 24\,003 + 0,025 = 24\,003,025 \text{ мм.}$$

Действительную длину  $x_i$  фермы с учетом всех поправок принимаем равной

$$\begin{aligned} x_i + \theta x_{\text{кор},t} + \theta x_{\text{кор},c} + \theta x_{\text{кор},l} + \theta x_{\text{кор},h} = \\ = 24\,003 + 7,7 + 2,22 + 16,002 + 0,025 = 24\,028,9 \text{ мм.} \end{aligned}$$

## Задание

Определить систематические погрешности и записать результат с учетом различных параметров. Данные результатов измерений приведены в табл. 17.

Таблица 17

Исходные данные

Вариант	$L$ , мм	$l_{\text{ном}}$ , мм	$l_i$ , мм	$t$ , $^\circ\text{C}$	$t_1 = t_2$ , $^\circ\text{C}$	$h$ , мм	$P$ , Н	$Q$ , Н
1	17 983	3000	3001	-15	-15	27	8	0,7
2	13 005	3000	3002	13	13	32	12	0,3
3	24 153	3000	3001	24	24	15	10	1,5
4	59 670	10 000	10 001	-19	-19	39	9	0,9
5	40 309	5000	5002	7	7	21	11	0,2
6	28 012	3000	3001	9	9	24	7	1,2
7	45 180	5000	5001	4	4	40	12	0,4
8	67 000	10 000	10 002	-8	-8	11	7	1,4
9	31 500	5000	5002	-12	-12	18	12	1,3
10	18 021	3000	3000	-3	-3	35	10	0,6
11	12 908	10 000	10 002	-4	-4	28	9	1,1

Вариант	$L$ , мм	$l_{\text{ном}}$ , мм	$l_i$ , мм	$t$ , °C	$t_1 = t_2$ , °C	$h$ , мм	$P$ , Н	$Q$ , Н
12	23 061	5000	5001	11	11	12	11	0,8
13	60 054	3000	3001	8	8	31	10	0,3
14	40 720	5000	4999	-7	-7	19	9	1,5
15	28 030	10 000	10 001	24	24	26	11	0,9
16	45 002	3000	3003	-19	-19	13	7	0,2
17	66 002	10 000	10 004	7	7	34	12	1,2
18	31 207	5000	5002	9	9	23	10	0,4
19	23 948	3000	3002	4	4	17	9	1,4
20	60 376	5000	5001	-8	-8	38	11	0,6
21	28 012	10 000	10 001	-12	-12	25	8	1,1
22	45 180	5000	5002	-3	-3	33	12	0,8
23	67 000	3000	3002	-4	-4	16	10	0,3
24	31 500	10 000	10 003	-15	-15	30	9	1,5
25	18 021	5000	5001	13	13	22	11	0,9
26	12 908	3000	3001	24	24	37	7	0,2
27	23 061	5000	5002	-19	-19	29	12	1,2
28	60 054	10 000	10 002	7	7	20	11	0,4
29	40 720	5000	5001	9	9	36	7	1,4
30	28 030	3000	3001	4	4	10	12	1,2
31	45 002	10 000	10 002	-8	-8	34	10	0,4
32	66 002	5000	5002	-12	-12	23	9	1,4
33	31 207	3000	3001	-3	-3	17	11	1,3
34	23 948	10 000	10 001	-4	-4	38	8	0,6
35	60 376	3000	3001	-5	-5	25	10	1,1

### ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВИДА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ

Для предварительной оценки вида распределения по полученным данным строят гистограмму распределений или полигон распределения. Вначале производится группирование – разделение данных от наименьшего  $x_{\min}$  до наибольшего  $x_{\max}$  на  $r$  интервалов. Для количества измерений от 30 до 100 рекомендуемое число интервалов 7–9. Ширину интервала выбирают постоянной для всего ряда данных, при этом следует иметь в виду, что ширина интервала должна быть больше погрешности округления при записи данных. Ширину интервала вычисляют по формуле

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{r}$$

Вычисленное значение  $h$  обычно округляют. Например, при  $h = 0,0187$  это значение округляют до  $h = 0,02$ . Установив границы интервалов, подсчитывают число результатов измерений, попавших в каждый интервал. При построении гистограммы или полигона распределения масштаб этих графиков рекомендуется выбирать так, чтобы соотношение высоты графика к его основанию было примерно 3 : 5.

#### Пример

Построить гистограмму и полигон распределения по полученным экспериментальным данным, приведенным в табл. 18.

Определяем ширину интервала

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{r} = \frac{25,08 - 25,01}{7} = 0,01 \text{ мм.}$$

Строим гистограмму распределений (рис. 1), подсчитав число экспериментальных данных, попавших в каждый интервал.

Таблица 18

Результаты измерений

№ п/п	$x_i$	№ п/п	$x_i$
1	25,04	21	25,04
2	25,05	22	25,05
3	25,04	23	25,06
4	25,06	24	25,03
5	25,05	25	25,06
6	25,01	26	25,05
7	25,07	27	25,05
8	25,05	28	25,04
9	25,03	29	25,06
10	25,05	30	25,05
11	25,03	31	25,04
12	25,06	32	25,05
13	25,07	33	25,06
14	25,05	34	25,05
15	25,06	35	25,05
16	25,03	36	25,04
17	25,07	37	25,06
18	25,08	38	25,05
19	25,06	39	25,06
20	25,05	40	25,05

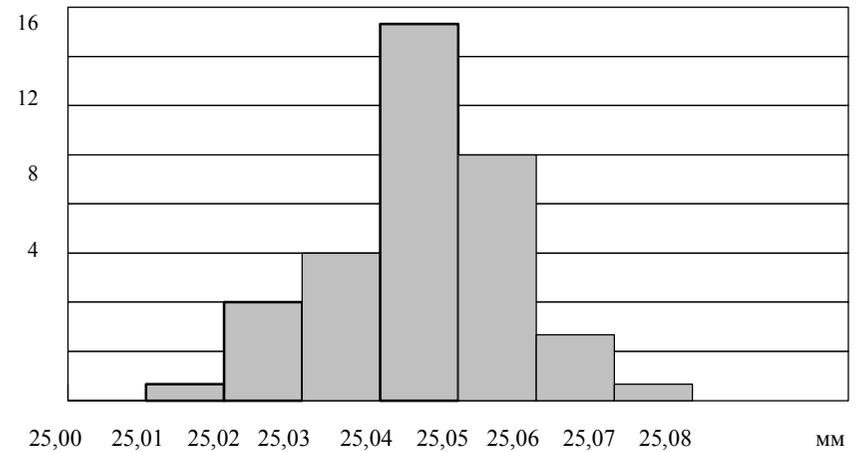


Рис. 1. Гистограмма распределений результатов измерений

Далее строим полигон распределения (рис. 2), который представляет собой кусочно-линейную аппроксимацию искомой функции плотности распределения результатов измерения.

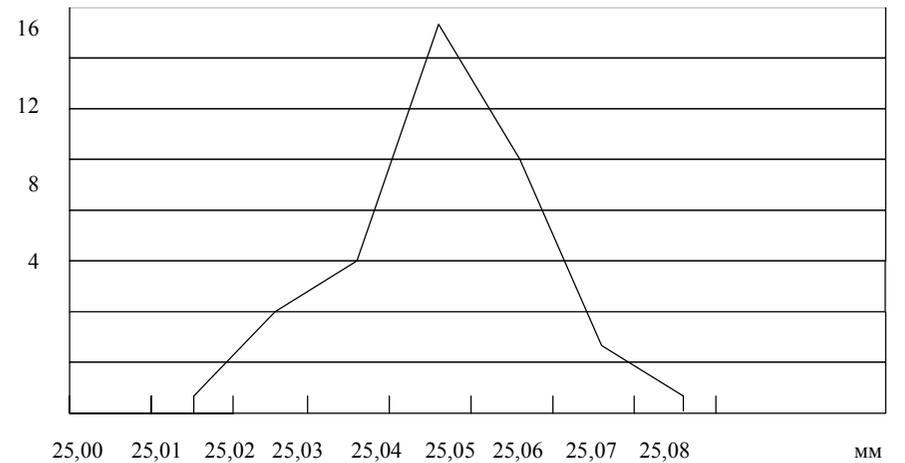


Рис. 2. Полигон распределения результатов измерения

## Практическое занятие № 7

### ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О НОРМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Нормальный закон распределения, называемый часто распределением Гаусса, описывается зависимостью

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right],$$

где  $\sigma$  – параметр рассеивания распределения, равный среднему квадратическому отклонению.

Широкое использование нормального распределения на практике объясняется теоремой теории вероятностей, утверждающей, что распределение случайных погрешностей будет близко к нормальному всякий раз, когда результаты наблюдений формируются под действием большого числа независимо действующих факторов, каждый из которых оказывает лишь незначительное действие по сравнению с суммарным действием всех остальных.

При количестве измерений  $n < 10$  проверить гипотезу о виде распределения результатов измерения невозможно.

При числе данных  $10 < n < 50$  также трудно судить о виде распределения. Поэтому для проверки соответствия распределения данных нормальному распределению используют составной критерий. Если гипотеза о нормальности отвергается хотя бы по одному из критериев, считают, что распределение результатов измерения отлично от нормального.

**Критерий 1.** Вычисляют значение  $d$  по формуле

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n \cdot S^*},$$

где  $S^*$  – смещенное СКО;

$$S^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}.$$

Гипотеза о нормальности подтверждается, если

$$d_{1-q} < d < d_q,$$

где  $d_{1-q}$  и  $d_q$  – процентные точки распределения значений  $d$ , которые находятся по табл. 19.

Таблица 19

Значения процентных точек  $q$  для распределения  $d$

Уровень значимости $q, \%$	Число результатов измерений								
	11	16	21	26	31	36	41	46	
$1 - q/2$	99,0	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,72	0,72
	95,0	0,72	0,72	0,73	0,74	0,74	0,74	0,75	0,75
	90,0	0,74	0,74	0,75	0,75	0,76	0,76	0,76	0,76
$q/2$	10,0	0,89	0,87	0,86	0,86	0,85	0,85	0,84	0,84
	5,0	0,91	0,89	0,88	0,87	0,86	0,86	0,85	0,85

**Критерий 2.** Гипотеза о нормальности распределения результатов измерения подтверждается, если не более  $m$  разностей  $(x_i - \bar{x})$  пре-

взошли значения  $S \cdot z_{p/2}$ . Здесь  $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ ;  $z_{p/2}$  – верхняя  $100 \cdot P/2$  –

процентная точка нормированной функции Лапласа. Значения доверительной вероятности  $P$  выбирают из табл. 20.

Таблица 20

Значения доверительной вероятности  $P$

$n$	10	11–14	15–20	21–22	23	24–27	28–32	33–35	36–49
$m$	1	1	1	2	2	2	2	2	2
$q/2 \cdot 100\%$	1,00	0,98	0,99	0,99	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99
	2,00	0,98	0,98	0,99	0,97	0,98	0,98	0,98	0,99
	5,00	0,96	0,97	0,98	0,96	0,96	0,97	0,97	0,98

### Пример

В табл. 21 приведены результаты измерения угла одним оператором, одним и тем же теодолитом, в одних и тех же условиях. Проверить, можно ли считать, что приведенные в табл. 21 данные принадлежат совокупности, распределенной нормально.

Таблица 21

#### Результаты исследований

$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
17°56'45,00"	4,301"	18,498601
17°56'36,25"	-4,449"	19,793601
42,50"	1,801"	3,243601
45,00"	4,301"	18,498601
37,50"	-3,199"	10,233601
38,33"	-2,369"	5,612161
37,50"	-3,199"	10,233601
43,33"	2,631"	6,922161
40,63"	-0,069"	0,004761
36,25"	-4,449"	19,793601
42,50"	1,801"	3,243601
39,17"	-1,529"	2,337841
45,00"	4,301"	18,498601
40,83"	0,131"	0,017161

$$\Sigma = 569,786'' \quad \Sigma = 38,530'' \quad \Sigma = 136,931497$$

Оценка измеряемой величины равна

$$\bar{x} = x_0 + \bar{a} = 17^\circ 56' + 40,699'' = 17^\circ 56' 40,70''.$$

Средние квадратические отклонения  $S$  и  $S^*$  найдем по формулам

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{136,931497}{13}} \approx 3,245'',$$

$$S^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{136,931497}{14}} \approx 3,127''.$$

Оценка параметра  $d$  составит

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n \cdot S^*} = \frac{38,530}{14 \cdot 3,13} = 0,8798 \approx 0,88.$$

Уровень значимости критерия 1 примем  $q = 2\%$ . Из табл. 19 находим  $d_{1\%} = 0,92$  и  $d_{99\%} = 0,68$ . При определении  $d_{1\%}$  и  $d_{99\%}$  использовалась линейная интерполяция ввиду того, что значение  $n = 14$  в таблице отсутствует. Критерий 1 выполняется, так как  $d_{1-q} < d < d_q$ . В нашем случае  $0,68 < 0,88 < 0,92$ .

Применим критерий 2. Выбрав уровень значимости  $q = 0,05$  для  $n = 14$  из табл. 11, найдем  $P = 0,97$ . Из табл. 22 определим  $z_{p/2} = 2,17$ . Тогда

$$S \cdot z_{p/2} = 3,245 \cdot 2,17 = 7,042.$$

Таблица 22

#### Значения $P$ -процентных точек нормированной функции Лапласа

$P \cdot 100\%$	90	95	96	97	98	99
$z_{p/2}$	1,65	1,96	2,06	2,17	2,33	2,58

Согласно критерию 2, не более одной разности  $|x_i - \bar{x}|$  может превзойти 7,042. Из данных табл. 21 следует, что ни одно отклонение  $|x_i - \bar{x}|$  не превосходит 7,042.

Следовательно, гипотеза о нормальности распределения данных подтверждается. Уровень значимости составного критерия:  $q \leq 0,02 + 0,05 = 0,07$ , т. е. гипотеза о нормальности распределения результатов измерения подтверждается при уровне значимости не более 0,07.

#### Задание

Произвести проверку нормальности распределения измерений по данным, приведенным в табл. 23.

## Исходные данные

Вариант	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$
1	75,384	75,387	75,374	75,393	75,385	75,391	75,389	75,392	75,389	75,387
2	28,235	28,238	28,233	28,239	28,243	28,241	28,231	28,242	28,24	28,233
3	50,653	50,651	50,659	50,662	50,654	50,655	50,658	50,659	50,646	50,649
4	23,321	23,325	23,326	23,327	23,316	23,315	23,325	23,321	23,322	23,33
5	38,742	38,74	38,747	38,745	38,743	38,746	38,744	38,742	38,743	38,745
6	20,153	20,149	20,157	20,153	20,158	20,159	20,151	20,155	20,156	20,152
7	41,947	41,948	41,951	41,95	41,956	41,953	41,956	41,952	41,949	41,948
8	53,284	53,279	53,29	53,286	53,282	53,291	53,283	53,288	53,289	53,282
9	18,878	18,882	18,875	18,879	18,874	18,872	18,873	18,88	18,881	18,875
10	86,118	86,115	86,121	86,11	86,119	86,12	86,112	86,114	86,118	86,117
11	61,593	61,588	61,597	61,587	61,599	61,598	61,602	61,6	61,597	61,593
12	90,145	90,139	90,142	90,143	90,138	90,149	90,148	90,141	90,152	90,143
13	51,534	51,539	51,533	51,542	51,53	51,531	51,534	51,544	51,537	51,543
14	27,261	27,259	27,27	27,264	27,267	27,258	27,262	27,257	27,268	27,262
15	70,101	70,107	70,111	70,104	70,107	70,096	70,098	70,092	70,108	70,103
16	47,247	47,251	47,253	47,252	47,248	47,243	47,245	47,242	47,249	47,246
17	63,01	63,012	63,018	63,015	63,021	63,024	63,025	63,011	63,016	63,022
18	70,412	70,409	70,413	70,423	70,421	70,407	70,408	70,413	70,408	70,42
19	12,153	12,155	12,158	12,152	12,15	12,154	12,157	12,149	12,151	12,157
20	59,872	59,869	59,873	59,878	59,868	59,874	59,871	59,879	59,89	59,87

Окончание табл. 23

Вариант	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$
21	94,361	94,364	94,367	94,372	94,358	94,362	94,357	94,357	94,363	94,366
22	76,549	76,545	76,542	76,551	76,553	76,546	76,557	76,554	76,543	76,55
23	73,167	73,161	73,164	73,171	73,17	73,168	73,165	73,163	73,159	73,16
24	46,538	46,541	46,54	46,542	46,537	46,534	46,531	46,53	46,532	46,536
25	39,873	39,871	39,868	39,872	39,869	39,876	39,879	39,881	39,88	39,878
26	82,346	82,35	82,357	82,353	82,351	82,349	82,34	82,347	82,354	82,348
27	31,752	31,749	31,746	31,744	31,743	31,745	31,748	31,75	31,757	31,753
28	64,879	64,88	64,878	64,882	64,876	64,881	64,872	64,874	64,871	64,873
29	93,768	93,77	93,774	93,778	93,779	93,775	93,773	93,762	93,766	93,764
30	12,867	12,866	12,864	12,86	12,863	12,868	12,871	12,873	12,869	12,865
31	85,499	85,497	85,495	85,493	85,496	85,494	85,501	85,503	85,505	85,502
32	81,769	81,766	81,763	81,767	81,765	81,768	81,77	81,771	81,767	81,764
33	42,365	42,361	42,359	42,362	42,36	42,368	42,372	42,367	42,363	42,364
34	51,264	51,266	51,268	51,269	51,27	51,259	51,261	51,262	51,257	51,265
35	83,734	83,731	83,728	83,73	83,739	83,735	83,742	83,737	83,741	83,733

## Практическое занятие № 8

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Последовательность обработки результатов прямых многократных измерений состоит из ряда этапов.

#### 1. Определение точечных оценок закона распределения результатов измерений

На этом этапе определяются среднее арифметическое значение  $\bar{x}$  измеряемой величины, СКО результата измерений  $S_{\bar{x}}$ .

В соответствии с критериями грубые погрешности исключаются, после чего проводится повторный расчет оценок среднего арифметического значения и его СКО.

#### 2. Определение закона распределения результатов измерений или случайных погрешностей

Здесь по результатам измерений и проведенным расчетам строится гистограмма или полигон. По виду построенных зависимостей может быть оценен закон распределения результатов измерений.

#### 3. Оценка закона распределения по статистическим критериям

При числе измерений  $n > 50$  для идентификации закона распределения используется критерий Пирсона. При  $50 > n > 15$  для проверки нормальности закона распределения применяется составной критерий. При  $n < 15$  принадлежность экспериментального распределения к нормальному не проверяется.

#### 4. Определение доверительных границ случайной погрешности

Если удалось идентифицировать закон распределения результатов измерений, то с его использованием находят квантильный множитель  $z_p$  при заданном значении доверительной вероятности  $P$ . В этом случае доверительные границы случайной погрешности  $\Delta = \pm z_p \cdot S_{\bar{x}}$ . Здесь

$S_{\bar{x}}$  – СКО среднего арифметического значения. При  $n < 30$  часто используют распределение Стьюдента, при этом доверительные границы случайной погрешности  $\Delta_p = \pm t_p \cdot S_x / \sqrt{n}$ .

Здесь  $t_p$  – коэффициент Стьюдента, приведенный в табл. 24,  $n$  – количество измерений.

Таблица 24

#### Величина $t_p$ при различных уровнях значимости

n	Уровень значимости							
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
2	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	127,32	318,30	636,61
3	1,84	2,92	4,30	6,96	9,99	14,09	22,33	31,60
4	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	7,45	10,21	12,92
5	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	5,60	7,17	8,61
6	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	4,77	5,89	6,87
7	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	4,32	5,21	5,96
8	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,03	4,74	5,41
9	1,40	1,80	2,31	2,90	3,36	3,83	4,50	5,04
10	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	3,64	4,30	4,78
11	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	3,50	4,14	4,59

#### 5. Определение границ неисклученной систематической погрешности результата измерения

Под этими границами понимают найденные нестатистическими методами границы интервала, внутри которого находится неисклученная систематическая погрешность. Границы неисклученной систематической погрешности принимаются равными пределам допускаемых основных и дополнительных погрешностей средств измерений, если их случайные составляющие пренебрежимо малы.

#### 6. Определение доверительных границ погрешности результата измерения

Данная операция осуществляется путем суммирования СКО случайной составляющей  $S_{\bar{x}}$  и границ неисклученной систематической составляющей  $\theta$  в зависимости от соотношения  $\theta/S_{\bar{x}}$ .

## 7. Запись результата измерения

Результат измерения записывается в виде  $x = \bar{x} \pm \Delta_p$  при доверительной вероятности  $P = P_d$ .

### Пример

Произвести обработку результатов измерений, данные которых представлены в табл. 25.

Таблица 25

Результаты измерений

№ п/п	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	36,008	-0,001	0,000001
2	36,008	-0,001	0,000001
3	36,008	-0,001	0,000001
4	36,008	-0,001	0,000001
5	36,010	0,001	0,000001
6	36,009	0	0
7	36,012	0,003	0,000009
8	36,009	0	0
9	36,011	0,002	0,000004
10	36,007	-0,002	0,000004
11	36,012	0,003	0,000009
12	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{11} x_i = 36,009$		$\sum_{i=1}^{11} (x_i - \bar{x})^2 = 0,000031$

### 1. Определение точечных оценок закона распределения результатов измерений

Определяем среднее арифметическое значение результатов измерений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{11} x_i = 36,009.$$

## Среднее квадратическое отклонение результатов измерения

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{11-1} \cdot 0,000031} = 0,00194.$$

Производим проверку на наличие грубых погрешностей в результатах измерения по критерию Диксона.

Составим вариационный возрастающий ряд из результатов измерений: 36,007; 36,008; 36,009; 36,010; 36,011; 36,012.

Найдем расчетное значение критерия для значения 36,012:

$$K_{Д} = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1} = \frac{36,012 - 36,011}{36,012 - 36,007} = 0,2.$$

Как следует из табл. 5, по этому критерию результат 36,012 не является промахом при всех уровнях значимости.

### 2. Предварительная оценка вида распределения результатов измерений или случайных погрешностей

При числе измерений меньше 15 предварительная оценка вида распределения результатов наблюдений не производится.

### 3. Оценка закона распределения по статистическим критериям

При  $n < 15$  принадлежность экспериментального распределения к нормальному не проверяется.

### 4. Определение доверительных границ случайной погрешности

При числе измерений  $n = 11$  используем распределение Стьюдента, при этом доверительные границы случайной погрешности  $\Delta_p = \pm t_p \cdot S_x / \sqrt{n}$ .

Коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности  $P_d = 0,95$  и при  $n = 11$  равен 2,23.

Тогда доверительные границы случайной погрешности

$$\Delta_p = \pm 2,23 \frac{0,00194}{\sqrt{11}} = \pm 0,0012.$$

5. *Определение границ неисключенной систематической погрешности результата измерения*

Границы неисключенной систематической погрешности  $\theta$  принимаются равными пределам допускаемых основных и дополнительных погрешностей средства измерения. Для рычажного микрометра допускаемая погрешность равна  $\pm 0,7$  мкм.

6. *Определение доверительных границ погрешности результата измерения*

Согласно ГОСТ 8.207–76 погрешность результата измерения определяется по следующему правилу. Если границы неисключенной систематической погрешности  $\theta < 0,8 S_x$ , то следует пренебречь систематической составляющей погрешности и учитывать только случайную погрешность результата. В нашем случае  $\theta = 1,4$  мкм, а  $S_x = 2$  мкм, т. е. соотношение  $\theta < 0,8 S_x$  выполняется, поэтому систематической погрешностью пренебрегаем.

7. *Запись результата измерения*

Результат измерения:  $x = \bar{x} \pm \Delta_p = 36,009 \pm 0,001$  при доверительной вероятности  $P = 0,95$ .

**Задание**

Используя данные в табл. 26, произвести обработку результатов прямых многократных измерений.

Таблица 26

Исходные данные

Вариант	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$	$\theta$
1	32,3	32,32	32,98	32,52	32,67	32,5	32,49	31,17	32,39	32,43	0,32
2	148,6	49,56	48,7	48,83	48,67	48,36	48,24	47,31	48,85	48,6	0,14
3	72,1	72,12	71,98	73,83	72,3	72,34	72,39	71,27	72,44	72,13	0,52
4	12,5	11,54	11,38	11,4	11,42	11,67	11,28	11,52	11,6	13,37	0,39
5	12,4	12,78	13,62	12,69	12,3	12,25	12,3	11,36	12,16	12,38	0,17
6	13,3	14,27	13,18	13,1	13,6	13,53	13,42	13,26	13,64	12,31	0,47
7	18,8	17,82	18,51	19,07	19,2	18,69	18,86	18,91	19,63	18,7	0,31
8	29,9	29,83	30,68	29,99	28,72	29,87	30,24	30	29,76	30,1	0,24
9	35,5	34,54	35,3	35,42	35,4	35,67	35,28	35,52	36,1	35,37	0,49
10	101,1	99,9	100,83	101,2	101,14	101	101,41	100,93	102,1	101,2	0,57
11	14,3	14,27	13,8	14,09	14,6	14,53	14,42	14,26	16,64	14,31	0,19
12	22,44	23,46	23,45	23,46	23,47	23,43	24,58	23,63	23,48	23,31	0,36
13	77,76	77,78	78,85	77,63	77,24	77,63	77,54	77,52	76,78	77,87	0,28
14	55,35	54,52	55,38	55,42	55,64	55,46	55,28	56,34	55,27	55,35	0,21
15	30,17	30,18	30,28	31,58	30,43	30,02	30,41	29,57	30,12	30,21	0,47
16	79,89	79,99	79,78	78,83	79,84	79,72	79,85	79,84	80,91	79,78	0,31
17	40,11	39,12	40,15	40,01	40,23	40,25	40,18	41,21	40,11	40,12	0,24
18	20	20,01	18,89	19,95	21,05	20,07	20,03	19,99	20,06	19,99	0,49
19	30,01	31,06	30,04	29,98	30,02	30,08	28,89	29,97	30,01	29,99	0,57
20	49,99	50,01	49,83	50,06	50,02	49,94	49,99	50,07	50,01	49,94	0,19

Вариант	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	X <sub>9</sub>	X <sub>10</sub>	θ
21	24,13	24,19	23,3	24,12	24,17	24,28	24,14	24,25	25,33	24,21	0,36
22	19,5	19,54	18,38	19,4	19,42	19,67	19,28	20,52	19,1	19,37	0,28
23	18,3	19,27	18,18	18,09	18,6	18,53	18,42	18,26	19,64	18,31	0,21
24	7,8	7,78	7,75	8,94	7,37	7,6	7,98	8	9,98	7,82	0,32
25	11,2	12,3	12,13	12,07	12,43	12,51	12,18	13,6	12,34	12,29	0,14
26	10,4	10,78	11,62	10,69	10,3	10,25	10,18	9,36	10,16	10,38	0,52
27	11,6	12,6	11,54	11,42	11,38	10,87	11,48	11,32	11,44	11,36	0,39
28	20,7	20,71	21	19,38	20,64	20,53	20,84	20,41	21,58	20,74	0,17
29	17,9	18,83	17,65	17,99	17,72	18,1	18,24	17,87	16,76	18,09	0,57
30	5,2	4,36	5,24	5,61	5,52	5,18	6,78	5,12	5,09	5,3	0,19
31	3,8	3,82	4,51	4,07	4,2	3,69	3,86	4,91	3,63	3,6	0,36
32	52,1	51,9	50,83	52,2	52,14	52,38	52,41	51,93	53,1	52,2	0,28
33	84,4	85,25	84,19	84,51	84,3	84,1	85,64	84,71	84,35	84,28	0,21
34	92,7	92,42	93,88	92,55	92,61	92,43	92,56	93,4	92,39	92,8	0,47
35	64,8	63,72	63,64	64,2	63,89	64,9	63,92	63,94	64	63,89	0,31

## Практическое занятие № 9

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Косвенные измерения – это измерения, проводимые косвенным методом, при котором искомое значение физической величины определяется на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной. Каждая физическая величина  $x$  измерена с некоторой погрешностью  $\Delta x$ . Полагая, что погрешности  $\Delta x$  малы, можно записать

$$dZ = \sum_{i=1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i,$$

где каждое слагаемое  $\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$  представляет собой частную погрешность

результата косвенного измерения, вызванную погрешностью  $\Delta x$  измерения  $x_i$ . Частные производные носят название коэффициентов влияния соответствующих погрешностей.

## Пример

Определить момент инерции круглой платформы, связанный формулой

$$I = \frac{gRr}{4\pi^2 i} mT^2$$

со следующими величинами, измеряемыми прямыми способами:

$R = (11,50 \pm 0,05) \cdot 10^2$  м – радиус платформы;

$r = (10,00 \pm 0,05) \cdot 10^2$  м – радиус верхнего диска подвеса;

$l = (233,0 \pm 0,2) \cdot 10^2$  м – длина нитей подвеса;

$m = (125,7 \pm 0,1) \cdot 10^3$  кг – масса платформы;

$T = (2,81 \pm 0,01)$  с – период малых колебаний платформы;

$g = 9,81$  м/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения;

$\pi = 3,14$ .

Результаты приведены со средними квадратичными отклонениями.

## Решение

Подставляя в исходную формулу средние арифметические значения измеряемых прямыми способами величин и округленные значения постоянных, получим оценку истинного значения момента инерции платформы:

$$\bar{I} = \frac{9,82 \cdot 11,50 \cdot 10,00}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 233} 125,7 \cdot 2,81^2 \cdot 10^5 = 1,22 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

так как результат должен быть округлен до трех значащих цифр.

Для оценки точности полученного результата вычислим частные производные и частные погрешности косвенного измерения:

$$E_R = \left( \frac{\partial I}{\partial R} \right) S_R = \frac{I}{R} S_R = \frac{1,22 \cdot 10^7}{11,5 \cdot 10^2} 0,05 \cdot 10^2 = 0,0053 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$E_r = \left( \frac{\partial I}{\partial r} \right) S_r = \frac{I}{r} S_r = \frac{1,22 \cdot 10^7}{10 \cdot 10^2} 0,05 \cdot 10^2 = 0,0061 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$E_l = \left( \frac{\partial I}{\partial l} \right) S_l = \frac{I}{l} S_l = \frac{1,22 \cdot 10^7}{233 \cdot 10^2} 0,2 \cdot 10^2 = -0,0010 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$E_m = \left( \frac{\partial I}{\partial m} \right) S_m = \frac{I}{R} S_m = \frac{1,22 \cdot 10^7}{125,7 \cdot 10^3} 0,1 \cdot 10^3 = 0,0010 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$E_T = \left( \frac{\partial I}{\partial T} \right) S_T = 2 \frac{I}{T} S_T = 2 \frac{1,22 \cdot 10^7}{2,81} 0,01 = 0,0087 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Таким образом, среднее квадратичное отклонение косвенного измерения момента инерции платформы составит

$$S_I = \sqrt{E_R^2 + E_r^2 + E_l^2 + E_m^2 + E_T^2} = 0,01 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Окончательно результат косвенного измерения записывается в виде  $I = (1,22 \pm 0,01) 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

## Задание

Определить предельное усилие при растяжении полос при сварке в стык по длинной полосе по данным, приведенным в табл. 27.

$$N_{\text{пред}} = t \cdot \sigma_T \cdot b,$$

где  $t$  – толщина полосы;  $\sigma_T$  – предел текучести;  $b$  – ширина полосы.

Таблица 27

### Исходные данные

Вариант	$t$ , мм	$\sigma_T$ , МПа	$b$ , мм
1	1±0,01	245±3	20±0,05
2	2±0,1	175±1	45±0,2
3	1,5±0,05	390±3	50±0,01
4	3±0,05	345±2	80±0,01
5	2±0,01	245±2,5	30±0,05
6	1,5±0,01	175±1,5	70±0,05
7	1±0,2	390±2,1	60±0,1
8	2±0,05	345±1,8	40±0,01
9	1,5±0,1	245±2,4	20±0,2
10	3±0,1	175±1,2	45±0,05
11	1±0,05	390±3,1	50±0,2
12	2±0,1	345±1,7	80±0,01
13	1,5±0,05	245±3	30±0,05
14	3±0,01	175±1,6	70±0,1
15	1±0,01	390±2,6	60±0,01
16	2±0,1	345±2,2	40±0,2
17	1,5±0,05	245±2,3	20±0,05
18	3±0,05	175±1,7	45±0,01
19	1±0,2	390±2,3	50±0,05
20	2±0,01	345±1,9	80±0,1
21	1,5±0,01	245±2,1	30±0,2
22	3±0,1	175±1,8	70±0,01
23	1±0,05	390±2,4	60±0,5
24	2±0,1	345±1,2	40±0,01
25	1,5±0,05	245±3,1	20±0,05
26	3±0,01	175±1,7	45±0,1
27	1±0,01	390±3,2	50±0,2
28	2±0,1	345±1,6	80±0,05

Вариант	$t$ , мм	$\sigma_T$ , МПа	$b$ , мм
29	1,5±0,05	245±2,3	30±0,01
30	3±0,05	175±2,3	70±0,2
31	1±0,2	390±1,8	60±0,05
32	2±0,1	345±2,6	40±0,01
33	1,5±0,1	175±1,9	20±0,05
34	3±0,01	390±1,7	45±0,1
35	2±0,2	345±0,1	50±0,05

**СЕРТИФИКАЦИЯ**

В соответствии с Федеральным законом «О техническом регулировании» сертификация – это форма осуществляемого органом по сертификации подтверждения соответствия объектов требованиям технических регламентов, положениям стандартов или условиям договоров.

Подтверждение соответствия – процедура, результатом которой является документальное свидетельство (сертификат или декларация о соответствии), удостоверяющее, что продукция соответствует установленным требованиям.

По признаку обязательности процедуры различают обязательное и добровольное подтверждение соответствия. В свою очередь, обязательное подтверждение соответствия подразделяется на декларирование соответствия и обязательную сертификацию.

Обязательная сертификация является формой государственного контроля за безопасностью продукции, она может осуществляться лишь в случаях, предусмотренных законодательными актами РФ.

Введение декларирования соответствия вызвано необходимостью: придания большей гибкости процедурам обязательного подтверждения соответствия; снижения затрат на их проведение без увеличения риска опасности реализуемой на российском рынке продукции; ускорения товарооборота; создания благоприятных условий для развития межгосударственной торговли и вступления России в ВТО.

Добровольная сертификация осуществляется для установления соответствия национальным стандартам, стандартам организаций, системам добровольной сертификации, условиям договоров.

**Задание 1**

Назвать отличительные признаки двух форм обязательного подтверждения соответствия. Отчет представить в виде таблицы (табл. 28).

**Задание 2**

Назвать отличительные признаки обязательной и добровольной сертификации. Отчет представить в виде таблицы (табл. 29).

Таблица 28

**Отличительные признаки двух форм обязательного подтверждения соответствия**

Форма подтверждения	Субъект, осуществляющий процедуру	Объекты, в отношении которых предусмотрена процедура	Результат процедуры	Срок действия	Информация для потребителей	Контроль соответствия объектов установленным требованиям

Таблица 29

**Отличительные признаки обязательной и добровольной сертификации**

Характер сертификации	Основные цели проведения	Основание для проведения	Объекты	Сущность оценки соответствия	Нормативная база

**Задание 3**

Записать последовательность процедур сертификации продукции с указанием исполнителя соответствующей процедуры. Отчет представить в виде таблицы (табл. 30).

Таблица 30

**Последовательность процедур сертификации продукции**

№ п/п	Процедура	Исполнитель
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

**Задание 4**

Привести правила заполнения бланка сертификата соответствия. Правила заполнения бланка сертификата заключаются в указании в графах бланка (рис. 3) соответствующих сведений.

СИСТЕМА СЕРТИФИКАЦИИ ГОСТ Р ГОССТАНДАРТА РОССИИ		
<b>СЕРТИФИКАТ СООТВЕТСТВИЯ</b>		
		
	(1) №	
	(2) Срок действия с	по №
(3) ОРГАН ПО СЕРТИФИКАЦИИ		
(4) ПРОДУКЦИЯ		
	(5)	код ОК 005 (ОКП);
(6) СООТВЕТСТВУЕТ ТРЕБОВАНИЯМ НОРМАТИВНЫХ ДОКУМЕНТОВ		
	(7)	код ТН ВЭД
(8) ИЗГОТОВИТЕЛЬ		
(9) СЕРТИФИКАТ ВЫДАН (10) НА ОСНОВАНИИ		
(11) ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ		
(12) Руководитель органа	_____	_____
	подпись	инициалы фамилия
М.П. Эксперт	_____	_____
	подпись	инициалы фамилия
Сертификат имеет юридическую силу на всей территории Российской Федерации		

Рис. 3. Форма сертификата соответствия при обязательной сертификации продукции

### Рекомендуемая литература

1. Радкевич, Я. М. Метрология, стандартизация и сертификация: учебник для вузов / Я. М. Радкевич. – М.: Высш. шк., 2004. – 767 с.
2. Сергеев, А. Г. Метрология, стандартизация, сертификация: учеб. пособие / А. Г. Сергеев. – М.: Логос, 2003. – 536 с.
3. Димов, Ю. В. Метрология, стандартизация и сертификация: учебник для вузов / Ю. В. Димов. – СПб.: Питер, 2006. – 430 с.

### Оглавление

Введение .....	3
<b>Практическое занятие № 1.</b> Выбор средств измерений свободных линейных размеров .....	4
<b>Практическое занятие № 2.</b> Выбор средств измерений .....	9
<b>Практическое занятие № 3.</b> Оценка точности произведенных измерений .....	14
<b>Практическое занятие № 4.</b> Грубые погрешности и методы их исключения .....	20
<b>Практическое занятие № 5.</b> Определение систематических погрешностей ...	26
<b>Практическое занятие № 6.</b> Предварительная оценка вида распределения результатов измерения .....	31
<b>Практическое занятие № 7.</b> Проверка гипотезы о нормальном распределении результатов измерений .....	34
<b>Практическое занятие № 8.</b> Обработка результатов прямых многократных измерений .....	40
<b>Практическое занятие № 9.</b> Обработка результатов косвенных многократных измерений .....	47
<b>Практическое занятие № 10.</b> Сертификация .....	51
Рекомендуемая литература .....	55